

С. Г. КАЛАШНИКОВ

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

С. Г. КАЛАШНИКОВ

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ОБЩИЙ КУРС ФИЗИКИ

---

С. Г. КАЛАШНИКОВ

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ,  
ПЕРЕРАБОТАННОЕ

*Допущено Министерством  
высшего и среднего специального образования РСФСР  
в качестве учебного пособия  
для университетов*



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»  
МОСКВА 1964

537

К 17

УДК 537.0 (075.8)

ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие ко второму изданию . . . . .	9
Предисловие к первому изданию . . . . .	11

### РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ

#### ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Глава I. Электрические заряды . . . . .	13
---	----

§ 1. Введение (13).—§ 2. Электризация посредством влияния (14).—§ 3. Электростатическая машина (16).—§ 4. Закон взаимодействия электрических зарядов (18).—§ 5. Абсолютная электростатическая система единиц (21).—§ 6. Международная система единиц СИ (22).—§ 7. Гальванические элементы (25).—§ 8. Электризация как разделение зарядов (25).—§ 9. Электроны (26).

Глава II. Электрическое поле . . . . .	28
--	----

§ 10. Понятие об электрическом поле (28).—§ 11. Напряженность электрического поля (29).—§ 12. Сложение электрических полей (31).—§ 13. Объемная и поверхностная плотности заряда (31).—§ 14. Силовые линии (33).—§ 15. Теорема Остроградского—Гаусса (36).—§ 16. Уравнение Пуассона (44).—§ 17. Диполь в электрическом поле (45).

Глава III. Разность потенциалов . . . . .	48
---	----

§ 18. Работа в электростатическом поле (48).—§ 19. Разность потенциалов (49).—§ 20. Условия равновесия зарядов в проводниках (51).—§ 21. Разность потенциалов и напряженность поля (52).—§ 22. Соединение с землей (54).—§ 23. Поверхности равного потенциала (55).—§ 24. Измерение напряжения между проводниками (56).—§ 25. Нормальные элементы (57).—§ 26. Различные типы электрометров (58).—§ 27. Электрический зонд (61).—§ 28. Потенциал в простейших электрических полях (63).—§ 29. Вычисление потенциала в поле заданных зарядов (65).—§ 30. Общая задача электростатики (67).—§ 31. Проводники в электрическом поле (69).—§ 32. Точная проверка закона Кулона (72).—§ 33. Острия (73).—§ 34. Электростатический генератор (75).

Глава IV. Электроемкость. Энергия электрического поля . . . . .	77
---	----

§ 35. Емкость простого конденсатора (77).—§ 36. Диэлектрическая проницаемость (78).—§ 37. Примеры вычисления емкости (80).—§ 38. Метод зеркальных изображений (83).—



§ 39. Энергия заряженного конденсатора (85).— § 40. Технические конденсаторы (86).— § 41. Соединение конденсаторов (87).— § 42. Сложные конденсаторы (89).— § 43. Энергия электрического поля (91).	
<b>Глава V. Диэлектрики . . . . .</b>	<b>92</b>
§ 44. Поляризация диэлектриков (92).— § 45. Вектор поляризации (93).— § 46. Напряженность электрического поля внутри диэлектрика (98).— § 47. Вектор электростатического смещения (101).— § 48. Изотропные и анизотропные диэлектрики (103).— § 49. Преломление силовых линий и линий смещения (104).— § 50. Законы электрического поля в диэлектриках (106).— § 51. Механические силы при наличии диэлектриков (108).— § 52. Электронная теория поляризации диэлектриков (109).— § 53. Диэлектрическая проницаемость неполярных диэлектриков (111).— § 54. Диэлектрическая проницаемость полярных диэлектриков (114).— § 55. Определение дипольных моментов молекул (115).— § 56. Сегнетоэлектрики (116).— § 57. Пьезоэлектрический эффект (119).— § 58. Обратный пьезоэлектрический эффект (121).	
<b>Глава VI. Постоянный электрический ток . . . . .</b>	<b>124</b>
§ 59. Характеристики электрического тока (124).— § 60. Действия электрического тока (126).— § 61. Измерение силы тока (129).— § 62. Измерение величины заряда (130).— § 63. Электрическое поле проводника с током (133).— § 64. Закон Ома (134).— § 65. Измерение сопротивлений (136).— § 66. Сопротивление проволок (137).— § 67. Зависимость сопротивления от температуры (138).— § 68. Закон Ома в дифференциальной форме (140).— § 69. Электролитическая ванна (143).— § 70. Заземление в линиях связи (144).	
<b>Глава VII. Электродвижущая сила . . . . .</b>	<b>146</b>
§ 71. Источники тока (146).— § 72. Работа и мощность постоянного тока. Закон Ленца и Джоуля (147).— § 73. Энергия, освобождаемая в гальваническом элементе (148).— § 74. Электродвижущая сила гальванического элемента (149).— § 75. Напряжение на зажимах источника (152).— § 76. Электродвижущая сила и работа источника (155).— § 77. Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа (157).— § 78. Мощность во внешней цепи и коэффициент полезного действия источника тока (163).— § 79. Закон сохранения энергии для электрического поля (165).— § 80. Квазистационарные токи (170).	
РАЗДЕЛ ВТОРОЙ	
<b>МАГНИТНОЕ ПОЛЕ</b>	
<b>Глава VIII. Магнитное поле токов в вакууме . . . . .</b>	<b>173</b>
§ 81. Магнитное взаимодействие токов (173).— § 82. Закон магнитного взаимодействия токов (175).— § 83. Абсолютная электромагнитная система единиц (179).— § 84. Магнитная постоянная (181).— § 85. Магнитное поле (181).— § 86. Напряженность магнитного поля (182).— § 87. Силовые линии магнитного поля (186).— § 88. Вихревой характер магнитного поля (187).— § 89. Магнитный момент тока (192).— § 90. Действие магнитного поля на ток (194).— § 91. Два параллельных провода с током (196).— § 92. Определение ампера (197).— § 93. Контур с током в магнитном поле (198).— § 94. Механическая работа	

в магнитном поле (201).— § 95. Магнитный поток (202).— § 96. Магнитное поле движущегося заряда (203).— § 97. Опыты Роуланда и Эйхенвальда (205).— § 98. Сила Лорентца (207).

## Глава IX. Электромагнитная индукция . . . . . 208

§ 99. Электромагнитная индукция (208).— § 100. Закон Ленца (210).— § 101. Основной закон электромагнитной индукции (212).— § 102. Примеры применения (214).— § 103. Измерение магнитной индукции (216).— § 104. Измерение магнитного напряжения (217).— § 105. Самоиндукция (219).— § 106. Магнитная проницаемость вещества (222).— § 107. Исчезновение и установление тока (223).

## Глава X. Энергия магнитного поля . . . . . 226

§ 108. Собственная энергия тока (226).— § 109. Энергия магнитного поля (228).— § 110. Взаимная индукция (230).— § 111. Взаимная энергия двух токов (231).— § 112. Закон сохранения энергии при наличии магнитного поля (233).— § 113. Механические силы в магнитном поле (236).— § 114. Давления и натяжения Фарадея—Максвелла (239).

## Глава XI. Магнетикн . . . . . 240

§ 115. Намагничивание сред (240).— § 116. Напряженность магнитного поля внутри магнетика (242).— § 117. Вектор магнитной индукции (243).— § 118. Законы магнитного поля в магнетиках (246).— § 119. Влияние формы тела на намагничивание (248).— § 120. Преломление линий магнитной индукции (251).— § 121. Магнитные свойства веществ. Диамагнетизм и парамагнетизм (255).— § 122. Ферромагнетизм (257).— § 123. Работа при намагничивании (263).— § 124. Магнитные материалы. Ферриты (266).— § 125. Магнитные заряды. Формальная теория магнетизма (268).— § 126. Влияние среды на магнитное взаимодействие (271).— § 127. Природа молекулярных токов (273).— § 128. Магнитомеханическое и механомагнитное явления (275).— § 129. Магнитный и механический моменты электрона (278).— § 130. Электронный парамагнитный резонанс (279).— § 131. Объяснение пара- и диамагнетизма (281).— § 132. Объяснение ферромагнетизма (284).

## Глава XII. Техническое использование магнитного потока. Генераторы и двигатели . . . . . 290

§ 133. Магнитные цепи (290).— § 134. Электромагниты (293).— § 135. Разветвление магнитного потока (295).— § 136. Генераторы переменного тока (298).— § 137. Генераторы постоянного тока (299).— § 138. Электродвигатель постоянного тока (302).— § 139. Синхронные двигатели (304).— § 140. Двухфазный ток (305).— § 141. Трехфазный ток (307).— § 142. Векторные диаграммы (310).— § 143. Вращающееся магнитное поле (313).— § 144. Асинхронный двигатель переменного тока (317).

## Глава XIII. Взаимные превращения электрических и магнитных полей. Теория Максвелла . . . . . 318

§ 145. Вихревое электрическое поле (318).— § 146. Вихревые токи (321).— § 147. Трансформатор (323).— § 148. Вытеснение переменного тока (скин-эффект) (325).— § 149. Индукционный ускоритель (327).— § 150. Ток смещения (329).— § 151. Уравнения Максвелла (333).— § 152. Уравнения Максвелла в дифферен-

циальной форме (335). — § 153. Значение теории Максвелла (337). — § 154. Электромагнитное поле в движущихся телах (339). — § 155. Для электромагнитных явлений важно относительное движение (341). — § 156. Электромагнитная индукция в движущихся проводниках (344). — § 157. Преобразования Лорентца (346).

## РАЗДЕЛ ТРЕТИЙ

## ЭЛЕКТРОННЫЕ И ИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ

- Глава XIV. Природа электрического тока в металлах и полупроводниках** . . . . . 349
- § 158. Измерение величины элементарного заряда (349). — § 159. Природа носителей заряда в металлах (352). — § 160. Причина электрического сопротивления (355). — § 161. Классическая электронная теория металлов (357). — § 162. Сверхпроводимость (361). — § 163. Пределы применимости классической электронной теории металлов (364). — § 164. Явление Холла (366). — § 165. Концентрация и подвижность электронов в металлах (368). — § 166. Полупроводники и изоляторы (369). — § 167. Собственная электропроводность полупроводников (371). — § 168. Примесная электропроводность полупроводников (373).
- Глава XV. Электрические токи в вакууме** . . . . . 375
- § 169. Работа выхода (375). — § 170. Термоэлектронная эмиссия (378). — § 171. Зависимость тока насыщения от температуры (380). — § 172. Сложные катоды (383). — § 173. Электронная лампа как выпрямитель (384). — § 174. Трехэлектродные электронные лампы (триоды) (385). — § 175. Усиление электрических сигналов (389). — § 176. Электрические флуктуации (392). — § 177. Вторичная электронная эмиссия (394). — § 178. Многосеточные лампы (396). — § 179. Автоэлектронная эмиссия (397).
- Глава XVI. Разряды в газах** . . . . . 398
- § 180. Ионизация газов (398). — § 181. Ионизация электронными ударами (399). — § 182. Рекомбинация ионов в газах (401). — § 183. Движение ионов в газах (402). — § 184. Несамостоятельные и самостоятельные разряды (404). — § 185. Электронные лавины (406). — § 186. Возникновение самостоятельных разрядов (408). — § 187. Тлеющий разряд (410). — § 188. Катодные лучи (414). — § 189. Рентгеновские трубки (414). — § 190. Каналовые лучи (416). — § 191. Искровой разряд (417). — § 192. Коронный разряд (419). — § 193. Молния (421). — § 194. Дуговой разряд (424). — § 195. Устойчивость электрических разрядов (427). — § 196. Плазма (431). — § 197. Газотрон и тиратрон (433).
- Глава XVII. Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях** . . . . . 435
- § 198. Движение заряженных частиц в однородном электрическом поле (435). — § 199. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле (437). — § 200. Циклотрон (439). — § 201. Определение удельного заряда электронов по методу магнитной фокусировки (441). — § 202. Магнетрон (443). — § 203. Определение удельного заряда катодных лучей (446). — § 204. Определение удельного заряда  $\beta$ -лучей (447). — § 205. Результаты измерений удельного заряда электронов (450). — § 206. Циклотрон-

ный (диамагнитный) резонанс (451).— § 207. Эффективная масса (453).— § 208. Отражение и преломление электронных пучков. Электронная и ионная оптика (455).— § 209. Электрические линзы (457).— § 210. Магнитные линзы (460).— § 211. Электронный осциллограф (462).

#### Глава XVIII. Электрический ток в электролитах . . . . . 464

§ 212. Законы электролиза Фарадея (464).— § 213. Объяснение законов Фарадея (466).— § 214. Электролитическая диссоциация (467).— § 215. Движение ионов в электролитах (471).— § 216. Электропроводность электролитов (474).— § 217. Числа переноса. Подвижности электролитических ионов (476).— § 218. Проводимость неметаллических твердых тел (478).— § 219. Технические применения электролиза (480).— § 220. Электрохимические потенциалы (482).— § 221. Гальванические элементы (485).— § 222. Поляризация гальванических элементов. Деполяризация (487).— § 223. Напряжение разложения электролита (489).— § 224. Аккумуляторы (491).

#### Глава XIX. Электрические явления в контактах . . . . . 492

§ 225. Явление Пельтье (492).— § 226. Внутренняя контактная разность потенциалов (494).— § 227. Внешняя контактная разность потенциалов (496).— § 228. Явление Томсона (500).— § 229. Термоэлектричество (502).— § 230. Применения термоэлектричества (504).— § 231. Контакт двух полупроводников (506).— § 232. Полупроводниковые диоды (510).— § 233. Неравновесные электроны и дырки в полупроводниках (512).— § 234. Полупроводниковые усилители (514).

### РАЗДЕЛ ЧЕТВЕРТЫЙ

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

#### Глава XX. Собственные электрические колебания . . . . . 517

§ 235. Собственные электрические колебания (517).— § 236. Затухание колебаний (520).— § 237. Уравнение собственных электрических колебаний. Колебания в отсутствие затухания (523).— § 238. Колебания при наличии затухания (525).— § 239. Поддержание колебаний. Искровой контур (529).— § 240. Автоколебательные системы (530).— § 241. Использование отрицательных сопротивлений (531).— § 242. Ламповые генераторы. Обратная связь (533).— § 243. Условие самовозбуждения (536).— § 244. Релаксационные колебания (538).

#### Глава XXI. Вынужденные электрические колебания. Переменные токи . . . . . 540

§ 245. Предварительные замечания (540).— § 246. Сопротивление в цепи переменного тока (541).— § 247. Емкость в цепи переменного тока (542).— § 248. Индуктивность в цепи переменного тока (545).— § 249. Закон Ома для переменных токов (547).— § 250. Резонанс напряжений (550).— § 251. Установление колебаний (555).— § 252. Работа и мощность переменного тока (557).— § 253. Разветвление переменных токов (561).— § 254. Резонанс токов (563).— § 255. Параметрический резонанс (567).— § 256. Комплексные величины (568).— § 257. Комплексные сопротивления (572).



<b>Глава XXII. Электромагнитные волны вдоль проводов . . . . .</b>	<b>577</b>
§ 258. Распределенные системы (577). — § 259. Электромагнитный импульс вдоль проводов (578). — § 260. Электромагнитные волны (581). — § 261. Стоячие электромагнитные волны (583). — § 262. Собственные колебания двухпроводной линии (587). — § 263. Экспериментальное исследование стоячих электромагнитных волн (590). — § 264. Открытый вибратор (593). — § 265. Стоячие волны в катушках (594).	
<b>Глава XXIII. Свободные электромагнитные волны . . . . .</b>	<b>595</b>
§ 266. Образование свободных электромагнитных волн (595). — § 267. Волновое уравнение (597). — § 268. Плоские электромагнитные волны (598). — § 269. Свойства электромагнитных волн (600). — § 270. Экспериментальное исследование электромагнитных волн (602). — § 271. Энергия электромагнитных волн (607). — § 272. Элементарный диполь (612). — § 273. Давление электромагнитных волн (615). — § 274. Импульс и масса электромагнитного поля (616). — § 275. Электромагнитная масса движущегося заряда (620).	
<b>Глава XXIV. Применение электромагнитных волн для целей связи . . . . .</b>	<b>621</b>
§ 276. Принцип радиосвязи (621). — § 277. Модуляция колебаний (622). — § 278. Радиопередатчик (625). — § 279. Демодуляция колебаний. Радиоприемник (627). — § 280. Гетеродинный прием (630). — § 281. Супергетеродинный приемник (630). — § 282. Полусвободные электромагнитные волны (631). — § 283. Понятие о радиолокации (633).	

### ДОБАВЛЕНИЯ

1. Теория опытов Кавендиша и Максвелла (к § 32) . . . . .	637
2. Силовые линии и линии тока (к § 68) . . . . .	640
3. Метод контурных токов (к § 77) . . . . .	641
4. Время релаксации (к § 80) . . . . .	642
5. Взаимная энергия двух токов (произвольные контуры) (к § 111) . . . . .	644
6. Теорема Лармора (к § 127) . . . . .	645
7. Закон Богуславского — Ленгмюра (к § 170) . . . . .	646
8. Устойчивость электрических разрядов (к §§ 195, 241) . . . . .	647
9. К объяснению циклотронного резонанса (к § 206) . . . . .	650
10. Электромагнитное поле диполя (к § 272) . . . . .	651
11. Давление электромагнитных волн (к § 273) . . . . .	654
12. Система единиц Гаусса . . . . .	655
13. Таблица электрических и магнитных единиц . . . . .	657
<b>Предметный указатель . . . . .</b>	<b>660</b>

## ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Полученные мной отзывы о настоящем учебном пособии были доброжелательны и не содержали указаний на необходимость изменения общего построения курса. Поэтому во втором издании план и характер изложения книги остались прежними.

Тем не менее в тексте книги сделан ряд изменений. Прежде всего, в настоящем издании использована Международная система единиц СИ, принятая в настоящее время в качестве предпочтительной. Это потребовало не только переделки большого количества формул, но и некоторых методических изменений самого изложения материала в первых двух разделах книги. Так как одновременное употребление других систем единиц несомненно затруднило бы изучение курса, об абсолютных системах единиц сказано лишь очень кратко. В основном тексте книги указан только путь построения систем СГСЭ и СГСМ. Система же единиц Гаусса, широко применяющаяся до настоящего времени, приведена в Добавлении.

Обозначения единиц даны через основные и производные единицы системы, в соответствии с их определениями в системе СИ. Такие обозначения гораздо проще, чем обозначения через основные единицы системы, но так же хорошо передают размерность единиц.

Развитие физики за истекшие восемь лет, прошедшие после первого издания книги, потребовало включения некоторого дополнительного материала. Добавлены краткие сведения об электронном парамагнитном резонансе (§ 130), о циклотронном резонансе и об эффективной массе электронов в твердых телах (§§ 206, 207). Несколько подробнее говорится об электронно-ионной плазме (§ 196) и о сверхпроводимости (§ 162). Кроме этого существенно переработан § 74 об электродвижущей силе гальванических элементов. Здесь исключено прежнее, слишком упрощенное определение э. д. с.

через тепловые эффекты химических реакций и введено точное ее определение с помощью понятия о максимальной работе. В качестве полезного примера на законы движения ионов в магнитном поле введен новый параграф о циклотроне (§ 200). Расширен практически важный вопрос об устойчивости электрических разрядов (Добавление 8), а также сделан ряд других, более мелких изменений текста.

Чтобы избежать увеличения и без того значительного объема книги, одновременно с добавлениями были произведены и некоторые сокращения текста, которые, однако, не относились к основным вопросам курса. Кроме этого некоторые вопросы (взаимная энергия двух произвольных контуров, количественные данные об излучении диполя) были перенесены из основного текста в Добавления.

В заключение я приношу сердечную благодарность коллективу кафедры общей физики Московского государственного университета и, в особенности, ее заведующей проф. В. И. Ивероновой, акад. И. К. Кикоину, проф. И. А. Яковлеву, доц. К. Н. Баранскому и доц. М. В. Дехтяру за обсуждение настоящей книги и за ценные советы при подготовке нового ее издания. Я благодарен также всем лицам, сообщившим мне свои замечания о книге и этим способствовавшим ее улучшению. Наконец, я хотел бы выразить свою признательность сотрудникам редакции общей физики Главной редакции физико-математической литературы издательства «Наука» за неизменное внимание и помощь при подготовке настоящего издания.

Май 1964 г.

*С. Г. Калашников*

## ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

Настоящая книга задумана как учебное пособие по разделу «Электричество» общего курса физики, который я читал в течение ряда лет на физическом факультете Московского университета.

В основу изложения материала, за редкими исключениями, обусловленными методическими соображениями, я стремился положить опыт. Я старался также уделить внимание разъяснению принципов измерения основных электрических и магнитных величин, которое, по возможности, следует непосредственно за введением соответствующих физических понятий. Однако описание различных опытов отнюдь не претендует на полноту и, кроме того, касается только принципов этих опытов, так как предполагается, что читатели этой книги слушают лекционный курс с демонстрациями и работают в учебных лабораториях. По этой же причине большинство рисунков выполнено в виде умышленно простых схем, легко доступных воспроизведению студентами.

Текст книги разделен на три группы. Материал, набранный основным шрифтом, соответствует принятой программе и, по мнению автора, является обязательным для изучения. Факультативный материал дан петитом. Наконец, в добавления вынесены некоторые (факультативные) вопросы, которые имеют чисто вычислительный характер.

Так как в настоящее время имеются задачки, соответствующие университетскому курсу физики, то включение в книгу задач и упражнений казалось мне излишним. Поэтому в книге приведены лишь сравнительно немногочисленные примеры, иллюстрирующие применение наиболее важных законов и составляющие, как правило, органическую часть текста.

В заключение я считаю своим приятным долгом выразить сердечную благодарность заведующему физическим кабинетом физического



факультета МГУ С. И. Усагину, который осуществлял многочисленные демонстрации при чтении мною этого курса; часть из них использована в настоящей книге. При работе над курсом я имел возможность обсудить ряд вопросов со многими профессорами и преподавателями кафедры физики № 1 физического факультета Московского университета, которым я выражаю свою благодарность. В частности, я глубоко признателен акад. И. К. Кикоину и доц. И. А. Яковлеву за просмотр отдельных частей рукописи и ценные замечания. Я весьма обязан также профессору Ленинградского университета К. К. Баумгарту, взявшему на себя труд рецензирования рукописи.

Июнь 1956 г.

*С. Г. Калашников*

# РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ

## ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

---

### Г Л А В А I

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЗАРЯДЫ

#### § 1. Введение

Напомним некоторые элементарные факты, касающиеся электрических зарядов. Так как они должны быть известны читателям из курса физики средней школы, мы остановимся на них лишь очень кратко.

Уже в глубокой древности было известно, что янтарь, потертый о шерсть, приобретает способность притягивать легкие предметы. Однако только в конце XVI в. английский врач Джильберт подробно исследовал это явление и нашел, что аналогичным свойством обладают многие другие вещества. Тела, способные, подобно янтарию, после натирания притягивать легкие предметы, он назвал наэлектризованными (от греческого *электрон* — янтарь). Теперь мы говорим, что на телах в таком состоянии имеются электрические заряды, а сами эти тела называем заряженными.

Укажем, что само трение при «электризации трением» не играет никакой принципиальной роли. Электрические заряды всегда возникают при тесном соприкосновении различных веществ. В случае твердых тел тесному соприкосновению препятствуют микроскопические выступы и неровности, всегда имеющиеся на поверхности. Сдавливая тела и притирая их друг к другу, мы лучше сближаем поверхности обоих тел, которые без притирания соприкасались бы только в немногих точках.

В некоторых телах электрические заряды могут свободно перемещаться между различными частями тела, в других же телах это не имеет места. Тела первого рода называют *проводниками* электричества, а тела второго рода — *изоляторами* или *диэлектриками*. Проводниками являются все металлы в твердом и жидком состояниях, водные растворы солей и кислот и многие другие вещества. Примерами изоляторов могут служить янтарь, кварц, эбонит и все газы в нормальных условиях.

Отметим, что разделение тел на проводники и изоляторы весьма условно. Все известные вещества в большей или меньшей степени

проводят электричество. Когда мы говорим, что данное тело есть изолятор, то этим мы выражаем только то обстоятельство, что в *данных условиях* опыта заряд, прошедший через тело, мал по сравнению с другими зарядами, участвующими в рассматриваемом явлении.

Опыт показывает, далее, что два заряженных тела могут либо отталкиваться, либо притягиваться друг к другу. Если зарядить два легких тела, подвешенных на изолирующих шелковых нитях, прикасаясь к ним стеклянной палочкой, потертой о шелк, то оба тела отталкиваются. То же наблюдается, если оба тела заряжены при помощи эбонитовой палочки, потертой о мех. Но если зарядить одно из тел от стеклянной палочки, а другое — от эбонитовой, то оба тела притягиваются друг к другу. Это означает, что заряды стекла и эбонита отличаются *по качеству*.

Несмотря на обилие различных веществ в природе, существуют только *два рода* электрических зарядов: заряды, подобные возникающим на стекле, потертом о шелк, и заряды, подобные появляющимся на эбоните, потертом о мех. Первые из них получили название *положительных зарядов*, а вторые — *отрицательных зарядов*. Следовательно, *одноименные заряды отталкиваются*, а *разноименные притягиваются*.

Явление электрического отталкивания используют для устройства *электроскопа* — прибора для обнаружения электрических зарядов.

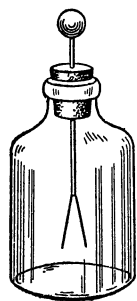


Рис. 1. Электроскоп.

На рис. 1 показан один из простейших электроскопов. При соприкосновении заряженного тела с металлическим стержнем электроскопа часть заряда тела переходит на электроскоп, и легкие металлические (или бумажные) листочки, скрепленные со стержнем, отклоняются под действием сил электрического отталкивания на некоторый угол.

## § 2. Электризация посредством влияния

При поднесении заряженного тела к незаряженному электроскопу можно видеть, что листочки отклоняются еще до соприкосновения тела с электроскопом. Если электроскоп предварительно зарядить, то при поднесении одноименно заряженного тела его листочки отклоняются сильнее; если тело имеет заряд противоположного знака, то отклонение листочков по мере приближения тела сначала уменьшается, а затем, после прохождения через нуль, снова увеличивается. Это показывает, что заряды возникают на проводнике (стержне электроскопа) уже тогда, когда поблизости присутствует заряженное тело, *под влиянием* этого тела. Поэтому описанное явление получило название *электризации посредством влияния* или *электри-*

ческой индукции, а возникающие заряды называют *наведенными* или *индуцированными*.

Более подробно электрическую индукцию можно исследовать на опыте, изображенном на рис. 2. Возьмем два одинаковых металлических цилиндра *a* и *б*, укрепленных на изолирующих подставках,

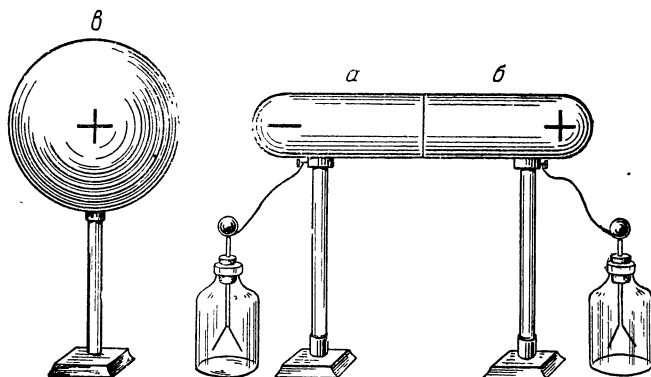


Рис. 2. Электризация посредством влияния.

и соединим каждый из цилиндров с электроскопом. Сдвинув оба цилиндра до соприкосновения, мы получим единый проводник. Зарядим теперь изолированный металлический шар *в* и расположим его поблизости от цилиндров *a* и *б*. Мы увидим, что электроскопы покажут появление зарядов на каждом из цилиндров. Если убрать

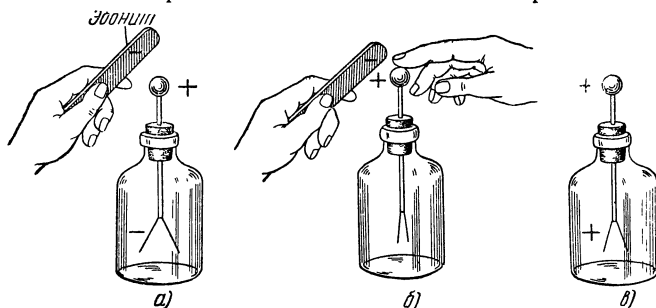


Рис. 3. Заряжение при помощи электрической индукции.

влияющее тело *в*, то исчезнут и наведенные заряды. Эти заряды можно, однако, уловить, если в присутствии влияющего тела раздвинуть цилиндры на некоторое расстояние. В этом случае цилиндры останутся заряженными и после удаления тела *в*. Поднося к каждому из цилиндров наэлектризованную стеклянную палочку и наблюдая за поведением листочков соответствующего электроскопа, можно



убедиться, что на цилиндре *б* (удаленном от влияющего тела) находится заряд того же знака, что у тела *в*, а на цилиндре *а* (обращенном к влияющему телу) — заряд противоположного знака.

Пользуясь электрической индукцией, можно удобно заряжать различные проводники (рис. 3). Для этого нужно к проводнику приблизить какое-либо заряженное тело (рис. 3, *а*) и соединить проводник с землей (например, коснуться его пальцем, рис. 3, *б*). При этом заряды, одноименные с зарядом тела, под действием электрического отталкивания уйдут в землю, заряды же противоположного знака будут удержаны на проводнике притяжением к влияющему телу. Если теперь отсоединить проводник от земли и убрать влияющее тело, то проводник окажется заряженным и притом зарядом противоположного знака по отношению к заряду тела (рис. 3, *в*).

### § 3. Электростатическая машина

Явление электрической индукции используют в электростатических машинах, предназначенных для непрерывного получения зарядов.

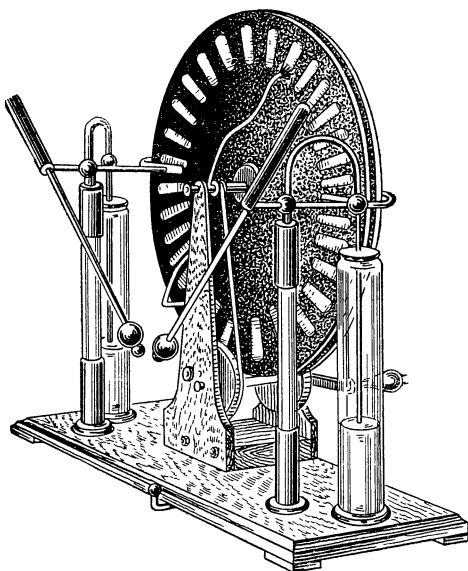


Рис. 4. Электрическая индукционная машина.

Устройство одного из типов такой машины показано на рис. 4. Она имеет два параллельных диска из хорошо изолирующего материала (эбонит, стекло, покрытое шеллачным лаком, плексиглас и т. п.). Диски укреплены на горизонтальных полуосях и вращаются в противоположные стороны. На каждом диске наклеены на равных расстояниях пластины из тонкой металлической фольги. Два металлических изолированных стержня (на рис. 4 виден только один), укрепленных неподвижно на станине машины, соединяют противоположные пары пластин на каждом диске. Контакт осуществляется при помощи мягких металлических щеток, укрепленных на концах стержней. Оба стержня повернуты

друг относительно друга на некоторый угол. Возникающие на пластинках заряды собираются металлическими щетками и накапливаются на соединенных с ними металлических проводниках (*электродах* машины).

Действие машины сводится к периодическому повторению процесса, показанного на рис. 3. При этом значительно увеличивают возникающие заряды, используя принцип *умножения* или *мультипликации* зарядов. Идея заключается в том, что часть зарядов, получаемых при помощи индукции, используют для усиления заряда влияющего проводника; это приводит к увеличению индукционных зарядов, что в свою очередь еще больше увеличивает заряд влияющего тела, и т. д.

Рис. 5 более подробно разъясняет этот процесс; для удобства чертежа вместо дисков изображены (в сечении) цилиндры.

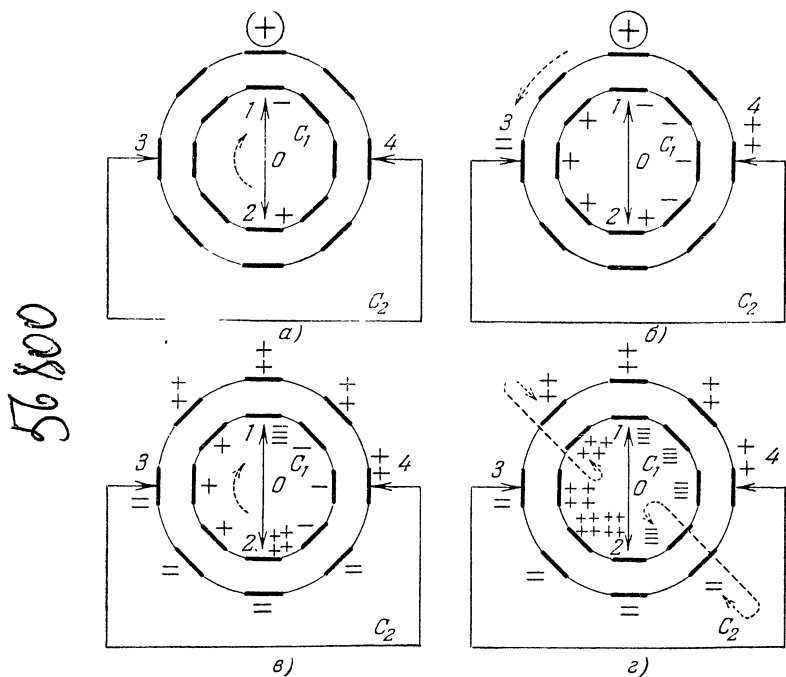


Рис. 5. К объяснению действия электростатической индукционной машины.

Пусть на одной из пластин внешнего цилиндра вследствие случайных причин возник слабый положительный заряд (на рис. 5, а он отмечен кружком). Тогда на двух пластинках внутреннего цилиндра, касающихся в данный момент концов 1 и 2 стержня  $C_1$ , появятся равные и противоположные по знаку индукционные заряды. Повернем теперь внутренний цилиндр на половину оборота по часовой стрелке, оставляя пока внешний цилиндр неподвижным. При этом индукционные заряды будут появляться на каждой паре диаметрально противоположных пластин, последовательно проходящих мимо стержня, и к концу половины оборота мы получим распределение зарядов, показанное на рис. 5, б. Остановим теперь внутренний цилиндр

и повернем внешний цилиндр на половину оборота против часовой стрелки. Теперь роль влияющего тела будет играть внутренний цилиндр, а индукционные заряды будут возникать на внешнем цилиндре. Однако на каждую внешнюю пластину теперь влияет не одна соседняя пластинка (как на рис. 5, а), но вся заряженная половина внутреннего цилиндра, отчего индукционный заряд будет больше. Положим, например, что этот заряд увеличился в два раза. Тогда после полуоборота внешнего цилиндра мы получим распределение зарядов, показанное на рис. 5, в. Остановим внешний цилиндр и повернем опять внутренний цилиндр на половину оборота в прежнем направлении. Теперь индукционные заряды, возникающие на внутреннем цилиндре, будут еще больше: они увеличатся в два раза по сравнению с рис. 5, а потому, что на каждую пластину влияет вся заряженная половина внешнего цилиндра, и еще в два раза вследствие предыдущего увеличения заряда каждой внешней пластинки, т. е. всего в четыре раза (рис. 5, г). При дальнейшем продолжении процесса все заряды будут быстро нарастать, пока количество возникающих зарядов не сделается равным заряду, теряемому вследствие неизбежных утечек через изоляцию.

Ясно, что те же самые процессы будут происходить и при одновременном вращении обоих цилиндров в противоположных направлениях. При этом металлические пластины играют попеременно и роль заряжаемого тела (соединенные стержнями *C*) и роль влияющего тела (не касающиеся стержней). Из рис. 5, г видно, что в секторах *103* и *204* заряды на обоих цилиндрах имеют один и тот же знак. Именно в эти секторы и помещают металлические щетки, отводящие заряды к электродам машины.

Электрические индукционные машины применяют в настоящее время в лабораторных опытах и для демонстрационных целей, когда необходимо получить большие напряжения (многие десятки тысяч вольт) и слабые токи (десятки микроампер). Для увеличения зарядов (токов) увеличивают количество дисков машины, доводя их число до 10—20.

#### § 4. Закон взаимодействия электрических зарядов

Начало количественного изучения электрических явлений относится к концу XVIII в., когда Кулон (1785 г.) установил на опыте закон взаимодействия электрических зарядов. Вследствие важности этого закона мы остановимся на нем подробнее.

Прежде всего отметим, что для заряженных тел произвольных размеров такой закон в общей форме дать нельзя, так как сила взаимодействия протяженных тел зависит от формы и взаимного расположения этих тел. Однако форма тел и их взаимная ориентировка перестают сказываться, если размеры тел весьма малы по сравнению с расстоянием между ними. Поэтому закон взаимодействия, имеющий общее значение, можно установить только для *точечных зарядов*.

Так как электрические заряды всегда распределены в объеме, то никаких конечных зарядов в математической точке, разумеется, быть не может. Под точечным зарядом в физике всегда понимают протяженное заряженное тело, размеры которого весьма малы по сравнению с расстоянием от других зарядов.

Схема опытов Кулона изображена на рис. 6 (*крутильные весы* Кулона). На тонкой металлической нити *H* подвешено легкое изо-

лирующее коромысло  $K$ , имеющее на одном из концов шарик  $A$ , а на другом — противовес  $П$ . Верхний конец нити закреплен на вращающейся головке прибора, позволяющей точно отсчитывать угол закручивания нити. Внутри прибора можно вносить второй изолированный шарик  $B$  такого же размера, как и шарик  $A$ . Большой стеклянный цилиндр защищает чувствительные части прибора от движения воздуха.

Чтобы установить, как зависит сила взаимодействия от расстояния между зарядами, шарикам  $A$  и  $B$  сообщают произвольные заряды, касаясь их третьим заряженным шариком, укрепленным на изолирующей ручке. Шарик отталкивается и устанавливается на некотором расстоянии, которое измеряют, пользуясь шкалой прибора. Затем вращают головку прибора и закручивают нить подвеса, замечая при этом расстояния, до которых сближаются шарик при различных углах закручивания нити. Как известно из механики, при деформации кручения (в области обратимых упругих деформаций) угол закручивания пропорционален моменту крутящей силы; зная, во сколько раз мы увеличили угол закручивания нити, мы тем самым определяем, во сколько раз увеличился момент силы, а отсюда можно определить и силу, действующую на шарик коромысла. В результате этих опытов Кулон заключил, что *сила взаимодействия двух точечных зарядов направлена вдоль линии, соединяющей оба заряда, и обратно пропорциональна квадрату расстояния между зарядами:*

$$F \sim \frac{1}{r^2}.$$

Сила взаимодействия между шариками зависит еще от величины зарядов шариков. Эту зависимость можно выяснить при помощи следующего опыта. Если коснуться на короткое время одного из шариков,  $A$  или  $B$ , другим шариком, имеющим такие же размеры, но не заряженным, то в силу тождественности обоих соприкасающихся шариков заряд распределяется между ними поровну. При этом оказывается, что сила взаимодействия между шариками  $A$  и  $B$ ,

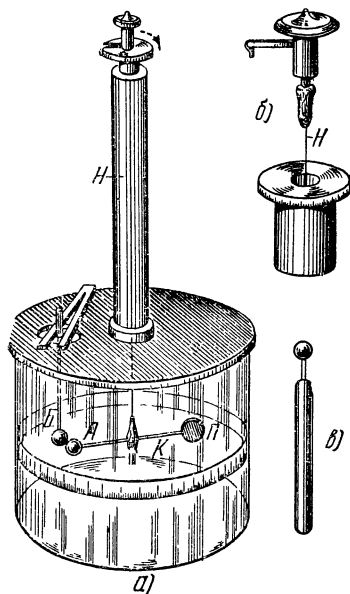


Рис. 6. Крутильные весы Кулона.

$a$  — общий вид прибора,  $b$  — головка прибора,  $c$  — проводник для зарядки шариков  $A$  и  $B$ .



на одном из которых теперь находится лишь половина первоначального заряда, при том же расстоянии уменьшается в два раза. Повторяя этот прием, можно уменьшить заряд шарика в два, четыре и т. д. раз и убедиться, что сила взаимодействия пропорциональна заряду каждого из шариков.

Более точно этот вопрос можно исследовать следующим образом. Сообщим шарикам  $A$  и  $B$  некоторые (неизвестные) заряды и измерим силу взаимодействия  $F_{AB}$  между ними при некотором определенном расстоянии. Заменяем, далее, шарик  $B$  другим (третьим) заряженным шариком  $B$  и измерим снова силу взаимодействия  $F_{AB}$  между  $A$  и  $B$  при том же расстоянии, что и в первом случае. Если теперь изменить произвольным образом заряд шарика  $A$  и опять измерить силы взаимодействия шарика  $A$  с шариками  $B$  и  $B$ , то опыт показывает, что *отношение сил*  $F_{AB} : F_{AB}$  в обоих случаях одинаково, т. е. *не зависит от величины заряда шарика  $A$* . Это значит, что указанное отношение сил зависит только от зарядов шариков  $B$  и  $B$ , а следовательно, можно положить это отношение сил равным отношению величин зарядов обоих шариков, т. е.

$$\frac{F_{AB}}{F_{AB}} = \frac{q_B}{q_B}.$$

Это соотношение является *определением отношения величин двух зарядов* и указывает *способ сравнения* зарядов.

Полученный результат показывает, что сила взаимодействия пропорциональна заряду одного из шариков ( $A$ ). Так как оба шарика в этих опытах равноправны, то отсюда следует, что сила взаимодействия пропорциональна величине каждого из зарядов  $q_1$  и  $q_2$ .

Таким образом, величина силы взаимодействия двух точечных зарядов равна

$$F = f \frac{q_1 q_2}{r^2}. \quad (4.1)$$

Здесь  $f$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц для измерения заряда, расстояния и силы.

Для того чтобы выразить не только величину силы, но и ее направление, закон Кулона можно представить в векторной форме:

$$\mathbf{F}_{12} = f \frac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \mathbf{r}_{12}, \quad (4.1a)$$

где  $\mathbf{F}_{12}$  — вектор силы, действующей на заряд 2 со стороны заряда 1, а  $\mathbf{r}_{12}$  — радиус-вектор, направленный от заряда 1 к заряду 2.

Описанные опыты были проведены в атмосферном воздухе, в котором взаимодействие зарядов ничтожно мало отличается от взаимодействия в вакууме. Поэтому формулы (4.1) и (4.1a) выражают закон взаимодействия зарядов в *вакууме*.

## § 5. Абсолютная электростатическая система единиц

Для определения коэффициента пропорциональности  $f$  в законе Кулона мы должны остановиться на какой-либо определенной системе единиц.

Всякая система единиц состоит из некоторого числа основных единиц, выбираемых независимо друг от друга, и совокупности производных единиц. Последние образуются из основных (и других производных) единиц с помощью подходящим образом выбранных соотношений, выражающих определенные физические законы и связывающих между собой данную физическую величину, для которой устанавливается единица измерения, с другими величинами, единицы измерения которых уже определены. Каждое такое соотношение, используемое для установления той или иной производной единицы, мы будем называть определяющим соотношением для данной единицы.

В физике до настоящего времени часто употребляют абсолютную систему единиц (механических, электрических и магнитных) СГС, построенную на трех основных единицах: длины (*сантиметр*), массы (*грамм*) и времени (*секунда*) (ср. Механику). Единицей силы в этой системе служит дина. Если измерять расстояние  $r$  в *см*, а силу  $F$  в *динах*, то в законе Кулона будет единственная неопределенная единица — для измерения заряда. Поэтому можно выбрать эту единицу таким образом, чтобы было  $f = 1$ , т. е. чтобы закон Кулона приобрел наиболее простую форму. Такая единица заряда получила название *абсолютной электростатической единицы заряда*.

Полагая в формуле (4.1)  $r = 1$ ,  $q_1 = q_2 = 1$ , мы получаем  $F = 1$ . Это значит, что *абсолютная электростатическая единица заряда есть такой заряд, который действует в вакууме на равный ему заряд, удаленный на расстояние 1 см, с силой в 1 дина*.

Если измерять заряды в абсолютных электростатических единицах, силу — в динах, а расстояние — в сантиметрах, то закон Кулона (4.1) принимает вид:

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2}. \quad (5.1)$$

Выбирая за основные единицы сантиметр, грамм и секунду и пользуясь абсолютной электростатической единицей заряда, можно определить единицы измерения всех электрических и магнитных величин, с которыми мы познакомимся в дальнейшем. Такая система единиц называется *абсолютной электростатической системой* и обозначается символом СГСЭ.

Таким образом, в системе СГСЭ единица заряда есть производная единица. Определяющим соотношением для нее служит закон Кулона.

В дальнейшем мы будем пользоваться общепринятым способом обозначения производных единиц. Для этого данную величину мы будем выражать из определяющего соотношения и в полученное выражение будем подставлять вместо физических величин единицы их измерения. Так, например, из формулы (5.1) мы имеем

$$q = rF^{1/2}.$$

Поэтому

$$1 \text{ СГСЭ-единица заряда} = 1 \text{ см} \cdot \text{дин}^{1/2}.$$

Такой способ обозначения производных единиц удобен потому, что он определяет их *размерность*, т. е. показывает, как изменяется единица измерения данной физической величины при изменении других единиц системы. Так, например, приведенное выражение показывает, что при увеличении единицы длины в  $a$  раз и единицы силы в  $b$  раз единица заряда увеличивается в  $ab^{1/2}$  раз.

Производные единицы можно также выразить только через основные единицы. Так, например, учитывая, что 1 дина есть  $1 \text{ г} \cdot \text{см} \cdot \text{сек}^{-2}$ , мы можем написать, что

$$1 \text{ СГСЭ-единица заряда} = 1 \text{ см}^{3/2} \cdot \text{г}^{1/2} \cdot \text{сек}^{-1}.$$

Это выражение определяет размерность СГСЭ-единицы заряда относительно основных единиц системы и показывает, что при увеличении единицы длины в  $l$  раз, единицы массы — в  $m$  раз и единицы времени — в  $n$  раз единица заряда увеличивается в  $l^{3/2}m^{1/2}n^{-1}$  раз, а следовательно, во столько же раз уменьшается численное значение этой величины. (Более подробно о системах физических единиц и размерностях см. Механику.)

В дальнейшем мы будем выражать производные единицы через основные и другие производные единицы, а именно такие, которые входят в определяющие соотношения. Это более удобно, нежели использование только основных единиц системы, так как выражения для производных единиц оказываются более простыми и, кроме того, они указывают на определяющее соотношение для данной производной единицы.

## § 6. Международная система единиц СИ

Помимо системы СГСЭ можно построить и другие абсолютные системы электрических и магнитных единиц. Так, например, в § 83 мы познакомимся с электромагнитной системой единиц СГСМ, которая, как и система СГСЭ, построена на трех основных единицах: длины (*сантиметр*), массы (*грамм*) и времени (*секунда*), но основана не на законе электростатического взаимодействия зарядов, а на законе магнитного взаимодействия токов. Эта система является

также абсолютной, так как в ней все магнитные единицы определяются таким образом, чтобы коэффициенты пропорциональности в законах магнетизма обратились в единицу. Система единиц СГСЭ весьма удобна для описания электрических явлений, а система СГСМ — для магнитных явлений. Особенно широко в физической литературе применяется также так называемая симметричная система электрических и магнитных единиц (система Гаусса), представляющая собой сочетание обеих систем СГСЭ и СГСМ (см. Добавление 12).

Однако эти абсолютные системы единиц, наряду с весьма большими их достоинствами, обладают также тем недостатком, что единицы многих электрических и магнитных величин получаются в них неудобными для целей практики, так как оказываются или слишком большими, или слишком малыми. Поэтому в настоящее время получила широкое распространение *Международная система единиц*, сокращенно обозначаемая латинскими буквами SI (The system international of units) и русскими буквами СИ (система интернациональная). При разработке этой системы стремились к тому, чтобы единицы измерения основных электрических и магнитных величин совпали с соответствующими практическими единицами, давно установившимися и принятыми в электротехнике и радиотехнике. В СССР и в ряде других стран система СИ установлена как предпочтительная во всех областях науки, техники и народного хозяйства, а также при преподавании, и поэтому в дальнейшем мы будем пользоваться этой системой.

Система единиц СИ построена на шести основных единицах и двух дополнительных угловых единицах (радиан, стерадиан). Тремя основными механическими единицами в ней служат *метр, килограмм-масса и секунда*. Единицей силы в ней является такая сила, которая сообщает массе 1 кг ускорение 1 м/сек<sup>2</sup> (ньютон, н):

$$1 \text{ н} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{сек}^2} = 1 \frac{10^3 \text{ г} \cdot 10^2 \text{ см}}{\text{сек}^2} = 10^5 \text{ дин.}$$

Единицей работы служит *джоуль (дж)*:

$$1 \text{ дж} = 1 \text{ н} \cdot \text{м} = 10^5 \text{ дин} \cdot 10^2 \text{ см} = 10^7 \text{ эрг.}$$

Единица мощности есть *ватт (вт)*:  $1 \text{ вт} = 1 \frac{\text{дж}}{\text{сек}}$ .

Тремя другими основными единицами являются: единица силы тока — *ампер (а)*, единица температуры — *градус Кельвина (°К)* и единица силы света — *свеча (св)*. Каждая из этих единиц, в совокупности с тремя основными механическими единицами, позволяет образовать все производные единицы для величин, имеющих немеханическую природу: ампер — единицы электрических и магнитных величин, градус Кельвина — единицы тепловых величин, свеча — единицы световых величин.

В настоящей книге нам придется иметь дело только с системой механических, электрических и магнитных единиц, которая построена на четырех основных единицах. Она совпадает с так называемой системой единиц МКСА (метр, килограмм-масса, секунда, ампер), являющейся частью Международной системы единиц СИ.

Единица электрического заряда в системе СИ есть *кулон* ( $\kappa$ ). Она является производной единицей и определяется как заряд, проходящий за 1 *сек* через сечение проводника, в котором имеется неизменяющийся ток силой 1 *а*. Или, иначе,

$$1 \kappa = 1 \text{ а} \cdot \text{сек.}$$

Определение ампера основано на законе магнитного взаимодействия токов и будет дано в § 94. Из этого определения следует, что 1 кулон содержит  $10c$  единиц заряда СГСЭ, где  $c = 2,99790 \cdot 10^8$  есть скорость света в вакууме, выраженная в *м/сек*. В дальнейшем мы будем пользоваться округленным значением этой величины и считать, что

$$1 \text{ кулон} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ-единиц заряда.}$$

Второе отличие системы СИ от системы СГСЭ заключается в том, что в ней используется так называемая *рационализованная* форма записи законов электричества. Это изменение заключается в следующем. Во многие формулы электричества, в особенности в те, которые часто встречаются в практике, входит множитель  $4\pi$ . Чтобы избавиться от этого множителя в практически важных формулах, в формулу записи закона Кулона с самого начала вводят множитель  $1/4\pi$ . Такой же множитель оказывается удобным ввести и в основной закон магнитного взаимодействия токов (ср. § 85). Поэтому закон Кулона в системе единиц СИ записывают в виде

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}, \quad (6.1)$$

где вместо коэффициента пропорциональности  $f$ , входящего в формулу (4.1), написано  $1/4\pi\epsilon_0$ . Здесь  $\epsilon_0$  — некоторая постоянная, зависящая от выбора единиц. Однако, так как единица заряда уже определена, эту постоянную нельзя обратить в единицу. Поэтому в системе СИ, в отличие от системы СГСЭ, в законы электричества входит новая постоянная  $\epsilon_0$ , имеющая определенную размерность. Эту постоянную мы будем называть в дальнейшем *электрической постоянной*.

Нетрудно найти, чему равно значение  $\epsilon_0$  в системе СИ. Положим, что два точечных заряда  $q_1 = q_2 = 1 \kappa = 3 \cdot 10^9$  СГСЭ-единиц заряда, удаленных на расстоянии  $1 \text{ м} = 10^2 \text{ см}$ , взаимодействуют в вакуу-

ме. Тогда, согласно формуле (5.1), сила взаимодействия равна

$$F = \frac{(3 \cdot 10^9)^2}{(10^2)^2} = 9 \cdot 10^{14} \text{ дин} = 9 \cdot 10^9 \text{ н.}$$

С другой стороны, согласно формуле (6.1), эта же сила есть

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1 \cdot 1}{1^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \text{ н.}$$

Отсюда

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ единицы СИ.}$$

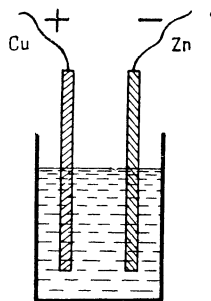
О единице измерения  $\epsilon_0$  см. в § 37.

## § 7. Гальванические элементы

Электризация трением и электрическая индукция не являются единственными способами заряжения тел, и позже мы познакомимся с другими многочисленными методами. Сейчас же мы упомянем еще о получении зарядов с помощью *гальванических элементов*. Этот способ имеет важное практическое значение и понадобится нам в дальнейшем.

Гальваническим элементом называют два различных проводника, соединенных электропроводящим раствором (обычно водным раствором кислоты или соли). На рис. 7 показан один из простейших элементов — элемент Вольта. Он состоит из медной и цинковой пластин, называемых *электродами* элемента, погруженных в слабый водный раствор серной кислоты. Медь заряжается положительно, а цинк — отрицательно. Положительный электрод часто называют *анодом*, а отрицательный — *катодом*.

Устройство различных гальванических элементов и процессы, в них происходящие, будут рассмотрены в гл. XVIII.



Водный раствор  $H_2SO_4$ .

Рис. 7. Элемент Вольта.

## § 8. Электризация как разделение зарядов

Опыт показывает, что возникновение заряда на любом теле всегда сопровождается появлением другого заряда, равного ему по величине, но противоположного по знаку. Так, например, при электрической индукции появление заряда на одной из частей проводника всегда происходит одновременно с появлением заряда такой же величины, но противоположного знака, на другой части проводника. В гальванических элементах мы имеем всегда два электрода, один из которых заряжается положительно, а другой — отрицательно. При электризации

трением также всегда заряжаются оба притираемых тела и притом равными по величине, но разноименными зарядами.

На рис. 8 изображен опыт, подтверждающий сказанное. Укрепим на хорошо изолирующих палочках небольшую эбонитовую пластинку (А) и деревянную, оклеенную мехом (Б). Потрем пластинки друг о друга, держа их за изолирующие палочки, и будем вносить их поочередно внутрь металлического ведерка, укрепленного на стержне электрометра. Листочки электрометра будут отклоняться при внесении каждой пластинки — и эбонитовой, и оклеенной мехом. Внесем теперь в ведерко обе пластинки вместе. Листочки электрометра не покажут никакого отклонения, хотя пластинки продолжают оставаться заряженными; в этом можно убедиться, удаляя одну из пластинок из ведерка электрометра.

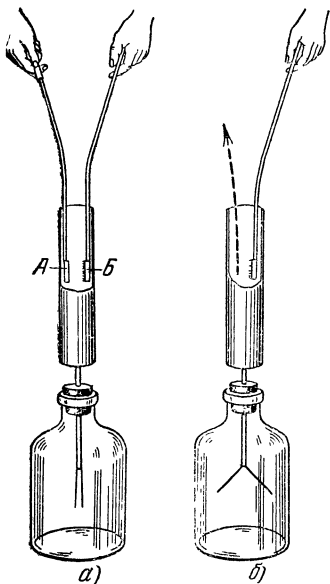


Рис. 8. При электризации трением оба тела заряжаются одинаковыми по величине разноименными зарядами.

Одновременное появление разноименных зарядов одинаковой величины при всяком процессе зарядки привело к заключению, что во всех телах всегда содержатся положительные и отрицательные заряды. В обычных условиях, однако, количество положительного заряда в каждом объеме тела равно количеству отрицательного заряда, и поэтому тело представляется нам незаряженным. Всякий процесс зарядки есть процесс *разделения* электрических зарядов, при котором на одном из тел (или части тела) появляется избыток положительного заряда, а на другом (или другой части тела) — избыток отрицательного заряда. Общее количество положительного и отрицательного зарядов, содержащихся в телах, не изменяется, а эти заряды только *перераспределяются* между телами. Поэтому алгебраическая *сумма зарядов*, возникающих при любом электрическом процессе *на всех* телах, участвующих в процессе, *всегда равна нулю*. Это мы и видели в опыте, изображенном на рис. 8.

## § 9. Электроны

В настоящее время твердо установлено, что электрические заряды существуют в природе в виде заряженных частиц, которые мы считаем простейшими, или элементарными. Элементарная отрицательно заряженная частица получила название *электрон*. Заряд каждого

из электронов одинаков; он представляет собой наименьшее известное в природе количество заряда и может быть назван атомом электричества. Заряд электрона, или *элементарный заряд*, равен  $1,60 \cdot 10^{-19}$  кулона (см. § 158). Каждый электрон обладает также массой, которая равна всего около  $10^{-30}$  кг. Поэтому можно привести на тело и убрать с него огромное количество электронов без заметного изменения массы тела.

В состав атома каждого элемента входит определенное свойственное ему количество электронов. Атом в целом, однако, не заряжен, так как в нем имеется и положительный заряд, равный по

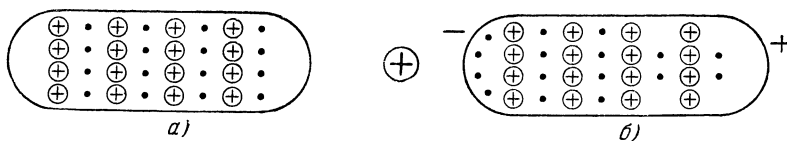


Рис. 9. Схема объяснения электрической индукции в электронной теории.

⊕ — положительные ионы металла, ● — электроны проводимости.

а — металл в незаряженном состоянии, б — металл в присутствии влияющего тела.

величине сумме зарядов всех электронов атома. Положительный заряд атома заключен в ядре атома, в котором сосредоточена практически вся масса атома.

Если атом теряет один или несколько электронов, то он обращается в положительно заряженный атом, или *положительный ион*. Если атом захватывает дополнительные электроны, образуется отрицательно заряженный атом, или *отрицательный ион*. Процесс заряжения какого-либо тела представляет собой либо перенос на это тело, либо увод с него некоторого количества электронов или ионов.

Теория, объясняющая различные свойства вещества наличием в нем электронов и их движением, носит название *электронной теории*. Рассмотрим некоторые уже известные нам электрические явления с точки зрения электронной теории.

Хорошие проводники электричества — это такие тела, в которых электрические частицы могут свободно перемещаться. Электропроводность металлов обусловлена тем, что часть электронов, содержащихся в металле, находится в подвижном состоянии. Такие электроны называются *свободными* электронами или *электронами проводимости*.

В явлении электрической индукции приближение влияющего тела вызывает появление сил, действующих на электроны проводимости металла, отчего они перемещаются и перераспределяются, пока не будет достигнуто новое положение равновесия. Если, например,



влияющее тело заряжено положительно, то электроны проводимости будут притягиваться к нему и на ближнем к телу конце проводника появятся избыточные электроны, т. е. отрицательный заряд; на удаленном конце образуется недостаток электронов, а следовательно, здесь проявляется избыток положительных ионов, т. е. возникает положительный заряд (рис. 9).

В дальнейшем мы рассмотрим основные опыты, доказывающие существование электронов, позволяющие определить их свойства и выясняющие участие электронов в различных электрических явлениях. Однако существование электронов целесообразно учесть уже с начала изучения электричества, так как это сразу позволяет просто и наглядно объяснить многие электрические явления.

## ГЛАВА II ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

### § 10. Понятие об электрическом поле

При исследовании взаимодействия электрических зарядов, естественно, возникает вопрос, *почему* появляются силы, действующие на заряды, и *как* они передаются от одного заряда к другому? Совершенно так же можно поставить и следующий вопрос: механические силы возникают только при наличии двух зарядов; происходят ли, однако, какие-либо изменения в окружающем пространстве при наличии только *одного* заряда, когда второго нет вовсе?

В процессе развития физики существовали два противоположных подхода к ответу на поставленные вопросы. При одном из них предполагалось, что телам присуще свойство действовать на другие тела на расстоянии, без участия промежуточных тел или среды, т. е. предполагалось, что силы могут передаваться от одного тела к другому через пустоту и притом *мгновенно* (теории *дальнодействия*). С этой точки зрения при наличии только одного заряда никаких изменений в окружающем пространстве не происходит.

Согласно второму взгляду силовые взаимодействия между разобщенными телами могут передаваться только при наличии какой-либо среды, окружающей эти тела, последовательно от одной части этой среды к другой, и *с конечной скоростью* (теории *близкодействия*); даже при наличии одного-единственного заряда в окружающем пространстве происходят определенные изменения.

Современная материалистическая физика сохраняет только идею близкодействия и отвергает дальнодействие. Действительно, допущение возможности передачи силовых взаимодействий, т. е. движения, через пустоту, без участия материи, равносильно допущению возможности движения без материи, что бессодержательно.

Таким образом, для понимания происхождения и передачи сил, действующих между покоящимися зарядами, необходимо допустить наличие между зарядами какого-то физического агента, осуществляющего это взаимодействие. Этим агентом и является *электрическое поле*. Когда в каком-либо месте появляется электрический заряд, то вокруг этого заряда возникает электрическое поле. Основное свойство электрического поля заключается в том, что на всякий другой заряд помещенный в это поле, действует сила.

Рассматривая взаимодействие покоящихся зарядов, мы приходим к понятию электрического поля. Подобным же образом, рассматривая магнитное взаимодействие движущихся зарядов (токов) или постоянных магнитов, мы приходим к понятию *магнитного поля*. Мы увидим (гл. XIII), что электрические и магнитные поля могут превращаться друг в друга и что каждое из них есть лишь частный случай более общего *электромагнитного поля*. Далее, будет показано, что электрические (и магнитные) поля могут существовать и без зарядов (и токов), первоначально их породивших (гл. XXIII), и что именно в электромагнитном поле нужно видеть основную причину электрических и магнитных явлений. Электромагнитное поле заключает в себе и переносит определенную энергию (§ 271), и также обладает количеством движения и массой (§ 274). Таким образом, электромагнитное поле не есть абстрактный образ, введенный нами для описания электрических и магнитных взаимодействий, но представляет собой физическую сущность, обладающую определенными *физическими свойствами*.

Диалектический материализм лишил понятие материи старой физики его узкого механистического смысла. Согласно ленинскому определению единственный и общий признак материи есть ее объективное существование: материя есть *объективная реальность, существующая независимо от человеческого сознания и отображаемая им*. Сопоставляя сказанное выше, мы видим, что электрическое (и магнитное) поле, или, общее, электромагнитное поле, представляет собой определенную *форму материи*. Эта форма материи (поле), порождаясь зарядами и токами, осуществляет электрические и магнитные взаимодействия. Таким образом, современная физика при помощи понятия поля расширяет представление о близкодействии и распространяет его на *немеханические явления*.

## § 11. Напряженность электрического поля

Для количественной характеристики электрического поля служит специальная физическая величина — *напряженность* электрического поля.

Рассмотрим точечный электрический заряд величины  $q$  и будем вносить в электрическое поле этого заряда другой точечный *пробный*

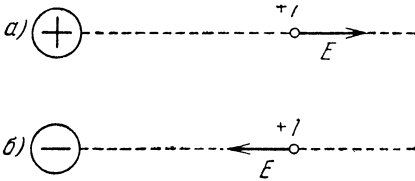
заряд величины  $q_1$ . На пробный заряд  $q_1$  будет действовать сила  $F$ , различная в разных точках поля, которая согласно закону Кулона будет пропорциональна величине пробного заряда  $q_1$ . Поэтому, если мы возьмем отношение этой силы к величине пробного заряда,  $F/q_1$ , то эта величина уже не будет зависеть от выбора пробного заряда и будет характеризовать электрическое поле в той точке, где находится пробный заряд. Эта величина и получила название напряженности поля.

В случае, если электрическое поле вызвано одним точечным зарядом  $q$ , величина напряженности поля получается непосредственно из закона Кулона, если обе части равенства разделить на величину второго заряда. Обозначая напряженность поля через  $E$ , мы имеем:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}. \quad (11.1)$$

Напряженность поля точечного заряда убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от заряда.

Так как электрический заряд есть скаляр, а сила — вектор, то напряженность поля, получаемая от деления вектора на скаляр, есть *вектор*. Направление этого вектора определяет направление силы, действующей на положительный заряд, помещенный в рассматриваемую точку поля. Так, например, если поле вызвано *положительным* зарядом, то вектор напряженности направлен вдоль



радиуса-вектора от заряда во внешнее пространство (отталкивание положительного пробного заряда);

Рис. 10. Направление напряженности электрического поля, создаваемого положительным (а) и отрицательным (б) зарядами.

если поле вызвано *отрицательным* зарядом, то вектор напряженности направлен к заряду (рис. 10).

Пользуясь законом Кулона в векторной форме, мы можем написать и выражение для напряженности электрического поля точечного заряда также в векторной форме:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \mathbf{r}. \quad (11.1a)$$

Здесь  $r$  — абсолютное значение расстояния от заряда до рассматриваемой точки поля, а  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор, направленный от заряда в данную точку.

Из сказанного следует, что если известна напряженность поля в какой-либо точке, то тем самым определена и сила, действующая на электрический заряд, помещенный в эту точку. А именно:

$$F = qE. \quad (11.2)$$

Отметим в заключение, что для случая поля, вызванного точечным зарядом, выбор величины пробного заряда безразличен. В более сложных случаях, рассматриваемых ниже, может оказаться, что само внесение пробного заряда вызывает перераспределение зарядов, создающих поле, и поэтому пробный заряд может вызвать *искажение* поля. Чтобы это не имело места, пробный заряд должен быть *достаточно малым*.

## § 12. Сложение электрических полей

Рассмотрим теперь электрическое поле двух точечных зарядов  $q_1$  и  $q_2$ . Пусть  $E_1$  — напряженность поля в точке  $a$ , создаваемая зарядом  $q_1$  (когда заряда  $q_2$  нет вовсе), а  $E_2$  — напряженность поля заряда  $q_2$  (когда нет заряда  $q_1$ ). Опыт показывает, что напряженность  $E$  результирующего поля (при наличии *обоих* зарядов) может быть найдена по правилу сложения векторов (по правилу параллелограмма) (рис. 11). Или, иначе, *напряженность результирующего электрического поля есть векторная сумма напряженностей полей, создаваемых отдельными зарядами*.

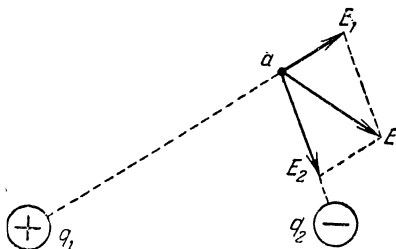


Рис. 11. Сложение электрических полей.

Правило векторного сложения электрических полей справедливо не только для двух, но и для какого угодно количества зарядов. Если  $E_1, E_2, E_3, \dots$  — напряженности полей, создаваемых отдельными зарядами в какой-либо точке, то напряженность  $E$  результирующего поля в той же точке равна

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots = \sum_k E_k. \quad (12.1)$$

Соотношение (12.1) выражает *принцип наложения* (или *суперпозиции*) электрических полей и представляет важное свойство электрического поля.

Отметим, что справедливость принципа наложения электрических полей заранее не очевидна и в его правильности нас убеждает только опыт. А именно, вычисляя электрические поля при помощи принципа наложения, мы всегда получаем результаты, согласующиеся с опытом.

## § 13. Объемная и поверхностная плотности заряда

Пользуясь формулами (11.1) и (12.1), можно вычислить напряженность электрического поля, создаваемого любыми заряженными телами.

Если линейные размеры каждого из заряженных тел малы по сравнению с расстояниями между этими телами и рассматриваемой

точкой поля, то каждое из тел можно рассматривать как точечный заряд. В этом случае по формуле (11.1) можно вычислить напряженность поля, создаваемого каждым из заряженных тел, и затем, пользуясь принципом наложения полей (12.1), найти их векторную сумму.

Если заряженное тело настолько велико, что его нельзя рассматривать как точечный заряд, то в этом случае необходимо знать *распределение* зарядов внутри тела.

Выделим внутри заряженного тела малый объем  $\Delta\tau$  и обозначим через  $\Delta q$  величину электрического заряда, находящегося в этом объеме. Предел отношения  $\frac{\Delta q}{\Delta\tau}$ , когда величина объема неограниченно уменьшается, называют *объемной плотностью электрических зарядов* в данной точке. Обозначая ее через  $\rho$ , имеем:

$$\lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta\tau} = \rho. \quad (13.1)$$

Таким образом, объемная плотность заряда измеряется зарядом единицы объема тела. Величина заряда, находящегося в элементе объема  $d\tau$ , равна  $\rho d\tau$ . В общем случае неравномерно заряженного тела  $\rho$  различно в разных точках. Распределение заряда в объеме тела задано, если известно  $\rho$  как функция координат.

Очень часто заряды распределяются в телах только внутри тонкого слоя, прилегающего к поверхности. В этом случае удобно пользоваться *поверхностной плотностью заряда*, которая, по определению, есть

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \sigma. \quad (13.2)$$

Здесь  $\Delta q$  — величина заряда, находящегося на участке поверхности  $\Delta S$ . Иными словами, поверхностная плотность заряда измеряется зарядом единицы поверхности тела. Величина заряда, находящегося на элементе поверхности  $dS$ , равна  $\sigma dS$ . Для задания распределения зарядов на поверхности тела нужно знать  $\sigma$  как функцию координат поверхности.

Если известно распределение зарядов внутри тела, то можно вычислить и электрическое поле, создаваемое этим телом. Для этого заряженное тело разбивают на бесконечно малые части и, рассматривая их как точечные заряды, вычисляют напряженность поля, создаваемую отдельными частями тела. Полное поле находят затем суммированием полей, вызываемых отдельными частями тела; суммирование обычно сводится к интегрированию.

Следует, однако, отметить, что определение электрического поля по заданным зарядам чаще всего производят посредством вычисления разности потенциалов (гл. III), так как в этом случае расчеты проще.

## § 14. Силовые линии

Для того чтобы описать электрическое поле, нужно задать вектор напряженности в каждой точке поля. Это можно сделать аналитически, выражая зависимость напряженности поля от координат в виде формул. Однако эту зависимость можно представить и графически. Для этого пользуются *силовыми линиями*.

Силовой линией, или линией вектора напряженности поля, называют линию, проведенную в электрическом поле, для которой направление касательной в любой точке совпадает с направлением вектора напряженности поля (рис. 12). Так как касательная, как и всякая прямая, определяет два взаимно противоположных направления, то силовой линии приписывают определенное направление, отмечая его на чертеже стрелкой.

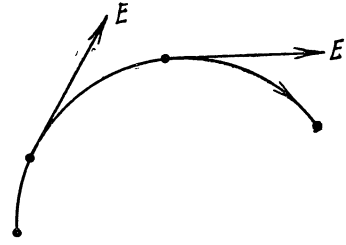


Рис. 12. К определению силовой линии.

Чтобы при помощи силовых линий изобразить не только направление, но и *величину* напряженности поля, условились на графиках поля проводить силовые линии с определенной густотой, а именно так, чтобы число силовых линий, проходящих через единицу поверхности, перпендикулярной к силовым линиям, было равно (или пропорционально) величине напряженности поля в данном месте.

Изображая силовые линии поля, мы получаем своеобразные графики или карты поля, которые сразу наглядно показывают, чему равна напряженность в разных частях поля и как она изменяется в пространстве. Вследствие большей наглядности этот способ представления полей широко применяют в электротехнике.

Из сказанного следует, что силовую линию можно провести через *всякую* точку поля. Далее, так как в каждой точке поля вектор напряженности имеет вполне определенное направление, то силовые линии нигде не пересекаются.

На рис. 13 в качестве примера дана картина силовых линий точечного заряда. Густота силовых линий на каком-либо расстоянии  $r$  от заряда равна отношению полного числа силовых линий  $N$ , вышедших из заряда, к поверхности сферы радиуса  $r$ , т. е.  $N/4\pi r^2$ . Она убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от заряда, т. е. так же, как и напряженность поля.

Если удастся вычислить напряженность электрического поля, то можно построить и чертежи силовых линий этого поля. Однако в случае заряженных тел сложной формы такие вычисления могут быть трудны. В этих случаях картину силовых линий можно получить на опыте.

Если в электрическом поле поместить какие-либо мелкие частицы, то на них возникнут индукционные заряды (рис. 14, а). Такие частицы будут перемещаться под влиянием взаимного притяжения

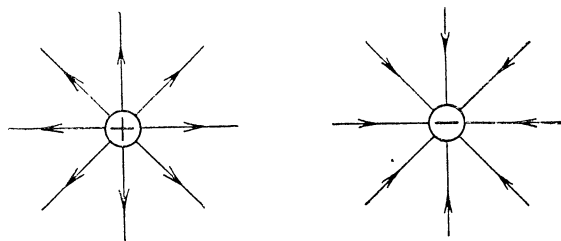


Рис. 13. Силовые линии точечного заряда.

Силовые линии заканчиваются (или начинаются) на окружающих предметах, на которых возникают индукционные заряды.

разноименных зарядов и отталкивания одноименных, пока не установится в виде цепочки, направленной вдоль силовой линии (рис. 14, б). Этим и пользуются для экспериментального исследования электрического поля: в изучаемое поле вносят подходящий жидкий изолятор, к которому подмешан порошок из мелких твердых частичек; частицы порошка образуют в электрическом поле множество цепочек, простирающихся от одного заряженного электрода до другого, и воспроизводят форму и расположение силовых линий.

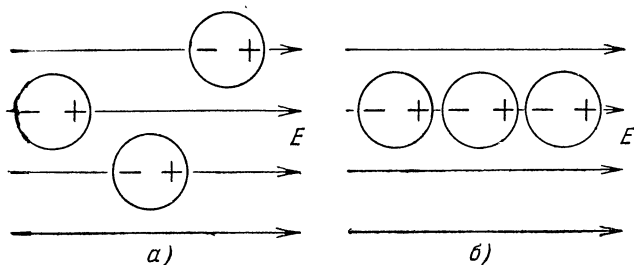


Рис. 14. Мелкие частицы в электрическом поле.

На рис. 15 показана схема такого опыта. Изучаемое поле возникает между металлическими электродами *а* и *б*. Электроды помещены в небольшую ванну с плоским прозрачным дном, заполненную взвесью манной крупы в касторовом масле. Освещая внутренность ванны сильным источником света, можно спроектировать картину силовых линий в увеличенном виде на экран или сфотографировать.

На рис. 16 показано электрическое поле между двумя одинаковыми шариками, заряженными разноименно. Изображенное поле

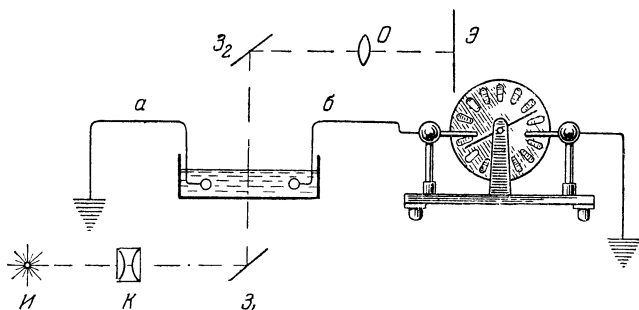


Рис. 15. Схема опыта для получения картины силовых линий электрического поля:

*а* и *б* — металлические электроды, между которыми возникает поле; *И* — источник света, *К* — конденсор, *З<sub>1</sub>* и *З<sub>2</sub>* — плоские зеркала, *О* — объектив, *Э* — экран.

возникает в том случае, если другие окружающие тела расположены достаточно далеко, т. е. на расстояниях значительно больших, чем расстояние между шариками.

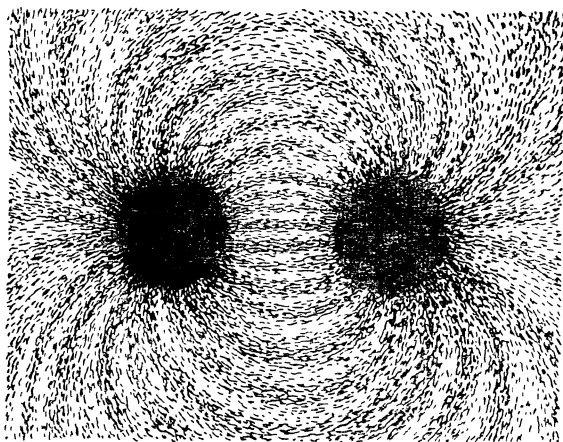


Рис. 16. Силовые линии электрического поля между двумя разноименно заряженными шариками.

Рассмотрим еще электрическое поле между двумя параллельными металлическими пластинами, заряженными разноименными зарядами. Такая система называется *плоским конденсатором*. Для получения этого поля одну из пластин соединим с одним из полюсов



электрической машины, а второй полюс машины и вторую пластину соединим с землей. Электрическое поле плоского конденсатора показано на рис. 17. Если расстояние между пластинами мало по сравнению с размерами пластин, то практически все силовые линии, исходящие из одной пластины, заканчиваются на второй пластине.

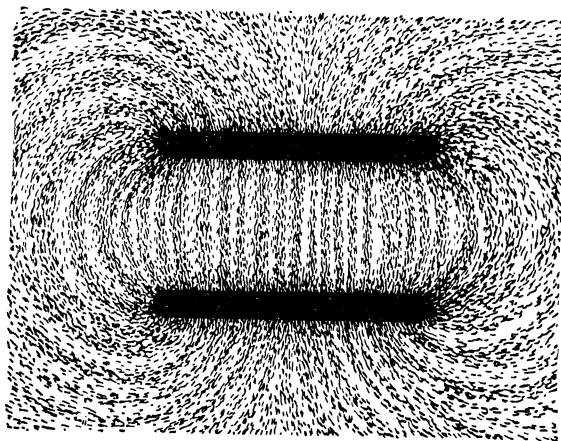


Рис. 17. Электрическое поле плоского конденсатора.

Это значит, что при заряджении одной пластины на другой возникает индукционный заряд *равной* величины. Далее, в средней части конденсатора силовые линии имеют вид прямых параллельных линий, расположенных с *одинаковой густотой*. Следовательно, напряженность поля в плоском конденсаторе одинакова в разных точках поля. Такое поле является простейшим и называется *однородным*. На рис. 17 также видно, что вблизи краев пластин силовые линии искривляются, т. е. поле делается неоднородным.

Отметим в заключение, что на всех рассмотренных photographиях силовые линии перпендикулярны к поверхности металлических электродов. Это и понятно. Если бы напряженность поля была не перпендикулярна к поверхности проводника, то существовала бы составляющая поля, направленная по касательной к поверхности. Под действием этой составляющей электроны проводимости проводника пришли бы в движение вдоль поверхности, и мы не имели бы равновесия электрических зарядов.

### § 15. Теорема Остроградского — Гаусса

Вычисление электрического поля во многих случаях сильно упрощается применением важной теоремы, излагаемой ниже. Она была установлена М. В. Остроградским в виде некоторой общей мате-

матической теоремы и Гауссом — применительно к случаю электрического поля.

Чтобы сформулировать эту теорему, введем новое понятие *электрического смещения* или, иначе, *электрической индукции*. Для вакуума электрическое смещение, по определению, равно

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}. \quad (15.1)$$

Обобщение этого понятия на случай произвольной среды будет дано в § 47. Если электрическое поле создается одним точечным зарядом, то величина электрического смещения на расстоянии  $r$  от заряда равна

$$\mathbf{D} = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2}, \quad (15.2)$$

а направление вектора  $\mathbf{D}$  совпадает с направлением поля  $\mathbf{E}$ .

Отметим, что в системе CGSE напряженность поля и электрическое смещение в вакууме равны друг другу. В системе же СИ они различны.

По аналогии с силовыми линиями (§ 14) для графического изображения распределения электрического смещения в пространстве мы будем пользоваться *линиями электрического смещения*. Направление этих линий в каждой точке пространства совпадает с направлением вектора электрического смещения, а их густота равна величине электрического смещения.

Введем, далее, понятие *потока вектора электрического смещения*. Рассмотрим в электрическом поле плоскую поверхность  $S$  и выберем определенное направление нормали  $\mathbf{n}$  к ней (рис. 18). Будем считать сначала, что поле однородно, но составляет произвольный угол  $\alpha$  с направлением нормали. Величину

$$N = SD \cos \alpha = SD_n \quad (15.3)$$

называют потоком вектора электрического смещения через данную поверхность. Здесь через  $D_n$  обозначена проекция вектора  $\mathbf{D}$  на направление нормали  $\mathbf{n}$ . Так как густота линий электрического смещения равна  $D$ , то можно сказать также, что поток вектора электрического смещения через данную поверхность равен полному числу линий электрического смещения, проходящих через эту поверхность.

Если поле неоднородно и поверхность, через которую разыскивают поток, не является плоскостью, то эту поверхность можно разбить на бесконечно малые элементы  $dS$  и каждый элемент считать

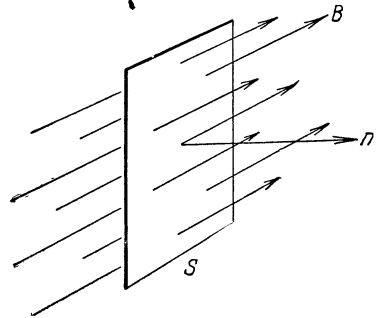


Рис. 18. Поток электрического смещения через данную поверхность.

плоским, а поле возле него — однородным. Поэтому для любого электрического поля поток смещения через *элемент* поверхности есть  $dN = D_n dS$ . Полный поток смещения через поверхность  $S$  в любом неоднородном электрическом поле равен

$$N = \int_S D_n dS. \quad (15.4)$$

Отметим, что поток смещения, определяющий *число* проходящих линий смещения, есть *скаляр*.

Из (15.3) видно, что поток может быть как положительным, так и отрицательным. Если направление линий смещения составляет острый угол с направлением нормали ( $\cos \alpha > 0$ ), то поток будет положительным. Если же этот угол тупой ( $\cos \alpha < 0$ ), то поток будет отрицательным.

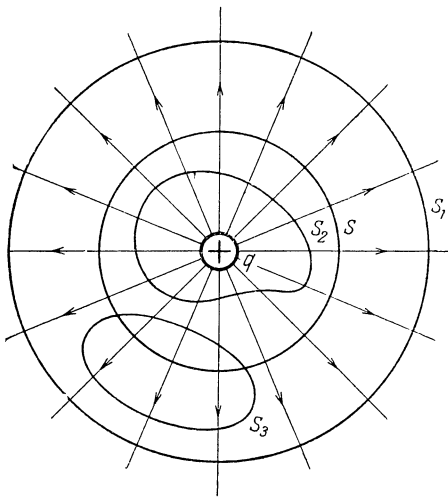


Рис. 19. К выводу теоремы Остроградского — Гаусса.

Рассмотрим теперь точечный положительный заряд  $q$  и вычислим поток электрического смещения через замкнутую сферическую поверхность  $S$  (рис. 19), окружающую этот заряд и имеющую центр в точке нахождения заряда. За положительное направление нормали выберем направление внешней нормали. В этом случае  $D$  во всех точках сферы одинаково и, кроме того, везде  $\cos \alpha = 1$ . Поэтому

$$N = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{R^2} \cdot 4\pi R^2 = q.$$

Легко видеть, что этот результат справедлив не только для сферической поверхности, но и для любой замкнутой поверхности и для любого произвольного расположения заряда внутри этой поверхности.

Действительно, полученный результат показывает, что поток смещения через сферическую поверхность не зависит от радиуса сферы и одинаков для сферы  $S$  и любой другой концентрической с нею сферы  $S_1$  (рис. 19). Это значит, что линии смещения в пространстве между  $S$  и  $S_1$ , где не имеется зарядов, *непрерывны*. *Линии электрического смещения начинаются и заканчиваются только на электрических зарядах.*

Но из непрерывности линий смещения следует, что полное число линий смещения, проходящих через произвольную поверхность  $S_2$  (рис. 19), охватывающую заряд, т. е. поток смещения  $N$ , имеет такое же значение, как и для сфер  $S_1$  и  $S$ , т. е.

$$N = \int D_n dS = q. \quad (15.5)$$

Напротив, если замкнутая поверхность не охватывает заряда ( $S_3$  на рис. 19), то поток смещения через эту поверхность равен нулю, так как число линий смещения, входящих через поверхность, равно числу выходящих из нее.

Из (15.5) также следует, что поток через замкнутую поверхность не зависит вовсе от расположения заряда внутри поверхности. Это значит, что полученный результат справедлив не только для одного заряда, но и для какого угодно числа произвольно расположенных зарядов, если только подразумевать под  $q$  алгебраическую сумму всех зарядов, находящихся внутри поверхности.

Формула (15.5) выражает теорему Остроградского — Гаусса: *поток электрического смещения через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме всех зарядов, расположенных внутри поверхности.*

Отметим, что при доказательстве этой теоремы мы исходили из закона Кулона, и потому она есть следствие этого закона. Если бы показатель степени у расстояния в формуле (4.1) был не 2, а каким-либо другим, то и доказанная теорема была бы несправедливой.

Из формулы (15.5) видно, что размерность потока смещения такая же, как и электрического заряда. Поэтому единицей потока смещения, как и заряда, служит кулон ( $\kappa$ ). Это — поток через замкнутую поверхность, окружающую заряд 1  $\kappa$ .

Электрическое смещение можно определить как поток смещения через единицу поверхности, нормальной к направлению смещения, или, иначе, как *плотность потока смещения*. Поэтому единица электрического смещения есть *кулон на квадратный метр* ( $\kappa/м^2$ ).

Рассмотрим некоторые простые примеры вычисления электрического поля с помощью теоремы Остроградского — Гаусса.

**Пример 1. Равномерно заряженная плоскость.** Имеется безграничная плоскость, заряженная равномерно с поверхностной плотностью заряда  $\sigma$ . Из симметрии задачи очевидно, что линии смещения могут быть направлены только перпендикулярно к плоскости. В этом случае в качестве замкнутой поверхности в теореме Остроградского — Гаусса удобно выбрать прямой цилиндр, перпендикулярный к заряженной плоскости, ограниченный двумя плоскими основаниями, перпендикулярными к силовым линиям и расположенными

по обеим сторонам заряженной плоскости (рис. 20). Так как образующие цилиндра параллельны линиям смещения ( $\cos \alpha = 0$ ), то поток смещения через боковую поверхность цилиндра равен нулю и поэтому полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков через его основания:  $N = 2DS$ . Полный заряд, заключенный внутри цилиндра, равен  $\sigma S$ . Поэтому, применяя теорему Остроградского — Гаусса, мы имеем:

$$2DS = \sigma S,$$

откуда

$$D = \frac{1}{2} \sigma.$$

Напряженность поля равномерно заряженной плоскости в вакууме равна

$$E = \frac{1}{2\epsilon_0} \sigma. \quad (15.6)$$

Рис. 20. Электрическое поле равномерно заряженной плоскости.

поверхности произвольного заряженного металлического проводника, если заряды на нем находятся в равновесии.

При решении этой задачи мы учтем, что в отсутствие электрического тока силовые линии всегда перпендикулярны к поверхности проводника (§ 4). Далее очевидно, что в этом случае напряженность поля *внутри* проводника всегда равна *нулю*. Действительно, если бы это было не так, то электроны проводимости металла пришли бы в движение, т. е. в проводнике возник бы электрический ток, что противоречит условию.

Выделим на поверхности проводника бесконечно малый элемент поверхности  $dS$  (рис. 21) и обозначим поверхностную плотность заряда на нем через  $\sigma$ . В качестве замкнутой поверхности выберем опять прямой цилиндр с основаниями  $dS$  и бесконечно малой высотой  $dh$ . В данном случае нужно рассматривать бесконечно малый элемент поверхности проводника, так как в общем случае  $\sigma$  меняется от точки к точке поверхности. Высота цилиндра должна быть также бесконечно малой, потому что в случае проводника произвольной формы линии смещения будут перпендикулярными к поверхно-

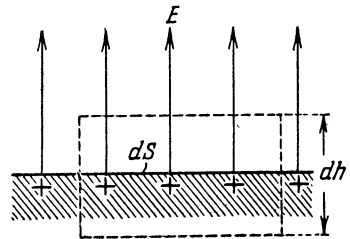


Рис. 21. Электрическое поле у поверхности заряженного проводника.

сти проводника только в непосредственной близости от нее. В этом случае полный поток смещения равен потоку через одно основание, и мы имеем:

$$D dS = \sigma dS.$$

Поэтому

$$D = \sigma, \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (15.7)$$

Таким образом, значение  $D$  у поверхности проводника равно непосредственно поверхностной плотности заряда, т. е. величине заряда, сместившегося внутри проводника, в расчете на единицу поверхности. Этим объясняется происхождение термина «электрическое смещение». Замечательным в этом результате является то обстоятельство, что напряженность поля и электрическое смещение вблизи рассматриваемой точки поверхности не зависят явно от формы проводника, от распределения зарядов на нем, а также от расположения других соседних проводников.

При сравнении формул (15.6) и (15.7) возникает кажущееся противоречие: в обоих случаях мы имеем заряженные поверхности, однако напряженность поля около них отличается в два раза. На самом же деле никакого противоречия здесь нет. Формула (15.6) выражает поле, вызванное *только* зарядами, расположенными на плоскости. В случае же поверхности проводника исходящие из нее силовые линии всегда заканчиваются на других телах, на которых возникают индукционные заряды. Формула (15.7) учитывает действие всех фактически существующих зарядов как на рассматриваемой поверхности, так и на окружающих телах.

Сказанное можно пояснить на примере плоского конденсатора (рис. 22). При появлении на какой-либо пластине заряда с плотностью  $+\sigma$  на второй пластине всегда возникает заряд противоположного знака с плотностью  $-\sigma$ . Эти заряды под влиянием взаимного притяжения будут сосредоточены на внутренних поверхностях пластин. Заряженная плоскость каждой пластины создаст по обе стороны от себя напряженность поля, выражаемую формулой (15.6) и равную  $\pm \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ . Внутри металлических пластин и вне конденсатора эти поля направлены *противоположно* и поэтому в сумме дают нуль. Внутри конденсатора эти поля, напротив, направлены *одинаково* и, складываясь, дают у поверхности пластин напряженность  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$  в соответствии с (15.7). В данном частном случае электрическое поле однородно и поэтому его напряженность у поверхности пластин такая же, как и в других точках поля. Это мы и видели на опыте, описанном в § 14.

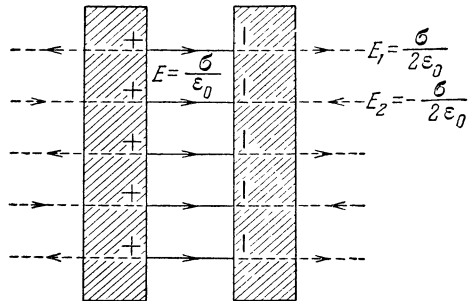


Рис. 22. Электрическое поле внутри плоского конденсатора есть сумма полей, создаваемых заряженными плоскостями его обкладок.

**Пример 3. Равномерно заряженный шар.** Рассмотрим электрическое поле между двумя шаровыми concentрическими электродами (рис. 23). Такая система электродов называется *шаровым конденсатором*.

Если заземлить внешний электрод и сообщить внутреннему шару заряд  $+q$ , то на внешнем электроде возникает индуцированный заряд  $-q$ . Под действием взаимного притяжения эти заряды расположатся только на поверхности внутреннего шара и на внутренней поверхности внешнего электрода.

Из условий симметрии задачи опять очевидно, что заряды на обоих шарах будут распределены равномерно и что линии смещения

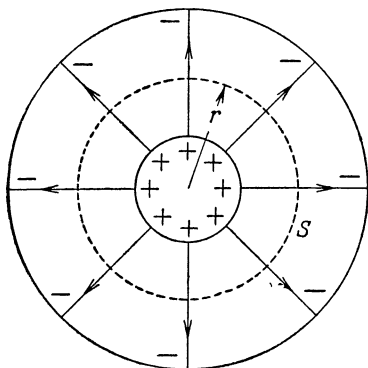


Рис. 23. Электрическое поле шарового конденсатора.

могут быть только радиальными прямыми. Поэтому в качестве замкнутой поверхности удобно выбрать сферу с радиусом  $r$ , расположенную между электродами и имеющую общий центр с обоими электродами. Тогда из теоремы Остроградского — Гаусса следует:

$$N = D \cdot 4\pi r^2 = q,$$

откуда

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}. \quad (15.8)$$

Эта формула показывает, что напряженность поля между электродами зависит от расстояния  $r$  рассматриваемой точки поля от центра внутреннего шара, но не зависит вовсе от размеров внешнего электрода. Поэтому мы получим ту же напряженность поля, если радиус внешнего электрода будет как угодно велик.

Если внешний электрод значительно больше внутреннего, то электрическое поле вблизи внутреннего шара не зависит и от формы внешнего электрода. Это происходит по той причине, что при удаленном внешнем электроде изменение его формы не оказывает влияния на распределение зарядов на внутреннем шаре, которое остается по-прежнему равномерным. Следовательно, и в том случае, когда роль внешнего электрода играют различные удаленные заземленные предметы, например стены, пол и потолок комнаты, формула (15.8) будет также применима для участков поля вблизи шара. Поэтому часто говорят просто о *поле заряженного шара*, не указывая, что именно является вторым электродом.

Электрическое поле шара, равномерно заряженного по поверхности, во внешнем пространстве совпадает с полем точечного заряда, равного полному заряду шара и помещенного в центре шара.

Если бы мы рассмотрели шар, заряженный равномерно *по объему*, то напряженность поля вне шара выражалась бы тоже формулой (15.8). Напряженность же поля внутри шара в обоих случаях различна. В случае шара, равномерно заряженного по поверхности, напряженность поля в любой внутренней точке равна нулю. Если же шар заряжен равномерно по объему, то напряженность поля равна нулю только в центре шара и с увеличением расстояния  $r$  от центра возрастает пропорционально  $r$ . В справедливости этого можно убедиться также при помощи теоремы Остроградского — Гаусса.

**Пример 4. Равномерно заряженный цилиндр.** Вычислим еще напряженность электрического поля между двумя коаксиальными металлическими цилиндрами. Такая система называется *цилиндрическим конденсатором*.

Предположим, что внешний цилиндр соединен с землей, а внутреннему цилиндру сообщен заряд  $+q_1$  на каждую единицу длины цилиндра. Тогда на внешнем цилиндре появится заряд  $-q_1$  на единицу его длины и эти заряды будут сосредоточены только на обращенных друг к другу поверхностях обоих цилиндров. Длину цилиндров  $l$  будем считать весьма большой по сравнению с их радиусами.

Из условий симметрии ясно, что заряды будут распределены равномерно по поверхности цилиндров, а линии смещения будут радиальными прямыми, перпендикулярными к поверхности обоих цилиндров. В этом случае в качестве поверхности для вычисления потока удобно выбрать цилиндрическую поверхность, показанную на рис. 24. Так как поток через основания цилиндра равен нулю ( $\cos \alpha = 0$ ), а боковая поверхность перпендикулярна к линиям смещения ( $\cos \alpha = 1$ ), то формула (15.5) дает:

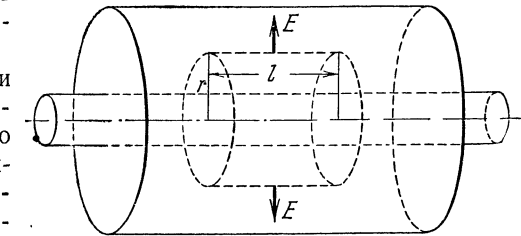


Рис. 24. К вычислению поля цилиндрического конденсатора.

$$D \cdot 2\pi r l = q_1 l.$$

Отсюда получаем, что напряженность поля между электродами в точке, отстоящей на расстояние  $r$  от оси цилиндров, равна

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r}. \quad (15.9)$$

Это выражение справедливо для всех участков конденсатора, не слишком близких к его краям. Практически его можно применять уже на расстоянии от края порядка одного диаметра внешнего цилиндра.



Так же как и в предыдущем примере, напряженность поля между электродами не зависит от радиуса внешнего цилиндра. Если размеры внешнего электрода значительно больше радиуса внутреннего цилиндра, то напряженность поля вблизи него не зависит и от формы внешнего электрода. Поэтому и здесь часто говорят о *поле равномерно заряженного цилиндра*. Напряженность поля, выражаемая формулой (15.9), мы имеем возле металлических проволок, удаленных от окружающих предметов на расстояния, значительно превышающие их радиус.

### § 16. Уравнение Пуассона

Теорема Остроградского — Гаусса в форме (15.5) связывает значения электрического смещения в точках некоторой замкнутой поверхности с величиной заряда, находящегося внутри объема, ограниченного этой поверхностью, т. е.

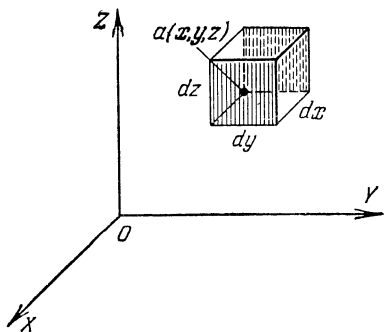


Рис. 25. К выводу теоремы Остроградского — Гаусса в дифференциальной форме.

связывает величины, относящиеся к *разным точкам* поля. Можно, однако, придать этой теореме такую форму, чтобы в нее входили величины, относящиеся к *одной и той же точке* поля. Для этого нужно применить теорему к бесконечно малому объему.

Введем прямоугольную систему координат  $X, Y, Z$  и обозначим электрическое смещение в некоторой точке  $a(x, y, z)$  через  $\mathbf{D}(D_x, D_y, D_z)$ . Рассмотрим, далее, бесконечно малый прямоугольный параллелепипед с вершиной в точке  $a$

и ребрами  $dx, dy, dz$ , параллельными координатным осям (рис. 25), и вычислим поток смещения через его поверхность. Поток через грань  $dydz$ , проходящую через  $a$  (на рис. 25 заштрихована), есть

$$-D_x dy dz,$$

где знак минус входит потому, что внешняя нормаль к  $dydz$  и положительное направление  $D_x$  составляют угол  $\alpha = \pi$  и  $\cos \alpha = -1$ . Поток через параллельную ей грань, смещенную вдоль  $X$  на  $dx$  (также заштрихована), есть  $(D_x + \frac{\partial D_x}{\partial x} dx) dy dz$ . Поэтому поток через обе эти грани равен

$$(D_x + \frac{\partial D_x}{\partial x} dx) dy dz - D_x dy dz = \frac{\partial D_x}{\partial x} d\tau,$$

где  $d\tau = dx dy dz$  — объем параллелепипеда. Вычисляя аналогичным

образом потоки через две другие пары граней и складывая их, мы получим полный поток через всю поверхность параллелепипеда:

$$\left( \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \right) d\tau.$$

Если в рассматриваемом пространстве имеется распределенный в объеме заряд с объемной плотностью  $\rho = \rho(x, y, z)$ , то величина заряда, содержащегося в объеме параллелепипеда, равна  $\rho d\tau$ . Приравнявая ее согласно (15.5) значению полного потока через поверхность параллелепипеда, мы получим:

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho. \quad (16.1)$$

Это соотношение, выражающее теорему Остроградского — Гаусса в дифференциальной форме, носит название *уравнения Пуассона*.

В векторном анализе показывают, что предел отношения потока какого-либо вектора  $\mathbf{A}$  через замкнутую поверхность  $S$  к величине объема  $\tau$ , ограниченного поверхностью  $S$ , при  $\tau \rightarrow 0$  (если этот предел существует) не зависит от формы поверхности  $S$ . Предел этого отношения получил название *расхождения* или *дивергенции* вектора  $\mathbf{A}$  и обозначается специальным символом  $\operatorname{div} \mathbf{A}$ . Таким образом, по определению,

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\int_S A_n dS}{\tau}.$$

Так как поток вектора и объем суть скаляры, то и расхождение вектора тоже есть скаляр.

Пользуясь этим понятием, можно записать уравнение Пуассона в следующем виде:

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho.$$

Если составляющие вектора  $\mathbf{D}$  заданы в какой-либо системе координат в виде функции этих координат, то всегда можно вычислить и значение  $\operatorname{div} \mathbf{D}$  в каждой точке. Так, например, мы видели выше, что если пользоваться прямоугольными декартовыми координатами, то

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}.$$

Если, в частном случае,  $\mathbf{D}$  и  $\rho$  зависят только от одной координаты, например от  $x$ , то (16.1) принимает более простой вид:

$$\frac{dD}{dx} = \rho. \quad (16.1a)$$

## § 17. Диполь в электрическом поле

Рассмотрим два точечных заряда величиной  $+q$  и  $-q$ , жестко связанных между собой и смещенных на расстояние  $l$  друг от друга. Смещение обоих зарядов будем характеризовать вектором  $\mathbf{l}$ , направленным от отрицательного заряда к положительному. Такую пару

зарядов называют *двойным электрическим полюсом* или *электрическим диполем*.

С электрическими диполями нам приходится встречаться весьма часто. Небольшое проводящее тело в электрическом поле можно приближенно рассматривать как диполь, так как на его концах возникают индукционные заряды, равные по величине и разноименные по знаку. В гл. V мы увидим, что подобные же заряды возникают и на диэлектриках, и поэтому небольшое диэлектрическое тело

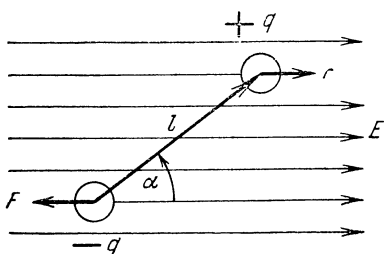


Рис. 26. Диполь в однородном поле.

в электрическом поле также можно рассматривать как диполь. Наконец, многие молекулы построены из положительных и отрицательных ионов, центры которых смещены друг относительно друга. Такие молекулы можно считать во многих случаях электрическими диполями.

Найдем силу, действующую на диполь в электрическом поле, причем будем считать сначала, что поле *однородно* (рис. 26). На концы диполя действуют равные по величине силы  $F = qE$ , где  $E$  — напряженность поля. Эти силы направлены в противоположные стороны и образуют *пару сил*. Момент  $M$  этой пары равен

$$M = qEl \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  — угол между вектором  $l$  и напряженностью поля  $E$ .

Мы видим, что величина момента пары сил зависит от произведения заряда  $q$  на длину диполя  $l$ . Это произведение называют *моментом диполя*. Момент диполя  $p$  есть вектор, равный

$$p = ql. \quad (17.1)$$

Он направлен так же, как и  $l$ , т. е. от отрицательного заряда к положительному. Единица измерения момента электрического диполя есть *кулон-метр* ( $\text{к} \cdot \text{м}$ ).

Пользуясь понятием момента диполя, можно написать выражение для момента пары сил, действующей на диполь, в виде

$$M = pE \sin(p, E). \quad (17.2)$$

Направление момента этой пары совпадает с направлением оси вращения диполя, т. е. перпендикулярно к  $p$  и  $E$ .

Величину и направление момента пары  $M$  можно выразить одной формулой, если воспользоваться обозначениями векторной алгебры. Как известно, векторным произведением  $[ab]$  двух векторов  $a$  и  $b$  называют вектор, величина которого равна  $ab \sin(a, b)$ , т. е. равна

площади параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  как на сторонах. Этот вектор перпендикулярен к  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  и направлен в сторону перемещения буравчика с правой нарезкой, вращаемого от  $\mathbf{a}$  к  $\mathbf{b}$  (рис. 27). Поэтому вектор момента пары сил  $\mathbf{M}$ , действующей на диполь, можно выразить формулой

$$\mathbf{M} = [p\mathbf{E}]. \quad (17.3)$$

Мы видим, что в однородном поле на диполь действует только пара сил, которая стремится повернуть диполь таким образом, чтобы  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{E}$  были параллельными.

Для того чтобы повернуть диполь в электрическом поле на некоторый угол, нужно совершить определенную работу. Так как эта работа равна увеличению потенциальной энергии диполя, то отсюда можно найти выражение для энергии диполя в электрическом поле. Примем за нуль энергию диполя, перпендикулярного к направлению поля ( $\alpha = \pi/2$ ). Тогда энергия диполя, момент которого составляет угол  $\alpha$  с направлением поля, равна

$$W = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\alpha} pE \sin \alpha \, d\alpha = -pE \cos \alpha. \quad (17.4)$$

Можно показать, что эта формула справедлива и для неоднородного поля.

Рассмотрим теперь диполь в *неоднородном* поле и положим для простоты, что момент диполя параллелен направлению поля ( $\alpha = 0$ )

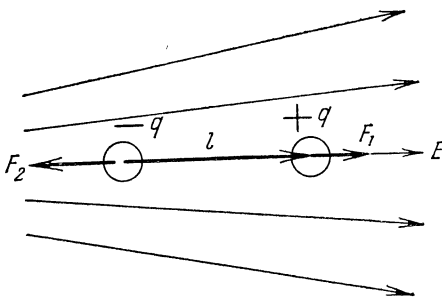


Рис. 28. Диполь в неоднородном поле.

весьма мала (*элементарный* диполь). Сила, действующая на отрицательный конец диполя, есть  $-qE$ , где  $E$  — напряженность поля в точке

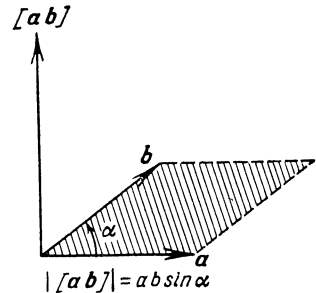


Рис. 27. Векторное произведение двух векторов.

(рис. 28). В этом случае силы, действующие на концы диполя, уже неодинаковы и поэтому их результирующая не равна нулю. На диполь в неоднородном поле действует сила, стремящаяся передвинуть диполь в область поля с большей напряженностью.

Найдем величину этой силы. Направим координатную ось  $X$  вдоль момента диполя и будем считать, что длина диполя

нахождения заряда  $-q$ . Сила, действующая на положительный конец диполя, равна  $+q(E + dE/dx \Delta l)$ , где  $\Delta l$  — длина диполя. Поэтому полная сила  $F$  оказывается равной

$$F = q \left( E + \frac{dE}{dx} \Delta l - E \right) = q \Delta l \frac{dE}{dx} = p \frac{dE}{dx}. \quad (17.5)$$

В однородном поле  $dE/dx = 0$  и результирующая сила равна нулю.

Если диполь находится в неоднородном поле и не параллелен полю, то на него действуют и пара сил, стремящаяся повернуть диполь параллельно полю, и сила, втягивающая диполь в область более сильного поля. Поступая так же, как и выше, можно вычислить силу и в этом более общем случае.

## ГЛАВА III РАЗНОСТЬ ПОТЕНЦИАЛОВ

### § 18. Работа в электростатическом поле

Для понимания свойств электрического поля большое значение имеет понятие *разности потенциалов* или *электрического напряжения*. К этому понятию мы приходим, рассматривая работу сил электрического поля.

Предположим, что электрический заряд перемещается в каком-нибудь электрическом поле из некоторой точки  $1$  в другую точку  $2$ . Так как на заряд в электрическом поле действует сила, то при таком перемещении будет произведена определенная работа, которую мы обозначим через  $A_{12}$ . Ясно, что если тот же заряд перемещается по прежнему пути в обратном направлении (от точки  $2$  к точке  $1$ ), то величина работы будет та же самая, но изменится ее знак, т. е.  $A_{12} = -A_{21}$ .

Рассмотрим теперь электрическое поле, созданное *неподвижными* зарядами. Такое поле называется *электростатическим*. Легко видеть, что в электростатическом поле работа при перемещении заряда не зависит от формы пути, по которому движется заряд, и определяется только положением точек  $1$  и  $2$  — начала и конца пути заряда.

Рис. 29. Работа при перемещении заряда в электростатическом поле не зависит от формы пути.

Действительно, допустим, что это не так и что работа  $A_{12}^{(L)}$  при перемещении заряда вдоль контура  $L$  (рис. 29) не равна работе  $A_{12}^{(L_1)}$  для контура  $L_1$ , причем оба контура соединяют одни и те же точки  $1$  и  $2$ . Тогда, перемещая заряд по замкнутому контуру, составленному из контуров  $L$  и  $L_1$ , мы найдем, что

электрические силы совершили работу

$$A_{12}^{(L)} + A_{21}^{(L_1)} = A_{12}^{(L)} - A_{12}^{(L_1)},$$

которая не равна нулю. Но это противоречит общему закону сохранения энергии. Если заряды, создающие поле, неподвижны, то при перемещении подвижного заряда в окружающих телах не происходит никаких процессов. После возвращения заряда в исходную точку  $I$  мы не имеем никаких изменений в рассматриваемой системе тел и поэтому не можем получить ни выигрыша работы, ни ее потери. Это значит, что наше предположение неверно и что в действительности

$$A_{12}^{(L)} = A_{12}^{(L_1)}.$$

Таким образом, в электростатическом поле работа перемещения заряда между двумя точками не зависит от формы пути, соединяющего эти точки. При перемещении заряда по замкнутому контуру работа равна нулю.

## § 19. Разность потенциалов

Положим теперь, что в электростатическом поле из точки  $1$  в точку  $2$  перемещается положительный заряд величиной  $+1$ . Согласно § 18 работа, совершаемая силами поля при этом перемещении, не зависит от формы пути. Так как величина заряда выбрана определенной ( $+1$ ), то эта работа зависит только от существующего электрического поля и поэтому может служить его характеристикой. Она называется *разностью потенциалов* точек  $1$  и  $2$  в данном электрическом поле или *электрическим напряжением* между точками  $1$  и  $2$ . *Разность потенциалов двух точек  $1$  и  $2$  в электростатическом поле измеряется работой, совершаемой силами поля при перемещении заряда  $+1$  из точки  $1$  в точку  $2$ .*

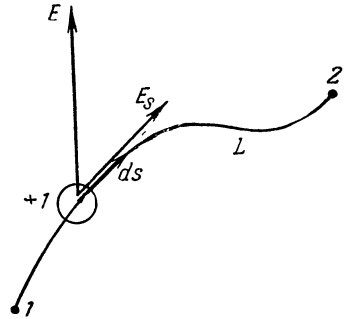


Рис. 30. К определению разности потенциалов.

Зная напряженность поля в каждой точке, можно вычислить и разность потенциалов любых двух точек. Если  $ds$  — элемент перемещения заряда,  $E_s$  — проекция вектора напряженности поля на направление  $ds$  (рис. 30), то работа при перемещении заряда  $+1$  на отрезок  $ds$  есть  $E_s ds$ . Поэтому разность потенциалов точек  $1$  и

2 равна

$$U_{12} = \int_1^2 E_s ds, \quad (19.1)$$

где интегрирование производится вдоль любого контура  $L$ , соединяющего рассматриваемые точки, в направлении от точки 1 к точке 2.

Если в электрическом поле перемещается не единичный заряд, а заряд произвольной величины  $q$ , то в каждой точке сила, действующая на заряд, увеличится в  $q$  раз. Поэтому работа  $A_{12}$ , совершаемая силами поля при перемещении заряда  $q$  из точки 1 в точку 2, равна

$$A_{12} = qU_{12}. \quad (19.2)$$

Из сказанного следует, что физический смысл имеет только *разность* потенциалов или напряжение между *двумя* точками поля, так как работа определена только тогда, когда заданы две точки — начало и конец пути. Несмотря на это, часто говорят просто о потенциале или напряжении в *данной* точке. Однако при этом всегда имеют в виду разность потенциалов, но подразумевают, что одна из точек выбрана заранее. Такую постоянную точку часто выбирают «в бесконечности», т. е. на достаточном удалении от всех заряженных тел.

Мы видели, что в электростатическом поле напряжение между двумя точками не зависит от формы пути, соединяющего эти точки. Поэтому, если заряд  $+1$  перемещается по *замкнутому* контуру, например, сначала из точки 1 к точке 2 по контуру  $L$  (рис. 29), а затем от 2 к 1 вдоль  $L_1$ , то работа будет равна

$$U_{12} + U_{21} = U_{12} - U_{12} = 0.$$

*В электростатическом поле напряжение вдоль замкнутого контура всегда равно нулю.*

Это утверждение выражает важное свойство электростатического поля. Именно по этой причине для электростатического поля можно ввести разность потенциалов, которая однозначно определяется действующим полем (не зависит от формы пути) и поэтому может служить характеристикой поля.

Пользуясь формулой (19.1), можно выразить это свойство электростатического поля в следующей форме:

$$\oint E_s ds = 0, \quad (19.3)$$

где кружок у интеграла обозначает, что интегрирование производится по замкнутому контуру.

Понятие разности потенциалов широко используют по двум основным причинам. Во-первых, описание электрического поля при помощи потенциала гораздо проще, чем при помощи напряженности поля.

Напряженность поля есть *вектор*, и поэтому для каждой точки поля нужно знать три скалярные величины — составляющие напряженности по координатам. Потенциал же есть *скаляр* и вполне определяется в каждой точке одной величиной — своим численным значением. В § 21 мы увидим, что, зная потенциал в каждой точке поля, можно найти и вектор напряженности.

Во-вторых, разность потенциалов гораздо легче измерить на опыте, чем напряженность поля. Для измерения напряженности поля не имеется удобных методов. Напротив, для измерения разности потенциалов существуют многочисленные методы и разнообразные приборы. Поэтому и описывать электрическое поле гораздо удобнее при помощи потенциала.

Пользуясь формулой (19.2), можно установить единицу для измерения разности потенциалов. Полагая в ней  $A=1$  и  $q=1$ , мы получим  $U=1$ . Это значит, что разность потенциалов двух точек равна единице, если перемещение заряда  $+1$  кулон между этими точками сопровождается работой, равной 1 джоулю. Эта единица разности потенциалов получила название *вольт (в)* (ср. § 72).

Отметим, что, пользуясь формулой (19.2), можно выражать энергию не в механических единицах (эргах, джоулях и т. п.), а в электрических. Для этого служит единица энергии, называемая *электронвольт (эв)*. Это — такая энергия, которую приобретает частица с зарядом, равным заряду электрона  $e=1,60 \cdot 10^{-19}$  к, пробегая в вакууме напряжение 1 в. Энергия в 1 эв равна, очевидно,

$$1 \text{ эв} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ дж} = 1,60 \cdot 10^{-12} \text{ эрг.}$$

В электронвольтах обычно выражают энергию различных элементарных частиц (электронов, протонов и др.). При этом применяют также более крупные единицы энергии: 1 *килоэлектронвольт (кэв)* =  $10^3$  эв, 1 *мегаэлектронвольт (Мэв)* =  $10^6$  эв, и другие.

## § 20. Условия равновесия зарядов в проводниках

Если электрические заряды находятся в равновесии в каком-либо проводнике, т. е. в этом проводнике нет электрического тока, то напряженность поля  $E_i$  в любой точке *внутри проводника* равна нулю. Действительно, если бы это условие не выполнялось, то подвижные электрические частицы, имеющиеся во всяком проводнике (§ 9), под действием сил поля пришли бы в движение и равновесие было бы нарушено. Кроме того, в § 14 мы нашли, что при равновесии зарядов вектор напряженности поля у поверхности проводника перпендикулярен к поверхности. Отсюда следует, что для перемещения заряда из любой точки проводника в любую другую его точку не требуется никакой работы. Но согласно (19.1) это обозначает,



что разность потенциалов любой пары точек как внутри проводника, так и на поверхности равна нулю. *В отсутствие электрического тока все точки проводника имеют одинаковый электрический потенциал.*

Земля является также проводником. Хотя в земле существуют токи, но они невелики, и можно считать, что заряды земли близки к равновесию. Поэтому для многих случаев можно принять, что все точки земли имеют одинаковый потенциал. По этой причине постоянную точку при измерении потенциала часто выбирают в земле и говорят о *потенциале относительно земли.*

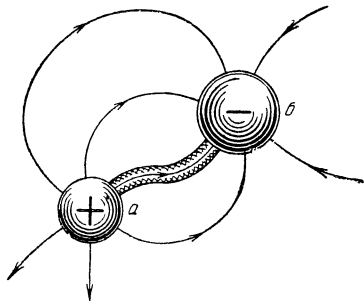


Рис. 31. При соединении двух проводников, между которыми имеется электрическое напряжение, равновесие зарядов невозможно и возникает электрический ток.

Если соединить два проводника *a* и *b* (рис. 31) металлической проволокой, то оба проводника и проволока образуют единый проводник. Если до соединения между проводниками *a* и *b* существовала разность потенциалов, то равновесие зарядов будет невозможно. Напряженность поля  $E$  внутри проволоки не будет равна нулю и электроны проводимости в проволоке придут в движение, т. е. в ней возникнет

электрический ток. Этот ток будет продолжаться до тех пор, пока потенциалы обоих проводников не сделаются равными.

## § 21. Разность потенциалов и напряженность поля

Если известно распределение потенциала, т. е. его значение в каждой точке поля, то можно найти и напряженность этого поля в каждой точке.

Рассмотрим в *однородном* электрическом поле две точки 1 и 2 и предположим, что заряд  $+1$  переходит из точки 1 в точку 2 вдоль прямолинейного отрезка  $\Delta s$  (рис. 32). Работу электрических сил  $\Delta A$  при этом перемещении можно выразить, во-первых, через напряженность поля:

$$\Delta A = E_s \Delta s,$$

где  $E_s$  — проекция вектора напряженности  $\mathbf{E}$  на направление  $\Delta s$ . С другой стороны, эту же работу можно выразить через разность потенциалов  $\Delta U_{12}$  точек 1 и 2:

$$\Delta A = \Delta U_{12}.$$

Введем теперь *приращение* потенциала при перемещении  $\Delta s$ , т. е.

разность потенциалов  $\Delta U_{21}$  точки 2 (конец пути) и точки 1 (начало пути), и будем обозначать его просто  $\Delta U$ . Тогда

$$\Delta U = \Delta U_{21} = -\Delta U_{12}.$$

Приравнивая оба выражения для работы, получаем для напряженности электрического поля выражение:

$$E_s = -\frac{\Delta U}{\Delta s}.$$

В общем случае *неоднородного* поля обе точки 1 и 2 нужно выбирать достаточно близко друг от друга, строго говоря, бесконечно близко, чтобы можно было считать напряженность поля на отрезке  $\Delta s$  постоянной. Переходя к пределу при  $\Delta s \rightarrow 0$ , получим:

$$E_s = -\frac{dU}{ds}. \quad (21.1)$$

Производная, стоящая в правой части равенства, выражает *быстроту изменения потенциала в данном направлении*. Мы видим, что *проекция вектора напряженности на данное направление равна скорости изменения потенциала в этом направлении с обратным знаком*.

Связь между напряженностью поля и потенциалом можно также выразить с помощью понятия *градиента* потенциала. Градиентом любой скалярной величины  $\varphi$  в векторном анализе называют *вектор*, направление которого совпадает с направлением *быстрейшего* увеличения величины  $\varphi$ . Величина же этого вектора равна изменению  $\varphi$  при перемещении на единицу длины в направлении *быстрейшего* изменения. Этот вектор обозначается символом  $\text{grad } \varphi$ . Из сказанного следует, что *напряженность электрического поля равна градиенту потенциала с обратным знаком*:

$$E = -\text{grad } \varphi. \quad (21.2)$$

Таким образом, зная распределение потенциала, мы всегда можем определить и проекцию напряженности поля на любое направление. Это значит, что мы можем найти и проекции вектора  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  на координатные оси, т. е. составляющие этого вектора, которые вполне определяют и сам вектор напряженности.

Так как направление силовой линии совпадает с направлением напряженности поля, то из (21.1) следует, что *величина напряженности поля равна напряжению на единицу длины силовой линии*. Поэтому можно всегда определить напряженность поля, измеряя напряжение между заряженными проводниками, вызывающими поле.

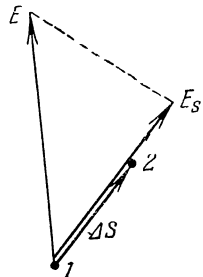


Рис. 32. К соотношению между разностью потенциалов и напряженностью поля.

Такое определение особенно просто, если поле однородно, т. е. если оно создается плоским конденсатором. Если  $U$  — напряжение между пластинами, а  $d$  — расстояние между ними, то

$$E = \frac{U}{d}. \quad (21.3)$$

Это соотношение используем для *определения* единицы напряженности электрического поля. Единица напряженности есть напряженность такого поля, в котором напряжение на 1 м длины силовой линии равно 1 в. Она получила название *вольт на метр (в/м)*. Если, например, между пластинами плоского конденсатора имеется напряжение 100 в, а расстояние между пластинами равно 10 см = 0,1 м, то напряженность поля между пластинами равна 1000 в/м.

## § 22. Соединение с землей

Из сказанного ясно, что если между какими-нибудь проводниками есть электрическое напряжение, то между ними существует и электрическое поле. Это обстоятельство разъясняет так называемое отведение зарядов в землю. Когда мы желаем разрядить какой-либо

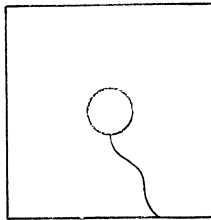
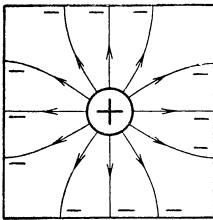


Рис. 33. При соединении заряженного проводника с окружающими заземленными предметами исчезают электрическое напряжение и электрическое поле.

проводник, то мы соединяем его с заземленным предметом, например с водопроводным краном, или даже просто касаемся его рукой. При этом говорят, что заряды с проводника «ушли через наше тело в землю».

Более точно это явление заключается в следующем. Все электрические действия обусловлены электрическим полем. Поэтому мы наблюдаем эти действия

только тогда, когда существует электрическое поле, т. е. когда имеется напряжение между рассматриваемым телом и окружающими предметами. При соединении тела с землей исчезает напряжение между этим телом и окружающими заземленными предметами, а значит, и электрическое поле, и все электрические действия прекращаются (рис. 33).

При этом само соединение с землей не играет принципиальной роли. Мы наблюдали бы то же самое, если бы вместо заземленных предметов, например стен комнаты, имели *замкнутый* проводник, *изолированный от земли*.

### § 23. Поверхности равного потенциала

Объединяя в электрическом поле точки, обладающие одинаковым потенциалом, мы получаем некоторые поверхности, называемые *поверхностями равного потенциала* или *эквипотенциальными поверхностями*. Пользуясь эквипотенциальными поверхностями, можно изображать электрические поля графически, подобно тому как мы это делали с помощью силовых линий. Пересекаясь с плоскостью чертежа, эквипотенциальные поверхности дают *эквипотенциальные линии*. Прочерчивая эквипотенциальные линии, соответствующие различным значениям потенциала, мы получаем сразу наглядное представление о том, как изменяется потенциал в данном поле.

Так как все точки эквипотенциальной поверхности находятся при одинаковом потенциале, то перемещение заряда вдоль нее не требует работы. Это значит, что сила, действующая на заряд, все

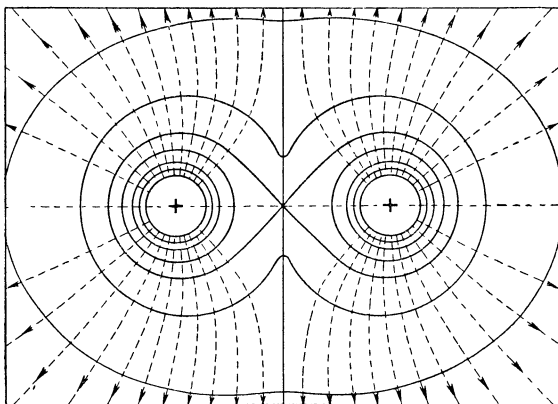


Рис. 34. Эквипотенциальные линии (сплошные) и силовые линии (пунктир) поля двух одноименно заряженных металлических шаров.

время перпендикулярна к перемещению. Отсюда мы заключаем, что *силовые линии всегда перпендикулярны к эквипотенциальным поверхностям* (рис. 34).

Если прочерчивать эквипотенциальные линии так, чтобы они соответствовали одинаковым приращениям потенциала, например 1, 2, 3 и т. д. вольт, то быстрота изменения потенциала в направлении силовых линий будет обратно пропорциональна расстоянию между соседними эквипотенциальными линиями. Это значит, что густота эквипотенциальных линий пропорциональна напряженности поля: там, где больше напряженность поля, там и эквипотенциальные линии располагаются теснее друг к другу.

Мы видим, что, зная эквипотенциальные поверхности, можно всегда построить силовые линии данного поля и наоборот. Поэтому любое электрическое поле можно графически изобразить при помощи эквипотенциальных поверхностей так же хорошо, как и при помощи силовых линий.

В § 21 мы видели, что если заряды находятся в равновесии, то все точки проводника имеют одинаковый потенциал. Это значит, что в отсутствии тока *поверхность проводника есть одна из эквипотенциальных поверхностей.*

## § 24. Измерение напряжения между проводниками

Электрическое напряжение можно просто измерить на опыте. Для этого служат приборы, называемые *электрометрами* или *электростатическими вольтметрами.*

На рис. 35 изображен один из простейших электрометров. Он содержит легкую алюминиевую стрелку *а*, укрепленную на металлическом стержне *б*. Стрелка может вращаться вокруг горизонтальной оси. Стержень со стрелкой заключены внутри *металлического* корпуса *в* и хорошо изолированы от него при помощи пробки *г* из непроводящего материала (янтарь, кварц, эбонит и т. п.). Прибор имеет шкалу, позволяющую отсчитывать угол отклонения стрелки.

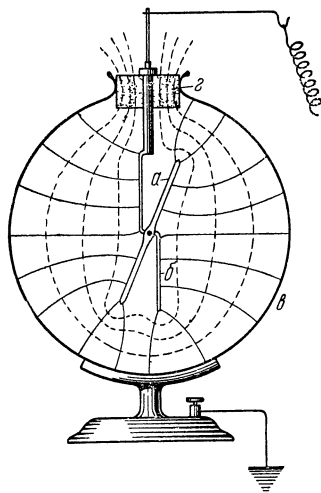


Рис. 35. Электрометр со стрелкой.

Пунктиром изображены сечения эквипотенциальных поверхностей плоскостью чертежа, сплошными линиями — силовые линии электрического поля.

Рассмотрим сначала, как измеряют напряжение между *двумя проводниками.* Для этого соединяют корпус электрометра с одним из проводников, а его стержень — с другим. Если нужно измерить напряжение между заряженным проводником и землей, то корпус электрометра соединяют с землей, а стержень присоединяют с помощью металлической проволоки к заряженному проводнику (рис. 36).

Легко видеть, что отклонение стрелки электрометра будет зависеть от напряжения, существующего между стрелкой и корпусом. Действительно, на стрелку действуют силы, поворачивающие ее, потому, что внутри электрометра возникает *электрическое поле.* Так как электрометр имеет корпус неизменной формы, то это поле будет зависеть только от напряжения, приложенного к электрометру.

Создавая каждый раз одно и то же напряжение между стрелкой и корпусом, мы будем получать одну и ту же напряженность поля у поверхности стрелки, а значит, будут одинаковы и силы, действующие на стрелку, и ее отклонение. А это и означает, что электрометр измеряет напряжение. Такой прибор можно *проградуировать*, т. е. определить, каким напряжениям соответствуют различные углы отклонения стрелки.

Таким образом, электрометр всегда измеряет напряжение, существующее между его стрелкой и корпусом. Поэтому в опыте, изображенном на рис. 36, можно было бы изолировать корпус и соединить его с исследуемым телом, а стержень соединить с землей, и при этом показания электрометра не изменились бы.

Описанный электрометр имеет сходство с электроскопом (§ 1). Однако он принципиально отличается от электроскопа тем, что имеет металлический корпус неизменной формы. Именно поэтому напряженность поля внутри электрометра однозначно определяется приложенным напряжением и электрометр может быть проградуирован на напряжение. В случае же электроскопа роль

корпуса играют окружающие заземленные предметы и поэтому его отклонение зависит не только от напряжения между листочками и землей, но и от случайного расположения окружающих предметов.

Пользуясь электрометром, легко убедиться, что поверхность проводника всегда является эквипотенциальной поверхностью. Если в опыте, изображенном на рис. 36, соединять электрометр с различными точками проводника, то, как бы сложна ни была форма проводника, отклонение стрелки электрометра не изменяется.

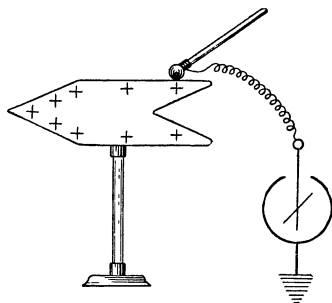


Рис. 36. Измерение напряжения между заряженным проводником и землей.

## § 25. Нормальные элементы

Для того чтобы с помощью электрометров измерять напряжение, их необходимо проградуировать. Для градуировки электрометров в настоящее время часто пользуются *нормальными элементами* (§ 6), которые представляют собой гальванические элементы (§ 6), составленные из таких веществ, которые обеспечивают весьма большое постоянство напряжения между электродами. Это напряжение было тщательно измерено и теперь хорошо известно, поэтому нормальные элементы являются удобными *эталоны напряжений*, которые можно легко воспроизвести в любой лаборатории. Нормальные элементы играют в электрической измерительной технике ту же роль,

что и эталоны длины (метра) и массы (килограмма) при измерении механических величин (см. Механику).

Большое распространение получил *кадмиевый нормальный элемент*. Его напряжение при  $20^{\circ}\text{C}$  равно  $1,0186\text{ в}$ .

При комнатных температурах напряжение этого элемента почти не зависит от температуры: при повышении температуры на  $1^{\circ}\text{C}$  оно уменьшается менее чем на  $0,0001\text{ в}$ .

Устройство кадмиевого нормального элемента показано на рис. 37. Он состоит из двух соединяющихся стеклянных пробирок, в дно которых

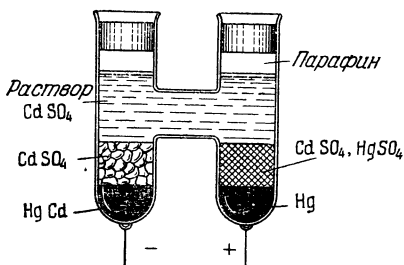


Рис. 37. Кадмиевый нормальный элемент.

только при этом условии его напряжение можно считать неизменяющимся. Однако этого вполне достаточно для проведения измерений.

Для получения более высоких напряжений нормальные элементы можно соединять между собой *последовательно в батарее* так, чтобы положительный полюс каждого предыдущего элемента был соединен с отрицательным полюсом последующего. При  $n$  элементах, соединенных последовательно, напряжение между крайними электродами батареи будет в  $n$  раз больше, чем у одного элемента. Отметим, однако, что на практике соединение нормальных элементов применяют редко. При использовании компенсационных схем измерения напряжений (§ 79, пример 3) оказывается возможным измерить напряжение какого-нибудь источника, применяя всего один нормальный элемент, даже если измеряемое напряжение намного больше или намного меньше, чем у нормального элемента.

## § 26. Различные типы электрометров

Электрометр, описанный в § 24, удобен для измерения высоких напряжений. Если требуется измерить малые напряжения (вольты и доли вольта), то применяют электрометры других типов.

На рис. 38 показан принцип устройства *струнного электрометра*. Он содержит два металлических «ножа»  $H_1$ ,  $H_2$  в форме

трехгранных призм, укрепленных на янтарных изоляторах. Ножи можно перемещать при помощи микрометрических винтов и изменять расстояние между ними. Между ножами находится тончайшая платиновая нить  $H$  (1—10 микронов), слабо натягиваемая колечком  $K$  из кварцевой нити. Верхний конец нити соединен с металлической клеммой тщательно изолированной янтарной пробкой. Натяжение нити можно изменять при помощи микрометрического винта, перемещающего держатель кварцевого колечка  $K$  в вертикальном направлении. Все указанные части заключены в замкнутый металлический корпус, соединяемый с землей.

На рис. 38 показаны также две употребительные схемы включения электрометра. В одной из них ( $a$ ) измеряемое напряжение подают на нить. Для увеличения чувствительности электрометра между

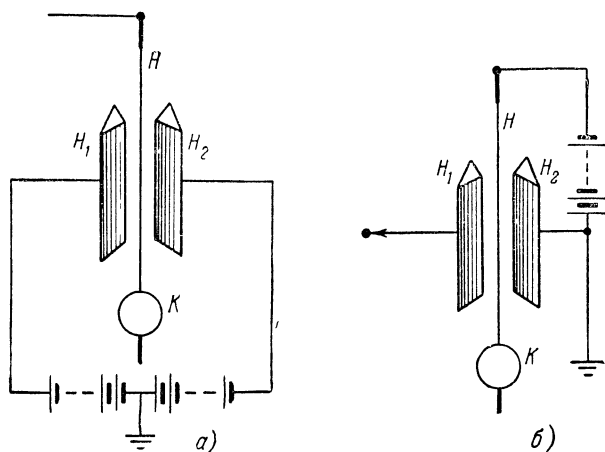


Рис. 38. Принцип устройства струнного электрометра и две употребительные схемы его включения.

ножами прикладывают постоянное напряжение от батареи элементов (100—300 в) таким образом, чтобы на одном из ножей был положительный потенциал относительно земли, а на другом — равный ему отрицательный потенциал. При появлении напряжения между нитью и заземленным корпусом нить отклоняется. Эти отклонения наблюдают в микроскоп, снабженный окулярной шкалой. Во второй схеме ( $b$ ) измеряемое напряжение подают на один из ножей, а другой нож соединяют с землей. Вспомогательное напряжение батареи прикладывают между нитью и заземленным ножом.

Чувствительность струнных электрометров может достигать до нескольких сотен и даже тысяч делений на вольт. Ее можно уменьшить, увеличивая натяжение нити и расстояние между ножами, а также



уменьшая напряжение батареи. Если нужно измерить достаточно большие напряжения (вольты и десятки вольт), то батарея не нужна вовсе и нить можно просто соединить с заземленным ножом.

На рис. 39 изображено устройство *квадратного электрометра*. Он имеет четыре неподвижных хорошо изолированных электрода

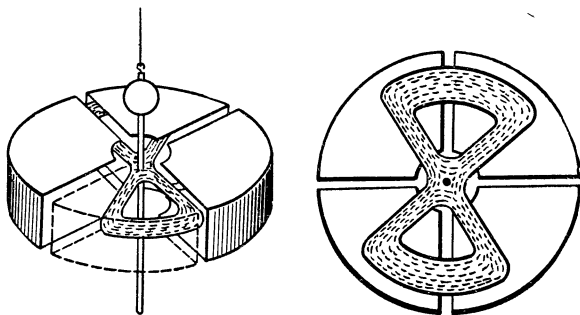


Рис. 39. Квадранты и стрелка квадратного электрометра.

в виде четырех квадрантов круга. Квадранты выполняются в виде пустотелых коробок и соединяются накрест друг с другом. Внутри квадрантов находится легкая стрелка, сделанная из тонкой алюминиевой фольги в форме восьмерки и подвешенная на тонкой металлической нити. Для отсчета угла поворота стрелки на ней укреплено маленькое зеркальце. Квадранты и стрелка помещены внутри замкнутого заземленного металлического корпуса, имеющего лишь небольшое окно для наблюдения за зеркальцем стрелки.

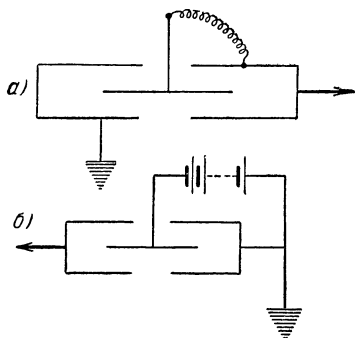


Рис. 40. Схемы включения квадратного электрометра:

*a* — для получения низкой чувствительности, *b* — для получения высокой чувствительности.

На рис. 40 показаны две употребительные схемы включения электрометра (изображено лишь по одному из каждой пары квадрантов). В схеме *a* электрометр имеет низкую чувствительность, но его отклонение не зависит от знака напряжения и поэтому он может служить электростатическим вольтметром *переменного тока*. В схеме *b* на стрелку подают вспомогательное постоянное напряжение (100—300 в), одну из пар квадрантов (с корпусом) заземляют, а измеряемое напряжение подают на вторую пару. В этой схеме чувствительность электрометра может достигать 10 000 делений на вольт и выше.

### § 27. Электрический зонд

В § 24 мы рассмотрели измерение разности потенциалов между двумя проводниками. Посмотрим теперь, как можно измерить потенциал внутри диэлектрика.

Пусть требуется измерить потенциал в какой-либо точке в воздухе относительно земли. Если мы поместим в эту точку металлический шарик, то на шарике возникнут индукционные заряды. Эти заряды вызовут дополнительное поле, и поэтому результирующее поле изменится. Электрическое поле будет искажено внесением шарика.

Если, однако, шарик мал, то и разноименные индукционные заряды будут расположены близко друг к другу, и искажение, вносимое ими, будет проявляться только в непосредственной близости от шарика (рис. 41, *а*). Поэтому шарик практически примет потенциал, который существовал в данной точке до внесения шарика.

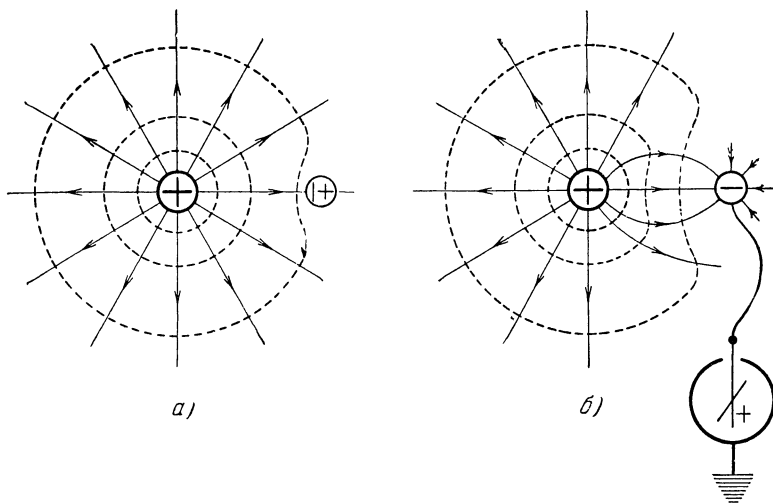


Рис. 41. Маленький металлический шарик слабо искажает поле (*а*), но при соединении шарика с электрометром искажение поля увеличивается (*б*).

Сплошные линии — силовые линии, пунктир — эквипотенциальные линии.

Однако мы получим совсем иную картину, если, желая измерить этот потенциал, соединим шарик проволокой с электрометром (рис. 41, *б*). В этом случае на шарике будут находиться индукционные заряды только одного знака, а заряды противоположного знака будут внутри электрометра. Поэтому возникнет сильное искажение первоначального поля и его эквипотенциальные поверхности и силовые линии существенно изменятся. Электрометр и в этом случае, как и всегда, покажет потенциал стрелки относительно корпуса, равный

потенциалу шарика относительно земли. Однако этот потенциал будет совсем другим, нежели тот, который существовал до внесения шарика.

Из сказанного ясно, что мы получим правильное значение потенциала, если уберем индукционные заряды, искажающие поле. Это можно сделать, если вблизи шарика создать в воздухе небольшое количество ионов. Тогда ионы, разноименные с зарядом шарика, будут переходить на шарик, до тех пор, пока индукционный заряд не исчезнет вовсе. Это обстоятельство используют на практике для устройства *электрического зонда*.

На рис. 42 изображен *пламенный зонд*. Он представляет собой узкую стеклянную трубку, из которой вытекает тонкая струйка светильного газа, горящего у ее конца. В этом случае ионизация воздуха

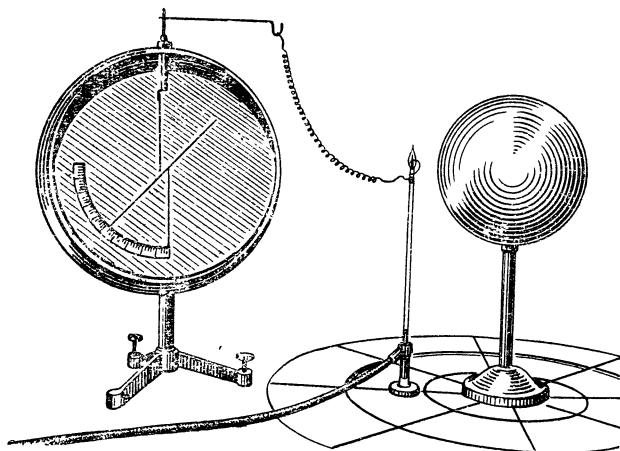


Рис. 42. Измерение потенциала в воздухе с помощью зонда.

возникает вследствие высокой температуры пламени. На трубке закреплена металлическая проволока, один конец которой введен в пламя, а другой соединен с электрометром. Помещая зонд в различные точки поля, мы можем измерить потенциал этих точек относительно земли.

Перемещая зонд в поле заряженного металлического шара, легко убедиться, что электрометр дает одно и то же показание, если зонд остается на поверхности сферы, центр которой совпадает с центром шара (ср. § 26). Показания электрометра изменяются быстрее всего, если зонд перемещать по радиусам шара, т. е. в направлении силовых линий поля.

Исследуя подобным образом распределение потенциала в поле плоского конденсатора, легко видеть, что если зонд находится не

слишком близко к краям пластин, то показания электрметра остаются неизменными при перемещении зонда параллельно плоскости пластин. Это значит, что эквипотенциальные поверхности в средней части конденсатора суть плоскости, параллельные пластинам. У краев пластин эквипотенциальные поверхности искривляются. Эквипотенциальные поверхности поля плоского конденсатора изображены на рис. 43. Из рисунка видно, что электрическое поле внутри конденсатора можно уже считать однородным, если расстояния от краев пластин превышают расстояние между ними.

Отметим, что при устройстве зонда мы могли бы вместо пламени взять платиновую проволоку, накаливаемую током (зонд с накаленной нитью), или воспользоваться другим способом ионизации воздуха.

### § 28. Потенциал в простейших электрических полях

Если известна напряженность  $E$  в каждой точке поля, то по формуле (19.1) можно вычислить и потенциал  $U$  для любой точки этого поля.

Вычислим потенциал в электрическом поле, создаваемом одним точечным зарядом величиной  $q$ . Рассмотрим в этом поле некоторую точку, удаленную на расстояние  $r$  от заряда, и найдем потенциал в этой точке *относительно бесконечности*.

Так как разность потенциалов не зависит от формы пути, то мы предположим, что заряд  $+1$  перемещается из точки  $r$  в бесконечность вдоль радиуса, т. е. вдоль силовой линии. Тогда

$$U = \int_r^{\infty} E dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}. \quad (28.1)$$

Потенциал убывает обратно пропорционально *первой степени* расстояния от заряда.

Поступая подобным образом, можно вычислить распределение потенциалов и в других полях, если известна напряженность поля в каждой точке. Рассмотрим некоторые практически важные примеры.

**Пример 1. Шаровой конденсатор.** Имеются два электрода в виде концентрических сфер с радиусами  $a$  (внутренняя) и  $b$  (внешняя).

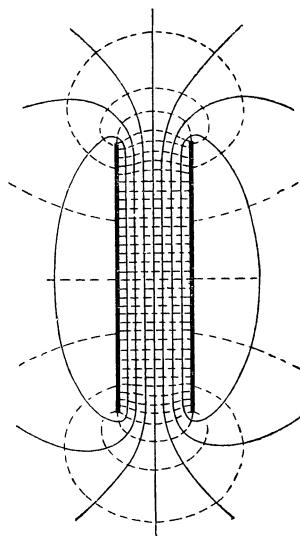


Рис. 43. Эквипотенциальные поверхности и силовые линии плоского конденсатора.

Напряженность поля  $E$  между такими электродами выражается формулой (15.8) и изменяется в пространстве так же, как и в случае точечного заряда. Следовательно, разность потенциалов между внутренней сферой и какой-либо точкой внутри конденсатора, удаленной на расстояние  $r$  от центра конденсатора, равна

$$U = \int_a^r E dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_a^r \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{r} \right).$$

В этой формуле можно выразить заряд  $q$  через разность потенциалов  $U_0$  между электродами:

$$U_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right),$$

откуда окончательно

$$U = U_0 \frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{r}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}. \quad (28.2)$$

Таким образом, измеряя  $U_0$  между электродами, по формуле (28.2) можно вычислить потенциал в любой точке поля.

**Пример 2. Плоский конденсатор.** Вычислим разность потенциалов между положительно заряженной пластиной и произвольной точкой, удаленной на расстояние  $x$  от нее. Напряженность поля в плоском конденсаторе выражается формулой (15.7). Поэтому

$$U = \int_0^x E dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \int_0^x dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0} x. \quad (28.3)$$

Полное напряжение  $U_0$  между электродами

$$U_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d, \quad (28.3a)$$

где  $d$  — расстояние между пластинами. Поэтому также

$$U = U_0 \frac{x}{d}. \quad (28.3б)$$

В плоском конденсаторе потенциал изменяется с расстоянием по *линейному* закону.

В этих расчетах мы не учитывали искажение электрического поля вблизи краев пластин. Поэтому полученные формулы применимы только для средней части конденсатора.

**Пример 3. Цилиндрический конденсатор.** Рассмотрим еще распределение потенциала между коаксиальными цилиндрами. Напряженность этого поля выражается формулой (15.9). Поэтому разность по-

тенциалов между внутренним цилиндром и произвольной точкой между электродами равна

$$U = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \int_a^r \frac{dr}{r} = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{a}.$$

Здесь  $r$  — расстояние от рассматриваемой точки до оси цилиндров,  $a$  — радиус внутреннего цилиндра,  $q_1$  — заряд внутреннего цилиндра на единицу его длины. Полное напряжение  $U_0$  между цилиндрами

$$U_0 = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{b}{a},$$

где  $b$  — радиус внешнего цилиндра. Отсюда

$$U = U_0 \frac{\ln \frac{r}{a}}{\ln \frac{b}{a}}. \quad (28.4)$$

Потенциал в цилиндрическом конденсаторе изменяется по *логарифмическому* закону.

### § 29. Вычисление потенциала в поле заданных зарядов

В примерах предыдущего параграфа мы вычисляли потенциал по напряженности поля, которая была известна заранее. Однако часто напряженность поля бывает неизвестна и именно ее и требуется вычислить. В этих случаях находят сначала потенциал, что оказывается гораздо проще, а затем вычисляют и напряженность поля по формуле (21.1).

При вычислении потенциала следует различать два случая: а) задано *распределение зарядов*, вызывающих поле, и б) заданы *потенциалы заряженных тел*, создающих поле. Рассмотрим сначала первый случай.

Если поле создается одним-единственным точечным зарядом, то потенциал этого поля выражается формулой (28.1).

Если имеется несколько точечных зарядов, то согласно принципу наложения электрических полей (§ 12) результирующее поле равно сумме полей, создаваемых отдельными зарядами. Поэтому и потенциал этого поля равен сумме потенциалов, вызываемых отдельными зарядами:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}. \quad (29.1)$$

Здесь  $U$  — потенциал результирующего поля в рассматриваемой точке относительно бесконечности,  $r_i$  — расстояние этой точки до  $i$ -го заряда, а суммирование производится по всем точечным зарядам.

Подобным образом можно рассчитать потенциал поля и *протяженных* заряженных тел. В этом случае нужно сначала найти потенциал, создаваемый отдельным бесконечно малым элементом объема тела  $d\tau$ , который можно рассматривать как точечный заряд. Этот потенциал есть

$$dU = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho d\tau}{r},$$

где  $\rho$  — объемная плотность заряда, а  $r$  — расстояние от рассматриваемой точки поля до  $d\tau$ . Полное значение потенциала равно

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{\rho d\tau}{r}, \quad (29.2)$$

где интегрирование распространяется на весь объем  $\tau$  заряженного тела.

Если заряды расположены только на поверхности тела, то

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma dS}{r}. \quad (29.3)$$

Здесь  $\sigma$  — поверхностная плотность заряда,  $dS$  — элемент поверхности тела,  $r$  — расстояние рассматриваемой точки поля до  $dS$ , а интегрирование распространяется по всей заряженной поверхности  $S$ .

**Пример. Электрическое поле диполя.** Применим результаты предыдущего параграфа к вычислению электрического поля, создаваемого диполем (рис. 44). Согласно (29.1) потенциал в некоторой точке поля  $a$  есть

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}.$$

Будем теперь считать, что длина диполя  $l$  весьма мала по сравнению с расстояниями  $r_1$  и  $r_2$  до точки  $a$ . В этом случае можно положить:

$$r_1 - r_2 \approx l \cos \alpha, \quad r_1 r_2 \approx r^2,$$

и выражение для потенциала принимает вид

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \alpha}{r^2}. \quad (29.4)$$

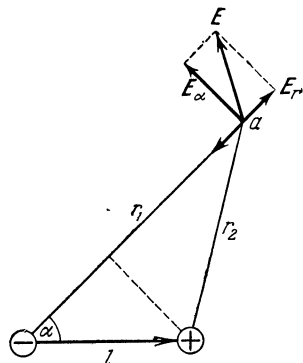


Рис. 44. К вычислению электрического поля диполя.

Здесь  $p$  есть абсолютная величина момента диполя, введенного нами в § 17, а  $\alpha$  — угол между направлением момента диполя  $p$  и направлением радиуса-вектора  $r$ , проведенного из диполя в рассматриваемую точку поля.

Зная  $U$  в зависимости от координат, мы можем вычислить напряженность поля  $E$  по формуле (21.1), дифференцируя выражение

для  $U$  по координатам. Будем пользоваться полярными координатами  $r$  и  $\alpha$  с началом в точке нахождения диполя и направим полярную ось в направлении момента диполя  $\mathbf{p}$ . Тогда составляющая напряженности в направлении радиуса  $r$  есть

$$E_r = -\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{p \cos \alpha}{2\pi\epsilon_0 r^3}. \quad (29.5)$$

Составляющая, перпендикулярная к  $r$ :

$$E_\alpha = -\frac{\partial U}{r \partial \alpha} = \frac{p \sin \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^3}. \quad (29.6)$$

Полная величина напряженности поля в точке  $(r, \alpha)$  будет:

$$E = \sqrt{E_r^2 + E_\alpha^2} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{3 \cos^2 \alpha + 1}. \quad (29.7)$$

Вектор напряженности образует с направлением  $r$  угол  $\beta$ :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{E_\alpha}{E_r} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha. \quad (29.8)$$

Эти формулы вполне определяют напряженность поля по величине и по направлению в каждой точке поля. На рис. 45 изображены силовые линии этого поля.

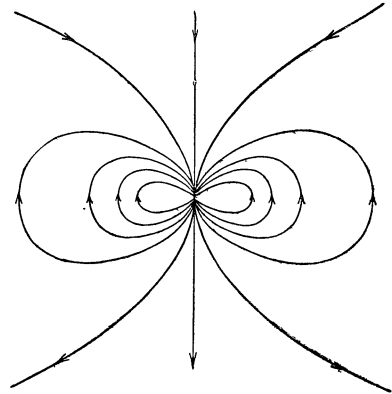


Рис. 45. Силовые линии электрического диполя.

### § 30. Общая задача электростатики

Наиболее часто встречаются такие случаи, когда распределение зарядов не известно, но *заданы потенциалы* проводников. Такие задачи могут быть сформулированы следующим общим образом: имеется система проводников  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и т. д. заданной формы и заданного взаимного расположения и известны потенциалы всех проводников  $U_A$ ,  $U_B$  и т. д. (например, относительно бесконечности или относительно одного из проводников); требуется определить значение потенциала в любой точке поля между проводниками.

Математически эта задача сводится к следующей. Составляющие напряженности поля  $\mathbf{E}$  по координатам можно выразить согласно (21.1) через потенциал:

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial U}{\partial z}.$$

Подставляя эти выражения в уравнение Пуассона (16.1), мы получим общее уравнение, которому удовлетворяет потенциал, в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (30.1)$$



Если между проводниками не имеется зарядов, то во всех точках  $\rho = 0$ , и уравнение (32.1) переходит в более простое:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0, \quad (30.2)$$

называемое *уравнением Лапласа*. Поэтому вычисление потенциала в общем случае сводится к нахождению такой функции координат  $U(x, y, z)$ , которая во всем пространстве между проводниками удовлетворяет дифференциальному уравнению (30.2), а на самих проводниках принимает заданные постоянные значения  $U_A, U_B$  и т. д. Можно показать, что решение такой задачи однозначно.

Легко убедиться, что найденные нами в §§ 28, 29 выражения для потенциала в простейших полях удовлетворяют уравнению (30.2) и граничным условиям.

Действительно, для однородного поля плоского конденсатора потенциал выражается формулой (28.3). Потенциал зависит лишь от одной координаты  $x$ , и поэтому в уравнении Лапласа (30.2) имеется всего один член. Вычисляя производные от потенциала по координатам, имеем:

$$U = \frac{\sigma}{\epsilon_0} x, \quad \frac{dU}{dx} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}, \quad \frac{d^2U}{dx^2} = 0.$$

Потенциал, кроме того, удовлетворяет граничным условиям, так как остается постоянным во всех точках одной обкладки ( $x = 0$ ) и другой обкладки ( $x = d$ ).

Для радиального поля шарового конденсатора мы нашли формулу (28.2), где  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . Дифференцируя выражение для потенциала по координатам, получаем:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = U_0 \frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{1}{r} \right) = U_0 \frac{1}{r^2} \frac{x}{r}, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = U_0 \frac{r^2 - 3x^2}{r^5}.$$

И аналогично:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = U_0 \frac{r^2 - 3y^2}{r^5}, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = U_0 \frac{r^2 - 3z^2}{r^5}.$$

Поэтому

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = U_0 \frac{3r^2 - 3(x^2 + y^2 + z^2)}{r^5} = 0.$$

Потенциал, выражаемый формулой (28.2), удовлетворяет и граничным условиям, так как постоянен во всех точках каждой обкладки (при  $r = a$  и  $r = b$ ).

Подобным же образом можно проверить, что формула (28.4), найденная для потенциала в поле цилиндрического конденсатора, также удовлетворяет и уравнению (30.2), и граничным условиям.

Решение уравнения (30.2), вообще говоря, сложно и составляет содержание специального раздела математической физики — теории потенциала.

Если форма электродов настолько сложна, что распределение потенциала трудно вычислить, то его всегда можно определить экспериментально. Для этого может служить электрический зонд (§ 27). Еще удобнее применение электролитической ванны, описанной в § 69.

### § 31. Проводники в электрическом поле

Рассмотрим теперь, каким образом распределяются электрические заряды внутри проводников в отсутствии электрического тока.

В § 20 мы видели, что для равновесия зарядов необходимо, чтобы напряженность поля  $E_i$  в любой точке внутри проводника была равна нулю. Но тогда из уравнения Пуассона (16.1) следует, что объемная плотность заряда  $\rho_i$  внутри проводника также равна нулю. В отсутствии электрического тока заряды распределяются только на поверхности проводника.

Если мы представим себе, что из сплошного проводника удалена внутренняя часть, то получится полый замкнутый проводник. Так как внутренняя часть не имела зарядов, то ее удаление не изменит ни распределение поля, ни распределение зарядов внутри оставшейся части проводника. Поэтому равновесное распределение зарядов в полой проводнике будет таким же, как и в сплошном проводнике, т. е. заряды будут только *на внешней поверхности*. Напряженность же поля будет равна нулю в любой точке внутри стенок полости и в любой точке внутри полости.

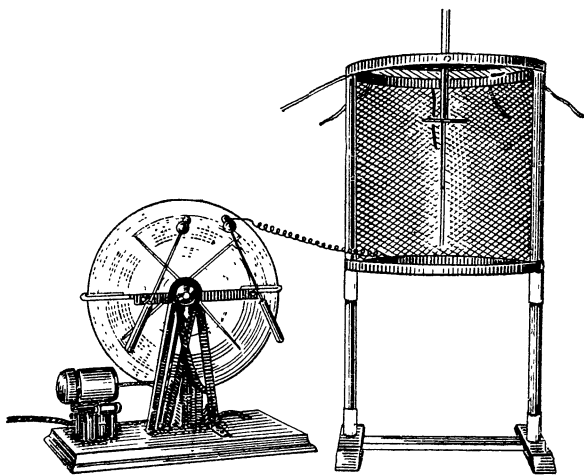


Рис. 46. Внутри замкнутой металлической полости нет электрического поля.

Эти выводы легко проверить на опыте. Возьмем замкнутый полый проводник (рис. 46), сделанный в виде клетки из проволочной сетки и укрепленный на изолирующей подставке. Подвесим на его внешней поверхности ряд бумажных полосок — электроскопов, а внутри клетки укрепим подвижный электроскоп, который, по желанию,

можно либо помещать внутри клетки, либо выдвигать наружу. Зарядив клетку от электростатической машины, мы увидим, что наружные электроскопы сильно отклоняются, в то время как электроскоп, находящийся внутри клетки, не показывает никакого отклонения; если же выдвинуть его наружу, то и он дает сильное отклонение. Следовательно, электрического поля внутри клетки нет.

Для доказательства того, что электрические заряды распределяются только на внешней поверхности, исследуем распределение зарядов на

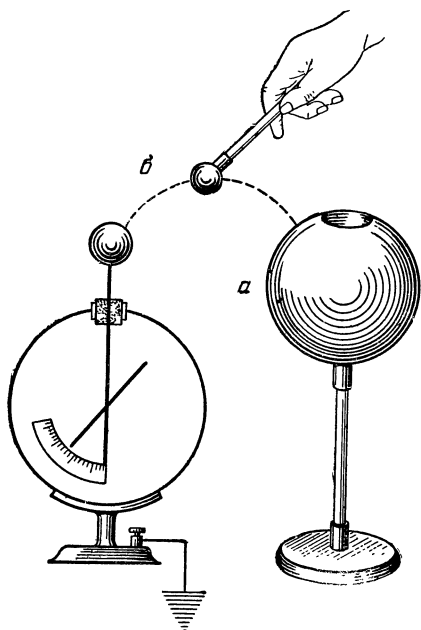


Рис. 47. Заряды распределяются только на внешней поверхности проводника.

проводнике при помощи опыта, изображенного на рис. 47. Для этого укрепим полый металлический проводник *a* на изолирующей подставке и зарядим его. Возьмем, далее, небольшой металлический шарик *b* (*пробный шарик*), укрепленный на изолирующей ручке, и коснемся им какой-либо точки поверхности проводника. На пробный шарик перейдет заряд, тем больший, чем больше поверхностная плотность заряда в данном месте. Отнимем теперь шарик от проводника и коснемся им электрометра. Электрометр покажет некоторое отклонение, которое будет зависеть от напряжения между стрелкой и корпусом. Это напряжение пропорционально величине заряда, перешедшего с пробного шарика на электрометр, а этот заряд в свою очередь пропорционален полному заряду шарика. Поэтому по показаниям электрометра можно

судить о заряде шарика, а значит, и о поверхностной плотности заряда на исследуемом проводнике. Если касаться пробным шариком различных точек внутренней поверхности проводника, то электрометр не дает никакого отклонения. Если же прикасаться к точкам внешней поверхности, то стрелка электрометра отклоняется, и тем больше, чем сильнее заряжен проводник.

Заряды в состоянии равновесия распределяются на поверхности проводника всегда, независимо от того, каким образом возникли заряды. Если замкнутый полый металлический проводник находится во внешнем электрическом поле (рис. 48, *a*), то на нем появятся индукционные заряды. Эти заряды будут также сосредоточены только

на поверхности при помощи опыта, изображенного на рис. 47. Для этого укрепим полый металлический проводник *a* на изолирующей подставке и зарядим его. Возьмем, далее, небольшой металлический шарик *b* (*пробный шарик*), укрепленный на изолирующей ручке, и коснемся им какой-либо точки поверхности проводника. На пробный шарик перейдет заряд, тем больший, чем больше поверхностная плотность заряда в данном месте. Отнимем теперь шарик от проводника и коснемся им электрометра. Электрометр покажет некоторое отклонение, которое будет зависеть от напряжения между стрелкой и корпусом. Это напряжение пропорционально величине заряда, перешедшего с пробного шарика на электрометр, а этот заряд в свою очередь пропорционален полному заряду шарика. Поэтому по показаниям электрометра можно

на внешней поверхности, а электрическое поле и в толще металла, и внутри полости будет равно нулю. Поэтому полый металлический проводник экранирует электрическое поле всех внешних зарядов. Этим широко пользуются на практике для устройства *электростатической защиты*. Для того чтобы оградить чувствительные электрические приборы от возмущающего действия внешних электрических полей, их заключают в замкнутые металлические ящики, которые соединяют с землей.

Отметим, что замкнутый полый проводник экранирует только поле *внешних* зарядов. Если электрические заряды находятся *внутри* полости, индукционные заряды возникнут не только на внешней поверхности проводника, но и на внутренней (рис. 48, б). Распределение этих индуцированных зарядов будет таким, чтобы полное

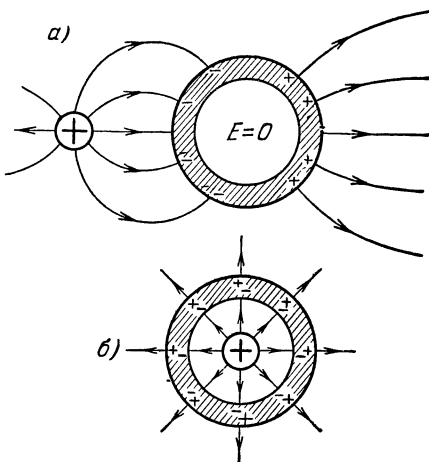


Рис. 48. Электрический заряд вне (а) и внутри (б) металлической полости.

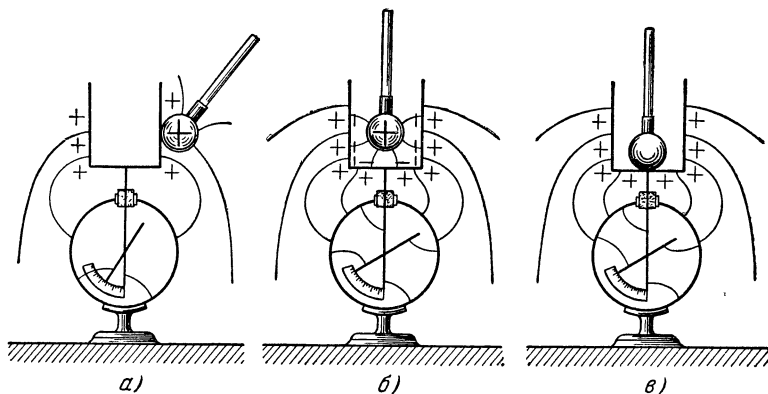


Рис. 49. Фарадеев цилиндр.

*а*—Когда заряженное тело прикасается к фарадееву цилиндру снаружи, заряд тела передается цилиндру частично, *б*—При внесении заряженного проводника внутрь цилиндра на внешней поверхности цилиндра возникает индукционный заряд, равный по величине и противоположный по знаку заряду проводника, *в*—При соприкосновении заряженного тела с цилиндром изнутри индукционные заряды внутренней поверхности цилиндра компенсируют заряд проводника, проводник разряжается полностью, а на внешней поверхности цилиндра остается заряд, равный заряду проводника.

поле, равное сумме полей: заряда внутри полости и индукционных зарядов, в любой точке в толще металла было равно нулю (условие

равновесия). Однако внутри полости поле не будет равно нулю и здесь будут проходить силовые линии, соединяющие заряд, заключенный в полости, с индукционными зарядами на внутренней поверхности. Индукционные же заряды на внешней поверхности вызовут поле во внешнем пространстве, и поэтому замкнутая проводящая полость не экранирует поле электрических зарядов, помещенных внутри нее.

В связи с изложенным выше находится важный практический прием передачи заряда от одного проводника к другому. Пусть, например, требуется передать заряд с металлического проводника на электрометр. Чтобы осуществить эту передачу *полностью*, электрометр соединяют с полым проводником, приближающимся по форме к замкнутой полости, например с металлическим цилиндром («фарадеев цилиндр»), и вносят заряженный проводник *внутрь* этой полости. Тогда проводник разряжается полностью и его заряд целиком переходит на электрометр. Рис. 49 разъясняет действие фарадеева цилиндра.

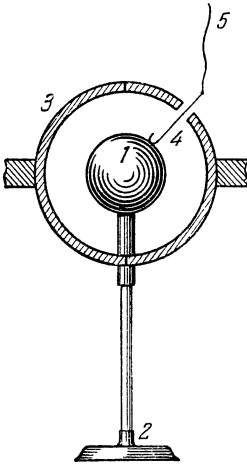
### § 32. Точная проверка закона Кулона

В предыдущем параграфе, объясняя, почему заряды распределяются только на поверхности проводника, мы основывались на теореме Остроградского — Гаусса. Но эта теорема есть следствие закона Кулона, и поэтому найденные нами особенности распределения зарядов являются также следствием этого закона. И наоборот: можно показать, что если бы сила взаимодействия точечных зарядов выражалась законом

$$E \propto \frac{q_1 q_2}{r^{2 \pm \delta}},$$

то при любом  $\delta$ , отличном от нуля, теорема Остроградского — Гаусса не имела бы места и заряды распределялись бы не только на поверхности, но и в объеме проводника (см. Добавление 1, стр. 637). Поэтому, исследуя на опыте, действительно ли в объеме проводника нет зарядов, можно проверить справедливость закона Кулона и притом гораздо более точно, нежели в опытах с крутильными весами.

Рис. 50. Опыт Кавендиша.



Такие опыты произвел впервые Кавендиш, который за несколько лет до Кулона установил закон обратной пропорциональности квадрату расстояния. В этих опытах металлический шар 1 (рис. 50) был укреплен на изолирующей подставке 2. Две металлические полусферы 3, изолированные от земли стеклянными стержнями, были укреплены на подвижных подставках (на рисунке не изображены) и могли быть соединены

в одну сферу, охватывающую шар *1*. В одной из полуфер имелось малое отверстие, в которое можно было вставлять короткую металлическую проволоку *4*, подвешенную на шелковой нити *5*, и соединять шар и сферу, не разряжая прибора.

Самый опыт заключался в следующем. Полушферы *3* складывали вместе, соединяли их проволокой *4* с шаром *1* и заряжали. О величине заряда сферы судили по показаниям примитивного электрометра с бузиновыми шариками (который в те времена считался точнейшим прибором). Затем проволоку *4* с помощью шелковой нити *5* удаляли, обе полушферы раздвигали и разряжали, соединяя их с землей. После этого электрометр присоединяли к шару *1* и проверяли, имеется ли на нем заряд. Опыт всегда показывал, что на шаре нет никаких следов заряда.

Вследствие большого принципиального значения вопроса о законе силового взаимодействия зарядов подобные опыты были повторены позднее Максвеллом в улучшенной форме. Исходя из чувствительности своих опытов, Максвелл рассчитал, что отклонение  $\delta$  от величины *2* в показателе закона Кулона если и существует, то не превышает  $\frac{1}{21\ 600}$ . Таким образом, закон Кулона проверен на опыте с весьма большой точностью.

### § 33. Острия

В § 31 мы видели, что электрические заряды всегда распределяются только на поверхности проводника. Однако это распределение различно в зависимости от формы проводника. В этом можно просто убедиться при помощи опыта, изображенного на рис. 47. Если в качестве испытуемого проводника выбрать металлический шар, то, исследуя пробным шариком различные точки внешней поверхности, можно видеть, что электрометр дает одно и то же показание, а значит, поверхностная плотность заряда на шаре одинакова. Если же исследовать распределение зарядов на проводнике более сложной формы, изображенном на рис. 51, то окажется, что поверхностная плотность заряда различна в разных точках поверхности: она близка к нулю внутри углубления (точка *a*),

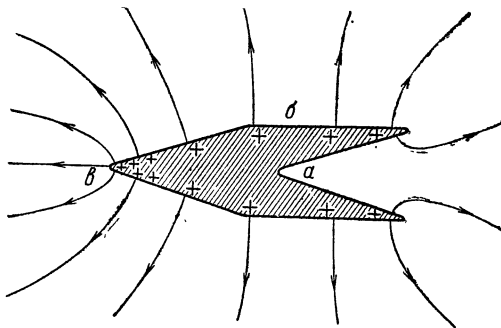


Рис. 51. Напряженность электрического поля и поверхностная плотность заряда имеют наибольшие значения у заострения проводника.

на проводнике более сложной формы, изображенном на рис. 51, то окажется, что поверхностная плотность заряда различна в разных точках поверхности: она близка к нулю внутри углубления (точка *a*),

принимает наибольшее значение на заострении (точка  $\alpha$ ) и имеет промежуточную величину в точках боковой поверхности ( $\beta$ ).

Но напряженность поля  $E$  согласно (15.7) пропорциональна поверхностной плотности заряда  $\sigma$ . Поэтому и напряженность поля у поверхности проводника сложной формы также весьма неодинакова. Она особенно велика возле участков с малым радиусом кривизны, т. е. у заострений.

Это приводит к своеобразному явлению «стекания» зарядов с металлических острий. Если соединить изолированное металлическое острие с источником высокого напряжения (например, с одним из полюсов электростатической машины, второй полюс которой заземлен), то находящиеся поблизости изолированные проводники заряжаются. Помещая недалеко от острия электрометр, соединенный с металлической пластиной, можно видеть, что пластина заряжается до значительного напряжения (рис. 52) и притом зарядом того же знака, что и на острие. Если, наоборот, предварительно зарядить

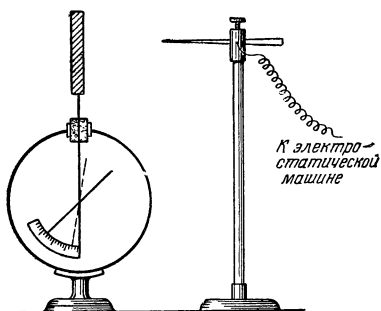


Рис. 52. Стекание зарядов с острия.

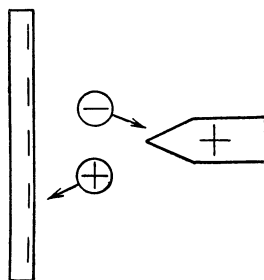


Рис. 53. Причина стекания зарядов с острия.

пластину с электрометром, а острие присоединить к земле, то при поднесении острия к пластине последняя разряжается: индукционные заряды стекают с острия и нейтрализуют заряд пластины.

Причина этого явления заключается в большой величине напряженности поля возле острия. Когда эта напряженность становится достаточно большой, в окружающем воздухе начинается ионизация (подробнее см. § 180) и появляются положительные и отрицательные ионы (рис. 53). Ионы с тем же знаком заряда, что и у острия, движутся от острия; ионы с противоположным знаком заряда движутся к острию и уменьшают его заряд.

Ионы, движущиеся от острия, увлекают в своем движении и нейтральные молекулы, отчего возникает направленное течение воздуха от острия, или *электрический ветер*. Его можно обнаружить, поднося к острию зажженную свечу: пламя свечи сильно отклоняется от острия и может быть погашено струей электрического ветра.

Рассмотренное свойство заостренных проводников используют на практике для съема зарядов в различных устройствах. Так, например, для собирания зарядов с дисков электростатической машины (§ 3) диски заставляют проходить мимо металлических гребенок с острями.

Для предотвращения стекания зарядов у всех приборов и машин, работающих под высоким электрическим напряжением, металлические части делают хорошо закругленными, а концы металлических стержней снабжают гладкими шариками; наличие заострений вызвало бы стекание зарядов и нарушение изоляции.

Явления стекания зарядов с заостренных проводников используют также для устройства громоотводов (§ 193).

### § 34. Электростатический генератор

То обстоятельство, что заряды всегда распределяются только на внешней поверхности проводника, используют для устройства *электростатических генераторов*, предназначенных для получения весьма высоких напряжений. Принцип их действия разъясняется

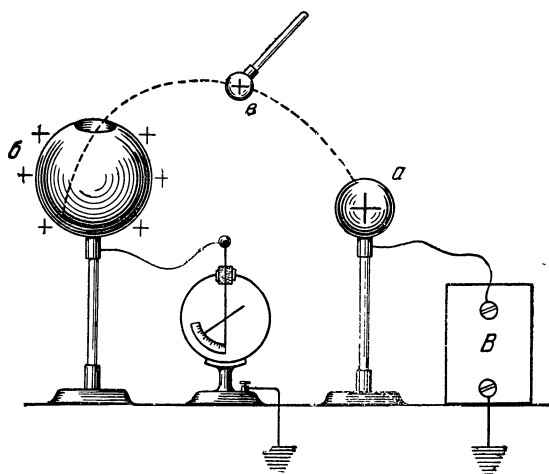


Рис. 54. Принцип действия электростатического генератора.

опытом, изображенным на рис. 54. Соединим изолированный проводник *а* с источником напряжения *В* (удобно воспользоваться заряженным конденсатором или техническим выпрямителем на 2—3 тысячи вольт) и расположим поблизости *полый* изолированный проводник *б*, соединенный с электрометром. Соединим на момент проводники *а* и *б* металлическим стержнем (на изолирующей ручке).



Проводник *б* зарядится до напряжения проводника *а*, которое и определим по показаниям электрометра. Возьмем теперь металлический шар *в*, укрепленный на изолирующей ручке, коснемся им проводника *а*, а затем *внутренней* поверхности проводника *б*. Заряд шара *в* перейдет *полностью* на проводник *б*, отчего напряжение на *б* увеличится. Повторяя этот процесс многократно, мы сможем сделать напряжение на проводнике *б* намного бóльшим, чем напряжение на проводнике *а*; в принципе можно увеличивать его неограниченно.

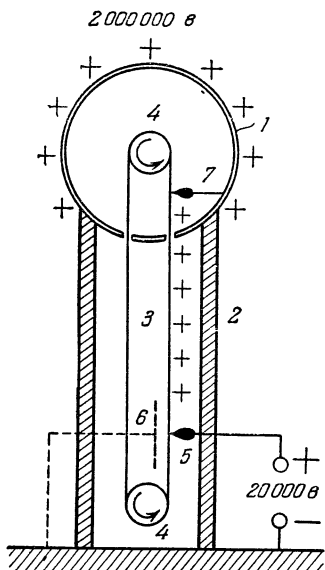


Рис. 55. Электростатический генератор.

При помощи описанного процесса мы переносим положительные заряды от тела с более низким потенциалом к телу с более высоким потенциалом. На первый взгляд это может показаться удивительным, так как при соединении двух проводников положительные заряды всегда перемещаются от более высокого потенциала к более низкому. На самом же деле здесь никакого противоречия нет, так как при перемещении шара *в* от *а* к *б* мы преодолеваем силу отталкивания и совершаем *механическую работу*. Поэтому, перемещая *в* по направлению к *б*, мы *увеличиваем* потенциал шара *в*. Когда *в* окажется внутри полости *б*, его потенциал сравняется с потенциалом *б*. Таким образом, ценой совершения механической работы мы можем, располагая источником небольшого напряжения, зарядить какой-либо проводник до напряжения более высокого.

Это и осуществляется в электростатическом генераторе. Он состоит из большого полого проводника *1* (рис. 55), обычно шарообразной формы, укрепленного на изолирующей колонне *2*. Внутри колонны проходит бесконечная лента *3* из прорезиненной ткани, движущаяся на двух шкивах *4* и играющая роль шара *в* в опыте рис. 54. Лента заряжается при помощи системы острий *5*, соединенных с одним из полюсов источника напряжения, второй полюс которого заземлен. Против острий, с обратной стороны ленты, помещают заземленную пластину *6*, которая увеличивает заряды, стекающие с острия *5* на ленту. Проходя мимо системы острий *7*, соединенных с шаром *1*, резиновая лента отдает им принесенные заряды, которые полностью переходят на внешнюю поверхность шара независимо от того, какое напряжение имеется между шаром и землей.

Максимальное напряжение, которое практически можно получить на шаре, определяется утечками зарядов с шара (главным образом вследствие ионизации воздуха). Напряжение шара перестает повышаться, когда заряд, приносимый лентой в единицу времени (ток

ленты), делается равным заряду, теряемому вследствие утечки (току утечки). Поэтому на практике стремятся возможно увеличить ток ленты.

Электростатические генераторы применяют в настоящее время для ускорения заряженных частиц (электронов и ионов). С их помощью удается получить напряжения до 3—5 миллионов вольт. Высота таких генераторов достигает 10—15 м, а диаметр шара — нескольких метров. В последнее время электростатические генераторы иногда помещают в камеры со сжатым газом (при давлении до 10 атм), так как ионизация газа при повышении давления наступает при больших напряжениях.

## ГЛАВА IV

### ЭЛЕКТРОЕМКОСТЬ. ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

#### § 35. Емкость простого конденсатора

Рассмотрим два проводника, между которыми существует электрическое напряжение, и предположим, что все линии смещения, исходящие из одного проводника, заканчиваются на другом. Такую пару проводников мы будем называть *простым конденсатором* или просто *конденсатором*.

Простым конденсатором является *шаровой конденсатор*, состоящий из двух проводников в виде концентрических сфер (§ 28), так как линии смещения, исходящие из внутренней сферы, обязательно все заканчиваются на внешней сфере. Две параллельные проводящие пластины (*плоский конденсатор*) можно считать также простым конденсатором, если расстояние между пластинами мало по сравнению с их размерами. Простым конденсатором является и *цилиндрический конденсатор* (§ 28), если длина цилиндров велика по сравнению с зазором между ними. Оба проводника, образующие конденсатор, называются его *обкладками*.

Так как линии смещения начинаются и заканчиваются на электрических зарядах, то отсюда следует, что заряды, находящиеся на обкладках простого конденсатора, всегда равны по величине и противоположны по знаку.

Чтобы зарядить конденсатор, нужно присоединить его обкладки к источнику напряжения, например к электродам батареи гальванических элементов или к полюсам электрической машины. Для зарядки конденсатора можно также соединить одну из его обкладок с землей, а другую — с одним из полюсов источника напряжения, другой же полюс источника нужно соединить с землей.

Напряженность поля в любой точке между обкладками конденсатора всегда пропорциональна величине заряда обкладок. Поэтому

согласно (19.1) и напряжение  $U$  между обкладками всегда пропорционально заряду обкладок  $q$ :

$$q = CU. \quad (35.1)$$

Коэффициент  $C$  в этой формуле называют *электрической емкостью* конденсатора или просто его *емкостью*.

Из (35.1) следует, что  $q = C$  при  $U = 1$ . Это значит, что емкость конденсатора измеряется зарядом, находящимся на каждой из обкладок, если напряжение между обкладками равно единице.

Единицей емкости служит *фарада* ( $\phi$ ). Это — емкость такого конденсатора, у которого при заряде каждой обкладки в 1 к напряжение между обкладками равно 1 в:

$$1 \text{ фарада } (\phi) = 1 \frac{\kappa}{\text{в}}.$$

На практике применяются также более мелкие единицы емкости: 1 *микрофарада* ( $\text{мк}\phi$ ) =  $10^{-6} \phi$  и 1 *пикофарада* ( $\text{пк}\phi$ ) =  $10^{-12} \phi$ .

### § 36. Диэлектрическая проницаемость

Посмотрим теперь, от чего зависит емкость конденсатора.

Возьмем демонстрационный плоский конденсатор (рис. 56), состоящий из двух параллельных изолированных металлических дисков,

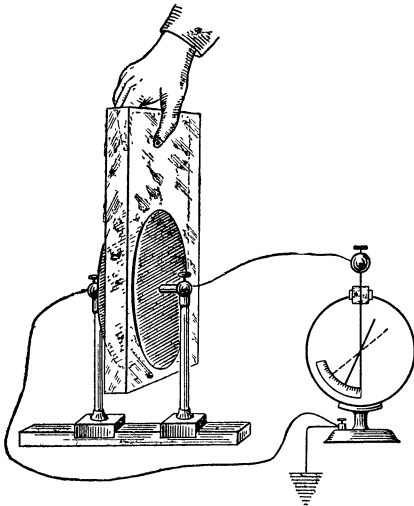


Рис. 56. Демонстрационный плоский конденсатор с электрометром.

расстояние между которыми можно изменять. Присоединим к дискам электрометр, заземлим его корпус и соединенный с ним диск и зарядим второй диск, прикасаясь к нему заряженной стеклянной палочкой. Электрометр отметит появление напряжения между дисками, которое зависит от емкости конденсатора и величины заряда на нем.

Будем теперь изменять расстояние между дисками. Мы увидим, что при увеличении расстояния напряжение на конденсаторе увеличивается, а при уменьшении расстояния — уменьшается. Так как заряд, находящийся на дисках, не изменяется, то это значит, что изменяется емкость конденсатора; она увеличивается при уменьшении

расстояния между дисками. Емкость конденсатора зависит также от размеров дисков и увеличивается с увеличением их поверхности.

Поместим теперь диски на некотором расстоянии друг от друга, заметим показания электрометра и внесем пластину какого-нибудь изолятора (стеклянную, из серы и т. п.) в пространство между дисками. Мы найдем, что напряжение на конденсаторе уменьшится. Если вновь удалить пластину изолятора, то напряжение на конденсаторе делается прежним; это указывает на неизменность заряда дисков во время опыта. Но тогда полученный результат согласно (35.1) обозначает, что емкость конденсатора увеличилась при внесении изолятора в промежуток между обкладками. Емкость конденсатора зависит от свойств среды, находящейся между его обкладками.

Пусть  $C_0$  — емкость любого конденсатора, когда его обкладки находятся в вакууме. Практически мы получим ту же емкость, если между обкладками будет атмосферный воздух. Пусть, далее,  $C$  — емкость того же конденсатора, если *все пространство* между его обкладками заполнено каким-либо другим *однородным* изолятором. Отношение

$$\frac{C}{C_0} = \varepsilon \quad (36.1)$$

называют *диэлектрической проницаемостью* изолятора. Диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  есть величина, характеризующая электрические свойства *вещества*, и зависит от рода вещества и от его состояния (температуры, давления и т. д.).

Отметим, что величина, определяемая формулой (36.1), есть *отношение* диэлектрических проницаемостей данного вещества ( $\varepsilon$ ) и вакуума ( $\varepsilon_0$ ), или диэлектрическая проницаемость *относительно вакуума*. Как видно из (36.1), эта величина является безразмерной. Абсолютное значение диэлектрической проницаемости зависит от того, какую размерность и какую величину приписать  $\varepsilon_0$ . В абсолютной электростатической системе единиц полагают  $\varepsilon_0 = 1$  и считают величиной безразмерной. Поэтому (36.1) определяет одновременно и абсолютное значение диэлектрической проницаемости в системе СГСЭ.

В системе единиц СИ  $\varepsilon_0$  есть величина размерная и не равная единице (§ 6). Поэтому абсолютное значение диэлектрической проницаемости вещества в системе СИ есть  $\varepsilon_0 \varepsilon$ .

Приводим в качестве примера диэлектрические проницаемости  $\varepsilon$  некоторых веществ.

Вещество	$\varepsilon$	Вещество	$\varepsilon$
Вакуум . . . . .	1	Стекло . . . . .	5—10 **)
Воздух *) . . . . .	1,000594	Спирт этиловый . . . . .	27
Эбонит . . . . .	2,7—2,9	Вода . . . . .	81

\*) При 0° С и 760 мм рт. ст.  
 \*\*) В зависимости от сорта.

### § 37. Примеры вычисления емкости

Емкость конденсаторов простой формы можно вычислить. Для этого предполагают, что на каждой из обкладок находится некоторый заряд  $q$ , и вычисляют потенциал в электрическом поле рассматриваемого конденсатора  $U(x, y, z)$ . Если удастся решить эту задачу, то отсюда получается и значение напряжения между обкладками конденсатора  $U$ . После этого емкость можно найти по формуле (35.1).

Рассмотрим некоторые примеры.

**Пример 1. Плоский конденсатор.** Будем считать, что зазор между пластинами мал по сравнению с их размерами, так что краевыми эффектами можно пренебречь. Распределение потенциала в поле плоского конденсатора нами уже вычислено в § 28. Если на единице поверхности обкладок имеется заряд  $\sigma$  и диэлектриком является вакуум, то полное напряжение между обкладками

$$U = \frac{\sigma d}{\epsilon_0},$$

где  $d$  — расстояние между пластинами. Если площадь каждой пластины равна  $S$ , то полный заряд пластины есть  $q = \sigma S$ . Поэтому

$$C = \frac{q}{U} = \epsilon_0 \frac{S}{d}. \quad (37.1)$$

Если диэлектриком является не воздух, а вещество с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , заполняющее *все* пространство, где имеется электрическое поле (пространство между обкладками), то емкость будет в  $\epsilon$  раз больше:

$$C = \epsilon \epsilon_0 \frac{S}{d}. \quad (37.1a)$$

При уменьшении расстояния  $d$  между обкладками емкость увеличивается, что мы и наблюдали в опыте § 36.

Этим обстоятельством пользуются иногда для обнаружения малых напряжений при помощи грубого электрометра. Для этого на стержне электрометра укрепляют одну из пластин плоского конденсатора, а другую пластину делают съемной и укрепляют на ней изолирующую ручку (рис. 57). На поверхность одной из пластин наносят тончайший слой какого-либо хорошо изолирующего лака. Для измерения напряжения съемную пластину накладывают на пластину электрометра и на короткое

Рис. 57. Электрометр с конденсатором.

время присоединяют к пластинам источник напряжения, отчего конденсатор заряжается до напряжения источника  $U$ . Затем источник отсоединяют и съемную пластину, держа ее за изолирующую ручку, удаляют. При этом

емкость конденсатора сильно уменьшается, от первоначального значения  $C_1$  до малого значения  $C_2$ , а напряжение на электрометре сильно увеличивается и становится равным  $U \frac{C_1}{C_2}$ . Пользуясь таким *электрометром с конденсатором*, можно, например, измерить напряжение между электродами гальванического элемента (около 1 в), располагая совсем грубым электрометром с чувствительностью в несколько сот вольт на одно деление.

**Пример 2. Шаровой конденсатор.** Если на обкладках конденсатора имеется заряд  $q$ , то напряжение между обкладками в вакууме (§ 28)

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right),$$

где  $a$  и  $b$  — радиусы внутренней и внешней обкладок. Поэтому емкость в вакууме

$$C = \frac{q}{U} = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}. \quad (37.2)$$

Если внешний радиус  $b$  гораздо больше внутреннего  $a$ , то формула упрощается:

$$C = 4\pi\epsilon_0 \cdot a. \quad (37.3)$$

Этот результат справедлив и в том случае, если внешняя обкладка имеет не сферическую форму, а какую угодно, при условии, что ее размеры намного больше радиуса внутренней сферы. В этом смысле часто говорят о емкости *уединенного шара*, хотя это выражение всегда обозначает емкость конденсатора, у которого роль внешней обкладки играют удаленные предметы, находящиеся при одинаковом потенциале (стены комнаты и т. п.).

Если, наоборот, величина зазора между обкладками  $b - a = d$  весьма мала по сравнению со средним радиусом сфер  $r$ , то (37.2) можно представить в следующем виде:

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a} \approx 4\pi\epsilon_0 \frac{r^2}{d} = \epsilon_0 \frac{S}{d},$$

где  $S = 4\pi r^2$  есть поверхность обкладок. Мы видим, что при малой величине зазора выражения для емкости сферического и плоского конденсаторов совпадают.

**Пример 3. Цилиндрический конденсатор.** Пусть конденсатор состоит из двух коаксиальных цилиндров с радиусами  $a$  (внутренний) и  $b$  (внешний). Длину цилиндров будем считать весьма большой по сравнению с зазором между ними. Напряжение между обкладками (§ 28)

$$U = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{b}{a},$$

где  $q_1$  — заряд на единицу длины цилиндров. Поэтому емкость цилиндрического конденсатора в вакууме на каждую *единицу длины*

$$C_1 = \frac{q_1}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}}. \quad (37.4)$$

Эта формула выражает, в частности, емкость *кабеля*, который состоит из металлического провода, окруженного слоем изолятора и металлической броней. При этом (37.4) следует умножить еще на диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  вещества изолятора.

Если расстояние между цилиндрами  $b - a = d$  мало по сравнению с их радиусами, то (37.4) упрощается. В этом случае  $\ln \frac{b}{a}$  можно разложить в ряд и ограничиться только членом первого порядка:

$$\ln \frac{b}{a} = \ln \left( 1 + \frac{d}{a} \right) \approx \frac{d}{a}.$$

Поэтому

$$C_1 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\frac{d}{a}} = \epsilon_0 \frac{S}{d},$$

где через  $S$  обозначена поверхность обкладок на единицу длины конденсатора:  $S = 2\pi a$ . И в этом случае емкость выражается той же формулой, что и для плоского конденсатора.

Отметим, что этот результат является общим и справедлив для конденсаторов с обкладками *любой формы*, если только зазор между обкладками мал по сравнению с радиусом кривизны обкладок. Он является следствием того, что любое неоднородное поле на малых расстояниях можно рассматривать как однородное.

**Пример 4. Двухпроводная линия.** Рассмотрим теперь два параллельных цилиндрических провода с радиусами  $a$  и расстоянием между осями  $d$  (рис. 58). Будем считать, что все остальные тела, включая и землю, находятся на расстояниях, больших по сравнению с  $d$ , и поэтому будем рассматривать оба провода как простой конденсатор.

Если расстояние  $d$  сравнимо с  $a$ , то заряды будут распределены по поверхности проволок неравномерно, и вычисление электрического поля будет сложным. Поэтому мы предположим, что  $d \gg a$ . В этом случае оба цилиндра будут заряжены равномерно, и напря-

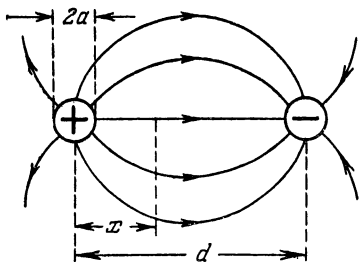


Рис. 58. Электрическое поле двухпроводной линии.

женность поля, создаваемую ими, можно найти по формуле (15.7). Так как напряжение в электростатическом поле не зависит от формы пути, то для его вычисления мы выберем простейший путь в виде прямой линии, соединяющей оси проводов и перпендикулярной к их поверхности. Напряженность поля  $E$  в какой-либо точке  $x$  на этой линии (рис. 58)

$$E = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{x} + \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{d-x},$$

где  $q_1$  — заряд на единицу длины проводов. Поэтому напряжение  $U$  между проводами

$$\begin{aligned} U &= \int_a^{d-a} E dx = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \int_a^{d-a} \frac{dx}{x} + \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \int_a^{d-a} \frac{dx}{d-x} = \\ &= \frac{q_1}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{d-a}{a} \approx \frac{q_1}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{d}{a}. \end{aligned}$$

Емкость двухпроводной линии на каждую единицу длины

$$C_1 = \frac{q_1}{U} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{d}{a}}. \quad (37.5)$$

**Единица измерения электрической постоянной  $\epsilon_0$ .** Понятие электрической емкости используют в системе единиц СИ для образования единицы измерения электрической постоянной  $\epsilon_0$  (абсолютной диэлектрической проницаемости). При этом в качестве определяющего соотношения (ср. § 5) выбирают выражение для емкости конденсатора (любой конфигурации). Пользуясь, например, формулой (37.1), мы имеем:

$$\epsilon_0 = \frac{Cd}{S},$$

и поэтому единица измерения  $\epsilon_0$  есть

$$1 \frac{\text{ф} \cdot \text{м}}{\text{м}^2} = 1 \frac{\text{ф}}{\text{м}}.$$

Она получила название *фарада на метр*.

### § 38. Метод зеркальных изображений

При расчете электрического поля и вычислении емкости бывает полезен вспомогательный прием, называемый *методом зеркальных изображений* зарядов.

Этот метод основан на следующем очевидном положении: если в электрическом поле заменить какую-либо эквипотенциальную поверхность проводником той же формы и создать на этом проводнике потенциал, равный потенциалу рассматриваемой эквипотенциальной поверхности, то электрическое поле не изменится.



Применим это положение к электрическому полю двух точечных зарядов  $+q$  и  $-q$ , расположенных на расстоянии  $2h$  друг от друга (рис. 61). Рассматриваемое поле можно разделить плоскостью  $AA$  на две равные части. Эта плоскость будет везде перпендикулярна к силовым линиям, а следовательно, будет эквипотенциальной поверхностью. Поэтому, если в  $AA$  находится неограниченная проводящая плоскость, то поле между этой плоскостью и зарядом  $+q$  не изменится и будет совпадать с полем двух точечных зарядов  $+q$  и  $-q$ . Это позволяет просто учесть действие индуцированных зарядов на проводящей плоскости.

Заряд  $-q$  расположен за плоскостью на таком же расстоянии  $h$ , что и заряд  $+q$  над плоскостью, и поэтому является его *зеркальным изображением* в проводящей плоскости. Поэтому найденный результат можно сформулировать так: *электрическое поле между точечным зарядом и бесконечной проводящей плоскостью совпадает с полем, создаваемым рассматриваемым зарядом и его зеркальным изображением в проводящей плоскости.* Или, иначе: действие проводящей плоскости с ее индуцированными зарядами можно заменить действием точечного заряда, являющегося зеркальным изображением данного заряда в проводящей плоскости.

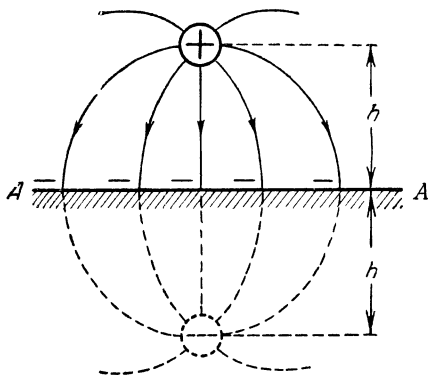


Рис. 59. Электрическое поле между точечным зарядом и проводящей плоскостью.

будут также изображаться рис. 59. Это поле в пространстве между проводом и землей будет совпадать с полем провода и его зеркального изображения, и поэтому задача сводится к случаю двух параллельных проводов. Однако напряжение между поверхностью земли и проводом при том же заряде провода будет равно только половине напряжения между двумя проводами, а, значит, емкость будет в два раза больше. Умножая на 2 выражение (37.5) и полагая в нем  $d = 2h$ , найдем выражение для емкости единицы длины провода над землей в виде:

$$C_1 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{2h}{a}}. \quad (38.1)$$

### § 39. Энергия заряженного конденсатора

Если обкладки заряженного конденсатора замкнуть металлической проволокой, то в ней возникнет электрический ток, а конденсатор разрядится. Электрический ток разряда конденсатора выделяет в проволоке определенное количество тепла, а это значит, что заряженный конденсатор обладает *энергией*.

На рис. 60 приведена схема опыта, показывающего наличие энергии у заряженного конденсатора. Если перевести переключатель  $K$  в положение 1, то конденсатор  $C$  окажется соединенным с батареей элементов  $B$  и зарядится до напряжения батареи. При перебрасывании переключателя в положение 2 конденсатор разряжается через электрическую лампочку, которая дает вспышку.

Вычислим энергию заряженного конденсатора. Для этого представим себе, что конденсатор разряжается, и обозначим через  $u$  мгновенное значение напряжения на его обкладках в процессе разряда. Если малое количество заряда  $dq$  проходит в процессе разряда между обкладками, то работа электрических сил  $dA$  согласно § 19

$$dA = u dq.$$

Выражая в этой формуле заряд обкладок  $q$  через напряжение по формуле (35.1), получим:

$$dA = Cu du.$$

Полную работу, совершенную электрическими силами за все время разряда, равную энергии конденсатора  $W$ , мы получим, интегрируя это выражение между значениями напряжения  $U$  (начало разряда) и 0 (конец разряда). Это дает:

$$A = W = C \int_0^U u du = \frac{1}{2} CU^2. \quad (39.1)$$

Зависимость энергии конденсатора от емкости и напряжения можно также показать в описанном выше опыте (рис. 60). Если увеличить напряжение батареи (увеличивая, например, число последовательно соединенных элементов), то лампочка вспыхивает гораздо ярче. Если, оставляя батарею неизменной, изменять емкость конденсатора, то с увеличением емкости накал лампочки увеличивается.

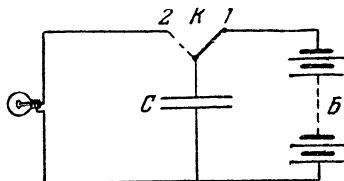


Рис. 60. При разряде конденсатора через электрическую лампочку его энергия превращается в тепло.

Пользуясь соотношением (35.1), можно представить выражение для энергии заряженного конденсатора также в любом из следующих видов:

$$W = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{1}{2} qU. \quad (39.2)$$

Благодаря способности запасать в себе энергию конденсаторы играют большую роль в электротехнике и радиотехнике. В дальнейших главах мы рассмотрим многочисленные технические применения конденсаторов.

### § 40. Технические конденсаторы

В зависимости от назначения техническим конденсаторам придают различную форму.

Для работы с очень высокими и быстро переменными напряжениями применяют специальные конденсаторы. Диэлектриком в них является толстостенный цилиндр из специальных сортов керамики, а обкладками конденсатора служат толстые металлические слои, нанесенные на керамику.

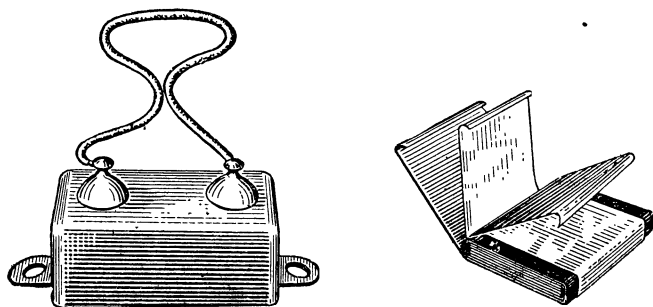


Рис. 61. Технический бумажный конденсатор.

На рис. 61 показано устройство и внешний вид *технического бумажного конденсатора*, применяемого до напряжений в несколько сотен вольт. Его диэлектриком служит бумажная лента, пропитанная парафином, а обкладками — более узкие ленты из станиоля, наложенные по обе стороны парафинированной бумаги. Ленты туго свертывают в виде компактного пакета, и поэтому такие конденсаторы имеют небольшие размеры.

В радиотехнике находят широкое применение *конденсаторы переменной емкости* (рис. 62). Они представляют собой две системы металлических пластин, которые могут входить одна в другую

при вращении рукоятки. Диэлектриком в таких конденсаторах служит обычно воздух.

Следует также упомянуть об *электролитических конденсаторах*, в которых диэлектриком является тончайший слой окислов алюминия, отчего их емкость достигает громадных значений (сотни и тысячи микрофард) при незначительных размерах (см. § 215).

Существуют и другие типы технических конденсаторов, на которых мы, однако, не останавливаемся.

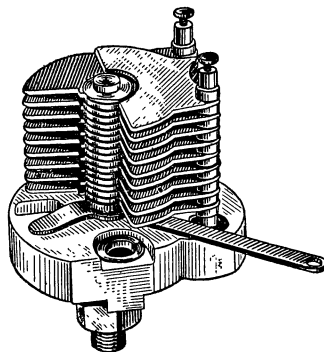


Рис. 62. Радиотехнический конденсатор переменной емкости.

### § 41. Соединение конденсаторов

Если напряжение на конденсаторе сделать слишком большим, то конденсатор «пробивается», т. е. между его обкладками возникает искра (внутри диэлектрика или по его поверхности) и конденсатор портится вследствие нарушения изоляции. Поэтому каждый конденсатор характеризуется не только своей емкостью, но еще и максимальным рабочим напряжением.

Для того чтобы, располагая определенными конденсаторами, осуществить желаемую емкость при нужном рабочем напряжении, конденсаторы соединяют в батареи.

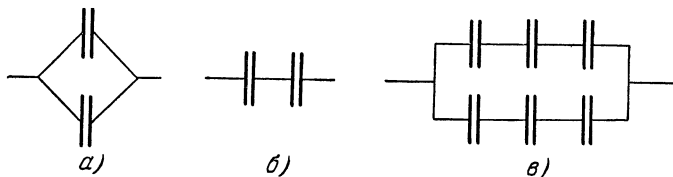


Рис. 63. Соединения конденсаторов.

*a* — параллельное, *b* — последовательное, *v* — смешанное.

На рис. 63, *a* показано *параллельное* соединение конденсаторов. В этом случае общим для всех конденсаторов является напряжение  $U$ , и мы имеем:

$$q_1 = C_1 U,$$

$$q_2 = C_2 U, \dots$$

Суммарный заряд, находящийся на батарее, равен

$$q = \sum q_i = U \sum C_i,$$

и поэтому емкость батареи

$$C = \frac{q}{U} = \sum C_i. \quad (41.1)$$

Емкость батареи конденсаторов, соединенных параллельно, равна сумме емкостей отдельных конденсаторов. Так как в этом случае напряжение на каждом конденсаторе равно напряжению на батарее, то и допустимое рабочее напряжение батареи будет таким же, как и у одного конденсатора.

На рис. 63, б изображено *последовательное* соединение конденсаторов. В этом случае одинаковым для всех конденсаторов является заряд  $q$ , равный полному заряду батареи, и мы можем написать:

$$U_1 = \frac{q}{C_1},$$

$$U_2 = \frac{q}{C_2}.$$

Напряжение же батареи будет равно *сумме напряжений* на отдельных конденсаторах, т. е.

$$U = \sum U_i = q \sum \frac{1}{C_i}.$$

Поэтому для емкости  $C$  всей батареи мы находим:

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}. \quad (41.2)$$

При последовательном соединении конденсаторов суммируются обратные величины емкостей. В этом случае напряжение на каждом конденсаторе будет меньше напряжения на батарее, и поэтому допустимое рабочее напряжение будет больше, чем у одного конденсатора.

На рис. 63, в показано *смешанное* соединение конденсаторов. Емкость такой батареи легко определить, пользуясь формулами (41.1) и (41.2), что предоставляем сделать самим читателям.

Используя на практике соединение конденсаторов, следует всегда иметь в виду, что диэлектрик любого конденсатора не является идеальным изолятором и, хотя бы очень слабо, проводит электричество. Поэтому всякий реальный конденсатор имеет некоторую *утечку* зарядов и может быть изображен эквивалентной схемой (рис. 64, а) в виде идеального конденсатора  $C$  (без утечки) и параллельно присоединенного большого сопротивления  $r$ . В случае параллельного соединения конденсаторов утечки не играют особой роли и напряжение на каждом конденсаторе будет равно по-прежнему полному напряжению батареи. Не то, однако, будет при последовательном соединении. Если конденсатор  $C_2$  (рис. 64, б) без утечки соединен последовательно с конденсатором  $C_1$ , обладающим утечкой  $r_1$ , то с течением времени конденсатор  $C_1$  будет разряжаться, и в конце концов на конденсаторе  $C_2$  окажется полное напряжение батареи. В реальном слу-

чае обоих конденсаторов с утечками (рис. 64, в) установившиеся напряжения будут зависеть не от емкостей, а от утечек. На конденсаторе с меньшей утечкой будет большее напряжение и он может быть пробит.

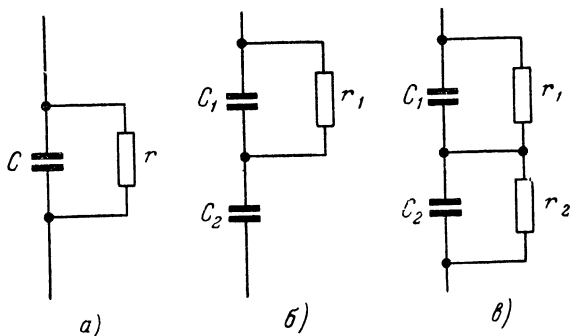


Рис. 64. Эквивалентные схемы конденсаторов с утечками.

Поэтому последовательное соединение конденсаторов не применяют при работе с постоянными напряжениями, а используют его в цепях переменного тока.

### § 42. Сложные конденсаторы

До сих пор мы рассматривали лишь простые конденсаторы, в которых все линии смещения, исходящие из одной обкладки, заканчивались на другой обкладке. Однако могут быть и более сложные случаи, когда линии смещения распределяются между несколькими проводниками (рис. 65). Такую систему проводников мы будем называть *сложным* конденсатором.

В этом случае заряд какого-либо из тел будет зависеть от потенциалов *всех* проводников, участвующих в образовании электрического поля. Этот заряд можно найти следующим образом. Рассмотрим проводник 1 (рис. 65) и выделим на нем часть поверхности *аб*, которая соединяется линиями смещения только с проводником 2.

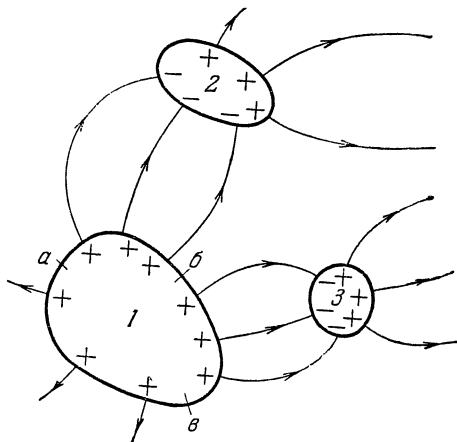


Рис. 65. Сложный конденсатор.

Заряд этого участка равен  $q_{ab} = C_{ab}U_{12}$ , где  $C_{ab}$  — емкость участка *аб* относительно тела 2, а  $U_{12}$  — напряжение между телами 1 и 2. Аналогично для другого

участка поверхности  $бв$  имеем:  $q_{бв} = C_{бв}U_{13}$ , и т. д. Поэтому полный заряд тела  $I$  будет:

$$q_1 = C_{аб}U_{12} + C_{бв}U_{13} + C_{вa}U_{14}. \quad (42.1)$$

Здесь через  $U_{14}$  обозначено напряжение между проводником  $I$  и тем телом, на котором заканчиваются линии смещения, идущие с участка  $ва$ .

Вместо напряжений или разностей потенциалов между каждой парой проводников  $U_{12}$ ,  $U_{13}$ , ... мы можем ввести в (42.1) потенциалы  $U_1$ ,  $U_2$ , ... каждого из проводников (например, относительно бесконечности):

$$U_{12} = U_1 - U_2, \quad U_{13} = U_1 - U_3, \quad \dots$$

Подставляя эти выражения в (44.1), получим для заряда  $q_1$  опять линейную функцию потенциалов всех проводников в виде

$$q_1 = C_{11}U_1 + C_{12}U_2 + \dots = \sum_k C_{1k}U_k. \quad (42.2)$$

И аналогично для зарядов других проводников

$$q_i = \sum_k C_{ik}U_k, \quad (42.2a)$$

где  $i$  — номер проводника. Коэффициенты  $C_{ik}$  в этих формулах имеют простой физический смысл. Из (42.2) видно, что  $C_{11}$  равно заряду проводника  $I$ , когда его потенциал равен единице, а потенциалы всех других проводников равны нулю; коэффициент  $C_{12}$  равен заряду на теле  $I$ , когда потенциал тела  $2$  равен единице, а потенциалы всех остальных тел (включая и тело  $I$ ) равны нулю, и т. д.  $C_{ik}$  зависят от формы и размеров рассматриваемых проводников, от их взаимного расположения и от свойств окружающей среды.

Систему уравнений (42.2a) можно разрешить относительно потенциалов  $U_k$  и выразить, наоборот, все потенциалы через полные заряды проводников. Потенциалы проводников будут также *линейными* функциями зарядов, и мы можем написать:

$$U_k = \sum_i p_{ik}q_i. \quad (42.3)$$

Можно показать, что коэффициенты  $C_{ik}$  и  $p_{ik}$  удовлетворяют условиям симметрии

$$C_{ik} = C_{ki},$$

$$p_{ik} = p_{ki}$$

на чем, однако, мы не останавливаемся.

Мы видим, что в случае сложного конденсатора заряд любого из проводников определяется потенциалами всех проводников. Поясним это на простом примере. Рассмотрим цилиндрический конденсатор вблизи поверхности земли (заземленных предметов) (рис. 66). Мы имеем здесь три проводника: внешнюю обкладку, внутреннюю обкладку и землю, и в правой части формулы (42.1) будут два члена. Обозначим через  $C$  емкость обеих обкладок, а через  $c$  — емкость внешней обкладки относительно земли (емкостью стержня относительно земли пренебрегаем). Если соединить внешнюю обкладку с землей, то  $U_{13} = 0$ . Поэтому при зарядке конденсатора до напряжения  $U$  он накопит заряд

$$q_1 = CU.$$

Если же соединить с землей внутреннюю обкладку, то  $U_{13}$  не равно нулю и равно напряжению на конденсаторе  $U$ . Поэтому при том же напряжении заряд конденсатора будет *больше*, чем в первом случае, а именно

$$q_2 = CU + cU.$$

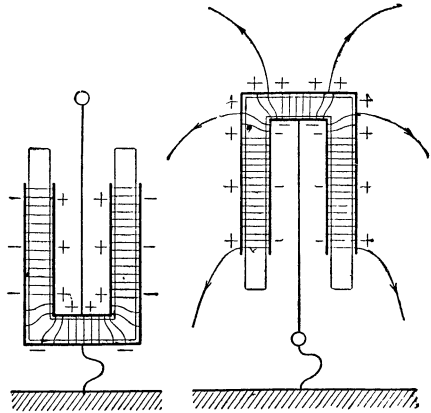


Рис. 66. Пример сложного конденсатора.

### § 43. Энергия электрического поля

Мы видели, что заряженный конденсатор обладает определенной энергией. Поэтому можно поставить вопрос о том, где именно сосредоточена, локализована эта энергия. Можно, например, предполагать, что энергия сосредоточена на обкладках конденсатора, т. е. на электрических зарядах. Однако можно также допустить, что энергия конденсатора сосредоточена в его электрическом поле, т. е. в пространстве между обкладками. Только опыт, очевидно, может дать решение этого вопроса.

Пока мы рассматриваем постоянные электрические поля, такой опыт невозможен, так как в этом случае мы всегда имеем заряды, окруженные электрическим полем, и, наоборот, — электрические поля совместно с электрическими зарядами. Однако интересные данные можно получить, рассматривая поля, переменные во времени. Ниже мы увидим (гл. XXIII), что существуют электромагнитные волны, представляющие собой электрические и магнитные поля, изменяющиеся во времени и распространяющиеся с определенной



скоростью в пространстве. Электрические поля в электромагнитных волнах можно получить без электрических зарядов, первоначально породивших эти поля (так же как и магнитные поля — без электрических токов, их поддерживающих). Опыт показывает, что электромагнитные волны заключают в себе и переносят энергию, и эту энергию мы с успехом используем в радиотехнике для целей связи и в других технических устройствах. Факт существования электромагнитных волн позволяет ответить на поставленный выше вопрос и заключить, что *энергия сосредоточена в электрическом поле*.

Учитывая этот результат, мы можем преобразовать выражение (39.1) для энергии конденсатора таким образом, чтобы в него входила характеристика *поля* — его напряженность.

Рассмотрим сначала однородное поле и применим (39.1) к плоскому конденсатору. Мы получим:

$$W = \frac{1}{2} \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} U^2 = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 \left( \frac{U}{d} \right)^2 Sd.$$

Но  $\frac{U}{d}$  (ср. § 21) есть напряженность поля  $E$ , а  $Sd$  — объем, занимаемый полем. Мы видим, что энергия однородного поля пропорциональна объему, занимаемому полем. Поэтому целесообразно говорить об энергии каждой единицы объема, или об *объемной плотности* энергии электрического поля. Она равна

$$u = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2}. \quad (43.1)$$

Если электрическое поле неоднородно, то его всегда можно разбить на элементарные объемы  $d\tau$  и считать, что в пределах бесконечно малого объема это поле однородно. Поэтому энергия, заключенная в объеме поля  $d\tau$ , будет  $u d\tau$ . Полная энергия любого электрического поля может быть представлена в следующем виде:

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int_{\tau} \epsilon E^2 d\tau, \quad (43.2)$$

причем интегрирование производится по всему объему  $\tau$ , где имеется электрическое поле.

## ГЛАВА V ДИЭЛЕКТРИКИ

### § 44. Поляризация диэлектриков

При внесении в электрическое поле каких-либо диэлектриков электрическое поле изменяется. Это мы видели уже в § 36: при введении диэлектрической пластины в пространство между обкладками конденсатора (отключенного от источника) напряжение между

обкладками изменяется, а значит, изменяется и электрическое поле внутри конденсатора.

В настоящей главе мы рассмотрим, как изменяется электрическое поле в присутствии диэлектриков и в чем заключаются причины этого изменения. А для этого рассмотрим, что происходит с диэлектриком в электрическом поле.

Для выяснения этого вопроса обратимся к опытам. Зарядим электрометр и отметим его показание. Приблизим к электрометру какое-либо незаряженное диэлектрическое тело, например толстую стеклянную пластину (рис. 67). Мы увидим, что показания электрометра уменьшаются, когда пластина находится вблизи электрометра, и вновь восстанавливаются при удалении пластины.

Если бы вместо диэлектрика мы приближали к электрометру проводник, то мы наблюдали бы подобное же явление. Но мы знаем, что на проводнике возникают индукционные заряды (§ 2), которые и изменяют электрическое поле. Отсюда можно заключить, что на диэлектрике в электрическом поле также возникают заряды; на ближайшей к телу части диэлектрика появляются заряды, разноименные с зарядом влияющего тела, а на удаленной части диэлектрика — одноименные заряды (рис. 67).

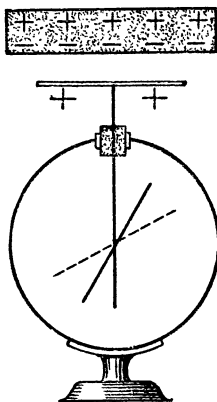


Рис. 67. При поднесении незаряженного диэлектрика показания электрометра уменьшаются.

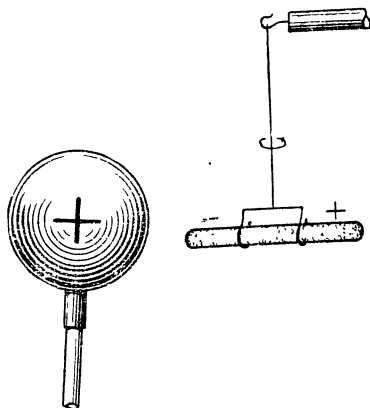


Рис. 68. Диэлектрическая палочка в электрическом поле поворачивается и устанавливается вдоль силовых линий поля.

Появление зарядов на диэлектриках ведет к возникновению сил, действующих на диэлектрики, даже если они первоначально были незаряженными. Подвесим на тонкой нити стеклянную или парафиновую палочку (рис. 68) и приблизим к ней заряженный шар. Палочка начнет поворачиваться и установится своей осью вдоль силовых

линий поля, т. е. таким образом, что ее ось окажется направленной к центру шара. Это свидетельствует опять о том, что на ближайшей к шару части палочки появляются заряды, разноименные с зарядом шара, а на удаленной части — одноименные.

Подобные силы можно наблюдать и в таком опыте. Укрепим неподвижно две изолированные металлические пластины плоского конденсатора. Подвесим на одном конце коромысла весов стеклянную пластину, поместим ее между обкладками конденсатора без соприкосновения с ними, так, чтобы она заполняла только часть пространства конденсатора, и уравновесим весы. Создадим теперь между обкладками конденсатора электрическое поле, соединив их с источником напряжения в несколько тысяч вольт. Мы найдем, что стеклянная пластинка начнет втягиваться в электрическое поле, и равновесие весов нарушится. Причину появления сил, действующих на стеклянную пластину, разъясняет рис. 69. На стеклянной пластине в электрическом поле появляются заряды. В области неоднородного

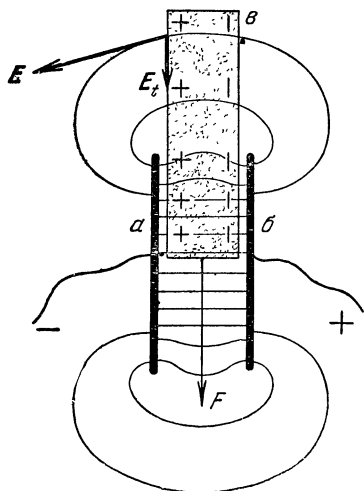


Рис. 69. Пластина из диэлектрика втягивается в электрическое поле.

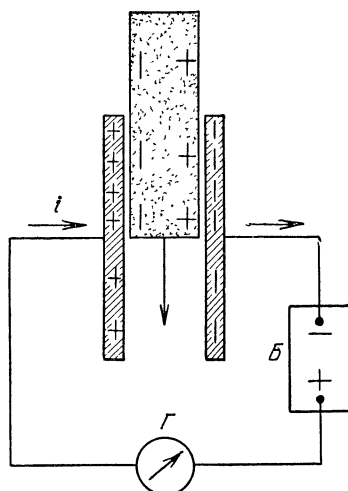


Рис. 70. При вдвигании диэлектрической пластины в конденсатор в цепи возникает электрический ток.

поля (вблизи краев обкладок) напряженность поля конденсатора  $E$  имеет составляющую  $E_t$ , параллельную обкладкам  $a$  и  $b$ , и поэтому на стеклянную пластину действуют силы, втягивающие ее внутрь конденсатора.

Рассмотрим в заключение еще один поучительный опыт. Соединим последовательно демонстрационный плоский конденсатор, источник напряжения  $B$  и чувствительный гальванометр  $\Gamma$  (рис. 70). Если изоляция конденсатора достаточно хороша, то гальванометр не покажет никакого тока. Быстро

вдвинем теперь в конденсатор стеклянную пластину. Мы заметим, что при вдвигании диэлектрика гальванометр показывает кратковременный ток, который исчезает, когда пластина перестает перемещаться. При выдвигании пластины в цепи появляется ток обратного направления.

Возникновение тока в этом опыте опять свидетельствует о появлении зарядов на диэлектрике. Эти заряды частично компенсируют действие зарядов на обкладках. Чтобы напряжение между обкладками осталось неизменным (конденсатор приключен к источнику), на пластины должны перейти с источника дополнительные заряды, равные зарядам на диэлектрике, а поэтому в цепи возникает ток. При выдвигании диэлектрика эти дополнительные заряды уходят снова в источник и в цепи появляется ток обратного направления.

Приведенные опыты показывают, что *на первоначально незаряженных диэлектриках в электрическом поле возникают электрические заряды*. На диэлектрике появляются электрические

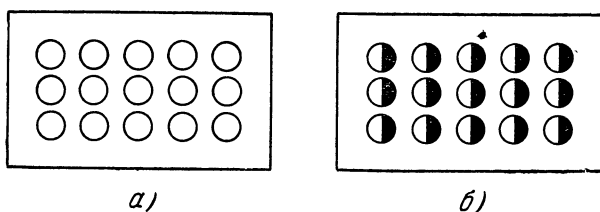


Рис. 71. Модель непolarизованного (а) и polarизованного (б) диэлектрика.

*полюсы*, отчего и самое явление получило название *поляризации диэлектриков*. Заряды, возникающие на диэлектриках в электрическом поле, мы будем называть *поляризационными зарядами*.

Явление поляризации диэлектриков имеет сходство с индукцией на проводниках (§ 2). Однако между обоими явлениями имеется и важное различие. Разъединяя в электрическом поле проводник на части, можно отделить друг от друга индукционные заряды, и поэтому после исчезновения поля разъединенные части проводника остаются заряженными. Разъединяя же в электрическом поле диэлектрика, мы найдем, что после устранения поля каждая часть диэлектрика делается по-прежнему незаряженной. *Отделить друг от друга поляризационные заряды невозможно*.

Это различие объясняется тем, что в металлах отрицательный заряд существует в подвижном состоянии в виде электронов проводимости, которые могут перемещаться на значительные расстояния. Поэтому индукционные заряды в металлах можно отделить друг от друга. В диэлектриках же заряды обоих знаков *связаны* друг с другом и могут только смещаться на малые расстояния *в пределах одной молекулы*.

Неполяризованный диэлектрик (в отсутствии электрического поля) можно схематически изобразить в виде собрания молекул, в каждой

из которых равные положительные и отрицательные заряды распределены равномерно по всему объему молекулы (рис. 71, а). При поляризации диэлектрика заряды в каждой молекуле смещаются в противоположные стороны, и на одном конце молекулы появляется положительный заряд, а на другом — отрицательный (рис. 71, б). При этом каждая молекула превращается в *электрический диполь* (§ 17).

Смещение зарядов внутри молекул будет проявляться как возникновение некоторых зарядов на диэлектрике. Действительно,

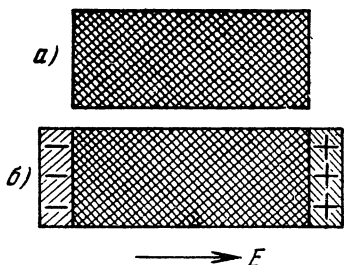


Рис. 72. Поляризация диэлектрика как смещение зарядов.

а — неполяризованный диэлектрик,  
б — поляризованный диэлектрик.

неполяризованный диэлектрик можно представить как два тождественных объема, совпадающих друг с другом, каждый из которых равномерно заполнен положительным или отрицательным зарядом (рис. 72, а). Поляризацию диэлектрика можно рассматривать как смещение этих объемов на малое расстояние в противоположные стороны (рис. 72, б). При этом внутри диэлектрика по-прежнему количество положительного заряда будет равно количеству отрицательного, но на одном из концов диэлектрика возникнет тонкий слой с некомпенсированным положительным зарядом, а на другом появится некомпенсированный отрицательный заряд, т. е. возникнут поляризационные заряды.

## § 45. Вектор поляризации

При поляризации диэлектрика каждая его молекула превращается в электрический диполь и, следовательно, приобретает определенный *электрический момент* (§ 17):

$$p = ql.$$

При этом, как и прежде, вектор смещения  $l$  считается направленным от отрицательного заряда к положительному.

Для количественной характеристики поляризации диэлектрика служит специальная физическая величина, называемая *вектором поляризации*. Вектором поляризации диэлектрика называют *электрический момент единицы объема диэлектрика*. Он равен векторной сумме электрических моментов всех молекул, заключенных в единице объема:

$$P = \sum p_i. \quad (45.1)$$

Если диэлектрик однороден и смещение зарядов  $l$  одинаково во всех точках, то и вектор  $\mathbf{P}$  будет одинаков по всему диэлектрику. Такую поляризацию называют *однородной*.

Зная вектор поляризации  $\mathbf{P}$ , можно определить поляризационные заряды, и наоборот. Будем считать поляризацию однородной и рассмотрим в электрическом поле кусок диэлектрика в виде наклонной призмы с основанием  $S$  и ребром  $L$ , параллельным вектору  $\mathbf{P}$  (рис. 73). На одном из оснований призмы появятся отрицательные поляризационные заряды с поверхностной плотностью  $-\sigma'$ , а на другом — положительные заряды с плотностью  $+\sigma'$ , и призма приобретет электрический момент:

$$p = \sigma' SL.$$

Если  $\alpha$  — угол между направлением нормали к основанию призмы и вектором  $\mathbf{P}$ , то объем призмы  $\tau$  равен

$$\tau = SL \cos \alpha,$$

и поэтому

$$p = \frac{\sigma' \tau}{\cos \alpha}.$$

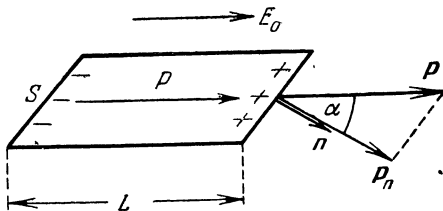


Рис. 73. К определению вектора поляризации  $\mathbf{P}$ .

Но, с другой стороны, эту же величину можно выразить через электрический момент единицы объема:

$$p = P\tau.$$

Сравнивая оба последних равенства, мы находим:

$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n. \quad (45.2)$$

В этой формуле  $P_n$  обозначает проекцию вектора  $\mathbf{P}$  на направление *внешней* нормали к рассматриваемой поверхности. Для правой грани призмы на рис. 73 угол  $\alpha$  острый,  $\cos \alpha > 0$  и  $\sigma'$  положительно. Для левой грани угол  $\alpha$  тупой,  $\cos \alpha < 0$  и  $\sigma'$  отрицательно.

Полученный результат показывает, что *поверхностная плотность поляризационных зарядов равна нормальной составляющей вектора поляризации в данной точке поверхности*. Это также обозначает, что количество заряда, прошедшее через площадку в  $1 \text{ м}^2$ , перпендикулярную к направлению смещения зарядов, равно величине вектора поляризации.

Если вектор  $\mathbf{P}$  различен в разных точках (*неоднородная*, поляризация), то в диэлектрике могут возникнуть еще *объемные заряды*. Однако в дальнейшем мы будем рассматривать только такие случаи, когда объемных поляризационных зарядов нет.

Величину объемных поляризационных зарядов можно найти следующим образом. Рассмотрим внутри поляризованного диэлектрика бесконечно малый параллелепипед с ребрами  $dx$ ,  $dy$  и  $dz$ , параллельными прямоугольным осям координат  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ . Пусть, далее, вектор поляризации имеет в точке  $(x, y, z)$ , где находится одна из вершин параллелепипеда, составляющие по осям  $P_x$ ,  $P_y$ ,  $P_z$  (рис. 74). Тогда согласно (45.2) количество положительного заряда, выходящего из параллелепипеда через заштрихованную грань, равно

$$\left(P_x + \frac{\partial P_x}{\partial x} dx\right) dy dz.$$

Количество же положительного заряда, входящего в параллелепипед через другую параллельную грань, есть

$$P_x dy dz.$$

Поэтому приращение положительного заряда равно

$$P_x dy dz -$$

$$-\left(P_x + \frac{\partial P_x}{\partial x} dx\right) dy dz =$$

$$= -\frac{\partial P_x}{\partial x} d\tau,$$

Рис. 74. К определению объемных поляризационных зарядов.

где  $d\tau = dx dy dz$  — объем параллелепипеда. Рассматривая подобным образом две другие пары граней, перпендикулярные к осям  $Y$  и  $Z$ , мы найдем, что полное количество положительного заряда, вошедшего внутрь параллелепипеда при поляризации, дается выражением

$$-\left(\frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{\partial P_z}{\partial z}\right) d\tau.$$

С другой стороны, тот же заряд равен  $\rho' d\tau$ , где  $\rho'$  — объемная плотность искомых поляризационных зарядов. Поэтому мы имеем:

$$-\rho' = \frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{\partial P_z}{\partial z}. \quad (45.3)$$

Если поляризация однородна, то  $\mathbf{P} = \text{const}$  и (45.3) дает  $\rho' = 0$ . Заметим, что в некоторых случаях и при неоднородной поляризации выражение (45.3) также может обращаться в нуль (ср. § 50).

## § 46. Напряженность электрического поля внутри диэлектрика

В гл. II мы определили напряженность электрического поля в вакууме как силу, действующую на единичный положительный пробный заряд. При переходе к диэлектрикам это определение требует дополнительного уточнения.

Представим себе, что размеры пробного заряда малы по сравнению с расстояниями между молекулами диэлектрика. Тогда мы найдем, что электрическое поле внутри диэлектрика весьма различно в разных точках и достигает особенно больших значений вблизи

заряженных концов молекул — диполей. Эти изменения поля происходят лишь в микроскопических масштабах и недоступны непосредственному наблюдению. Определенное подобным образом поле носит название *микроскопического* поля ( $E_m$ ).

Однако во всех реальных опытах мы имеем дело с телами (или частями этих тел), размеры которых велики по сравнению с межатомными расстояниями. В этих случаях нас интересует *усредненное* по объему значение микроскопического поля  $E_m$ , т. е. *макроскопическое* поле.

Это среднее значение напряженности электрического поля и называют *напряженностью электрического поля внутри диэлектрика*. Таким образом, по определению

$$E = \bar{E}_m = \frac{1}{\tau} \int E_m d\tau. \quad (46.1)$$

Отметим, что объем  $\tau$  в этой формуле должен быть велик с микроскопической точки зрения, так чтобы в нем заключалось большое число молекул. Однако он должен быть достаточно мал в макроскопическом смысле, т. е. на протяжении его размеров макроскопическое значение поля должно оставаться практически неизменным. Подобные малые объемы, удовлетворяющие обоим этим требованиям, называются «физически бесконечно малыми» (в отличие от математически бесконечно малых).

Совершенно аналогично потенциалом внутри диэлектрика называют макроскопический потенциал, т. е. среднее его значение по некоторому физически малому объему. Макроскопические значения поля  $E$  и потенциала  $U$  связаны теми же соотношениями, что и в вакууме. В случае плоского конденсатора мы имеем:

$$E = \frac{U}{a}, \quad (46.2)$$

где  $U$  — разность потенциалов между обкладками,  $a$  — расстояние между ними.

Рассмотрим плоский конденсатор (однородное поле), целиком заполненный однородным диэлектриком. Напряженность поля  $E$  внутри диэлектрика есть сумма двух полей: поля  $E_0$ , созданного зарядами на металлических обкладках, и поля  $E'$ , вызванного поляризованным диэлектриком (рис. 75). Поле  $E_0$  равно  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ , где  $\sigma$  — поверхностная плотность заряда на металлических обкладках. Действие же поляризованного диэлектрика, с макроскопической точки зрения,

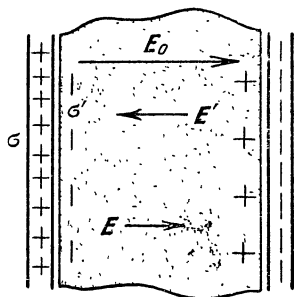


Рис. 75. Напряженность электрического поля  $E$  внутри диэлектрика есть разность между полем  $E_0$  зарядов обкладок и полем  $E'$  поляризационных зарядов.



можно выразить через поляризационные заряды (§ 45), возникающие на его поверхности. Поэтому  $E' = -\frac{\sigma'}{\epsilon_0}$ , где  $\sigma'$  — поверхностная плотность поляризационных зарядов. Следовательно,

$$E = \frac{\sigma - \sigma'}{\epsilon_0}.$$

Напряженность поля внутри диэлектрика совпадает с напряженностью поля в вакууме, когда поверхностная плотность заряда на обкладках конденсатора равна  $(\sigma - \sigma')$ . Эту разность между зарядом обкладок и поляризационным зарядом часто называют *свободным зарядом*.

В связи со сказанным выше необходимо особо отметить, что сила, действующая на макроскопическое тело с зарядом  $q$ , погруженное в диэлектрик, в общем случае уже не равна  $qE$ , как это имело место в вакууме.

Действительно, рассмотрим сначала твердый диэлектрик. Чтобы внести в него заряженное тело, мы должны сделать в нем полость. Но на поверхности этой полости будут возникать поляризационные заряды, и поэтому сила, действующая на тело, будет зависеть от *формы полости*.

В случае жидких и газообразных диэлектриков это также справедливо, так как при внесении заряженного тела мы вытесняем телом часть среды и создаем в нем тоже «полость», совпадающую по форме с заряженным телом. Однако в случае жидкостей и газов на тело будет действовать еще дополнительная механическая сила, вызванная деформацией диэлектрика в электрическом поле (электрострикция, ср. § 51).

Тем не менее напряженность поля внутри диэлектрика можно определить и с помощью силы, действующей на пробный заряд. Для этого представим себе узкую длинную щель, прорезанную внутри диэлектрика *параллельно* направлению смещения зарядов (рис. 76), и будем считать, что пробный заряд не касается стенок полости. Поляризационные заряды будут возникать только на торцах полости,

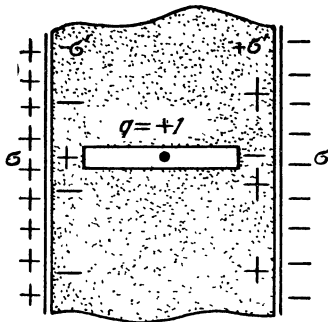


Рис. 76. К определению напряженности электрического поля внутри диэлектрика.

и если диаметр щели мал по сравнению с ее длиной, то и поле, создаваемое этими зарядами, будет пренебрежимо мало. Поэтому внутри полости будет напряженность поля, создаваемая только свободными зарядами  $(\sigma - \sigma')$  у внешней поверхности диэлектрика, а это, как мы видели, и есть напряженность поля внутри диэлектрика. *Напряженность поля внутри диэлектрика равна напряжен-*

ности поля внутри узкой длинной полости, вырезанной в диэлектрике параллельно направлению смещения зарядов. Она равна силе, действующей на заряд  $+1$  внутри этой полости.

Для практического определения напряженности поля внутри диэлектрика достаточно измерить напряжение между обкладками конденсатора. Тогда для плоского конденсатора напряженность поля можно найти по формуле (46.2), а для конденсаторов другой формы — по соответствующим формулам, полученным нами ранее для вакуума.

### § 47. Вектор электростатического смещения

Рассмотрим теперь границу двух однородных и однородно поляризованных диэлектриков 1 и 2 (рис. 77). В каждом из диэлектриков вблизи поверхности раздела появятся поляризационные заряды с плотностями  $\sigma'_1$  и  $\sigma'_2$ , которые будут иметь противоположные знаки. Граница раздела окажется заряженной с поверхностной плотностью заряда  $(\sigma'_1 - \sigma'_2)$ , отчего появится дополнительное электрическое поле  $\frac{\sigma'_1 - \sigma'_2}{2\epsilon_0}$ , перпендикулярное к границе раздела и направленное в каждом из диэлектриков в противоположные стороны (рис. 77).

Обозначим напряженность полного поля в каждом из диэлектриков через  $E_1$  и  $E_2$  и разложим каждое из этих полей на две составляющие: касательную к границе раздела ( $E_{t1}$  и  $E_{t2}$ ) и нормальную к границе ( $E_{n1}$  и  $E_{n2}$ ). Нормаль будем считать направленной от диэлектрика 1 к диэлектрику 2. Так как электрическое поле зарядов поверхности раздела перпендикулярно к этой поверхности, то касательные составляющие поля не изменятся и их значение в обоих диэлектриках будет одинаково:

$$E_{t1} = E_{t2}. \quad (47.1)$$

Напротив, нормальные составляющие поля будут различны; их разность равна

$$E_{n2} - E_{n1} = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_2}{\epsilon_0} = \frac{P_{n1} - P_{n2}}{\epsilon_0},$$

где  $P_{n1}$  и  $P_{n2}$  — нормальные составляющие вектора поляризации в каждом из диэлектриков. Но согласно § 15 нормальная составляющая напряженности поля есть поток силовых линий через единицу

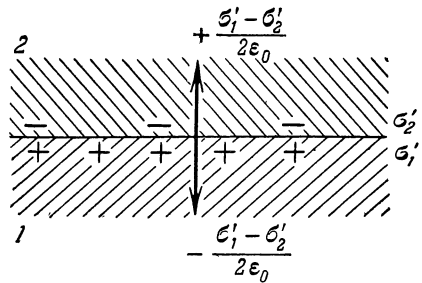


Рис. 77. Поляризационные заряды на границе двух диэлектриков и создаваемое ими электрическое поле.

поверхности. Поэтому количество силовых линий, проходящих через единицу поверхности раздела, в диэлектриках 1 и 2 не равно друг другу, а значит, часть силовых линий *прерывается* на границе раздела.

В § 15 мы ввели электрическое смещение в вакууме  $\epsilon_0 E$ . Обобщим теперь это понятие на случай произвольного диэлектрика и определим вектор электрического смещения в диэлектрике как

$$D = \epsilon_0 E + P. \quad (47.2)$$

Тогда из сказанного выше следует, что нормальные к границе раздела составляющие вектора электрического смещения непрерывны:

$$D_{n1} = D_{n2}. \quad (47.3)$$

Так как  $D_{n1}$  равно числу линий смещения, пересекающих единицу поверхности раздела в диэлектрике 1, а  $D_{n2}$  — числу линий смещения для той же площадки в диэлектрике 2, то из (47.3) следует, что *линии электрического смещения не прерываются на границе раздела диэлектриков*. По этой причине для описания электрического поля в неоднородных диэлектриках гораздо удобнее пользоваться электрическим смещением  $D$  вместо напряженности поля  $E$ , и в этом заключается основной смысл введения электрического смещения.

Можно легко показать, что линии электрического смещения остаются непрерывными и при неоднородной поляризации, когда в диэлектрике возникают объемные поляризационные заряды. Действительно, согласно (45.3) объемная плотность зарядов в диэлектрике равна

$$\rho' = - \left( \frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{\partial P_z}{\partial z} \right).$$

Поэтому по теореме Остроградского — Гаусса

$$\epsilon_0 \left( \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) = - \left( \frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{\partial P_z}{\partial z} \right),$$

или

$$\frac{\partial}{\partial x} (\epsilon_0 E_x + P_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\epsilon_0 E_y + P_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon_0 E_z + P_z) = 0.$$

Но полученный результат показывает, что поток вектора  $D = \epsilon_0 E + P$  через замкнутую поверхность равен нулю, а это значит, что линии смещения нигде не возникают и не обрываются внутри диэлектрика.

Рассмотрим опять плоский конденсатор, заполненный однородным диэлектриком (рис. 75). Тогда согласно § 46 напряженность поля внутри диэлектрика равна

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = E_0 - \frac{P}{\epsilon_0}.$$

Следовательно,

$$D = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon_0 E - P + P = \varepsilon_0 E_0, \quad (47.4)$$

т. е. в случае *однородного* диэлектрика электрическое смещение внутри диэлектрика совпадает с электрическим смещением в вакууме, создаваемым одними зарядами обкладок конденсатора (ср. § 49). Если  $q$  — заряд обкладок конденсатора,  $S$  — площадь каждой обкладки, то

$$D = \sigma = \frac{q}{S}. \quad (47.5)$$

Из этой формулы вытекает практический способ измерения  $D$ . Чтобы измерить электрическое смещение внутри диэлектрика, достаточно измерить величину заряда на обкладках, ограничивающих диэлектрик.

Определение вектора электрического смещения можно представить и в другой форме. Рассмотрим в однородном диэлектрике узкую длинную щель, вырезанную *перпендикулярно* к направлению смещения зарядов (рис. 78). Тогда, согласно формуле (47.3), электрическое смещение внутри щели будет такое же, как и внутри диэлектрика. Поэтому, *электрическое смещение внутри диэлектрика равно электрическому смещению внутри узкой длинной полости, вырезанной в диэлектрике перпендикулярно к направлению смещения зарядов*. Сила, действующая на заряд  $+1$ , в этой полости равна  $D/\varepsilon_0$ .

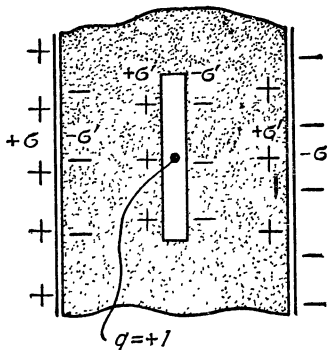


Рис. 78. К определению электрического смещения внутри диэлектрика.

## § 48. Изотропные и анизотропные диэлектрики

Если измерять электрическое смещение в стеклянных пластинках, вырезанных различным образом из массивного куска, то при одинаковом значении поля  $E$  электрическое смещение во всех пластинках оказывается одинаковым. Согласно (47.2) это значит, что и вектор поляризации  $P$  один и тот же во всех пластинках, а следовательно, поляризация не зависит от направления поля. Такие диэлектрики называются *изотропными*. В изотропных диэлектриках смещение зарядов происходит в направлении электрического поля, и поэтому векторы  $E$  и  $P$  параллельны.

Для многих веществ это, однако, не имеет места. Если, например, исследовать электрическое смещение в пластинках кристаллического кварца, вырезанных различным образом из кристалла, то  $D$  при одном и том же поле  $E$  будет различно. Это показывает, что диэлектрические свойства кварца зависят от направления поля

относительно осей кристалла. Подобные диэлектрики называются *анизотропными*. В анизотропных диэлектриках направления  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{P}$ , вообще говоря, не совпадают, и поэтому направления  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{D}$  также различны.

В дальнейшем мы будем рассматривать только изотропные диэлектрики. В этом случае можно считать, что поляризация диэлектрика пропорциональна значению электрического смещения  $\epsilon_0 \mathbf{E}$  в данной точке в отсутствие вещества:

$$\mathbf{P} = \alpha \cdot \epsilon_0 \mathbf{E}, \quad (48.1)$$

где  $\alpha$  — безразмерная скалярная величина. Она получила название *коэффициента электризации* или *диэлектрической восприимчивости* данного вещества.

Для изотропных диэлектриков связь между  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{E}$  значительно упрощается. Подставляя (48.1) в (47.2), получаем:

$$\mathbf{D} = \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E}, \quad (48.2)$$

где через  $\epsilon$  обозначено:

$$\epsilon = 1 + \alpha. \quad (48.3)$$

Легко видеть, что определяемая таким образом величина  $\epsilon$  есть *диэлектрическая проницаемость* вещества (относительная), которую мы уже ввели в § 36, рассматривая зависимость емкости конденсатора от свойств диэлектрика. Действительно, положим для определенности, что при заполнении конденсатора диэлектриком конденсатор остается присоединенным к источнику напряжения. Это значит, что напряжение между обкладками, а следовательно, и напряженность поля в конденсаторе не изменяются. Тогда из формулы (48.2) следует, что электрическое смещение внутри конденсатора увеличивается в  $\epsilon$  раз. Но, согласно формуле (47.5), это значит, что во столько же раз увеличится и заряд обкладок, а следовательно, и емкость конденсатора.

## § 49. Преломление силовых линий и линий смещения

Соотношения (47.1) и (47.3) выполняются всегда на границе раздела двух сред и представляют собой *граничные условия* для электрического поля. Из них следует, что направление линий смещения и силовых линий изменяется при переходе через границу раздела.

Пусть  $D_{n1}$  и  $D_{t1}$  — составляющие вектора смещения  $\mathbf{D}_1$  по нормали к поверхности раздела и вдоль нее в диэлектрике  $I$  (рис. 79),

а  $D_{n2}$  и  $D_{t2}$  — составляющие смещения  $D_2$  в диэлектрике 2. Обозначим через  $\alpha_2$  угол между вектором  $D_2$  в диэлектрике 2 и нормалью к границе раздела, а через  $\alpha_1$  — соответствующий угол для вектора  $D_1$  в диэлектрике 1. Из рис. 79 видно, что

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{D_{t1}}{D_{n1}}, \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{D_{t2}}{D_{n2}}.$$

Но  $D_{n1} = D_{n2}$ , и поэтому

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{D_{t2}}{D_{t1}}.$$

Далее, из (48.2) и граничного условия (47.1) мы имеем:

$$D_{t2} = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{t2}, \quad D_{t1} = \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{t1}, \\ E_{t1} = E_{t2}.$$

Отсюда получаем окончательно:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad (49.1)$$

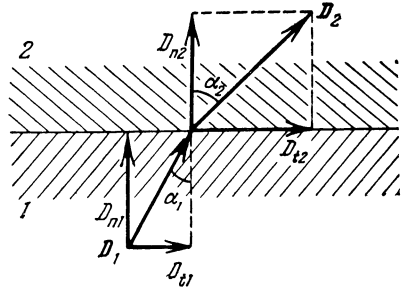


Рис. 79. Преломление линий смещения на границе двух диэлектриков.

Эта формула выражает закон преломления линий смещения. Она показывает, что, входя в диэлектрик с большей  $\varepsilon$ , линии смещения удаляются от нормали.

Закон преломления силовых линий в изотропных диэлектриках будет, очевидно, таким же, как и закон преломления линий смещения, так как в каждом из диэлектриков направления векторов  $D$  и  $E$  совпадают.

Однако картины линий смещения и силовых линий будут все же различны. Различие заключается в том, что линии смещения непрерывны, в то время как силовые линии частично прерываются на границе раздела (§ 47). На рис. 80 показаны в качестве примера линии смещения и силовые линии

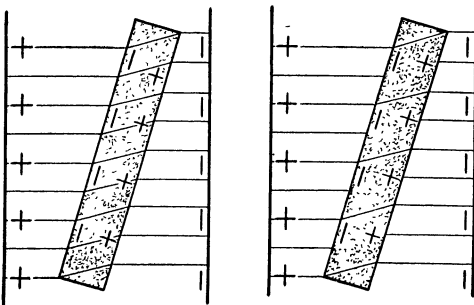


Рис. 80. Линии смещения (слева) и силовые линии (справа) в пластине диэлектрика.

линии в диэлектрической пластинке. В соответствии с (48.2) густота силовых линий внутри пластинки меньше, чем вне пластинки. Отметим еще, что линии смещения внутри пластинки вследствие преломления сгущаются, что указывает на увеличение смещения  $D$  в пластинке.

### § 50. Законы электрического поля в диэлектриках

Основным законом в электростатике является закон Кулона. Поэтому прежде всего рассмотрим, как изменится этот закон.

Пусть в однородном изотропном диэлектрике с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  находится точечный заряд  $+q$ , который мы будем представлять себе в виде равномерно заряженного шара (рис. 81). Вычислим напряженность поля на расстоянии  $r$  от центра шара. На

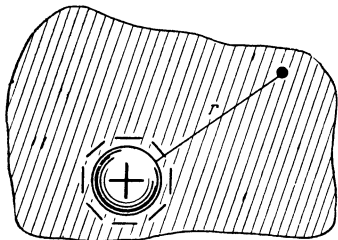


Рис. 81. К определению напряженности поля точечного заряда в диэлектрике.

границе диэлектрика, прилегающей к шару, появится отрицательный поляризационный заряд с плотностью  $-\sigma'$ , которая согласно сказанному в § 50 равна

$$\sigma' = \alpha \cdot \epsilon_0 E(a) = (\epsilon - 1) \epsilon_0 E(a).$$

Здесь  $E(a)$  — напряженность поля в диэлектрике на расстоянии  $a$  от центра шара,  $a$  — радиус шара. Поэтому полный поляризационный заряд равен

$$q' = 4\pi a^2 \sigma' = 4\pi a^2 \epsilon_0 (\epsilon - 1) E(a).$$

Из симметрии задачи ясно, что силовые линии могут быть только радиальными прямыми, густота которых убывает пропорционально квадрату расстояния от заряда, а значит,

$$\frac{E(a)}{E(r)} = \frac{r^2}{a^2}.$$

Поэтому

$$q' = 4\pi r^2 \epsilon_0 (\epsilon - 1) E(r).$$

С макроскопической точки зрения напряженность поля в точке  $r$  равна напряженности поля, создаваемого свободным зарядом  $(q - q')$  в вакууме. Следовательно,

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q - q'}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} - (\epsilon - 1) E(r).$$

Выражая отсюда  $E(r)$ , находим:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2} = \frac{E_0(r)}{\epsilon}, \quad (50.1)$$

где через  $E_0(r)$  обозначена напряженность поля, создаваемая точечным зарядом в вакууме.

Полученная формула выражает закон Кулона для диэлектриков. Она показывает, что напряженность поля точечного заряда в однородном диэлектрике уменьшается в  $\epsilon$  раз по сравнению с его значением в вакууме. Мы видим, что физическая причина этого заклю-

чается в появлении поляризационных зарядов в диэлектрике, уменьшающих электрическое поле.

Однако если бы мы, желая получить силу взаимодействия двух точечных зарядов, разделили выражение (7.1) на  $\epsilon$ , то мы получили бы в общем случае неверный результат, так как сила может зависеть от формы полости, где находится пробный заряд (ср. § 46).

При выводе формулы (50.1) мы считали, что объемных поляризационных зарядов нет. Легко убедиться, что в случае радиального поля это действительно так. Мы имеем:

$$\mathbf{P} = \alpha \epsilon_0 \mathbf{E} = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \mathbf{D}.$$

Так как линии индукции непрерывны всегда, то в силу сферической симметрии задачи

$$D(r) = D(a) \frac{a^2}{r^2}, \quad D = D(a) a^2 \frac{r}{r^3}.$$

Поэтому, вычисляя по формуле (47.3) объемную плотность поляризационных зарядов  $\rho'$ , мы имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_x}{\partial x} &= \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} D(a) a^2 \frac{\partial}{\partial x} \frac{x}{r^3} = \\ &= \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} D(a) a^2 \frac{r^3 - 3rx^2}{r^6}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial P_y}{\partial y} = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} D(a) a^2 \frac{r^3 - 3ry^2}{r^6},$$

$$\frac{\partial P_z}{\partial z} = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} D(a) a^2 \frac{r^3 - 3rz^2}{r^6},$$

$$\rho' = -\frac{\partial P_x}{\partial x} - \frac{\partial P_y}{\partial y} - \frac{\partial P_z}{\partial z} = 0.$$

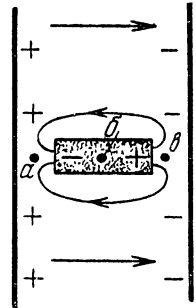


Рис. 82. Конденсатор с неоднородным диэлектриком.

Из (50.1) следует, что потенциал (относительно бесконечности), создаваемый точечным зарядом в диэлектрике, есть

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r}. \quad (50.2)$$

Обратимся теперь к теореме Остроградского — Гаусса (§ 15). Из определения электрического смещения (48.2) и формулы (50.1) следует, что электрическое смещение, создаваемое точечным зарядом в диэлектрике, есть

$$D = \frac{q}{4\pi r^2}.$$

Оно такое же, как и в отсутствие диэлектрика в вакууме (§ 15). Поэтому теорема Остроградского — Гаусса для диэлектриков имеет тот же вид (15.5), что и для вакуума, где  $q$  обозначает фактические заряды тел (обкладок конденсатора), без учета поляризационных зарядов диэлектрика.



Отсюда, в частности, следует, что при заполнении любого конденсатора (отключенного от источника) однородным диэлектриком электрическое смещение  $D$  не меняется. Напряженность же поля  $E = D/\epsilon_0\epsilon$  в любой точке поля уменьшится в  $\epsilon$  раз. При этом, однако, нужно иметь в виду, что поле уменьшается в  $\epsilon$  раз, только в том случае, когда диэлектрик заполняет *все* электрическое поле. Если это условие не выполнено, то напряженность поля может быть как меньше, так и больше его значения в вакууме  $E_0$ . Так, например, в случае, изображенном на рис. 82, напряженность поля в точке  $b$  меньше  $E_0$ , но в точках  $a$  и  $v$  — больше  $E_0$ .

### § 51. Механические силы при наличии диэлектриков

Опыты, описанные в § 44, показывают, что на диэлектрики в электрическом поле действуют механические силы. Эти силы возникают и в том случае, если диэлектрик в целом не заряжен.

Объяснение происхождения этих сил мы уже дали выше. Они возникают потому, что на диэлектриках в электрическом поле появляются поляризационные заряды (как поверхностные, так и объемные), и поэтому на каждый элемент поверхности и объема диэлектрика действует определенная сила.

Если тело находится не в вакууме, а в какой-либо другой среде, то поляризация будет происходить и в окружающей среде, и поэтому силы, действующие на тело, будут зависеть как от поляризационных зарядов тела, так и от поляризационных зарядов окружающей среды.

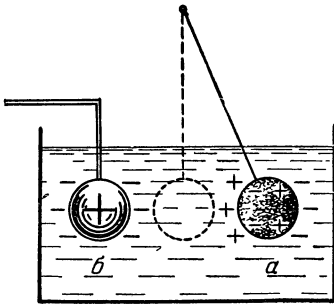


Рис. 83. Парафиновый шарик  $a$  притягивается к заряженному металлическому шару  $b$  в воздухе, но отталкивается от него в ацетоне.

Хорошей иллюстрацией сказанному служит опыт, изображенный на рис. 83. Подвесим на нити парафиновый шарик  $a$  и поместим его вблизи изолированного металлического шарика  $b$ . Когда оба шарика находятся в воздухе, то при

зарядении металлического шарика парафиновый шарик *притягивается* к нему. Если же погрузить оба шарика в ацетон, у которого диэлектрическая проницаемость больше, чем у парафина, то парафиновый шарик *отталкивается* от металлического шарика.

Объяснение этого опыта заключается в следующем. На поверхности шарика появляются поляризационные заряды с некоторой поверхностной плотностью  $\sigma'_1$ , а на границе среды, прилегающей к шару, — поляризационные заряды противоположного знака с другой плотностью  $\sigma'_2$ , и поэтому сила, действующая на поверхность

шарика, зависит от результирующего заряда ( $\sigma'_1 - \sigma'_2$ ). Если диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon_2 < \epsilon_1$ , то  $\sigma'_2 < \sigma'_1$ . Если  $\epsilon_2 > \epsilon_1$ , то  $\sigma'_2 > \sigma'_1$ , результирующий заряд изменяет знак и поэтому сила притяжения переходит в силу отталкивания.

Величина силы, действующей на тело в диэлектрике, зависит, однако, не только от свободных зарядов, находящихся на теле. Вследствие поляризации на каждый элемент объема диэлектрика действуют силы и поэтому *диэлектрики в электрическом поле деформируются*. Это явление носит название *электрострикции*. Вследствие электрострикции внутри диэлектрика возникают *механические напряжения* и на тело действуют дополнительные механические силы. Поэтому непосредственное вычисление полной механической силы, действующей на какое-либо тело в диэлектрике, как правило, сложно. Однако во многих случаях механические силы могут быть просто вычислены без детального разбора их происхождения, с помощью закона сохранения энергии. К этому вопросу мы вернемся в § 79.

## § 52. Электронная теория поляризации диэлектриков

В § 46 мы видели, что при поляризации диэлектрика каждый элемент его объема делается подобным электрическому диполю и приобретает определенный электрический момент. Рассмотрим теперь подробнее, что происходит внутри диэлектрика при его поляризации.

Мы уже говорили, что причина поляризации диэлектриков заключается в том, что атомы и молекулы всех тел содержат элементарные заряженные частицы. В электрическом поле происходит *смещение* этих частиц, и поэтому возникает электрический момент. Однако в различных диэлектриках эти смещения имеют разный характер.

Молекулы многих веществ построены из незаряженных атомов. Примером может служить молекула водорода (рис. 84, а). Подобные молекулы названы *неполярными*. Молекулы многих других веществ, напротив, содержат атомы в заряженном состоянии, т. е. ионы (*полярные молекулы*). Полярной является молекула воды, которая содержит отрицательный ион кислорода и два положительных иона водорода (рис. 84, б).

Неполярную молекулу в отсутствии электрического поля в грубом (но достаточном для наших целей) приближении можно представить

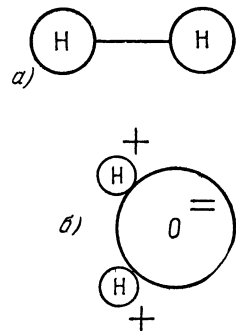


Рис. 84. Грубые модели:

а — неполярной молекулы водорода и б — полярной молекулы воды.

в виде двух равномерно заряженных сфер, центры которых совпадают. Так как поле равномерно заряженной сферы во внешнем пространстве равно полю точечного заряда той же величины, помещенного в центре сферы, то очевидно, что электрический момент такой молекулы равен нулю. В электрическом поле оба заряда смещаются в противоположные стороны и поэтому молекула будет вызывать электрическое поле, совпадающее (вне молекулы) с полем диполя, у которого каждый из точечных зарядов равен заряду соответствующей сферы, а расстояние между зарядами равно смещению центров сфер (рис. 85).

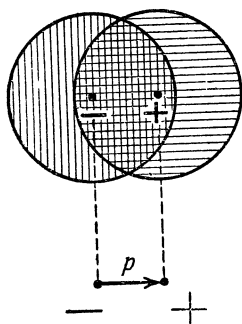


Рис. 85. Схема электронной поляризации.

Смещение зарядов в молекуле при не очень сильных полях можно положить пропорциональным напряженности электрического поля.

Поэтому дипольный момент молекулы  $p$  можно считать пропорциональным полю и положить:

$$p = \beta \cdot \epsilon_0 E'. \quad (52.1)$$

В этой формуле  $E'$  обозначает напряженность поля, действующего на молекулу. Это поле отличается от среднего поля  $E$  внутри диэлектрика (подробнее см. § 53), поэтому мы и ввели для него специальное обозначение. Коэффициент пропорциональности  $\beta$ , называемый *поляризуемостью* молекулы, зависит от строения молекулы. Описанный тип поляризации называют *электронной поляризацией смещения*.

Рассмотрим теперь диэлектрик с полярными молекулами. В этом случае каждая молекула имеет определенный дипольный момент  $p_0$  уже в отсутствии поля. Однако, вследствие теплового движения, в отсутствии поля молекулы расположены совершенно хаотично (рис. 86, а), и поэтому векторная сумма всех моментов диполей в среднем близка к нулю. При наложении внешнего электрического поля на каждый диполь действуют силы, стремящиеся ориентировать его параллельно электрическому полю. Поэтому возникает частичное упорядочение в расположении диполей (рис. 86, б), тем большее, чем сильнее внешнее поле и чем ниже температура. В этом случае сумма всех дипольных моментов молекулы уже не равна нулю, и диэлектрик приобретает электрический момент. Такой

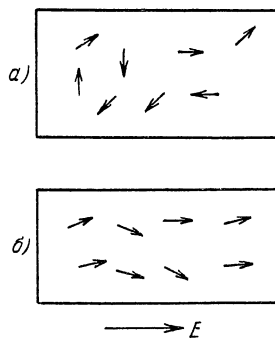


Рис. 86. Схема дипольной поляризации.

тип поляризации называют *ориентационной* или *дипольной поляризацией*.

В твердых диэлектриках мы находим еще один тип смещения зарядов, приводящий к поляризации. Кристаллические решетки многих веществ построены из положительных и отрицательных ионов. Примером может служить кристалл хлористого цезия. Элементарная ячейка его решетки представляет собой центрированный куб (рис. 87), в вершинах которого находятся положительные ионы  $\text{Cs}^+$ , а в центре — отрицательные ионы  $\text{Cl}^-$ . Рассматривая все ионы  $\text{Cs}^+$  и все ионы  $\text{Cl}^-$  порознь, мы находим, что они образуют две простые кубические решетки, сдвинутые друг относительно друга в направлении диагонали куба на расстояние половины диагонали.

Ионные кристаллы могут обладать электрическим моментом уже в отсутствии внешнего поля. Однако этот электрический момент кристалла не проявляется. Это происходит потому, что ионы из воздуха, всегда имеющиеся в небольшом количестве, оседают на поверхность кристалла и создают на ней поверхностный заряд, компенсирующий поляризационный заряд кристалла. Компенсирующие заряды могут появиться также вследствие электропроводности кристалла. При наложении внешнего поля на каждую из простых решеток начинают действовать противоположно направленные силы. Вследствие этого решетки смещаются и кристалл приобретает дополнительный некомпенсированный электрический момент, т. е. происходит поляризация кристалла. Этот тип поляризации называют *поляризацией ионного смещения* или просто *ионной поляризацией*.

Рассмотренные типы поляризации могут сочетаться друг с другом. Так, например, в полярных жидких и газообразных диэлектриках молекулы могут не только ориентироваться под действием поля, но и деформироваться, и поэтому в них может происходить одновременно и электронная, и дипольная поляризация. В твердых диэлектриках могут сосуществовать все три типа поляризации.

### § 53. Диэлектрическая проницаемость неполярных диэлектриков

Исходя из представлений, изложенных в предыдущем параграфе, можно вычислить диэлектрическую проницаемость и связать ее с атомарными постоянными диэлектрика. Рассмотрим сначала *неполярные* диэлектрики,

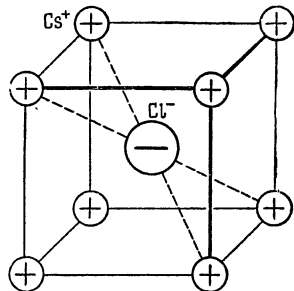


Рис. 87. Элементарная ячейка кристалла хлористого цезия  $\text{CsCl}$ .

Предположим, что диэлектрик находится в электрическом поле, и будем считать сначала, что поле  $E'$ , действующее на молекулу, совпадает со средним полем  $E$  внутри диэлектрика. Тогда каждая молекула диэлектрика имеет дипольный момент  $p$ , выражаемый формулой (52.1), где  $E' = E$ . Если  $n$  — число молекул в единице объема диэлектрика, то электрический момент единицы объема (поляризация) будет:

$$P = n\beta\epsilon_0 E,$$

а смещение  $D$  согласно (47.2) будет равно

$$D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_0 E (1 + n\beta).$$

Так как, с другой стороны,  $D = \epsilon\epsilon_0 E$ , то отсюда

$$\epsilon = 1 + n\beta. \quad (53.1)$$

Полученное соотношение связывает диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$  с концентрацией  $n$  молекул внутри диэлектрика и поляризуемостью молекул  $\beta$ .

Формула (53.1) весьма приближенна. При выводе ее мы считали, что электрическое поле  $E'$ , вызывающее смещение зарядов в молекуле, равно среднему электрическому полю  $E$ . Это, однако, неверно. При вычислении поляризации молекулы нас интересует не среднее поле, а поле в точке, где находится *данная* молекула. Среднее поле  $E$  учитывает действие *всех* зарядов, т. е. зарядов на обкладках конденсатора и зарядов всех молекул, *включая и рассматриваемую*. Поле же  $E'$  выражает действие всех зарядов *при исключении рассматриваемой молекулы*. Хотя заряды одной молекулы и малы по сравнению с зарядами множества других молекул диэлектрика, но эти заряды находятся в непосредственной близости от рассматриваемой точки и поэтому их исключение приводит к поправке *конечной* величины. Различие полей  $E$  и  $E'$  не существенно только в газах, для которых  $\epsilon$  близко к единице.

Чтобы получить выражение для диэлектрической проницаемости *плотных* диэлектриков, нужно определить величину поля  $E'$ , действующего на молекулу (*внутреннее поле*). Это является, вообще говоря, сложной задачей, так как внутреннее поле существенно зависит от структуры диэлектрика.

Внутреннее поле можно просто вычислить только для кристаллов с кубической решеткой. В этом случае

$$E' = E + \frac{1}{3\epsilon_0} P, \quad (53.2)$$

где  $P$  — значение вектора поляризации. Эту формулу можно приближенно применять и к неполярным жидкостям и газам, в которых расположение молекул хаотично.

Пользуясь формулой (53.2), можно вычислить электронную поляризацию плотных диэлектриков. Электрический момент единицы объема в этом случае будет:

$$P = np = n\beta\epsilon_0 \left( E + \frac{1}{3\epsilon_0} P \right).$$

Поэтому для смещения  $D$  мы получаем:

$$D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_0 E + n\beta \left[ \epsilon_0 E + \frac{1}{3} (D - \epsilon_0 E) \right] = \epsilon_0 E + \frac{n\beta}{3} (D + 2\epsilon_0 E).$$

Так как  $D = \epsilon\epsilon_0 E$ , то отсюда следует:

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{n\beta}{3} \tag{53.3}$$

(формула Клаузиуса — Мосотти).

Соотношение (53.3) показывает, что для неполярных диэлектриков величина  $\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2}$  *прямо пропорциональна концентрации молекул*, а следовательно, *плотности данного диэлектрика*. Этот результат хорошо оправдывается на опыте, например для газов в широком интервале изменения давлений. Кроме этого, из (53.3) видно, что *при неизменной концентрации молекул (плотности) диэлектрическая проницаемость не зависит от температуры*, так как поляризуемость молекул  $\beta$  зависит лишь от их строения, но не от температуры. Этот результат также хорошо подтверждается на опыте, который показывает, что при нагревании или охлаждении неполярных диэлектриков при *постоянном объеме* их диэлектрическая проницаемость не изменяется.

Формулу (53.3) часто пишут в несколько ином виде. Концентрацию молекул  $n$  можно выразить через молекулярный вес вещества  $\mu$ , его плотность  $d$  и число Авогадро  $N$ , а именно  $n = N \frac{d}{\mu}$ . Подставляя это в (53.3), имеем:

$$\frac{1}{3} N\beta = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \frac{\mu}{d} = \text{const.} \tag{53.3a}$$

Величину, стоящую в левой части, называют *молекулярной поляризацией данного вещества*. Она зависит только от поляризуемости молекул  $\beta_1$ , т. е. от *рода вещества*, но не зависит от температуры и давления, а следовательно, остается постоянной для данного вещества при изменении его состояния. Измеряя на опыте  $\epsilon$  при данном  $d$ , можно определить молекулярную поляризацию и по формуле (53.3a) найти поляризуемость молекул  $\beta$ .

Отметим, что формулы (53.3) и (53.3a) справедливы и для поляризации ионного смещения в твердых диэлектриках (§ 52). Только в этом случае вместо поляризуемости молекулы  $\beta$  входит другая величина — ионная поляризуемость  $\beta_{и}$ , характеризующая легкость смещения ионов в кристалле.

### § 54. Диэлектрическая проницаемость полярных диэлектриков

Рассмотрим теперь, от чего и как зависит диэлектрическая проницаемость *полярных* диэлектриков. При этом мы будем сначала считать, что молекулы недеформируемы, т. е. не будем учитывать электронную поляризацию.

Электрический момент единицы объема такого диэлектрика есть

$$P = \sum_i p_{Ei},$$

где  $p_{Ei}$  — проекция электрического момента какой-либо  $i$ -й молекулы на направление внешнего поля, а суммирование распространяется на все молекулы единицы объема. Но, по определению среднего значения,

$$\sum p_{Ei} = n \bar{p}_E,$$

где  $n$  — число молекул в единице объема, а  $\bar{p}_E$  — среднее значение проекции дипольного момента молекул на направление поля. Поэтому вычисление поляризации сводится к определению  $\bar{p}_E$ .

Расчет согласно законам статистической физики приводит к следующему результату:

$$\bar{p}_E = \frac{p_0^2}{3kT} E'. \quad (54.1)$$

Здесь  $p_0$  — величина (постоянного) дипольного момента одной молекулы,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  *дж/град* — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура диэлектрика,  $E'$  — напряженность поля, действующего на диполь. При выводе (54.1) предположено, что поле  $E'$  не очень велико и вызывает только слабую упорядоченность в расположении диполей.

Отметим, что результат, выраженный формулой (54.1), качественно понятен без расчетов: чем больше поле  $E'$ , тем сильнее ориентация диполей, тем больше будет и проекция дипольного момента на направление поля; напротив, чем выше температура, тем сильнее дезориентирующее влияние теплового движения, тем меньше и проекция дипольного момента.

Сравнивая (54.1) с (52.1), мы видим, что при дипольной поляризации величина  $p_0^2/3\epsilon_0 kT$  играет ту же роль, что и поляризуемость молекулы  $\beta$  в неполярных диэлектриках. Подставляя эту величину в (53.3), получим:

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{1}{9\epsilon_0} \frac{p_0^2 n}{kT}. \quad (54.2)$$

Отметим еще раз, что формула (54.2), так же как (53.3), справедлива лишь тогда, когда величину внутреннего поля можно представить формулой (53.2).

Формула (54.2) показывает, что диэлектрическая проницаемость полярных диэлектриков зависит от температуры и *уменьшается при нагреве диэлектриков*.

В случае, когда в диэлектрике имеют место все рассмотренные типы поляризации, диэлектрическая проницаемость выражается так:

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{n}{3} \left[ \beta + \beta_{\text{и}} + \frac{P_0^2}{3\epsilon_0 kT} \right], \quad (54.3)$$

где первый член представляет электронную, второй — ионную, а третий — дипольную поляризацию.

Из сказанного в §§ 51—54 следует, что качественное объяснение поляризации диэлектриков вполне ясно. При этом во многих случаях оказывается возможным вычислить диэлектрическую проницаемость и ее зависимость от состояния диэлектрика при помощи изложенных теорий, в основном принадлежащих Ланжевену и Дебаю. Однако эти теории не могут считаться завершенными в количественном отношении, так как до настоящего времени не имеется полной ясности относительно величины внутреннего поля в диэлектриках.

### § 55. Определение дипольных моментов молекул

Рассмотренная выше теория поляризации диэлектриков приводит к зависимости диэлектрической проницаемости от температуры, показанной на рис. 88. По оси ординат отложено значение молекулярной поляризации, а по оси абсцисс — величина, обратная абсолютной температуре. Для чисто неполярных диэлектриков ( $p_0 = 0$ ) молекулярная поляризация не зависит от температуры и изображается прямой 1, параллельной оси  $\frac{1}{T}$ .

Для чисто полярных диэлектриков ( $\beta = 0$ ) эта зависимость согласно (54.2) выражается прямой 2, проходящей через начало координат. Если молекулы и имеют постоянный дипольный момент  $p_0$ , и заметно деформируются ( $\beta \neq 0$ ), то имеют место оба типа поляризации и рассматриваемая зависимость изображается прямой 3, получаемой сложением прямых 1 и 2.

Исследуя на опыте температурную зависимость диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ , можно определить, какой тип поляризации имеет место в данном диэлектрике, и выделить часть поляризации, соответствующую

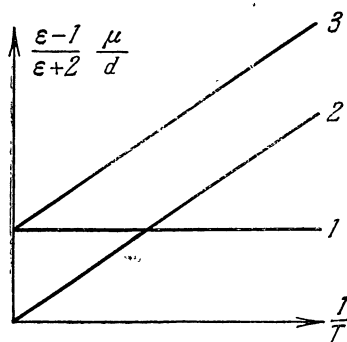


Рис. 88. Теоретическая зависимость молекулярной поляризации  $\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \frac{\mu}{d}$  от температуры:

1 — электронная поляризация, 2 — дипольная поляризация, 3 — при наличии обоих типов поляризации.

имеет место в данном диэлектрике, и выделить часть поляризации, соответствующую



электронной поляризации смещения, и часть, связанную с ориентационной (дипольной) поляризацией. А отсюда можно найти по формулам (53.3) и (54.2) поляризуемость молекулы  $\beta$  или, соответственно, ее дипольный момент  $p_0$ . Значения дипольных моментов молекул, полученные таким образом для некоторых веществ, приведены в таблице.

Вещество	Химическая формула	Дипольный момент $p_0 \cdot 10^{30}$ К·М
Водород, азот, кислород	$H_2, N_2, O_2$	0
Четыреххлористый углерод . . . . .	$CCl_4$	0
Хлористый водород . .	$HCl$	3,4
Бромистый » . . . . .	$HBr$	2,6
Окись углерода . . . . .	$CO$	0,40
Этиловый эфир . . . . .	$(C_2H_5)_2O$	3,8
Вода . . . . .	$H_2O$	6,2

Зная дипольный момент, можно оценить *размеры* молекул. Простейший случай представляет молекула из двух ионов, для которой  $p_0 = ql$  ( $q$  — заряд ионов,  $l$  — расстояние между их центрами). Так, например, для молекулы  $HCl$   $q$  равно заряду электрона  $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$  К, так как известно, что водород содержит всего один электрон. Поэтому для расстояния между центрами ионов мы находим:  $l = (3,4 \cdot 10^{-30}) : (1,60 \cdot 10^{-19}) \approx 2 \cdot 10^{-11}$  м  $= 0,2 \cdot 10^{-8}$  см, что по порядку величины хорошо совпадает с размером молекул, определяемым из данных химии и молекулярной физики.

## § 56. Сегнетоэлектрики

Некоторые химические соединения в твердом состоянии имеют весьма необычные и интересные диэлектрические свойства. Первоначально эти свойства были обнаружены в кристаллах сегнетовой соли, и поэтому все подобные диэлектрики получили название *сегнетоэлектриков* (или *ферроэлектриков*). Детальное исследование диэлектрических свойств сегнетовой соли было впервые произведено в 1930—1934 гг. И. В. Курчатовым и П. П. Кобеко, которыми были установлены все основные свойства сегнетоэлектриков.

Сегнетова соль представляет собой двойную натриевокалиевую соль винной кислоты  $NaKC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$ . Ее кристаллы принадлежат к ромбической системе (см. Молекулярную физику) и обычно имеют вид, показанный на рис. 89. Кристаллы сегнетовой соли обнаруживают резкую анизотропию свойств. Сегнетоэлектрические свойства,

описываемые ниже, наблюдаются, если электрическое поле конденсатора направлено вдоль кристаллографической оси  $a$  (рис. 89).

Первая особенность сегнетовой соли заключается в том, что в некотором температурном интервале ее *диэлектрическая проницаемость весьма велика* и достигает огромного значения: около 10000.

Второе важное свойство сегнетовой соли обнаруживается при исследовании зависимости электрического смещения от напряженности поля. Смещение оказывается не пропорциональным полю, а значит, *диэлектрическая проницаемость зависит от напряженности поля*. Эта зависимость для разных сегнетоэлектриков различна.

Третья особенность состоит в том, что значение электрического смещения в сегнетовой соли определяется не только значением напряженности поля, но зависит еще от предшествовавших состояний поляризации. Это явление называется *диэлектрическим гистерезисом* (ср. § 122). Зависимость смещения  $D$  от напряженности поля  $E$  имеет вид, изображенный на рис. 90.

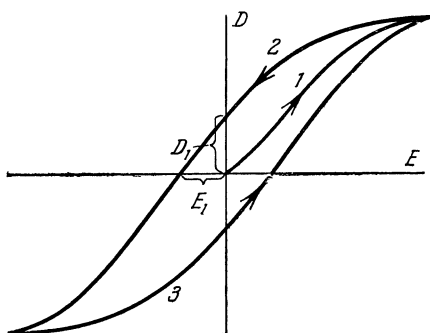


Рис. 90. Диэлектрический гистерезис в сегнетоэлектриках.

При первоначальном увеличении поля нарастание смещения описывается ветвью кривой 1, которая не линейна. Если затем уменьшать электрическое поле (напряжение на конденсаторе), то уменьшение смещения будет происходить в соответствии с ветвью 2. Когда электрическое поле становится равным нулю, смещение не равно нулю и изображается отрезком  $D_1$ . Это показывает, что в сегнетовой соли имеется *остаточная поляризация* и сегнетовая соль остается поляризованной даже в отсутствие внешнего электрического поля. Чтобы уничтожить остаточную поляризацию, нужно создать электрическое поле  $E_1$  обратного направления. При дальнейшем циклическом изменении электрического поля изменение смещения описывается изображенной петлеобразной кривой — *петлей гистерезиса*.

Описанные свойства присущи не только сегнетовой соли, но и всем сегнетоэлектрикам.

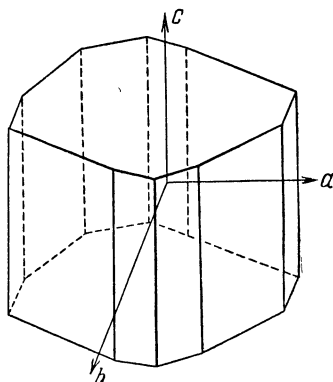


Рис. 89. Кристалл сегнетовой соли.

$a, b, c$  — кристаллографические оси.

При первоначальном увеличении поля нарастание смещения описывается ветвью кривой 1, которая не линейна. Если затем уменьшать электрическое поле (напряжение на конденсаторе), то уменьшение смещения будет происходить в соответствии с ветвью 2. Когда электрическое поле становится равным нулю, смещение не равно нулю и изображается отрезком  $D_1$ . Это показывает, что в сегнетовой соли имеется *остаточная поляризация* и сегнетовая соль остается поляри-

Сегнетоэлектрические свойства сильно зависят от температуры. При температурах, превышающих определенное значение  $T_K$ , различное для разных веществ, сегнетоэлектрические свойства исчезают и сегнетоэлектрик превращается в обычный диэлектрик. Эта температура называется температурой Кюри, или *точкой Кюри*, в честь Кюри, который впервые обнаружил существование подобной критической температуры при исследовании магнитных свойств железа и сходных с ним веществ (ферромагнетиков). В некоторых случаях, как, например, для сегнетовой соли, существуют две температуры Кюри ( $+22,5^\circ\text{C}$  и  $-15^\circ\text{C}$ ) и сегнетоэлектрические свойства наблюдаются только при температурах, лежащих в пределах между обеими точками. Наличие одной или нескольких точек Кюри является четвертым характерным свойством всех сегнетоэлектриков.

Помимо сегнетовой соли сегнетоэлектрическими свойствами обладают и другие соединения, например  $\text{KN}_2\text{PO}_4$  (фосфат калия) и  $\text{KN}_2\text{AsO}_4$ . Практически важным сегнетоэлектриком является метатитанат бария  $\text{BaTiO}_3$ . Его точка Кюри лежит около  $80^\circ\text{C}$ , а диэлектрическая проницаемость достигает в максимуме 6000—7000.

Сегнетоэлектрики имеют важные практические применения. Приготовляя сложные диэлектрики на основе сегнетоэлектриков и добавляя к ним различные примеси, можно получить конденсаторы большой емкости при малых размерах и придать им высокие качества.

В настоящее время можно считать установленным, что причиной сегнетоэлектрических свойств является *самопроизвольная поляризация* сегнетоэлектриков, возникающая в них под действием особенно сильного взаимодействия между частицами. Под влиянием этого взаимодействия сегнетоэлектрик подразделяется на отдельные области — *области самопроизвольной поляризации*, в которых возникает большой электрический момент даже в *отсутствии внешнего электрического поля*.

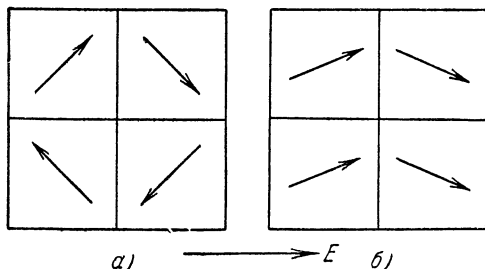


Рис. 91. Области самопроизвольной поляризации в сегнетоэлектриках и направление вектора поляризации в них (схематически).

*а* — сегнетоэлектрик в целом неполяризован, *б* — сегнетоэлектрик поляризован.

Самостоятельная поляризация в обычных условиях, однако, не проявляется. Если указанные области малы, то вектор поляризации направлен в разных областях различно, таким образом, что результирующее значение электрического момента всего сегнетоэлектрика близко к нулю (рис. 97, *а*). Такое расположение соответствует минимуму энергии, так как в противном случае вокруг сегнетоэлектрика возникло бы электрическое поле, которое содержало бы в себе дополнительную энергию (ср. § 131). Если области самопроизвольной поляризации велики или если даже весь кристалл пред-

ставляет собой одну такую область, то поляризация обычно все же не проявляется, так как на поверхности кристалла возникают поверхностные заряды (вследствие осаждения ионов из воздуха или за счет электропроводности кристалла), компенсирующие поляризационные заряды кристалла. Поэтому в обоих случаях могут наблюдаться только *изменения* электрического момента сегнетоэлектрика.

Во внешнем электрическом поле происходит изменение направления поляризации в отдельных областях. Это изменение таково, что векторы поляризации отдельных областей приближаются к положению, параллельному направлению поля, и тем более, чем сильнее поле (рис. 91, б). Поэтому электрический момент всего сегнетоэлектрика изменяется и это изменение воспринимается как его поляризация.

Наличие областей самопроизвольной поляризации является наиболее общим и точным признаком сегнетоэлектриков.

### § 57. Пьезоэлектрический эффект

До сих пор мы рассматривали поляризацию диэлектриков, вызванную внешним электрическим полем. Опыт показывает, что в некоторых кристаллах поляризация может возникнуть и без внешнего поля, если кристалл подвергается механическим деформациям. Это явление, впервые изученное Пьером и Жаком Кюри, получило название *пьезоэлектрического эффекта*.

Рассмотрим основные его особенности на примере кварца.

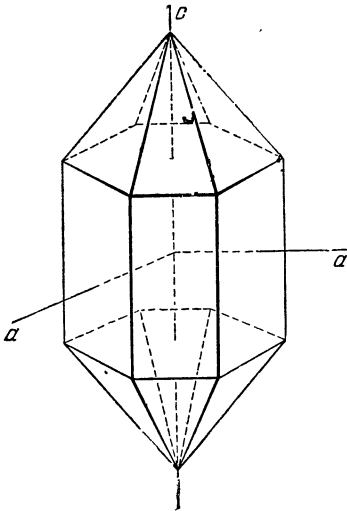


Рис. 92. Кристалл кварца (схематически) и его кристаллографические оси.

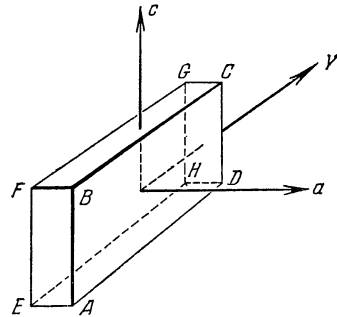


Рис. 93. Кварцевая пластинка для получения пьезоэлектрического эффекта.

Кристаллы кварца ( $\text{SiO}_2$ ) принадлежат к гексагональной кристаллографической системе (см. Молекулярную физику) и обычно имеют форму, близкую к шестигранной призме, ограниченной двумя пирамидами (рис. 92). При сжатии (или растяжении) кристалла перпендикулярно к оси  $c$ , называемой «оптической осью» кристалла, в нем

возникает поляризация и на поверхности кристалла появляются поляризационные заряды. При сжатии вдоль оптической оси поляризация не происходит.

Рассмотрим кварцевую пластинку, вырезанную перпендикулярно к оси  $a$  (рис. 93). При сжатии или растяжении пластинки вдоль  $a$  на гранях  $ABCD$  и  $EFGH$  появляются поляризационные разноименные заряды (*продольный* пьезоэлектрический эффект). При сжатии или растяжении вдоль  $Y$  на гранях  $ABCD$  и  $EFGH$  также возникают заряды (*поперечный* пьезоэлектрический эффект). Опыт показывает, что если изменить знак деформации, т. е. перейти от сжатия к растяжению, то и знак поляризационных зарядов изменится. Далее, оказывается, что знак зарядов на грани  $ABCD$  при *сжатии* вдоль  $Y$  (в поперечном эффекте) такой же, как и при *растяжении* вдоль  $a$  (в продольном эффекте).

Величина вектора поляризации  $P$  (или пропорциональная ему поверхностная плотность заряда  $\sigma'$ ) в определенном интервале изменений пропорциональна величине механических деформаций. В области упругих деформаций величина деформации в свою очередь пропорциональна механическим напряжениям, т. е. силам, рассчитанным на единицу поверхности. Поэтому поляризация пропорциональна также механическим напряжениям.

Пьезоэлектрическими свойствами обладают, кроме кварца, и другие кристаллы. Гораздо сильнее, чем у кварца, они выражены у сегнетовой соли, которую в настоящее время применяют во многих пьезоэлектрических приборах. Однако сегнетова соль имеет тот недостаток, что она очень хрупка и, кроме того, не выдерживает сколько-нибудь сильного нагревания (температура плавления  $+63^\circ\text{C}$ , рабочие температуры — не выше  $40—45^\circ\text{C}$ ).

Для того чтобы использовать пьезоэлектрические заряды, противоположные грани кристаллической пластинки снабжают металлическими обкладками. При пьезоэффекте на обкладках появляются индуцированные заряды, равные по величине поляризационным зарядам, но противоположные им по знаку, а в цепи, соединяющей обкладки, в процессе деформации возникает ток.

Для демонстрации существования пьезоэлектрического эффекта может служить простое устройство, показанное на рис. 94. Здесь пластинка сегнетовой соли слабо зажата между двумя обкладками из листовой латуни. Маленькая неоновая лампа, которая содержит два металлических электрода, впаянных в стеклянный баллончик с разреженным неоном, служит в качестве демонстрационного вольтметра; когда напряжение между электродами достигает нескольких десятков вольт, в лампе возникает газовый разряд и появляется свечение. Если резко ударить резиновой колотушкой по пластинке сегнетовой соли, то при каждом ударе неоновая лампочка дает кратковременную вспышку.

Возникновение пьезоэлектрического эффекта объясняется следующим образом. В § 52 мы говорили, что ионные кристаллы представляют собой две или несколько простых решеток, каждая из которых построена из ионов одного знака (положительных или отрицательных), «вдвинутых» одна в другую. При механических деформациях кристалла в его решетке происходят изменения двух типов. Во-первых, *деформируется каждая элементарная ячейка*. Например, при одностороннем сжатии кубического кристалла его элементарная ячейка превращается из куба в параллелепипед. Во-вторых, при деформации кристалла может происходить *сдвиг*

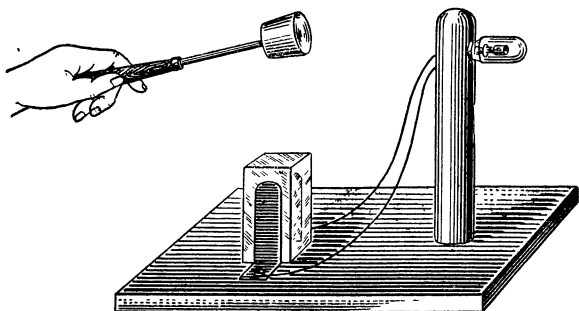


Рис. 94. Демонстрация пьезоэлектрического эффекта.

*простых решеток* друг относительно друга. Сдвиги простых решеток вызывают изменение электрического момента, которое проявляется в пьезоэлектрическом эффекте. Расчеты в теории твердого тела показывают, что эти сдвиги происходят не во всех кристаллах, а только в таких, в которых элементарная ячейка *не имеет центра симметрии* (см. Молекулярную физику). Поэтому пьезоэлектрическими свойствами обладают только кристаллы с низкой степенью симметрии. Так, например, элементарная ячейка кристаллов  $\text{CsCl}$  (рис. 87) имеет центр симметрии и эти кристаллы не обнаруживают пьезоэлектрических свойств. Расположение же ионов в кристаллах кварца несимметрично, для него не имеется центра симметрии и поэтому кварц обладает пьезоэлектрическими свойствами.

## § 58. Обратный пьезоэлектрический эффект

Наряду с пьезоэлектрическим эффектом существует и обратное ему явление: *в пьезоэлектрических кристаллах возникновение поляризации сопровождается механическими деформациями*. Поэтому если на металлические обкладки, укрепленные на кристалле, подать электрическое напряжение, то кристалл под действием поля поляризуется и деформируется.

Легко видеть, что необходимость существования обратного пьезоэффекта следует из закона сохранения энергии и факта существования прямого эффекта. Рассмотрим пьезоэлектрическую пластинку (рис. 95) и предположим, что мы сжимаем ее внешними силами  $F$ . Если бы пьезоэффекта не было, то работа внешних сил равнялась бы

потенциальной энергии упруго деформированной пластинки. При наличии пьезоэффекта на пластинке появляются заряды и возникает *электрическое поле*, которое включает в себе *дополнительную энергию*. По закону сохранения энергии это значит, что при сжатии пьезоэлектрической пластинки совершается большая работа, а следовательно, в ней возникают *дополнительные силы*  $F_1$ , противодействующие сжатию. Это и есть силы обратного пьезоэффекта.

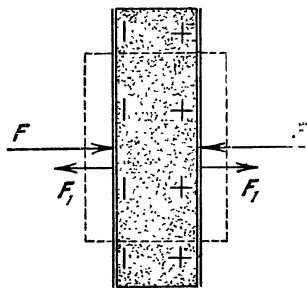


Рис. 95. Связь прямого и обратного пьезоэлектрических эффектов.

Из этих рассуждений вытекает связь между знаками обоих эффектов. Если в обоих случаях знаки зарядов на гранях одинаковы, то знаки деформаций различны. Если при сжатии пластинки на гранях появляются заряды, указанные на рис. 95, то при создании такой же поляризации внешним полем пластинка будет растягиваться.

Знак деформации при обратном пьезоэффекте зависит от направления вектора

напряженности поля. При изменении направления электрического поля на противоположное, сжатие переходит в растяжение и наоборот.

Пользуясь этим обстоятельством, можно осуществить различные типы деформаций. На рис. 96 показан двойной пьезоэлемент (состоящий из двух пластинок), работающий на сжатие. Пластинки

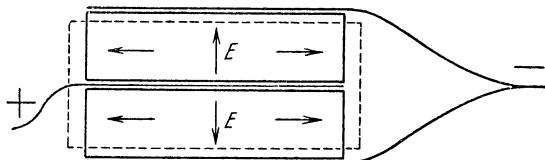


Рис. 96. Двойной пьезоэлемент, работающий на сжатие.

вырезаны из кристалла таким образом, что они одновременно сжимаются или растягиваются. Если, наоборот, сжимать или растягивать такой пьезоэлемент внешними силами, то между его обкладками появляется напряжение. Соединение пластинок в этом пьезоэлементе соответствует параллельному соединению конденсаторов.

На рис. 97 показан пьезоэлемент, работающий на *изгиб*. При появлении напряжения на обкладках одна из пластинок сжимается в поперечном направлении и удлиняется в продольном, а другая — растягивается и укорачивается, отчего и возникает деформация изгиба.

Если изгибать такой пьезоэлемент внешними силами, то между его обкладками возникает электрическое напряжение. Соединение пластинок в этом случае соответствует последовательному соединению конденсаторов. Очевидно, что такой пьезоэлемент не отвечает на сжатия и растяжения: в этом случае в каждой из пластинок возникает электрическое поле, но эти поля направлены противоположно и поэтому напряжение между обкладками равно нулю.

Обратный пьезоэлектрический эффект имеет внешнее сходство с электрострикцией (§ 51). Однако оба эти явления различны. Пьезоэффект зависит от направления поля и при изменении направления последнего изменяет знак. Электрострикция не зависит от направления поля. Пьезоэффект наблюдается только у некоторых кристаллов и притом только у кристаллов с низкой степенью симметрии. Электрострикция имеет место во всех диэлектриках. Обратный пьезоэффект возникает потому, что электрическое поле, действуя на простые ионные решетки кристалла, вызывает их относительное смещение. Стрикция же является следствием действия поля на отдельные молекулы — диполи, которые втягиваются полем в область с большей напряженностью.

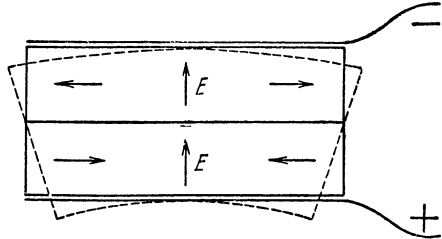


Рис. 97. Двойной пьезоэлемент, работающий на изгиб.

Пьезоэлектрический эффект (прямой и обратный) находит себе многочисленные практические применения в разнообразной электроакустической и измерительной аппаратуре. Укажем на пьезоэлектрические микрофон и телефон, пьезоэлектрический адаптер (в электрических проигрывателях патефонных пластинок), манометры, измерители вибраций и др. Особенно важные применения имеют пьезоэлектрические колебания кварца. Если поместить кварцевую пластинку между пластинами конденсатора и создать между пластинами переменное напряжение, то при частоте электрических колебаний, совпадающей с одной из собственных механических частот пластинки, наступает *механический резонанс* и в пластинке возникают очень сильные механические колебания. Такая кварцевая пластинка является мощным излучателем волн сверхзвуковой частоты (кварцевые излучатели), используемых в технике, биологии и медицине, а также в многочисленных физических и физико-химических исследованиях. Пьезоэлектрические колебания применяются также для стабилизации частоты генераторов электрических колебаний в радиотехнике и в других технических устройствах, разбор которых выходит за пределы данной книги.



## ГЛАВА VI ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

### § 59. Характеристики электрического тока

Всякое движение электрических зарядов мы называем *электрическим током*.

В металлах могут свободно перемещаться только *электроны* (§ 9). Поэтому электрический ток в металлах есть движение электронов проводимости. В гл. XVIII мы увидим, что в проводящих растворах не имеется свободных электронов, а подвижными заряженными частицами являются *ионы*. В газах могут существовать в подвижном состоянии и ионы, и электроны (гл. XVI).

*Направлением тока* условились считать *направление движения положительных частиц*. Поэтому направление тока в металлах противоположно направлению движения электронов.

В § 21 мы видели, что при соединении двух проводников, между которыми имеется электрическое напряжение, в соединительной проволоке возникает электрический ток. Поэтому для получения электрического тока достаточно соединить два проводника с различными потенциалами, например электроды батареи гальванических элементов. Этим способом получения тока мы будем пользоваться в последующих опытах.

Линии, вдоль которых движутся заряженные частицы, названы *линиями тока*. За направление линий тока принимают направление движения положительных зарядов. Прочерчивая линии тока, мы получаем сразу наглядное представление о движении электронов и ионов, образующем ток.

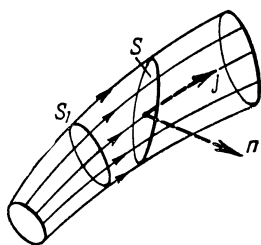


Рис. 98. Трубка тока.

Если внутри проводника с током мысленно выделить трубку, у которой боковая поверхность состоит из линий тока, то заряженные частицы при движении не будут пересекать боковую поверхность трубки и не будут ни выходить из трубки наружу, ни входить извне в трубку. Такая трубка называется *трубкой тока* (рис. 98). Поверхность металлической проволоки, находящейся в изоляторе, есть одна из трубок тока.

Для количественной характеристики электрического тока служат две основные величины: *плотность тока* и *сила тока*.

Плотность тока равна величине заряда, проходящего в единицу времени через единицу поверхности, перпендикулярной к линиям тока. Посмотрим, от чего зависит плотность тока.

Выделим внутри проводника площадку с площадью 1, расположенную перпендикулярно к линиям тока, а значит, и перпендикулярно

к направлению скорости  $v$  движения заряженных частиц (рис. 99). Построим на этой площадке, как на основании, прямоугольный параллелепипед с высотой, равной скорости движения частиц  $v$ . Тогда число частиц, которые пройдут через рассматриваемую площадку в единицу времени, будет равно числу частиц, заключенных внутри параллелепипеда. Если  $n$  есть концентрация заряженных частиц (число частиц в единице объема), то число частиц внутри параллелепипеда равно  $nv$ , а заряд, переносимый ими, есть  $nev$ , где  $e$  — заряд одной частицы (например, электрона). Поэтому величина плотности тока  $j$  равна

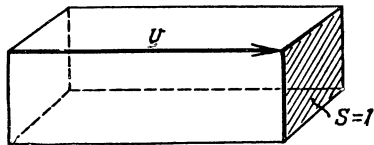


Рис. 99. К определению плотности тока.

$$j = nev. \quad (59.1)$$

Так как  $n$  и  $e$  суть скалярные величины, а скорость — вектор, то можно ввести *вектор плотности тока*  $j$ , определяемый следующим образом:

$$j = nev. \quad (59.1a)$$

Так как скорость  $v$  характеризует движение заряженных частиц в данной точке, то и вектор плотности тока  $j$  определяет электрический ток в данной точке проводника.

Если выделить внутри проводника бесконечно малую площадку  $dS$ , перпендикулярную к вектору плотности тока  $j$ , то величина заряда, проходящего через нее за время  $dt$ , равна

$$dq = j dS dt.$$

Если площадка  $dS$  не перпендикулярна к  $j$ , то в этом выражении вместо  $j$  нужно взять составляющую плотности тока  $j_n$ , перпендикулярную к  $dS$ .

Сила тока  $i$  в каком-либо проводнике равна величине заряда, проходящего в единицу времени через полное сечение проводника. Если  $dq$  — заряд, прошедший через сечение проводника за время  $dt$ ,

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (59.2)$$

Так как заряд  $dq$  и время  $dt$  суть скаляры, то и сила тока есть скалярная величина.

Зная вектор плотности тела  $j$  в каждой точке проводника, можно выразить через него и силу тока. Из сказанного выше следует:

$$i = \int_S j_n dS, \quad (59.3)$$

где интегрирование производится по всей поверхности  $S$  любого сечения проводника (рис. 98).

Единицей силы тока служит *ампер* ( $a$ ). При токе в  $1 a$  через полное сечение проводника проходит заряд  $1 k$  за время  $1 сек$ . На практике употребляют и более мелкие единицы:

$1 \text{ миллиампер (ма)} = 10^{-3} a$  и  $1 \text{ микроампер (мка)} = 10^{-6} a$ .

Единица плотности тока есть *ампер на квадратный метр* ( $a/m^2$ ).

Если плотность тока и сила тока не меняются во времени, то мы говорим, что в проводнике имеется *постоянный*, или *стационарный*, ток. Для постоянного тока сила тока одинакова во всех сечениях проводника. Действительно, если бы сила тока для двух каких-либо сечений  $S$  и  $S_1$  (рис. 98) была различна, то величина заряда, заключенного между этими сечениями, изменялась бы во времени, так как заряд, входящий через  $S_1$ , был бы не равен заряду, выходящему через  $S$ . Но тогда изменялось бы и электрическое поле внутри проводника и ток не мог бы оставаться постоянным.

Если сила тока не остается постоянной, то мы говорим об *изменяющемся* токе. Частным случаем изменяющегося тока является переменный синусоидальный ток, называемый коротко просто *переменным* током и широко применяемый в электротехнике.

## § 60. Действия электрического тока

Движение электронов и ионов непосредственно не видимо. Однако это движение вызывает различные сопутствующие ему явления, по которым мы и судим о наличии тока и его величине. Рассмотрим важнейшие действия тока.

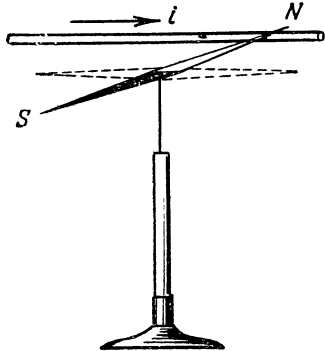


Рис. 100. Магнитное действие провода с током.

**Магнитное действие тока.** Еще в 1820 г. копенгагенский профессор физики Эрстед открыл, что проводник с током вызывает появление сил, действующих на магнитную стрелку. Если расположить прямую металлическую проволоку в направлении магнитного меридиана (в направлении север—юг) и поместить под ней магнитную стрелку (рис. 100), то при соединении концов проволоки с электродами гальванического элемента магнитная стрелка отклоняется. Направление отклонения стрелки можно найти при помощи

следующего правила: если положить ладонь правой руки на провод сверху и направить средние пальцы в направлении тока, то отогнутый большой палец укажет направление отклонения северного конца стрелки.

Помещая магнитную стрелку *над* проводом, мы найдем, что отклонение стрелки изменилось на обратное.

Заменяем теперь металлическую проволоку стеклянной трубкой, наполненной каким-либо проводящим раствором, например раствором серной кислоты в воде, и присоединим проводящий столб раствора при помощи металлических проволок, опущенных в него, к полюсам батареи (рис. 101). Мы увидим, что магнитная стрелка также отклонится. Подобное же отклонение стрелки наблюдается и в том случае, если вместо проволоки использовать газоразрядную трубку (например, неоновую рекламную трубку), питаемую постоянным током. Опыт показывает, что магнитное действие наблюдается *во всех случаях* тока независимо от природы проводника. Магнитное действие является самым общим признаком тока.

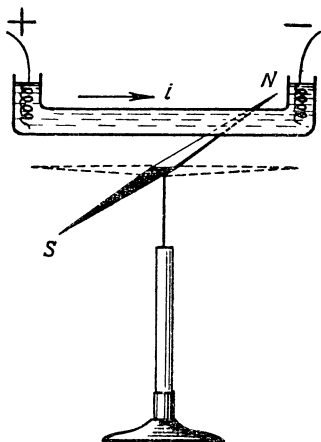


Рис. 101. Магнитное действие тока в растворах.

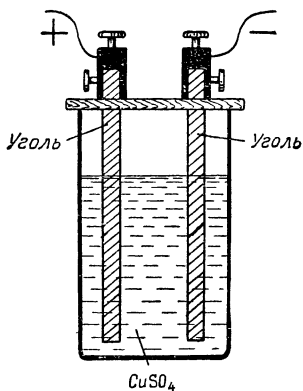
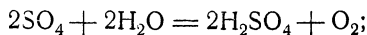


Рис. 102. Разложение током медного купороса.

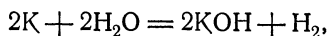
**Химическое действие тока.** Электрический ток может выделять в некоторых проводниках их составные химические части.

Химическое действие тока можно наблюдать в простых опытах. Опустим в водный раствор медного купороса  $\text{CuSO}_4$  две угольные пластины (рис. 102) и соединим их с полюсами батареи гальванических элементов. В растворе возникает ток. Через несколько минут вынем пластины из раствора. Мы обнаружим, что на пластине, соединенной с *отрицательным* полюсом батареи, выделился блестящий слой меди, хорошо заметный на черном фоне угля. На второй пластине, соединенной с положительным полюсом батареи, выделяется остаток  $\text{SO}_4$ . Однако, соприкасаясь с водой, он вступает во *вторичную реакцию*, не связанную с наличием тока, по суммарной формуле:



в растворе появляется серная кислота и на пластине выделяется газообразный кислород. Выделение пузырьков кислорода на положительной пластине можно наблюдать в описанном опыте.

В качестве второго примера рассмотрим разложение током бромистого калия КВг. Наполним небольшую стеклянную кювету с плоским прозрачным дном бесцветным водным раствором КВг и погрузим в нее две медные проволоки, соединенные с полюсами батареи. Мы тотчас же увидим, что у положительной проволоки выделяется Вг, который хорошо заметен вследствие своей бурой окраски. У отрицательной проволоки выделяется К, который вступает во вторичную реакцию с водой:



так что у отрицательной проволоки выделяется вместо калия водород. Пузырьки водорода отчетливо видны у отрицательной проволоки. Если спроектировать кювету при помощи объектива на экран, то это красивое явление можно наблюдать в увеличенном виде и демонстрировать большой аудитории.

Явление выделения током химических составных частей проводника получило название *электролиза* (от греческого *лио* — разлагаю). Электролиз имеет место не во всех проводниках. Проводники, в которых не наблюдается химическое действие тока, называются проводниками *первого класса*. К их числу принадлежат все металлы, уголь и многие химические соединения. Проводники, в которых происходит электролиз, называются проводниками *второго класса* или *электролитами*. Электролитами являются многие водные растворы кислот и солей и некоторые химические соединения, как в жидком, так и в твердом состоянии.

Явление электролиза обычно осложняется вторичными реакциями, примеры которых были рассмотрены выше. Вторичные реакции не связаны с наличием тока и не имеют прямого отношения к электролизу. Если, однако, отделить первичное действие тока от вторичных реакций, то можно обнаружить простое правило: *на отрицательном полюсе (катоде) всегда выделяются металлы и водород, а на положительном полюсе (аноде) — остаток химического соединения*. При этом составные части электролита выделяются только на электродах, а в объеме электролита никакого выделения веществ не происходит.

Масса любого вещества, выделившегося на электроде, всегда пропорциональна полному заряду, прошедшему через электролит.

Однако количество вещества, выделяемое единицей заряда, различно для разных веществ. Так, например, при прохождении одного кулона через водный раствор какой-либо серебряной соли на катоде выделяется 1,1180 миллиграмма металлического серебра, а при про-

хождении одного кулона через раствор медной соли выделяется 0,3294 миллиграмма металлической меди (подробнее см. § 212).

**Тепловое действие тока.** Электрический ток вызывает нагревание проводников. Если пропускать электрический ток через металлическую проволоку, то при достаточной силе тока ее можно нагреть до желаемой температуры, довести до плавления и испарить.

## § 61. Измерение силы тока

Для обнаружения тока и измерения его силы на практике используют все три рассмотренных действия тока.

Явление электролиза используют в *кулонометрах*, представляющих собой электролитические ванны, включаемые последовательно в цепь тока. Самым точным из них является *серебряный кулонометр*, который имеет серебряные электроды и содержит в качестве электролита водный раствор азотнокислого серебра  $\text{AgNO}_3$ .

Кулонометры непосредственно измеряют величину *заряда*, прошедшего через цепь. Перед измерением катод кулонометра тщательно взвешивают, затем пропускают ток в течение определенного времени и после просушки снова определяют вес катода. Если  $m$  — масса выделенного серебра в миллиграммах, а  $t$  — время пропускания тока в *сек*, то сила тока равна

$$i = 1,1180 \frac{m}{t} \text{ ампер.}$$

На использовании магнитного действия тока основано устройство многочисленных измерительных приборов. Принцип самого простого из них иллюстрируется рис. 103. Прибор содержит подвижную магнитную стрелку, помещенную внутри проволочной катушки. Так же как и в опыте на рис. 100, при протекании тока на стрелку действует момент силы, который, однако, внутри катушки с  $n$  витками проволоки приблизительно в  $2n$  раз больше, так как действие обеих частей каждого витка (*над* стрелкой и *под* ней) складываются. Такой прибор обычно употребляют не для измерения, а для качественного обнаружения тока в электрических цепях (*гальваноскоп*). Его применяют, например, в телеграфных аппаратах для контроля наличия тока в телеграфной линии.

В соответствии с законом равенства действия и противодействия на катушку с проволокой со стороны магнитной стрелки действует момент силы противоположного направления, стремящийся повернуть

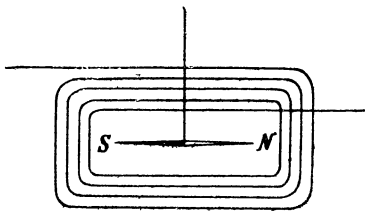


Рис. 103. Принципиальная схема гальваноскопа.

катушку перпендикулярно к магнитной стрелке. Поэтому, если вместо подвижной стрелки укрепить неподвижно постоянный магнит и сделать подвижной катушку, то катушка под действием тока будет поворачиваться. На этом принципе основаны весьма распространенные *магнитоэлектрические* приборы.

В настоящей книге мы ограничиваемся только указанием *принципа* устройства магнитоэлектрических приборов. Более подробные данные об их конструкции можно найти в руководстве по физическому практикуму и в специальных курсах по электроизмерительным приборам. В § 93 мы покажем, что на рамку с током действует момент силы  $M$ , который пропорционален силе тока  $i$ :

$$M = ai. \quad (61.1)$$

Коэффициент пропорциональности  $a$  зависит от устройства прибора (от числа витков проволоки, силы магнита и т. п.).

Приборы, показания которых зависят от силы тока, получили общее название *гальванометров*.

На тепловом действии тока основано устройство *теплового гальванометра*. Он содержит металлическую проволоку  $1$  (рис. 104) из неокисляемого упругого материала, концы которой закреплены неподвижно в металлических колодках  $2$  и  $3$ . В средней части проволока  $1$  оттягивается нитью  $4$ , проходящей через блок  $5$  и скрепленной с пружиной  $6$ . Когда ток проходит по проволоке  $1$ , она нагревается и удлиняется, ее прогиб увеличивается. При этом нить  $4$  перемещается и поворачивает блок  $5$  со скрепленной с ним стрелкой на некоторый угол.

Магнитоэлектрические и тепловые гальванометры не являются абсолютными приборами и требуют градуировки.

Если на шкале гальванометра указана сила тока в амперах, то гальванометр называют *амперметром*. На практике употребляют также *миллиамперметры* и *микроамперметры*, проградуированные соответственно в миллиамперах и микроамперах.

## § 62. Измерение величины заряда

При помощи гальванометров можно измерить не только силу тока, но и величину заряда, находящегося на каком-либо конденсаторе.

Рассмотрим магнитоэлектрический гальванометр и будем считать, что трение при движении рамки настолько мало, что им можно

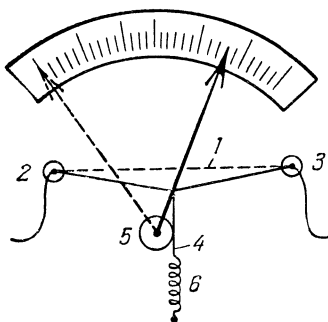


Рис. 104. Схема теплового гальванометра.

пренебречь. Рамка является механической *колебательной системой*. Она имеет определенный момент инерции  $I$  и на нее действует сила упругости со стороны подвеса. Момент упругих сил подвеса  $M_n$  можно считать пропорциональным углу поворота рамки  $\alpha$ :

$$M_n = -f\alpha,$$

где  $f$  зависит от устройства подвеса или спиральных пружин. Поэтому, будучи выведена из положения равновесия, рамка совершает механические крутильные колебания с периодом (см. Механику)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{f}}.$$

Положим теперь, что мы замкнули на гальванометр какой-нибудь заряженный конденсатор. Конденсатор начнет разряжаться и в гальванометре возникнет кратковременный ток (*импульс тока*), сила которого будет изменяться во времени приблизительно так, как показано на рис. 105. Будем считать, что время импульса  $\tau$  мало по сравнению с периодом колебаний рамки:  $\tau \ll T$ . В этом случае говорят, что гальванометр находится в *баллистическом режиме*. Если это имеет место, то за все время импульса рамка не успеет заметно сместиться и все явление будет подобно явлению удара в механике.

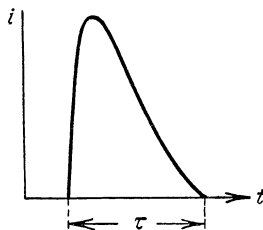


Рис. 105. Импульс тока.

За время  $\tau$  на рамку подействует *импульс момента силы*, равный согласно (61.1)

$$\int_{\tau} M dt = a \int_{\tau} i dt = aq,$$

где  $q$  — полный заряд, прошедший через гальванометр. Поэтому рамка приобретет *момент количества движения*

$$I\omega_0 = aq$$

( $\omega_0$  — угловая скорость рамки) и *кинетическую энергию*

$$W_k = \frac{1}{2} I\omega_0^2.$$

После окончания импульса тока рамка начнет поворачиваться и ее кинетическая энергия будет превращаться в потенциальную энергию закрученного подвеса:

$$W_n = \frac{1}{2} f\alpha^2.$$



Поэтому, если  $\alpha_m$  есть *максимальный* отброс, то

$$\frac{1}{2} f \alpha_m^2 = \frac{1}{2} I \omega_0^2.$$

Из этих уравнений находим:

$$q = \frac{I \omega_0}{a} = \frac{1}{a} \sqrt{f I} \alpha_m = b \alpha_m, \quad (62.1)$$

где  $b$  — постоянная для данного прибора, называемая *баллистической постоянной*. Мы видим, что, измеряя *первый максимальный отброс* гальванометра, можно измерить полную величину заряда, прошедшего через гальванометр.

Баллистический метод измерения заряда весьма удобен и широко применяется на практике. Употребляемые для таких измерений гальванометры называют *баллистическими гальванометрами*. В отличие от обычных гальванометров, в которых затухание рамки делают значительным (чтобы время установления рамки было малым), в баллистических гальванометрах затухание делают возможно меньшим. Кроме этого, чтобы лучше было выполнено условие баллистического режима, период собственных колебаний рамки делают большим (10—20 сек), для чего увеличивают момент инерции рамки.

В предыдущих рассуждениях мы не учитывали затухание рамки вследствие трения. При учете трения теория получается более сложной. Однако это не имеет особого значения, так как обычно величину баллистической постоянной  $b$  определяют не расчетом, а на опыте, т. е. градуируют гальванометр на заряды. Употребляемая

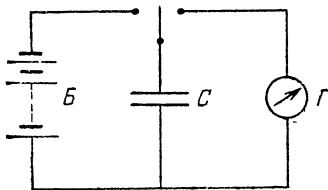


Рис. 106. Принципиальная схема для определения баллистической постоянной и для сравнения емкостей.

для этого принципиальная схема показана на рис. 106. Здесь  $C$  — конденсатор известной емкости, а  $B$  — батарея с известным напряжением  $U$ . В этом случае известен и заряд конденсатора  $q = CU$ , и поэтому, наблюдая отброс гальванометра  $\alpha_m$ , можно по формуле (62.1) найти  $b$ .

Если в схеме рис. 106 один раз включить конденсатор с емкостью  $C_1$ , а другой раз — с емкостью  $C_2$ , то отношение отбросов гальванометра в обоих случаях будет равно отношению емкостей:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{C_1}{C_2}.$$

Поэтому баллистический гальванометр позволяет просто сравнивать емкости. При этом, очевидно, напряжение батареи знать не нужно.

### § 63. Электрическое поле проводника с током

Если в проводнике имеется ток, то потенциал в различных точках проводника уже не одинаков. В этом можно убедиться на опыте, изображенном на рис. 107. Присоединив корпус электрометра к одному из концов  $a$  проволоки  $ab$  с током, а стрелку — к какой-либо другой точке  $b$ , мы обнаружим, что между этими точками имеется напряжение, которое тем больше, чем ближе точка  $b$  ко второму концу проволоки. *При наличии тока существует падение напряжения вдоль проводника.*

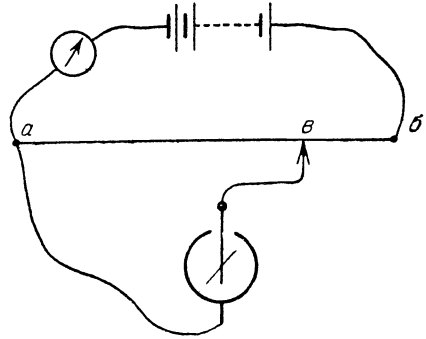


Рис. 107. Падение напряжения вдоль проводника с током.

Отметим, что если описанный опыт производить с металлической проволокой, то падение напряжения будет мало и для его обнаружения нужно взять достаточно чувствительный электрометр (например, струнный). Если же вместо проволоки выбрать плохой проводник (деревянную палку) и приложить к нему значительное напряжение (от электростатической машины), то падение напряжения легко обнаружить самым грубым электрометром.

Падение напряжения вдоль проводника согласно § 21 означает, что существует составляющая напряженности поля  $E_n$ , направленная *вдоль* проводника (рис. 108). Это значит, что напряженность поля

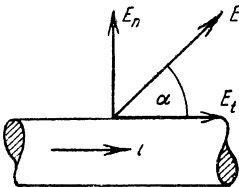


Рис. 108. Электрическое поле проводника с током.

у поверхности проводника с током, а следовательно и силовые линии, уже *не перпендикулярны к поверхности проводника*. Они наклонены в направлении тока на некоторый угол  $\alpha$ , причем  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{E_n}{E_t}$ .

Наклон силовых линий также легко обнаружить на опыте. Для этого можно воспользоваться методом, описанным в § 14. Поместим в небольшую стеклянную чашку с прозрачным дном, содержащую взвесь манной крупы в касторовом масле, две проводящие пластинки  $a$  и  $b$  (рис. 109) и присоединим их к источнику напряжения (электростатической машине). Чтобы получить достаточную напряженность поля, способную переместить крупинки, нужно взять пластинки из плохого проводника, например из дерева. Когда в пластинках нет тока (они разомкнуты), получается известная нам картина (§ 14), причем силовые линии во всех точках пластинок перпендикулярны

к их поверхности. При замыкании пластинок проводящей перемычкой  $\beta$  в пластинках появляется ток, идущий от положительного конца пластинок к отрицательному. Силовые линии при этом изгибаются и принимают форму, подобную изображенной на рис. 109 пунктиром.

Отметим, что наклон силовых линий в этом опыте не одинаков в разных точках поверхности пластинок и увеличивается по мере приближения к перемычке  $\beta$ . Это легко понять, если учесть, что нормальная составляющая поля  $E_n$  меняется по длине пластинок. Действительно, между точками 1 и 2 существует большое напряжение (равное падению напряжения вдоль пути 1  $a$   $b$  2) и поэтому  $E_n$  возле этих мест пластинок велико. Между точками же 3 и 4, более близкими к перемычке, напряжение меньше, а следовательно, и  $E_n$  также меньше. Поэтому и угол  $\alpha = \arctg \frac{E_n}{E_t}$  для точек 3 и 4 меньше, чем для точек 1 и 2.

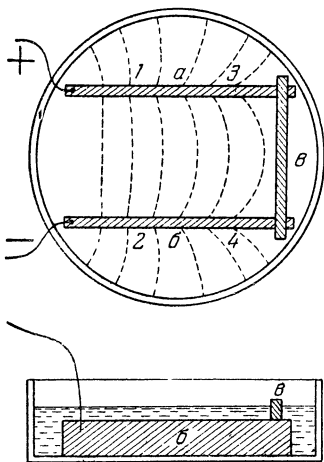


Рис. 109. Наблюдение картины силовых линий поля возле проводника с током.

необходимо *непрерывное* действие силы (равной  $eE_t$ , где  $e$  — заряд электрона). А это значит, что электроны в проводниках движутся с *трением*, или, иначе говоря, что проводники обладают *электрическим сопротивлением*.

Описанные опыты показывают, что при наличии тока потенциал проводника уже не одинаков в разных точках, а значит, *внутри* проводника имеется электрическое поле. Это поле создается поверхностными зарядами проводника, которые в случае тока распределяются иначе, нежели в состоянии равновесия.

Далее, мы видим, что для поддержания постоянного тока, т. е. движения электронов с *постоянной скоростью*, не-

## § 64. Закон Ома

Если состояние проводника остается неизменным (не меняется его температура и т. д.), то для каждого проводника существует однозначная зависимость между напряжением  $U$ , приложенным к концам проводника, и силой тока  $i$  в нем:  $i = f(U)$ . Эта зависимость называется *вольт-амперной характеристикой* данного проводника.

Для многих проводников, в особенности для металлов, эта зависимость особенно проста — сила тока пропорциональна приложенному напряжению:

$$i = \Lambda U. \quad (64.1)$$

Этот закон носит название *закона Ома*.

Коэффициент пропорциональности  $\Lambda$  называется *электропроводностью* проводника, а величина, обратная электропроводности, — *электрическим сопротивлением*. Если обозначить сопротивление проводника через  $R$ , то

$$\Lambda = \frac{1}{R}. \quad (64.2)$$

Электропроводность и сопротивление зависят от рода вещества проводника, от его геометрических размеров и формы, а также от состояния проводника.

Единицей сопротивления служит *ом*. Это сопротивление такого проводника, в котором при напряжении между его концами 1 в существует ток силой 1 а:

$$1 \text{ ом} = 1 \frac{\text{в}}{\text{а}}.$$

Единица электропроводности есть *обратный ом* ( $\text{ом}^{-1}$ ). Если в (64.1) измерять  $U$  в вольтах, а  $i$  — в амперах, то электропроводность  $\Lambda$  будет выражена в  $\text{ом}^{-1}$ , а сопротивление  $R$  — в омах. Для измерения больших сопротивлений употребляют более крупные единицы:

$$1 \text{ килоом (ком)} = 10^3 \text{ ом} \quad \text{и} \quad 1 \text{ мегаом (Мом)} = 10^6 \text{ ом}.$$

На использовании закона Ома основано измерение напряжений при помощи *вольтметра*. Вольтметр представляет собой гальванометр, последовательно с которым соединено большое сопротивление (рис. 110). При подключении вольтметра к каким-либо точкам  $a$  и  $b$  участка цепи в вольтметр ответвляется часть тока; сила ответвленного тока  $i$  по закону Ома пропорциональна напряжению  $U$  между этими точками:

$$i = \frac{U}{r}.$$

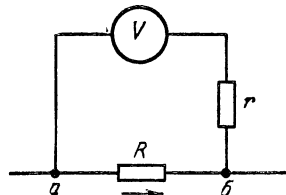


Рис. 110. Вольтметр.

Поэтому, зная чувствительность вольтметра по току и его сопротивление  $r$ , можно определить и напряжение  $U$ . Это напряжение наносят непосредственно на шкалу прибора.

Чтобы приключение вольтметра существенно не изменяло силу тока и распределение напряжения в цепи, ток вольтметра должен быть мал по сравнению с током цепи, а для этого сопротивление вольтметра  $r$  должно быть велико по сравнению с сопротивлением  $R$  участка цепи  $ab$ .

### § 65. Измерение сопротивлений

Сопротивление какого-либо проводника можно измерить наиболее просто при помощи амперметра и вольтметра. Если  $i$  — сила тока в амперах, показываемая амперметром, а  $U$  — напряжение в вольтах на концах проводника, измеряемое вольтметром, то сопротивление проводника в омах равно  $r = U/i$ . При этом предполагается, что ток, ответвляющийся в вольтметр, мал по сравнению с током в проводнике. Если ток вольтметра пренебречь нельзя, то в написанной формуле под  $i$  нужно понимать ток в проводнике, равный  $i = i_A - i_V$ , где  $i_A$  — показания амперметра, и  $i_V$  — ток вольтметра. Последний можно найти по закону Ома, зная сопротивление вольтметра. Ток вольтметра можно также определить, зная чувствительность вольтметра по току, т. е. ток, соответствующий отклонению вольтметра на одно деление.

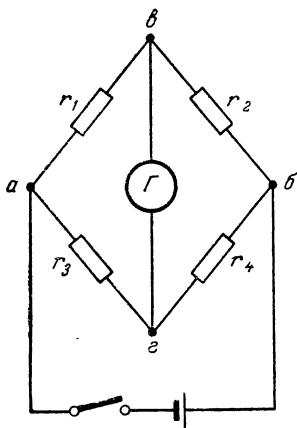


Рис. 111. Схема моста сопротивлений.

Точность этого метода определяется точностью амперметра и вольтметра и обычно бывает не очень велика ( $\sim 1\%$ ). Поэтому для точного измерения сопротивлений употребляют метод *сравнения* сопротивлений, не требующий измерения тока и напряжения. Это осуществляют в *схеме моста*, изображенной на рис. 111. Здесь  $r_1, r_2, r_3$  и  $r_4$  — четыре сопротивления, одно из которых неизвестно,  $G$  — чувствительный гальванометр. Сопротивления плеч моста изменяют и подбирают их таким образом, чтобы ток гальванометра был равен нулю. В этом случае

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4}. \quad (65.1)$$

Поэтому, зная сопротивление трех плеч моста, можно определить и неизвестное четвертое сопротивление.

Условие (65.1) можно получить следующим образом. Пусть  $i_1, i_2, i_3$  и  $i_4$  — силы токов в плечах моста  $r_1, r_2, r_3$  и  $r_4$ . Если ток гальванометра равен нулю, то в точках  $b$  и  $z$  не имеется разветвления токов и поэтому  $i_1 = i_2, i_3 = i_4$ . Напряжения между концами плеч моста:

$$\begin{aligned} U_{ab} &= i_1 r_1, & U_{ob} &= i_2 r_2 = i_1 r_2, \\ U_{az} &= i_3 r_3, & U_{z6} &= i_4 r_4 = i_3 r_4. \end{aligned}$$

При отсутствии тока в гальванометре напряжение между точками *a* и *z* равно нулю. Это дает:

$$U_{av} = i_1 r_1 = U_{az} = i_3 r_3,$$

$$U_{ob} = i_1 r_2 = U_{zб} = i_3 r_4.$$

Деля почленно оба равенства, получим соотношение (65.1).

В (65.1) входят сопротивления плеч моста, включающие в себя и сопротивления соединительных проводов. Поэтому измеряемое сопротивление и сопротивления остальных плеч моста должны быть велики по сравнению с сопротивлением соединительных проводов.

### § 66. Сопротивление проволок

В § 64 мы говорили, что сопротивление проводников зависит от их формы и размеров. Эта зависимость особенно проста, если проводники имеют форму цилиндров постоянного поперечного сечения (проволоки). В этом случае

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (66.1)$$

где *l* — длина проводника, а *S* — его поперечное сечение. Коэффициент пропорциональности  $\rho$  зависит от рода вещества и его состояния и называется *удельным сопротивлением* данного вещества. Величина, обратная удельному сопротивлению, получила название *удельной электропроводности* вещества.

Единица удельного сопротивления есть *ом · м*. Если в (66.1) положить *l* = 1, *S* = 1, то  $R = \rho$ . Следовательно, удельное сопротивление вещества есть сопротивление куба с ребром 1 *м* из данного вещества, выраженный в омах, при токе, параллельном одному из ребер куба. Ниже в таблице приведены удельные сопротивления некоторых веществ.

Вещество	Удельное сопротивление $\rho$ (ом · м) при комнатной температуре	Вещество	Удельное сопротивление $\rho$ (ом · м) при комнатной температуре
Серебро . . . . .	$(1,66—1,63) \cdot 10^{-8}$	10% -ный водный раствор NaCl (10 г на 100 см <sup>3</sup> раствора) . . . . .	0,0825
Медь тянутая . . . . .	$1,78 \cdot 10^{-8}$	Химически чистая вода . . . . .	$\sim 10^6$
Платина . . . . .	$11,0 \cdot 10^{-8}$	Стекло натровое . . . . .	$\sim 10^9$
Константан (сплав 60% Cu, 40% Ni)	$49,0 \cdot 10^{-8}$	Фарфор . . . . .	$\sim 10^{13}$
Нихром (67,5% Ni, 15% Cr, 16% Fe, 1,5% Mn) . . . . .	$110 \cdot 10^{-8}$	Янтарь, плавленый кварц . . . . .	$> 10^{18}$
Графит . . . . .	$\sim 3 \cdot 10^{-5}$		

Простой зависимостью (66.1) пользуются на практике для изготовления различных сопротивлений из проволоки. Если сопротивления

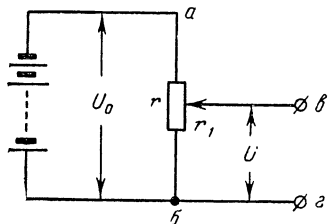


Рис. 112. Делитель напряжения.

нужно изменять во время опыта, то употребляют *реостаты со скользящим контактом*. Они состоят из однослойной обмотки голой проволоки из сплава с высоким удельным сопротивлением (нихром, никелин), намотанной на жаростойкий изолирующий цилиндр (фарфор, стеатит), и скользящего контакта. В цепь тока включают один конец обмотки и скользящий контакт.

На рис. 112 показана схема *делителя напряжения*. Если  $U_0$  есть напряжение между концами реостата  $a$  и  $b$ , то напряжение  $U$  между точками  $c$  и  $z$  (разомкнутыми) равно

$$U = U_0 \frac{r_1}{r},$$

где  $r$  — полное сопротивление реостата, а  $r_1$  — сопротивление его части между зажимом  $b$  и скользящим контактом.

## § 67. Зависимость сопротивления от температуры

Удельное сопротивление зависит не только от рода вещества, но и от его состояния, в частности от температуры. Зависимость удельного сопротивления от температуры можно охарактеризовать, задавая *температурный коэффициент сопротивления* данного вещества:

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT}. \quad (67.1)$$

Он дает относительное приращение сопротивления при увеличении температуры на один градус.

Температурный коэффициент сопротивления для данного вещества различен при разных температурах. Это показывает, что удельное сопротивление изменяется с температурой не по линейному закону, а зависит от нее более сложным образом. Однако для многих проводников, к которым относятся все металлы, изменение  $\alpha$  с температурой не очень велико. Если еще интервал изменения температуры достаточно мал, то приближенно можно считать  $\alpha$  постоянным, равным среднему его значению внутри рассматриваемой области температур. Так, например, если  $\rho_0$  есть удельное сопротивление при  $0^\circ\text{C}$ , а  $\rho$  — его значение при  $t^\circ\text{C}$ , то можно положить:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t). \quad (67.2)$$

Температурный коэффициент сопротивления может быть как положительным, так и отрицательным. У всех металлов сопротивление увеличивается с увеличением температуры, а следовательно, для металлов  $\alpha > 0$ . Для многих других проводников первого класса наблюдается обратное и, по крайней мере в некотором температурном интервале, их сопротивление уменьшается с увеличением температуры. Наконец, у всех электролитов (проводники второго класса) в отличие от металлов сопротивление при нагревании всегда уменьшается и для них также  $\alpha < 0$ .

Ниже в таблице приведены значения  $\alpha$  для некоторых веществ. Для всех чистых металлов температурный коэффициент сопротивления близок к  $\frac{1}{273} = 0,00367$ , т. е. к величине температурного коэффициента расширения газов. Следует также отметить, что некоторые сплавы имеют весьма малое  $\alpha$ , примером чего может служить константан. Поэтому проволоки из таких сплавов применяют для изготовления точных образцов сопротивлений (*эталонов* сопротивления).

Вещество	Температура, °C	Средний температурный коэффициент сопротивления $\alpha$ в град <sup>-1</sup>
Серебро . . . . .	0—100	$40 \cdot 10^{-4}$
Медь . . . . .	18	$43 \cdot 10^{-4}$
Платина . . . . .	0—100	$38 \cdot 10^{-4}$
Константан . . . . .	18	(от $-0,4$ до $+0,1$ ) $\cdot 10^{-4}$ *)
10%-ный водный раствор NaCl . . . . .	18	$-0,021$
Графит . . . . .	18	$-5 \cdot 10^{-4}$
Стекло . . . . .	100	от $-0,1$ до $-0,2$

\*) В зависимости от образца.

Зависимость сопротивления металлов от температуры используют в различных измерительных и автоматических устройствах. Наиболее важным из них является *термометр сопротивления*. Он представляет собой сопротивление из платиновой проволоки, которое включают в схему моста в качестве одного из плеч. Сопротивление платины весьма постоянно во времени и хорошо изучено в широком интервале температур. Поэтому, измеряя сопротивление платиновой проволоки, можно очень точно измерить и температуру. Термометры сопротивления обладают тем важным достоинством, что могут служить как при очень низких, так и при высоких температурах, при которых применение обычных жидкостных термометров невозможно.



При очень низких температурах в некоторых веществах возникает удивительное состояние *сверхпроводимости*, в котором электрическое сопротивление исчезает вовсе. Однако этот вопрос будет рассмотрен позднее (§ 163).

### § 68. Закон Ома в дифференциальной форме

Закон Ома (64.1) и формула (66.1) позволяют найти силу тока в проволоках и вообще в тех случаях, когда трубки тока являются цилиндрами постоянного сечения. Однако часто приходится вычислять силу тока в проводящих средах, в которых трубки тока не имеют цилиндрической формы. Примерами могут служить сферический и цилиндрический конденсаторы, в которых пространство между обкладками заполнено проводящей средой. В этом случае формула (66.1) уже не применима, так как расстояние  $l$  различно для разных точек поверхности обкладок, а площадь  $S$  у каждой обкладки имеет разную величину.

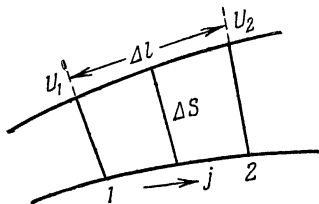


Рис. 113. К закону Ома в дифференциальной форме.

Однако закон Ома можно представить в другой форме, которая пригодна и для решения задач о токах в проводящих средах.

Рассмотрим в проводящей среде небольшой отрезок трубки тока длины  $\Delta l$  (рис. 113) и два близких ее сечения 1 и 2. Обозначим потенциалы этих сечений через  $U_1$  и  $U_2$ , а среднюю величину площади сечений — через  $\Delta S$ . Применяя к этому отрезку закон Ома (64.1) и формулу (66.1), получим:

$$i = j \Delta S = \frac{U_1 - U_2}{\rho \frac{\Delta l}{\Delta S}},$$

или, сокращая на  $\Delta S$  и вводя удельную электропроводность среды  $\lambda = 1/\rho$ :

$$j = \lambda \frac{U_1 - U_2}{\Delta l} = -\lambda \frac{U_2 - U_1}{\Delta l} = -\lambda \frac{\Delta U}{\Delta l}.$$

Чтобы эта формула была совершенно точна, нужно перейти к пределу при  $\Delta l \rightarrow 0$ , так как только в этом случае рассматриваемый отрезок трубки можно считать цилиндрическим и применять к нему формулу (66.1). Но

$$\lim_{\Delta l \rightarrow 0} \left( -\frac{\Delta U}{\Delta l} \right) = -\frac{dU}{dl} = E,$$

где  $E$  — напряженность электрического поля внутри проводника. Учитывая, далее, что  $\mathbf{j}$  и  $E$  суть векторы, и притом одинаково направленные, находим окончательно:

$$\mathbf{j} = \lambda E. \quad (68.1)$$

Это соотношение носит название *дифференциальной формы закона Ома*. В отличие от (64.1) (*интегральной формы закона Ома*) оно содержит величины, характеризующие электрическое состояние среды в *одной и той же точке*.

Поле  $E$ , входящее в (68.1), есть поле внутри проводящей среды *при наличии тока*. Можно, однако, показать, что если проводящая среда однородна, то во всех практически интересных случаях это поле *совпадает с электростатическим полем  $E_{ст}$* , т. е. с полем, которое существовало бы между данными электродами, если бы между ними было то же напряжение, что и при наличии тока, а вместо проводящей среды был бы вакуум. Отсюда следует, что *в однородном проводнике силовые линии электростатического поля совпадают с линиями тока* (см. Добавление 2).

Для вычисления силы тока в проводящих средах поступают следующим образом. Сначала вычисляют по заданному напряжению между электродами напряженность поля внутри проводящей среды, т. е. решают задачу электростатики. Затем, пользуясь формулой (68.1), определяют плотность тока  $\mathbf{j}$  в каждой точке среды. После этого нужно мысленно выделить какую-либо замкнутую поверхность  $S$ , целиком окружающую один из электродов, и найти силу тока  $i$  согласно (59.3), как поток вектора  $\mathbf{j}$  через эту поверхность. При этом, разумеется, замкнутую поверхность  $S$  следует выбирать, сообразуясь с условиями симметрии задачи, чтобы вычисления были простыми.

**Пример 1. Сферический конденсатор с уткой.** Пусть имеется сферический конденсатор, у которого пространство между обкладками заполнено веществом с удельной электропроводностью  $\lambda$ . Потенциал  $U$  его электрического поля нами уже вычислен, он выражается формулой (28.2). Отсюда находим напряженность поля:

$$E = - \frac{dU}{dr} = \frac{U_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \cdot \frac{1}{r^2}.$$

Поэтому, согласно (68.1), плотность тока на расстоянии  $r$  от центра равна:

$$\mathbf{j} = U_0 \frac{\lambda}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \frac{1}{r^2}.$$

В данном случае удобно выбрать в качестве поверхности  $S$  в (59.3) сферу некоторого радиуса  $r$ , проходящую между обкладками. Тогда

$j_n = j$  и, кроме того,  $j$  постоянно во всех точках сферы. Поэтому

$$i = jS = U_0 \frac{\lambda}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \frac{1}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{4\pi\lambda}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} U_0.$$

Сила тока через конденсатор, в соответствии с (64.1), пропорциональна напряжению  $U_0$  между обкладками. Электропроводность конденсатора  $\Lambda$  оказывается равной

$$\Lambda = \frac{i}{U_0} = \frac{4\pi\lambda}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}.$$

По этим формулам можно вычислить ток утечки  $i$  и сопротивление утечки  $R = 1/\Lambda$  сферического конденсатора.

**Пример 2. Цилиндрический конденсатор с утечкой.** В этом случае напряженность поля находим из формулы (28.4):

$$E = -\frac{dU}{dr} = -\frac{U_0}{\ln \frac{b}{a}} \frac{1}{r}.$$

Плотность тока  $j$  равна

$$j = -U_0 \frac{\lambda}{\ln \frac{b}{a}} \frac{1}{r}.$$

Так как нас не интересует направление тока, а лишь его величина, мы опустим в дальнейшем знак минус. В качестве замкнутой поверхности целесообразно выбрать цилиндр радиуса  $r$ , проходящий между обкладками. В этом случае опять  $j_n = j$  и постоянно на поверхности цилиндра. Поэтому сила тока на единицу длины конденсатора получается равной

$$\frac{i}{l} = jS = U_0 \frac{\lambda}{\ln \frac{b}{a}} \frac{1}{r} \cdot 2\pi r = \frac{2\pi\lambda}{\ln \frac{b}{a}} U_0.$$

И в этом случае, как и во всех подобных задачах, сила тока пропорциональна напряжению между обкладками. Электропроводность конденсатора длины  $l$  есть

$$\Lambda = \frac{2\pi\lambda}{\ln \frac{b}{a}} l.$$

Этими формулами пользуются для вычисления тока и сопротивления утечки кабеля.

## § 69. Электролитическая ванна

В § 68 мы говорили, что в однородной среде силовые линии электростатического поля совпадают с линиями тока. На этом основан ценный практический метод экспериментального исследования электрических полей.

Если имеется какое-либо двухмерное электрическое поле и желают определить на опыте его эквипотенциальные поверхности, то изготавливают металлические модели электродов, создающих поле, и помещают их в слабо проводящую среду. Модели могут и не совпадать по своим размерам с оригиналом, но должны быть им подобны и подобным образом расположены. На электроды подают напряжения, пропорциональные напряжениям на действительных электродах. Тогда распределение потенциала между моделями электродов будет подобно распределению потенциала между действительными электродами. Для измерения потенциала в различных точках среды в эти точки помещают небольшой проводник — зонд, например в виде короткого металлического штифта. В качестве проводящей среды часто употребляют какой-либо электролит, налитый в достаточно большую ванну, отчего указанный метод получил название *метода электролитической ванны*.

На рис. 114 показана схема одной из простейших электролитических ванн. В деревянный ящик, наполненный влажным песком, погружены исследуемые электроды *a* и *б*. Размеры ящика должны в несколько раз превышать расстояние между электродами. На электроды подают напряжение от батареи и делителя напряжения. В песок погружают два зонда *1* и *2*, присоединенных к зажимам вольтметра. Для определения эквипотенциальной линии один из зондов оставляют неподвижным, а другой помещают в разные точки и находят такие из них, для которых отклонение вольтметра равно нулю. Таким образом определяют одну из эквипотенциальных линий. Затем первый зонд помещают в другую точку, с другим значением потенциала, и при помощи второго зонда находят точки, лежащие на другой эквипотенциальной линии, и т. д. Поступая подобным образом, можно определить форму и расположение эквипотенциальных линий электрического поля данных электродов. Вместо вольтметра удобнее применять нулевой гальванометр, в котором нулевое деление расположено в центре шкалы.

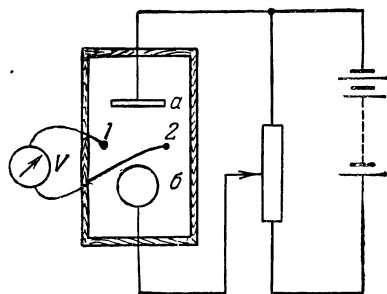


Рис. 114. Простая электролитическая ванна.

Отметим, что в § 68, говоря о совпадении поля в проводящей среде с электростатическим полем, мы предполагали, что проводящая среда однородна. В электролитической же ванне мы имеем неоднородную среду, состоящую из электролита и воздуха, имеющую *границу раздела* между ними. Однако это не изменяет результата. Действительно, в случае цилиндрических электродов с параллельными осями (двухмерное поле) все линии тока лежат в плоскостях, перпендикулярных к электродам. Но поверхность электролита есть одна из таких плоскостей. Это значит, что линии тока и силовые линии *не пересекают* эту поверхность, а значит, и ее наличие не искажает распределения этих линий.

Электролитическая ванна имеет большие преимущества перед электрическим зондом (§ 27). То обстоятельство, что внутри электролита текут токи, делает возможным употребление токопотребляющих вольтметров и гальванометров, которые гораздо удобнее и надежнее электрометров. Кроме того, распределение токов и напряжений в ванне нечувствительно к посторонним электростатическим влияниям. Поэтому электролитическая ванна является наиболее простым и удобным методом для исследования электрических полей и широко применяется на практике.

Если нужно произвести точные измерения, то ванна, изображенная на рис. 114, малопригодна. Один из ее недостатков заключается в том, что при постоянном токе происходит электролиз и на электродах выделяются составные части электролита (электроды *поляризуются*, см. § 222). В результате напряжение между электродами в течение опыта несколько изменяется и измерения становятся неточными. Чтобы избавиться от этого неудобства, применяют *переменный* ток. К электролитической ванне часто присоединяют еще *пантограф*, состоящий из системы рычагов, на одном конце которой находится зонд, а на другом — пишущее приспособление, отмечающее на листе бумаги положение зонда.

## § 70. Заземление в линиях связи

Результаты § 68 позволяют понять действие заземления в линиях связи. Схема заземления изображена на рис. 115. При сооружении

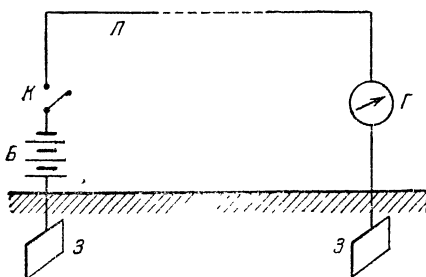


Рис. 115. Заземление в линиях связи.

телеграфных и телефонных линий прокладывают всего один провод ( $L$ ). С этим проводом соединяют лишь один полюс источника тока  $B$  отправительной станции, а второй его полюс присоединяют к металлическому листу  $З$ , который закапывают в землю. Аппарат приемной станции (показанный на рис. 115 в виде гальванометра  $\Gamma$ ) присоединяют к линии и к другому такому же листу. Роль второго

провода, замыкающего цепь, играет земля. Существенным является то обстоятельство, что *сопротивление заземления практически не зависит от расстояния между станциями*. При этом сопро-

тивление заземления получается сравнительно малым (в хороших заземлениях — десятки омов и омы), хотя среда между его электродами плохо проводит электричество (сухие почвы, граниты и т. п.).

Чтобы понять свойства заземления, рассмотрим электроды простой формы в виде двух одинаковых шаров радиуса  $a$  и будем предполагать, что они погружены в безграничную однородную среду с удельной электропроводностью  $\lambda$  (рис. 116). Среду между шарами мы можем разбить на трубки тока и рассматривать их как параллельно соединенные проводники (одна из трубок тока на рис. 116 заштрихована). Увеличивая расстояние между шарами, мы будем удлинять каждую трубку тока, отчего ее сопротивление будет увеличиваться. Однако при этом одновременно будет возрастать сечение трубки, что будет уменьшать ее сопротивление. Физическая причина независимости сопротивления от расстояния и заключается в том, что увеличение сечения как раз компенсирует увеличение длины.

Вычислим сопротивление между шарами, пользуясь методом, изложенным в § 68. Окружим один из шаров замкнутой поверхностью  $S$ , вплотную прилегающей к поверхности шара, и вычислим силу тока через нее. Мы будем сразу считать, что расстояние между шарами  $r \gg a$ . В этом случае можно пренебречь индукционным влиянием шаров друг на друга и считать, что заряды распределяются на шарах равномерно. Если заряды на шарах равны  $+q$  и  $-q$ , то их потенциалы (относительно бесконечности) выражаются соотношениями:

$$U_{1\infty} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{a}, \quad U_{2\infty} = -\frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{a}.$$

Разность потенциалов или напряжение между шарами есть

$$U = U_{1\infty} - U_{2\infty} = \frac{1}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{a}.$$

Поэтому напряженность поля у поверхности каждого шара; выраженная через напряжение, равна

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{a^2} = \frac{U}{2a}.$$

Отсюда находим силу тока через поверхность шара:

$$i = \int_S j dS = \lambda \int_S E dS = \lambda \frac{U}{2a} \cdot 4\pi a^2 = 2\pi a \lambda \cdot U.$$

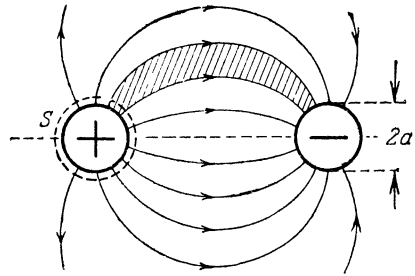


Рис. 116. К объяснению действия заземления.

Следовательно, сопротивление  $R$  среды между шарами равно

$$R = \frac{U}{i} = \frac{1}{2\pi a l}.$$

Мы видим, что сопротивление не зависит вовсе от расстояния между электродами и определяется только радиусами шаров и удельной электропроводностью среды.

Полученный результат легко продемонстрировать на опыте. Для этого опустим в какой-либо электролит, налитый в большую ванну, два малых металлических шарика и включим их в цепь тока, содержащую батарею и амперметр. Чтобы с электролитом соприкасалась только поверхность шариков, подводящие провода нужно изолировать стеклянными трубками. Отметим показания амперметра и будем изменять расстояние между шариками. Мы увидим, что пока расстояние между ними превышает несколько радиусов, показания амперметра практически не зависят от расстояния между шариками, а значит, и сопротивление остается постоянным. И только при сближении шариков на расстояние порядка их радиуса амперметр показывает увеличение тока.

Обращаясь вновь к рис. 116, мы видим, что густота силовых линий велика только в непосредственной близости к шарам. Это значит, что напряженность поля значительна только вблизи шаров и, следовательно, основная часть напряжения приходится на участки среды, *непосредственно прилегающие к электродам*. Поэтому и сопротивление заземления практически зависит только от удельной электропроводности этих участков. Чтобы уменьшить сопротивление заземления, электроды закапывают на глубине подпочвенных вод, где электропроводность велика вследствие растворения солей, содержащихся в земле.

## ГЛАВА VII

### ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА

#### § 71. Источники тока

Легко видеть, что нельзя получить в проводнике постоянный ток, если для создания напряжения на концах проводника пользоваться заряженными конденсаторами. Действительно, наличие тока будет всегда сопровождаться переходом зарядов с одной обкладки на другую и притом в таком направлении, что заряды обкладок будут уменьшаться. В результате будет непрерывно уменьшаться напряжение между обкладками и, согласно закону Ома (§ 64), сила тока в проводнике будет падать. Это обстоятельство является общим для любого электростатического поля: такое поле всегда перемещает заряды так, чтобы разности потенциалов уменьшались.

Для получения постоянного тока на заряды в электрической цепи должны действовать какие-либо силы, отличные от сил электростатического поля. Такие силы получили общее название *сторонних сил*. Всякое устройство, в котором возникают сторонние силы, мы называем *источником тока*. Источниками тока являются, например, гальванические элементы.

Если воспользоваться гидростатической аналогией, то силы электростатического поля можно уподобить силе тяжести, стремящейся выровнять уровни жидкости в сообщающихся сосудах; источник же тока можно сравнить с насосом, работающим против силы тяжести и восстанавливающим разность уровней в сосудах, несмотря на наличие тока жидкости.

Ближайшей нашей задачей будет являться установление количественных характеристик источников тока и выяснение связи между ними и силой тока в цепи. Для этого рассмотрим сначала источник тока в виде гальванического элемента и затем обобщим полученные результаты на случай любого источника. При разборе этих вопросов мы будем исходить из первого начала термодинамики (общего закона сохранения энергии), а для этого рассмотрим, какие *превращения энергии* происходят в замкнутой цепи тока.

## § 72. Работа и мощность постоянного тока. Закон Ленца и Джоуля

Электрический ток совершает в любом участке цепи определенную *работу*. Пусть имеется произвольный участок цепи *аб* (рис. 117), между концами которого существует напряжение  $U$ . По определению электрического напряжения (§ 19) работа, совершаемая при перемещении *единицы* заряда между точками *a* и *b*, равна  $U$ . Если сила тока в участке цепи равна  $i$ , то за время  $t$  пройдет заряд  $it$  и поэтому работа электрического тока в этом участке будет:

$$A = Uit. \quad (72.1)$$

Это выражение справедливо для *постоянного* тока в любом случае, для какого угодно участка цепи, который может содержать проводники первого и второго класса, электромоторы и т. д.

*Мощность тока*, т. е. работа в единицу времени, равна

$$P = \frac{A}{t} = Ui. \quad (72.2)$$

Отметим, что формулу (72.2) используют в системе СИ для определения единицы напряжения. Единица напряжения вольт есть

$$1 \text{ в} = 1 \frac{\text{вт}}{\text{а}}.$$

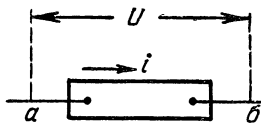


Рис. 117. К вычислению работы электрического тока.



Это — напряжение между концами проводника, в котором имеется ток силой  $1 a$ , если мощность, развиваемая током в проводнике, равна  $1 \text{ вт}$ .

Будем теперь считать, что участок цепи представляет собой неподвижный проводник первого класса. В этом случае механическая работа равна нулю и не происходит никаких химических реакций, а следовательно, *вся* работа тока превращается в *тепло*, которое выделяется в проводнике. Если проводник однороден и подчиняется закону Ома (сюда относятся все металлы и электролиты), то  $U = ir$ , где  $r$  — сопротивление проводника. В этом случае

$$A = ri^2t. \quad (72.3)$$

Если количество тепла выражать в малых калориях, то следует учесть, что  $1 \text{ дж}$  эквивалентен  $0,2389 \cong 0,24 \text{ ккал}$ . Поэтому для количества тепла (в калориях), выделяемого током, получаем:

$$Q = 0,24 ri^2t. \quad (72.3a)$$

Этот закон был впервые установлен на опыте Э. Х. Ленцем и, независимо от него, Джоулем; он носит название *закона Ленца и Джоуля*.

Отметим, что нагревание проводников током находит себе многочисленные технические применения. Наиболее важное из них — осветительные лампы накаливания.

Современные лампы накаливания являются результатом настойчивых и длительных работ ряда ученых. Большое значение в развитии ламп накаливания имели работы А. Н. Лодыгина, который уже в 1873 г. публично демонстрировал в Петербурге различные типы своих ламп. Первые лампы Лодыгина имели форму стеклянного шара, в котором на двух медных стержнях был укреплен стерженек ретортного угля. В поисках способов увеличения срока службы ламп им совместно с сотрудниками была введена откачка ламп и найдены более долговечные тела накала в виде различных обугливаемых органических волокон. В 1890 г. Лодыгин ввел лампы накаливания с металлической нитью из тугоплавких металлов: вольфрама, молибдена и др. Работы Эдисона, поставленные в очень широком промышленном масштабе, привели к внедрению ламп накаливания в практику. В последующее время были сделаны только два существенных усовершенствования: тело накала стали изготавливать в виде тонкой спирали, что уменьшило теплоотдачу, и баллоны ламп начали наполнять инертным газом, чтобы иметь возможность повысить температуру нити накала без заметного ее распыления (Лэнгмюр).

### § 73. Энергия, освобождаемая в гальваническом элементе

Когда какой-либо гальванический элемент создает в цепи ток, то внутри элемента происходят химические реакции. В большинстве элементов основная реакция состоит в соединении цинкового электрода, являющегося катодом элемента, с электролитом, и поэтому во время работы элемента расходуется металлический цинк, а в растворе появляются новые вещества — продукты реакций. В простейшем элементе Вольта (рис. 7) эта реакция такова:



Но опыт показывает, что при всякой химической реакции либо поглощается, либо выделяется определенное количество энергии. В дальнейшем мы будем предполагать, что химическая реакция происходит при постоянном внешнем давлении. При этом выделяется количество тепла  $Q_x$ , равное

$$Q_x = pt, \tag{73.1}$$

где  $t$  — количество прореагировавшего вещества. Величина  $p$  определяет *тепловой эффект* химической реакции и указывает, какое количество тепла выделяется при вступлении в данную реакцию единицы массы рассматриваемого вещества. Если реакция идет с выделением тепла, то  $p$  положительно, если реакция происходит с поглощением тепла, — отрицательно. Так, например, в указанной реакции образования сернокислого цинка при взаимодействии 1 г цинка с серной кислотой выделяется 1670 кал, и поэтому тепловой эффект данной реакции, рассчитанный по цинку, есть  $p = +1670$  кал/г или  $6,96 \cdot 10^6$  дж/кг.

Энергия химических реакций и есть та энергия, которая освобождается в гальванических элементах. Ее мерой является тепловой эффект реакции.

### § 74. Электродвижущая сила гальванического элемента

Рассмотрим теперь какой-либо гальванический элемент, замкнутый на проводник с сопротивлением  $R$  (рис. 118). Будем считать, что в отсутствие тока в элементе не происходит никаких химических реакций. Это имеет место не для всех комбинаций металлов с электролитами. Так, например, в элементе Вольта цинк растворяется в серной кислоте и при разомкнутой цепи, хотя и в меньшей степени. Если же цинк амальгамировать, т. е. покрыть слоем амальгамы цинка путем обработки его ртутью, и в качестве электролита выбрать раствор хлористого цинка  $ZnCl_2$  или хлористого аммония  $NH_4Cl$ , то цинк в отсутствие тока расходуется очень медленно и наше предположение будет ближе к действительности. В этом случае масса электрода, перешедшая в электролит, равна

$$m = Kq,$$

где  $K$  — электрохимический эквивалент металла электрода, а  $q$  — полный заряд, прошедший через элемент. Поэтому для энергии, освобождаемой в химических реакциях у обоих электродов, мы имеем:

$$Q_x = (p_1K_1 + p_2K_2)q.$$

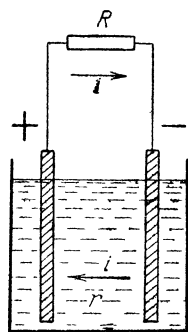


Рис. 118. Электрическая цепь с гальваническим элементом.

При наличии тока в цепи будет совершаться еще механическая работа, которая будет превращаться в тепло Джоуля — Ленца. При этом мы должны учесть, что электрические заряды нигде не накапливаются в цепи тока, а значит, ток существует не только во внешней цепи, но и *внутри* элемента. Гальванический элемент представляет для тока определенное сопротивление, называемое *внутренним сопротивлением*, которое складывается из сопротивлений электролита и электродов.

Далее, будем считать, что элемент поддерживается при постоянной температуре и что мы отбираем от него только очень слабый ток (строго говоря — бесконечно слабый). В этом случае внутри элемента не будут возникать ни заметные разности концентраций в электролите, ни заметные разности температур, и состояние элемента в любой момент времени будет лишь бесконечно мало отличаться от состояния равновесия в отсутствие тока. Такой режим работы элемента часто называют *квазистатическим*. Однако если температура элемента поддерживается постоянной, то при наличии тока элемент будет передавать окружающей среде (или, наоборот, заимствовать от нее) некоторое количество тепла  $Q_T$ , необходимое для поддержания постоянства температуры.

Применим теперь к рассматриваемой замкнутой цепи первое начало термодинамики (общий закон сохранения энергии). Тогда

$$Q_x = A_T + Q_T, \quad (74.1)$$

где  $A_T$  — работа тока. При этом, разумеется, все входящие сюда величины должны быть выражены в одинаковых (тепловых или механических) единицах.

Рассуждая совсем точно, мы должны были бы еще учесть, что в контактах двух различных проводников в присутствии тока выделяется или поглощается (в зависимости от направления тока) дополнительное количество тепла. Однако это так называемое *тепло Пельтье* (см. § 225) обычно мало по сравнению с теплом химических реакций и теплом Джоуля — Ленца, и поэтому им можно пренебречь.

Мы видим, что даже в квазистатическом режиме в работу тока превращается не вся энергия химических реакций, а лишь разность

$$A_T = Q_x - Q_T.$$

Если бы мы отбирали от элемента ток конечной силы, то внутри элемента происходили бы еще дополнительные процессы, обусловленные появлением разностей концентраций и температур, и полезная работа тока была бы еще меньше. Величина  $A_T$  для квазистатического процесса называется *максимальной работой* химической реакции. Максимальная работа при данной температуре представляет собой определенную долю энергии  $Q_x$  и, подобно  $Q_x$ , пропорцио-

нальна величине заряда, прошедшего по цепи. Поэтому можно положить:

$$A_T = \mathcal{E}q,$$

где  $\mathcal{E}$  — максимальная работа данной химической реакции (или реакций), рассчитанная на единицу заряда. Она получила название *электродвижущей силы* гальванического элемента.

После этого закон сохранения энергии (74.1) можно записать в следующем виде:

$$\mathcal{E}q = Ri^2t + ri^2t,$$

где  $r$  — внутреннее сопротивление элемента. Деля обе части равенства на величину заряда  $q = it$ , мы находим:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (74.2)$$

Полученный закон (74.2) называется *законом Ома для замкнутой цепи*. Сумму  $(R + r)$  внешнего и внутреннего сопротивлений называют *полным сопротивлением цепи*. Формула (74.2) показывает, что для всякого гальванического элемента можно ввести характерную для него величину — электродвижущую силу — таким образом, что частное от деления ее на полное сопротивление цепи будет равно силе тока в цепи.

Из (74.2) видно, что размерность  $\mathcal{E}$  совпадает с размерностью напряжения, и поэтому э. д. с. выражают в тех же единицах, что и напряжение.

Величина максимальной работы  $A_T$ , так же как и энергия химических реакций  $Q_x$ , при заданной величине прошедшего заряда, зависит только от природы электродов и электролита. Поэтому и э. д. с. гальванических элементов зависит только от рода веществ, входящих в его состав, и *не зависит вовсе от размеров элемента*. Напротив, внутреннее сопротивление элемента, как и всякого проводника, зависит от его размеров и формы.

Выше мы определили э. д. с. гальванического элемента через максимальную работу химической реакции. Однако э. д. с. можно выразить и непосредственно через тепловой эффект химической реакции. В термодинамике показывают, что работа  $A$ , совершаемая в любом изотермическом квазистатическом процессе, связана с количеством тепла  $Q_p$ , отбираемым от источника тепла соотношением

$$A = Q_p + T \left( \frac{\partial A}{\partial T} \right)_p,$$

где индекс  $p$  указывает, что соответствующие величины измерены при постоянном внешнем давлении (формула Гиббса — Гельмгольца). Подставляя сюда вместо  $Q_p$  выражение  $Q_x$ , приведенное в тексте, и  $A = \mathcal{E}q$ , получаем:

$$\mathcal{E} = (p_1K_1 + p_2K_2) + T \left( \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial T} \right)_p,$$

где первое слагаемое в правой части есть тепловой эффект химических реакций в элементе, рассчитанный на единицу прошедшего заряда. Это соотношение было получено Гельмгольцем и является основным в теории гальванических элементов.

Мы получили закон Ома (74.2), рассматривая источник тока в виде гальванических элементов. Однако этот закон имеет общее значение. Всякий источник тока можно охарактеризовать его электродвижущей силой таким образом, что будет справедлив закон Ома (74.2). Так как э. д. с. любого источника легко измерить на опыте (см. § 75), то формула (74.2) имеет большое значение и позволяет вычислить силу тока в любой цепи.

Отметим, что закон (74.2) был впервые установлен Омом на опыте совсем другим путем. Он экспериментировал не с гальваническими элементами, а с термоэлементами, и при теоретическом объяснении закона исходил из аналогии между электрическим током и течением жидкости и тепла.

### § 75. Напряжение на зажимах источника

Пусть имеется цепь, содержащая источник тока, переменное внешнее сопротивление  $R$  и амперметр  $A$  (рис. 119), и положим, что мы измеряем напряжение на зажимах источника с помощью вольтметра  $V$ . Сопротивление вольтметра выберем достаточно большим, чтобы подключение вольтметра не изменяло напряжение между точками 1 и 2.

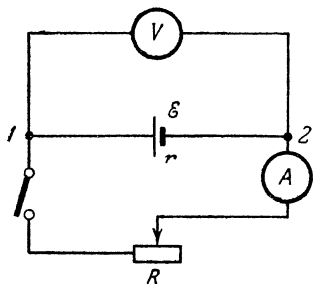


Рис. 119. Измерение напряжения на зажимах работающего источника.

Мы найдем, что напряжение, показываемое вольтметром, зависит от силы тока в цепи. Оно наибольшее при разомкнутой цепи ( $i = 0$ ) и стремится к нулю при уменьшении до нуля внешнего сопротивления  $R$  (включая и сопротивление амперметра). *Напряжение на зажимах работающего источника есть величина переменная, зависящая от нагрузки источника.*

Объяснение этого мы находим в законе Ома. Напряжение, показываемое вольтметром, есть напряжение между точками 2 и 1. Применяя к внешней цепи  $2R1$  (не содержащей э. д. с.) закон Ома (64.1), имеем:

$$U_{21} = Ri.$$

Но сила тока в цепи выражается законом Ома (74.2), и поэтому

$$U_{21} = R \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \mathcal{E} \left( 1 - \frac{r}{R+r} \right) = \mathcal{E} - ri. \quad (75.1)$$

Мы видим, что напряжение на зажимах *меньше* э. д. с. на величину  $ri$ , которая есть *падение напряжения внутри самого источника*.

Полученная формула показывает, что чем больше внешнее сопротивление  $R$  по сравнению с внутренним сопротивлением  $r$ , тем меньше падение напряжения внутри источника и тем ближе напряжение на зажимах к э. д. с. Если  $R \gg r$  (цепь разомкнута), то  $V = \mathcal{E}$ : *электродвижущая сила равна напряжению на зажимах разомкнутого источника*. Это позволяет весьма просто определить э. д. с. любого источника и лежит в основе всех методов измерения э. д. с.

Чтобы пояснить смысл формулы (75.1), рассмотрим распределение потенциала в цепи гальванического элемента. При разомкнутой цепи (нет тока) потенциал внутри металлических электродов, проводов и в толще электролита (где нет сторонних сил) постояен (рис. 120). В тонких же пограничных слоях между электродами и электролитом существуют сторонние силы, вызывающие быстрое

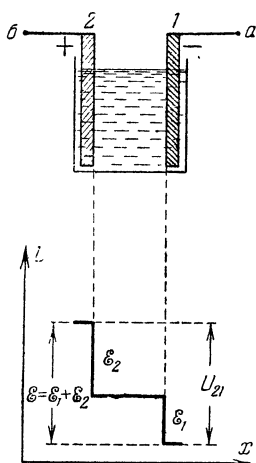


Рис. 120. Распределение потенциала в цепи *разомкнутого* гальванического элемента.

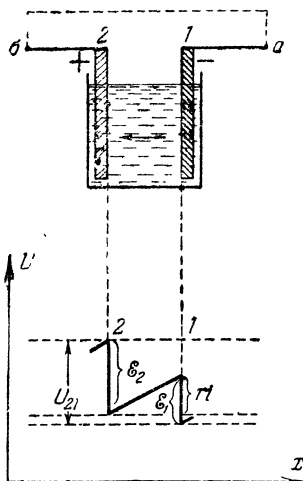


Рис. 121. Распределение потенциала в цепи *замкнутого* гальванического элемента.

изменение (скачки) потенциала  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$ . Сумма этих скачков равна напряжению между электродами и представляет собой полную э. д. с. элемента. При замыкании точек  $a$  и  $b$  цепи получается распределение потенциала, показанное на рис. 121. Из рисунка видно, что в этом случае напряжение между точками 2 и 1 (между электродами) уже не равно сумме  $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$ , а уменьшается на величину падения напряжения внутри элемента  $ri$ .

Обратим еще внимание на то, что заряды в замкнутой цепи движутся кругообразно: во внешней части цепи положительные заряды

перемещаются от положительного электрода к отрицательному, а *внутри* источника — от отрицательного электрода к положительному. Это и понятно. Из рис. 121 видно, что в толще электролита это соответствует движению от более высокого потенциала к более низкому, т. е. так же, как и во внешней цепи. В пограничных же слоях, где имеются скачки потенциала, положительные заряды движутся в направлении увеличения потенциала, что осуществляется с помощью сторонних сил.

Если внешнее сопротивление  $R$  намного меньше  $r$ , то из (75.1) следует, что  $U \ll \mathcal{E}$ . Если  $R \rightarrow 0$ , то и  $U \rightarrow 0$ . Случай  $R \ll r$  называют *коротким замыканием* источника. При этом сила тока согласно (74.2) делается максимальной:

$$i_{\text{макс}} = \frac{\mathcal{E}}{r} \quad (75.2)$$

(ток короткого замыкания).

Мы видим, что качество источника определяется не только его э. д. с., но и внутренним сопротивлением. Например, электростатические машины имеют весьма большую э. д. с., измеряемую десятками тысяч вольт, однако их внутреннее сопротивление огромно (многие десятки и сотни мегаомов) и поэтому они непригодны для получения сильных токов. Напротив, э. д. с. гальванических элементов — всего лишь около 1 в, но их внутреннее сопротивление также мало (омы и доли ома), поэтому с помощью гальванических элементов можно получить токи, измеряемые амперами.

Чтобы при случайном коротком замыкании не возникли чрезмерно большие токи (вредные для источников и опасные в пожарном отношении), во все цепи, питаемые источниками с малым внутренним сопротивлением (динамомашин, большие батареи аккумуляторов), включают *плавкие предохранители*, представляющие собой тонкие металлические проволоки, быстро перегорающие при коротком замыкании и этим размыкающие цепь.

Формула (75.1) связывает напряжение на участке цепи с силой тока в нем и поэтому может быть названа законом Ома для участка с э. д. с. (рис. 122). В дальнейшем мы будем писать ее в виде

$$U_{12} = ri - \mathcal{E}. \quad (75.3)$$

Здесь  $r$  — полное сопротивление участка (сопротивление источника и проводников). При пользовании формулой (75.3) необходимо соблюдать следующее *правило знаков*: ток считается положительным, если он направлен от точки 1 к точке 2; э. д. с. считается положительной, если, перемещаясь от точки 1 к точке 2, мы приходим источник от отрицательного полюса к положительному.

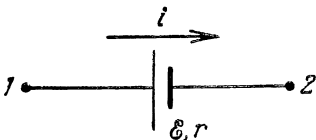


Рис. 122. Участок цепи с э. д. с.

### § 76. Электродвижущая сила и работа источника

Рассмотрим опять какой-либо источник тока, который посылает ток во внешнюю цепь, состоящую из *неподвижных* проводников *первого класса*. В этом случае вся работа тока будет заключаться только в выделении тепла Джоуля — Ленца. Применяя к замкнутой цепи закон Ома (74.2), имеем:

$$i(R + r) = \mathcal{E}.$$

Умножим теперь обе части этого равенства на  $it = q$ , где  $t$  — время протекания тока, а  $q$  — полный заряд, прошедший по цепи. Тогда

$$i^2 R t + i^2 r t = \mathcal{E} i t = \mathcal{E} q.$$

Но слева стоит полная работа, совершенная током во всей цепи, т. е. работа источника. Обозначая ее через  $A$ , получаем:

$$A = \mathcal{E} i t = \mathcal{E} q. \quad (76.1)$$

Следовательно, работа источника тока выражается произведением его э. д. с. на величину полного заряда, прошедшего по цепи.

Полагая в (76.1)  $q = +1$ , мы получим  $\mathcal{E} = A$ . Это позволяет дать определение э. д. с. через работу: *электродвижущая сила, действующая в какой-либо цепи, измеряется работой, совершаемой при перемещении заряда  $+1$  по этой цепи.*

В § 71 мы говорили, что во всяком источнике тока на заряды обязательно действуют какие-либо силы (сторонние силы), которые отличны от сил электростатического поля. Работа, которая совершается в цепи с э. д. с., и есть работа сторонних сил, и поэтому э. д. с. можно выразить через эти силы. Для этого введем новую величину, которую назовем *напряженностью поля сторонних сил*. Мы определим ее как силу, действующую на заряд  $+1$ , которая обусловлена любыми причинами, кроме электростатического поля. Тогда полная сила, действующая на заряд  $+1$ , будет суммой

$$E + E^*,$$

где  $E$  — напряженность электростатического поля, а  $E^*$  — напряженность поля сторонних сил.

Рассмотрим теперь замкнутую цепь  $l$  (рис. 123) с э. д. с. и предположим, что заряд  $+1$  обходит эту цепь. Тогда совершаемая работа есть

$$\oint (E_s + E_s^*) ds,$$

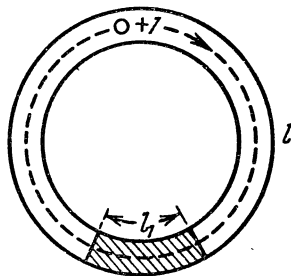


Рис. 123. К определению э. д. с.



где индекс  $s$  обозначает проекцию соответствующей величины на направление перемещения  $ds$ , а интегрирование производится по всей замкнутой цепи  $l$ . Но согласно § 19 напряжение по замкнутому контуру в электростатическом поле равно нулю:

$$\oint E_s ds = 0.$$

Поэтому

$$\mathcal{E} = \oint E_s^* ds. \quad (76.2)$$

Если  $E^*$  отлично от нуля только в части цепи, например на отрезке  $l_1$  (рис. 123), то для всех других участков подинтегральное выражение в (76.2) будет равно нулю, и поэтому интегрирование можно производить только по участку цепи  $l_1$ .

Формула (76.2) дает самое общее определение э. д. с. и пригодна для *любых* случаев. Если известно, какие именно силы вызывают движение зарядов в данном источнике, то всегда можно найти напряженность поля сторонних сил  $E^*$  и по (76.2) *вычислить* полную э. д. с. источника. *Измерить* же э. д. с. в любом случае можно по напряжению разомкнутого источника.

Физическая природа электродвижущих сил в различных источниках весьма различна. Так, например, в гальванических элементах — это силы молекулярного взаимодействия (§ 221), в термоэлектрических явлениях — силы давления электронного газа (§ 229), в электромагнитной индукции — силы электрического поля (однако не электростатического, а вихревого; см. § 145). Ниже будут рассмотрены подробнее причины возникновения этих сил и будет показано, как в отдельных случаях можно вычислить э. д. с.

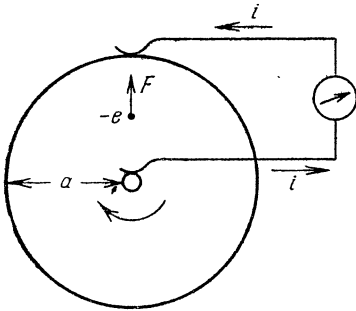


Рис. 124. Пример вычисления э. д. с.

Сейчас мы ограничимся лишь одним особенно простым примером. Пусть имеется металлический диск радиусом  $a$  (рис. 124), вращающийся с угловой скоростью  $\omega$ . Диск включен в электрическую цепь при помощи скользящих контактов, касающихся оси диска и его окружности. В этом случае на каждый электрон металла действует *центробежная сила*, которая и является сторонней силой. Поэтому в диске появляется э. д. с. и между осью диска и его окружностью возникает напряжение. Вычислим величину этой э. д. с. Центробежная сила равна

$$F = mr\omega^2,$$

где  $r$  — расстояние от оси диска, а  $m$  — масса электрона. Эта сила действует на заряд электрона  $e$  и поэтому

$$E^* = \frac{F}{e} = \frac{mr\omega^2}{e}.$$

Возникающая э. д. с. равна

$$\mathcal{E} = \int_0^a E^i dr = \frac{m\omega^2}{e} \int_0^a r dr = \frac{m\omega^2 a^2}{2e}.$$

Полагая

$$a = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}, \quad \omega = 10^3 \text{ сек}^{-1}, \\ m = 9 \cdot 10^{-28} \text{ кг} \quad z = 9 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \text{ и } e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ к},$$

мы находим величину э. д. с.:

$$\mathcal{E} = \frac{9 \cdot 10^{-31} \cdot (10^3)^2 \cdot (0,1)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ в.}$$

## § 77. Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа

До сих пор мы имели дело с простыми электрическими цепями, представляющими собой один замкнутый контур. Рассмотрим теперь более сложный случай *разветвленной* цепи, пример которой изображен на рис 125. Здесь имеются *точки разветвления*  $A, B, C, D, F$ , в которых сходятся три и более проводов. Между точками разветвления находятся участки цепи  $1, 2, \dots, 7$ , которые имеют определенные сопротивления  $r_1, r_2, \dots, r_7$  и могут содержать источники с э. д. с.  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_7$ . Изображенный контур может в свою очередь входить в состав более сложной цепи. Сопротивления участков и действующие в них э. д. с. будем считать заданными. Задача заключается в вычислении силы тока во всех участках цепи.

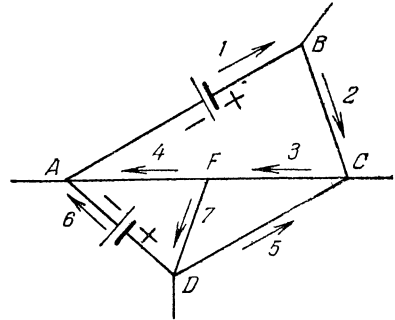


Рис. 125. Разветвленная цепь.

Рассмотрим какую-либо точку разветвления, например точку  $F$ .

В этой точке сходятся три участка (3, 4 и 7), в которых имеются токи  $i_3, i_4$  и  $i_7$ . Припишем этим токам определенные знаки: будем считать их положительными, если они направлены к точке разветвления ( $i_3$ ), и отрицательными, если они направлены от точки разветвления ( $i_4$  и  $i_7$ ). Выбор знаков токов является произвольным, и мы могли бы считать, наоборот, токи, притекающие к узлу, отрицательными, а токи, уходящие от узла, — положительными. Алгебраическая сумма токов  $i_3 - i_4 - i_7$  есть заряд, приходящий к точке  $F$  за единицу времени. Если в данной цепи токи постоянны, то эта сумма токов должна равняться нулю, так как в противном случае потенциал рассматриваемой точки изменялся бы со временем, а значит,

изменялись бы и токи в цепи. Это справедливо по отношению ко всякой точке разветвления, и поэтому для любой точки разветвления

$$\sum i_k = 0. \quad (77.1)$$

Эта формула выражает *первое правило Кирхгофа: алгебраическая сумма сил токов в участках цепи, сходящихся в любой точке разветвления, равна нулю.*

Выделим теперь в разветвленной цепи какой-либо замкнутый контур, например контур  $ABCF A$  на рис. 125. К отдельным участкам этого контура можно применить закон Ома для участка цепи (75.3). Тогда для разности потенциалов точек  $A$  и  $B$  мы имеем:

$$U_{AB} = U_A - U_B = i_1 r_1 - \mathcal{E}_1.$$

Аналогично для других участков:

$$U_B - U_C = i_2 r_2 - \mathcal{E}_2,$$

$$U_C - U_F = i_3 r_3 - \mathcal{E}_3,$$

$$U_F - U_A = i_4 r_4 - \mathcal{E}_4.$$

Складывая почленно эти равенства, мы найдем, что сумма левых частей равна нулю. Это дает:

$$i_1 r_1 + i_2 r_2 + i_3 r_3 + i_4 r_4 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_4.$$

Подобное соотношение мы получим для любого замкнутого контура, и поэтому

$$\sum i_n r_n = \sum \mathcal{E}_n. \quad (77.2)$$

Написанное соотношение выражает *второе правило Кирхгофа*. Каждое из произведений  $ir$  выражает разность потенциалов, которая существовала бы между концами соответствующего участка, если бы э. д. с. в нем была равна нулю, т. е. это произведение есть *падение напряжения*, вызываемое током. Поэтому второе правило Кирхгофа можно выразить следующим образом: *для любого замкнутого контура сумма всех падений напряжения равна сумме всех электродвижущих сил в этом контуре.*

Правила Кирхгофа не выражают новых свойств электрического поля. Выше мы видели, что первое правило обозначает не что иное, как условие стационарности токов. Второе правило мы получили по той причине, что электрическое напряжение по замкнутому контуру равно нулю, а значит, это правило есть следствие основного свойства электростатического поля, согласно которому работа при движении заряда по замкнутому контуру равна нулю (§ 19).

Однако оба правила Кирхгофа весьма полезны при решении задач на разветвленные цепи. Применяя эти правила к точкам разветвления и к различным замкнутым контурам, входящим в состав сложной

цепи, мы получаем уравнения для определения всех неизвестных токов. Можно показать, что получаемое при этом *число независимых уравнений всегда равно числу неизвестных токов*, и поэтому оба правила Кирхгофа дают *общий метод* для решения задач на разветвленные цепи.

При составлении уравнений с помощью правил Кирхгофа (77.1) и (77.2) следует тщательно соблюдать правило знаков § 75. Так, например, в цепи рис. 125 э. д. с. в участке *1* следует брать со знаком плюс, а э. д. с. в участке *б* — со знаком минус.

В связи с этим правилом знаков может возникнуть кажущееся затруднение при составлении уравнений. Ведь направления отдельных токов заранее не известны и должны быть найдены из решения задачи, в то время как само составление уравнений требует знания этих направлений. Однако на самом деле этой трудности не существует. При составлении уравнений можно с самого начала *произвольно* выбрать для каждого участка некоторые направления токов и считать их положительными. Иными словами, можно сначала произвольно предположить, что токи в участках текут в определенных направлениях, и в соответствии с этим применить правило знаков для э. д. с. Действительное направление токов определится решением задачи: если какой-либо ток окажется положительным, то это значит, что его направление совпадает с предположенным; если он окажется отрицательным, то, значит, в действительности он направлен противоположно принятому положительному направлению.

Отметим в заключение, что метод Кирхгофа приводит к необходимости решать *систему* алгебраических уравнений первого порядка. Для сложных цепей это требует вычисления детерминантов высокого порядка, что является весьма кропотливым. Поэтому были предложены различные вспомогательные приемы, позволяющие уменьшить число уравнений системы. Один из них рассмотрен в Добавлении 3.

**Пример 1. Параллельное соединение сопротивлений. Шунт.** Пусть в цепь источника с э. д. с.  $\mathcal{E}$  и внутренним сопротивлением  $r$  включены два сопротивления  $r_1$  и  $r_2$ , соединенные своими концами в точках разветвления *a* и *б* (рис. 126). Вычислим силу тока в цепи. Выберем положительные направления токов такими, как показано на рисунке. Тогда первое правило Кирхгофа для точки *a* дает:

$$i - i_1 - i_2 = 0.$$

Применяя второе правило Кирхгофа к контурам  $ar_2br_1a$  и  $ar_1\mathcal{E}a$  и обходя их по часовой стрелке, имеем:

$$-r_1i_1 + r_2i_2 = 0, \quad ri + r_1i_1 = \mathcal{E}.$$

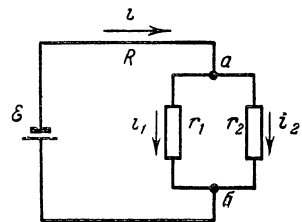


Рис. 126. Параллельное соединение сопротивлений.

Мы получили три уравнения для определения трех неизвестных токов, и легко убедиться, что больше независимых уравнений нет.

Исключим из первых двух уравнений ток  $i_1$ . Это дает соотношение

$$\frac{i_2}{i} = \frac{r_1}{r_1 + r_2}.$$

Исключая из тех же уравнений ток  $i_2$ , найдем аналогично:

$$\frac{i_1}{i} = \frac{r_2}{r_1 + r_2}.$$

Поэтому

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{r_2}{r_1}.$$

Отношение сил токов в двух проводниках, соединенных параллельно, обратно отношению их сопротивлений.

Подставляя выражение для  $i_1$  в третье уравнение системы, находим

$$i \left( r + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \right) = \mathcal{E}.$$

Сравнивая полученное выражение с законом Ома (74.2), мы видим, что оба параллельно соединенных проводника имеют сопротивление

$$R = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}.$$

Полученный результат можно записать в более удобном виде:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}.$$

Если бы мы рассмотрели не два проводника, а какое угодно их количество, то результат был бы аналогичен:

$$\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{r_n}. \quad (77.3)$$

*участок цепи, составленный из параллельно соединенных проводников, имеет проводимость, равную сумме проводимостей отдельных проводников.*

Параллельное соединение сопротивлений используют при устройстве *шунта* в измерительных приборах. Пусть требуется измерить силу тока в какой-либо цепи при помощи амперметра, который рассчитан на *меньшую* силу тока. В этом случае *параллельно* амперметру включают сопротивление  $r$  (рис. 127), называемое *шунтом* (от англ. *shunt* — ответвление). Тогда согласно полученным выше результатам сила тока в цепи  $i$  связана с током амперметра  $i_A$  соотношением:

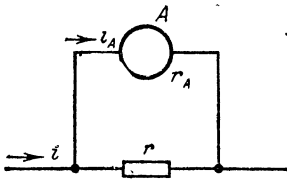


Рис. 127. Шунт.

$$i = i_A \frac{r + r_A}{r}.$$

где  $r_A$  — сопротивление амперметра. Так, например, если при помощи амперметра, рассчитанного на токи до 10 а, нужно измерять токи силой до 100 а, то должно быть  $\frac{r + r_A}{r} = 10$ , откуда  $r = \frac{1}{9} r_A$ ; сопротивление шунта должно быть равно  $\frac{1}{9}$  сопротивления амперметра.

**Пример 2. Соединение источников тока.** Пусть  $n$  одинаковых источников соединены последовательно и замкнуты на внешнюю цепь (рис. 128). Обозначим э. д. с. каждого источника через  $\mathcal{E}_1$ , его внутреннее сопротивление через  $r_1$ , а сопротивление внешней цепи — через  $R$ . Тогда второе правило Кирхгофа дает:

$$i(nr_1 + R) = n\mathcal{E}_1.$$

Сравнивая эту формулу с законом Ома (74.2), мы видим, что батарея действует как один источник тока, у которого э. д. с.  $\mathcal{E}$  и внутреннее сопротивление  $r$  имеют значения

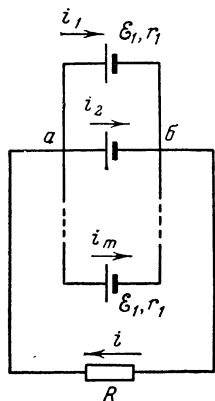
$$\mathcal{E} = n\mathcal{E}_1, \quad r = nr_1.$$

При последовательном соединении  $n$  одинаковых источников тока э. д. с. батареи и ее внутреннее сопротивление в  $n$  раз больше, чем у одного источника.

Рассмотрим теперь *параллельное* соединение, показанное на рис. 129. В этом случае все положительные полюсы отдельных источников и все отрицательные полюсы соединяются между собой и образуют два полюса  $a$  и  $b$  батареи. Выберем положительные направления токов, как показано на рис. 129, и применим к изображенной цепи оба правила Кирхгофа. Первое правило для точки  $a$  дает:

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_m.$$

Применяя второе правило к отдельным простым контурам цепи, получаем:



$$\begin{aligned} r_1 i_1 - r_1 i_2 &= \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_1 = 0, \\ r_1 i_2 - r_1 i_3 &= 0, \\ &\dots \dots \dots \\ r_1 i_{m-1} - r_1 i_m &= 0, \\ Ri + r_1 i_m &= \mathcal{E}_1. \end{aligned}$$

Из этих уравнений, кроме последнего, мы находим:

$$i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_m = \frac{i}{m}.$$

Последнее же уравнение после этого дает:

$$i\left(R + \frac{r_1}{m}\right) = \mathcal{E}_1.$$

Отсюда видно, что такая батарея действует как один источник, для которого

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1, \quad r = \frac{r_1}{m}.$$

Рис. 129. Батарея из  $m$  параллельно соединенных источников, питающих нагрузку  $R$ .

При параллельном соединении  $m$  одинаковых источников тока э. д. с. батареи равна э. д. с. одного источника, а внутреннее сопротивление батарей в  $m$  раз меньше, чем у одного источника.

На рис. 130 показано *смешанное* соединение источников. Такая батарея состоит из  $m$  параллельно соединенных звеньев, в каждом из которых

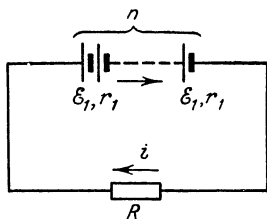
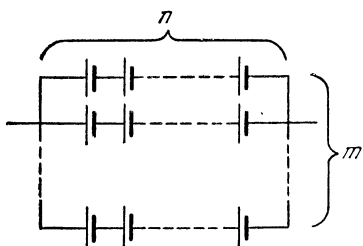


Рис. 128. Батарея из  $n$  последовательно соединенных источников, питающих нагрузку  $R$ .

имеется  $n$  последовательно соединенных источников. Легко сообразить, что э. д. с. и внутреннее сопротивление этой батареи имеют значения



$$\mathcal{E} = n\mathcal{E}_1, \quad r = r_1 \frac{n}{m}.$$

Пользуясь соединением источников в батарее, можно изменять э. д. с. и внутреннее сопротивление в широких пределах и осуществлять такие их значения, которые необходимы для питания данной внешней цепи.

Рис. 130. Смешанное соединение источников в батарее.

Рассмотрим важный метод измерения э. д. с. при помощи компенсации. Схема этого метода показана на рис. 131. Два источника с э. д. с.  $\mathcal{E}$  и  $\mathcal{E}_1$  включены навстречу друг другу. Сопротивления  $r_1$  и  $r'$  — переменные, причем все время выполняется условие

$$r_1 + r' = r = \text{const.}$$

Если можно ограничиться не очень высокой точностью ( $\sim 1\%$ ), то осуществляют оба сопротивления  $r_1$  и  $r'$  в виде однородной проволоки, натягиваемой между точками  $a$  и  $b$ , а точка  $v$  определяется скользящим контактом. В точных измерениях сопротивления  $r_1$  и  $r'$  представляют собой магазины сопротивлений.

Выберем положительные направления токов, как показано на рисунке, и применим к рассматриваемой схеме правила Кирхгофа. Первое правило для точек  $a$  и  $v$  дает:

$$i_1 - I - I_1 = 0.$$

Второе правило для контуров  $a\mathcal{E}bva$  и  $a\mathcal{E}_1va$  приводит к уравнениям

$$RI + (r - r_1)I + r_1 i_1 = \mathcal{E},$$

$$R_1 I_1 + r_1 i_1 = \mathcal{E}_1.$$

Эти уравнения вполне определяют все неизвестные токи. Однако мы ограничимся частным случаем и предположим, что сопротивления  $r_1$  и  $r'$  подобраны таким образом, что ток в цепи гальванометра  $I_1 = 0$ . В этом случае написанные уравнения дают:

$$i_1 = I, \quad I(R + r) = \mathcal{E}, \quad I r_1 = \mathcal{E}_1.$$

**Пример 3. Компенсационный метод измерения э. д. с.** Рассмотрим важный метод измерения э. д. с. при помощи компенсации. Схема этого метода показана на рис. 131. Два источника с э. д. с.  $\mathcal{E}$  и  $\mathcal{E}_1$  включены навстречу друг другу. Сопротивления  $r_1$  и  $r'$  — переменные, причем все время выполняется условие

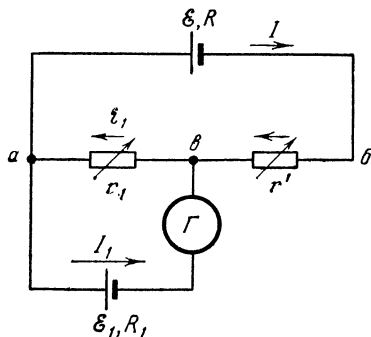


Рис. 131. Принципиальная схема потенциометра.

Из двух последних уравнений находим:

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E} \frac{r_1}{R+r}.$$

Предположим теперь, что вместо источника с э. д. с.  $\mathcal{E}_1$  мы включили в схему другой источник с э. д. с.  $\mathcal{E}_2$  и изменением переменных сопротивлений вновь добились компенсации. Пусть для этого вместо сопротивления  $r_1$  потребовалось ввести сопротивление  $r_2$ . Тогда

$$\mathcal{E}_2 = \mathcal{E} \frac{r_2}{R+r}.$$

Деля почленно оба последних равенства друг на друга, находим:

$$\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{r_1}{r_2}.$$

Это равенство и лежит в основе сравнения э. д. с. при помощи метода компенсации.

Отметим, что отношение сравниваемых э. д. с. не зависит вовсе от внутренних сопротивлений источников и от других сопротивлений схемы и определяется только сопротивлениями участка цепи, к которому подключаются сравниваемые источники. При этом также не требуется знать э. д. с. вспомогательного источника  $\mathcal{E}$ , которая только должна быть достаточно постоянна во время измерения и должна быть больше обеих сравниваемых э. д. с.  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$ . Для измерения э. д. с. этим методом в качестве одного из сравниваемых источников выбирают нормальный элемент (§ 25), э. д. с. которого известна очень точно.

Для практического измерения э. д. с. компенсационным методом служат *потенциометры*, устроенные в принципе по схеме рис. 131. Переменные сопротивления  $r_1$  и  $r'$  выполняются в них обычно в виде точных магазинов сопротивления с кнопочными контактами и спаренными рукоятками, таким образом, что увеличение одного из сопротивлений автоматически сопровождается соответствующим уменьшением другого.

## § 78. Мощность во внешней цепи и коэффициент полезного действия источника тока

Рассмотрим теперь практически важный вопрос об использовании энергии источника тока.

Пусть какой-либо источник с э. д. с.  $\mathcal{E}$  и внутренним сопротивлением  $r$  замкнут на внешнюю цепь с сопротивлением  $R$ . Во внешней цепи будет выделяться мощность  $P_a$ , равная

$$P_a = Ui = Ri^2 = \mathcal{E}^2 \frac{R}{(R+r)^2}.$$

Предположим теперь, что мы желаем получить во внешней цепи максимальную мощность  $(P_a)_{\max}$ , возможную при данном источнике, и для этого



меняем внешнее сопротивление  $R$ . Значение  $R = R_m$ , соответствующее максимальной мощности, мы получим, дифференцируя выражение  $P_a$  по  $R$  и приравнявая первую производную нулю. Это дает:

$$\frac{dP_a}{dR} = \mathcal{E}^2 \frac{r^2 - R_m^2}{(r + R_m)^4} = 0,$$

откуда, учитывая, что  $r$  и  $R$  всегда положительны, получаем:

$$R_m = r.$$

Мощность, выделяемая во внешней цепи, достигает наибольшего значения, если сопротивление внешней цепи равно внутреннему сопротивлению источника. При этом ток в цепи равен  $\mathcal{E}/2r$ , т. е. половине тока короткого замыкания, а наибольшее возможное значение мощности есть

$$(P_a)_{\max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}.$$

Однако при практическом использовании источников тока важна не только мощность, но и их коэффициент полезного действия (к. п. д.). Когда источник работает на внешнюю цепь, то ток протекает также и внутри источника и поэтому некоторая мощность тратится бесполезно на выделение тепла внутри источника. Эта мощность имеет значение

$$P_i = ri^2,$$

в то время как полная мощность источника

$$P = Ri^2 + ri^2 = \mathcal{E}i.$$

Поэтому к. п. д. источника равен

$$\eta = \frac{P_a}{P} = \frac{U}{\mathcal{E}}.$$

Так как всегда  $U \leq \mathcal{E}$ , то и  $\eta \leq 1$ .

Рассмотрим подробнее, как зависят  $P_a$  и  $\eta$  от силы тока  $i$ , отбираемой от источника. Полезную мощность  $P_a$  можно представить в следующем виде:

$$P_a = P - P_i = \mathcal{E}i - ri^2.$$

$P_a$  меняется с изменением  $t$  по параболическому закону.  $P_a$  обращается в нуль, если

$$i(\mathcal{E} - ri) = 0.$$

Это дает два значения тока:

$$i_1 = 0 \quad \text{и} \quad i_2 = \frac{\mathcal{E}}{r}.$$

Первое решение соответствует разомкнутой цепи ( $R \gg r$ ), а второе — короткому замыканию ( $R \ll r$ ).

Зависимость к. п. д. от силы тока выражается следующей формулой:

$$\eta = \frac{P_a}{P} = \frac{\mathcal{E}i - ri^2}{\mathcal{E}i} = 1 - \frac{r}{\mathcal{E}} i.$$

К. п. д. достигает наибольшего значения  $\eta = 1$  в случае разомкнутой цепи и затем уменьшается по линейному закону, обращаясь в нуль при коротком замыкании.

Зависимость  $P$ ,  $P_a$  и  $\eta$  от силы тока  $i$  изображена графически на рис. 132. Мы видим, что условия получения наибольшей полезной мощности  $P_a$  и наибольшего к п. д.  $\eta$  несовместимы. Когда  $P_a$  достигает наибольшего значения, сила тока равна  $\frac{\mathcal{E}}{2r}$  и к п. д.  $\eta = 1/2$ , или 50%. Когда же к п. д.  $\eta$  близок к единице, полезная мощность  $P_a$  мала по сравнению с максимальной мощностью  $(P_a)_{\max}$ , которую мог бы развить данный источник.

В силовых электрических установках важнейшим требованием является получение высокого к п. д. А для этого должно быть:

$$\frac{ri}{\mathcal{E}} = \frac{ri}{(R+r)i} = \frac{r}{R+r} \ll 1,$$

т. е. внутреннее сопротивление  $r$  источника должно быть мало по сравнению с сопротивлением  $R$  нагрузки (сети). При этом мощность  $P_i$ , выделяемая внутри источника, мала по сравнению с полезной мощностью  $P_a$  в нагрузке.

В случае короткого замыкания, как мы видели выше,  $P_a = 0$  и вся мощность выделяется внутри источника. Это может привести к перегреву внутренних частей источника и выходу его из строя. По этой причине короткие замыкания мощных источников (динамомашин, аккумуляторные батареи) недопустимы.

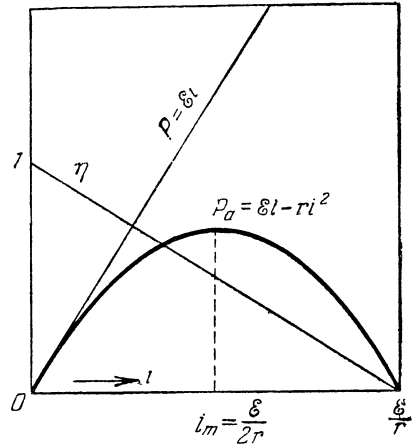


Рис. 132. Зависимость мощности источника  $P$ , мощности во внешней цепи  $P_a$  и к. п. д. источника  $\eta$  от силы тока.

## § 79. Закон сохранения энергии для электрического поля

Закон сохранения энергии есть общий закон природы и поэтому он применим и к электрическим явлениям. При разборе превращений энергии в электрическом поле удобно различать два случая: 1) заряды проводников не изменяются (т. е. проводники изолированы) и 2) потенциалы проводников не изменяются (проводники присоединены к источникам тока). Рассмотрим сначала первый случай.

На всякое тело, помещенное в электрическое поле, действуют механические силы. Эти силы называют иногда *пондеромоторными* силами поля, т. е. действующими на тела, в отличие от электродвижущих сил, действующих на заряды внутри тел. Положим, что мы даем возможность системе тел совершить бесконечно малое перемещение в электрическом поле. Тогда пондеромоторные силы поля произведут бесконечно малую работу, которую мы обозначим через  $dA$ . Далее, в § 43 мы видели, что электрическое поле заключает в себе определенную энергию  $W$ . Если проводники перемещаются, то электрическое поле между ними изменяется, а следовательно, и его

энергия также изменяется. Обозначим *увеличение* энергии электрического поля при бесконечно малом перемещении проводников через  $dW$ .

Согласно закону сохранения энергии *механическая работа сил электрического поля* = *уменьшению энергии электрического поля*, или

$$dA + dW = 0. \quad (79.1)$$

Рассмотрим теперь второй случай, когда не изменяются *потенциалы* проводников.

При перемещении проводников изменяется их взаимная емкость, и поэтому, чтобы их потенциалы оставались постоянными, к этим проводникам нужно либо подводить, либо убирать с них некоторые заряды. При этом каждый из источников тока будет совершать определенную работу, равную, согласно § 76,  $\mathcal{E}dq = \mathcal{E}i dt$ , где  $\mathcal{E}$  — э. д. с. соответствующего источника,  $i$  — сила тока, а  $dt$  — время перемещения. Далее, при перемещении проводников в соединительных проводах и внутри источников будет существовать электрический ток и будет выделяться тепло Джоуля — Ленца  $ri^2 dt$ . Помимо этого, будет произведена некоторая механическая работа  $dA$  и произойдет изменение энергии поля  $dW$ . Вследствие закона сохранения энергии *работа всех источников тока* = *механической работе сил электрического поля* + *увеличение энергии электрического поля* + *тепло Ленца — Джоуля*. Это даёт:

$$\sum \mathcal{E}i dt = dA + dW + \sum ri^2 dt. \quad (79.2)$$

Если, в частном случае, проводники неподвижны, то  $dA = dW = 0$  и вся работа источника тока превращается целиком в тепло.

Пользуясь законом сохранения энергии, в ряде случаев можно вычислить механические (пондеромоторные) силы гораздо проще, нежели непосредственно рассматривая действие поля на отдельные части тела. Для этого поступают следующим образом. Если нужно найти механическую силу  $F$ , действующую на какое-либо тело в поле, то предполагают, что это тело совершает какое-либо малое возможное перемещение  $dx$ . Тогда работа неизвестной силы будет  $F dx$ . После этого вычисляют все остальные превращения энергии, вызванные перемещением  $dx$ , и затем из закона сохранения энергии (79.1) или (79.2) находят неизвестную силу  $F$ .

**Пример 1.** Вычислим силу притяжения  $F$  между пластинами плоского конденсатора для случая, когда между ними находится однородный диэлектрик с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Пластины отключены от источника.

Если расстояние между пластинами уменьшается на  $dx$ , то механическая работа равна

$$dA = F dx.$$

Изменение энергии поля

$$dW = -\frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} S dx.$$

Поэтому уравнение (79.1) дает:

$$F = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} S.$$

Таким образом, сила, действующая на единицу поверхности пластины (механическое *напряжение*), равна

$$f = \frac{F}{S} = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2}, \quad (79.3)$$

т. е. *объемной плотности энергии* электрического поля.

Если бы между пластинами был вакуум ( $\epsilon = 1$ ), то сила была бы равна

$$F_0 = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} S.$$

При заполнении конденсатора, отключенного от источника, диэлектриком напряженность поля внутри диэлектрика уменьшается в  $\epsilon$  раз, а следовательно, сила притяжения изменяется в  $\epsilon \left(\frac{1}{\epsilon}\right)^2 = \frac{1}{\epsilon}$  раз, т. е. становится в  $\epsilon$  раз меньше.

Отметим, что полученный результат на первый взгляд кажется непонятным. Действительно, ведь заряды обкладок находятся вне диэлектрика, где напряженность поля такая же, как и в вакууме, и поэтому непонятно, почему же сила взаимодействия уменьшается в  $\epsilon$  раз. Объяснение заключается в том, что в случае жидких и газообразных диэлектриков появляются еще силы электрострикции (§ 51), которые расталкивают пластины конденсатора. Результирующая сила равна разности между силой электростатического притяжения между пластинами (которая не изменяется при введении диэлектрика) и силой электрострикции. Закон сохранения энергии автоматически учитывает все силы, действующие в системе, и показывает, что эта *результатирующая* сила уменьшается в  $\epsilon$  раз. Если бы между диэлектриком и пластинами конденсатора был хотя бы очень тонкий зазор, то силы электрострикции не передавались бы пластинам и сила взаимодействия между ними не менялась бы при введении диэлектрика.

**Пример 2.** Рассмотрим плоский конденсатор, частично погруженный в жидкий диэлектрик (рис. 133). При заряджении пластин на жидкость в области неоднородного поля действуют силы (ср. § 44) и жидкость втягивается в конденсатор. Вычислим силу  $f$ , с которой электрическое поле действует на каждый квадратный сантиметр горизонтальной поверхности жидкости. При расчете будем считать, что пластины присоединены к источнику напряжения, а следовательно, напряжение  $U$  и напряженность поля  $E = U/d$  между пластинами постоянны.

Если высота жидкости  $h$  увеличится на  $dh$ , то работа искомой силы равна

$$dA = S f dh,$$

где  $S$  — горизонтальное сечение конденсатора. Изменение энергии электрического поля

$$dW = \left( \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} - \frac{\epsilon_0 E^2}{2} \right) S dh.$$

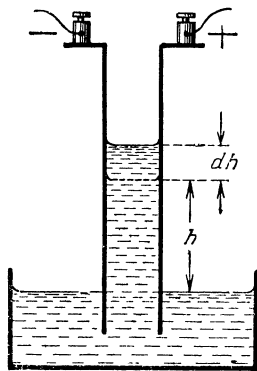


Рис. 133. Втягивание жидкого диэлектрика в электрическое поле.

На пластины перейдет дополнительный заряд:

$$dq = (\epsilon \epsilon_0 E - \epsilon_0 E) a dh$$

( $a$  — ширина пластин), и работа источника тока будет:

$$\mathcal{E} dq = U dq = U (\epsilon \epsilon_0 E - \epsilon_0 E) a dh = (\epsilon \epsilon_0 E^2 - \epsilon_0 E^2) S dh.$$

Мы предположили, что сопротивление проводов весьма мало, и в соответствии с этим считали  $\mathcal{E} = U$ . Подставляя эти выражения в уравнение энергии (79.2), находим:

$$f = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} - \frac{\epsilon_0 E^2}{2}. \quad (79.4)$$

Механическое напряжение  $f$  равно разности объемных плотностей энергии электрического поля с обеих сторон границы раздела (ср. § 113).

Отметим, что полученный результат, разумеется, не зависит от сопротивления проводов. Если бы мы положили это сопротивление не малым, то, объединяя в (79.2) два члена:  $\mathcal{E} i dt$  и  $ri^2 dt$ , мы нашли бы:

$$\mathcal{E} i dt - ri^2 dt = (\mathcal{E} - ri) i dt = U i dt,$$

т. е. то же, что и раньше.

**Пример 3.** Применим еще изложенный метод к разбору действия квадрантного электromетра (§ 26). Пусть одна пара квадрантов 1—1 (рис. 134) соединена с землей и поэтому ее потенциал  $U_1 = 0$ . Измеряемый потенциал  $U$  подан на вторую пару квадрантов 2—2. Потенциал бисквита равен  $V$ . Для упрощения расчетов будем считать, что бисквит имеет форму двух круговых сегментов, как изображено на рис. 134.

Предположим, что бисквит повернут на некоторый угол  $\varphi$  относительно симметричного положения, и вычислим момент силы  $M$ , действующий на него со стороны электрического поля. Данную систему можно рассматривать как сложный конденсатор, состоящий из двух простых конденсаторов: квадрантов 1—1 и части бисквита в них и квадрантов 2—2 с другой частью бисквита. Пусть поверхность бисквита равна  $S_0$  (считая обе стороны). Тогда площадь пластин первого конденсатора есть

$$S_1 = \frac{S_0}{2} + a\varphi,$$

а площадь второго конденсатора

$$S_2 = \frac{S_0}{2} - a\varphi,$$

где  $a$  — постоянная. Емкости конденсаторов выражаются формулами:

$$C_1 = \frac{\epsilon_0}{d} \left( \frac{S_0}{2} + a\varphi \right), \quad C_2 = \frac{\epsilon_0}{d} \left( \frac{S_0}{2} - a\varphi \right),$$

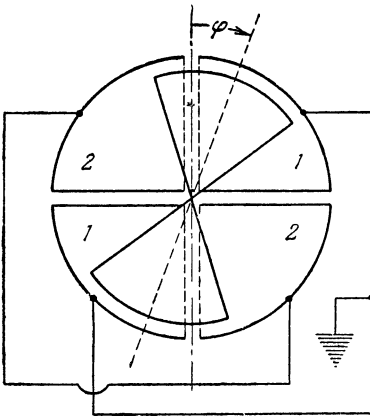


Рис. 134. К теории квадрантного электromетра.

где  $d$  — зазор между бисквитами и стенками коробок квадрантов. Поэтому для энергии электрического поля имеем:

$$W = \frac{1}{2} C_1 V^2 + \frac{1}{2} C_2 (V - U)^2 = \frac{\epsilon_0}{2d} \left( \frac{S_0}{2} + a\varphi \right) V^2 + \frac{\epsilon_0}{2d} \left( \frac{S_0}{2} - a\varphi \right) (V - U)^2.$$

Предположим теперь, что бисквит поворачивается на малый угол  $d\varphi$ . Тогда энергия поля меняется на величину

$$dW = \frac{\epsilon_0 a}{2d} [V^2 - (V - U)^2] d\varphi.$$

Механическая работа равна

$$dA = M d\varphi.$$

Приравнивая механическую работу  $dA$  изменению энергии поля  $dW$ , имеем:

$$M = \frac{\epsilon_0 a}{2d} [V^2 - (V - U)^2].$$

Этот момент положителен, т. е. он поворачивает бисквит в сторону увеличения угла  $\varphi$ : бисквит втягивается в ту коробку квадрантов ( $I-I$ ), для которой разность потенциалов между нею и бисквитом наибольшая.

Мы вычислили момент силы, действующей со стороны поля. В электрометре бисквит подвешен на упругой нити и поэтому на него действует еще момент сил упругости  $M_{\text{уп}}$  со стороны закрученной нити. Он равен

$$M_{\text{уп}} = -f\varphi,$$

где  $f$  — модуль кручения нити. Угол отклонения бисквита определяется условием:

$$M + M_{\text{уп}} = 0,$$

откуда

$$\varphi = K [V^2 - (V - U)^2], \quad K = \frac{\epsilon_0 a}{2df}.$$

В § 26 мы говорили о двух схемах включения электрометра. В одной из них вспомогательную батарею не применяют, а бисквит присоединяют к одной из пар квадрантов, например к 2—2. В этом случае  $V = U$  и

$$\varphi = KU^2.$$

Отклонение бисквита пропорционально *квадрату* приложенного напряжения и не зависит от его знака. Поэтому в такой схеме электрометр может служить вольтметром переменного тока.

Во второй схеме на бисквит подают вспомогательный потенциал  $V$ , который обычно намного больше измеряемого  $U$ . Тогда с достаточным приближением можно положить:

$$V^2 - (U - U)^2 \cong 2VU$$

и

$$\varphi = 2KV \cdot U.$$

В этой схеме отклонение бисквита пропорционально измеряемому напряжению и направление отклонения изменяется при перемене знака напряжения. Чувствительность электрометра оказывается пропорциональной вспомогательному напряжению  $V$  и при достаточной величине последнего может быть сделана весьма высокой.

## § 80. Квазистационарные токи

До сих пор мы рассматривали только постоянные токи. Однако полученные законы во многих случаях можно применять и к *изменяющимся* токам, если только изменение силы тока происходит не слишком быстро.

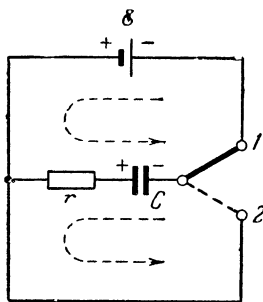
Действительно, представим себе, что в некотором контуре с постоянным током электродвижущие силы изменились на малую величину. Сила тока в контуре начнет изменяться, но через некоторое время достигнет нового установившегося значения. Изменяя э. д. с. небольшими ступенями, мы создадим в контуре ступенчато изменяющийся ток, к отдельным установившимся значениям которого будут применимы все законы постоянного тока.

Представим себе теперь, что мы увеличиваем число ступеней тока, уменьшая одновременно величину каждой ступени. Тогда в пределе мы получим *непрерывно* изменяющийся ток. Если изменения тока настолько медленны, что за время установления электрического равновесия в цепи относительные изменения токов и э. д. с. малы, то *мгновенные значения* токов и э. д. с. будут подчиняться всем законам постоянных токов, как и при ступенчатом изменении тока. Такие токи называют *медленно меняющимися* или *квазистационарными*. Более точный количественный критерий квазистационарности будет указан в гл. XXII.

Отметим, что скорость установления электрического равновесия весьма велика, и поэтому под понятие квазистационарных токов подпадают в обычном смысле весьма быстрые процессы. Все технические переменные токи являются квазистационарными. Даже очень быстрые электрические колебания, употребляемые в радиотехнике, имеющие частоты порядка миллионов колебаний в секунду, очень часто можно еще рассматривать как квазистационарные.

Из сказанного следует, что задачи на квазистационарные электрические процессы можно решать при помощи законов постоянных токов, если применить эти законы к мгновенным значениям токов и э. д. с.

Рис. 135. Зарядка и разрядка конденсатора.



Рассмотрим в качестве примера процессы заряжения и разряжения конденсатора. Пусть конденсатор с емкостью  $C$  включен в схему рис. 135. Тогда, ставя переключатель в положение 1, мы будем заряжать конденсатор от источника тока, а перебрасывая переключатель в положение 2 — разряжать конденсатор.

Рассмотрим сначала процесс заряжения. Обозначим через  $\mathcal{E}$  э. д. с. источника, через  $r$  — сопротивление цепи (включая и внутреннее

сопротивление источника) и выберем положительное направление тока, как показано на рисунке. Применяя к контуру  $\mathcal{E}rC\mathcal{E}$  второе правило Кирхгофа, получим:

$$ri + U = \mathcal{E};$$

здесь  $i$  — мгновенное значение силы тока,  $U$  — мгновенное значение напряжения на конденсаторе. Но

$$U = \frac{q}{C}, \quad i = \frac{dq}{dt},$$

где  $q$  — заряд конденсатора. Из написанных трех равенств мы можем исключить две из трех переменных величин  $q$ ,  $i$  и  $U$  и получить уравнение для какой-либо одной из них. Исключая  $q$  и  $i$ , находим:

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{rC} U - \frac{\mathcal{E}}{rC} = 0.$$

Мы получили для определения  $U$  дифференциальное уравнение первого порядка с постоянными коэффициентами.

Введем новую переменную  $u = U - \mathcal{E}$ . Тогда

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{rC} u = 0.$$

В этом уравнении переменные разделяются, и в результате интегрирования мы находим:

$$u = Ae^{-\frac{t}{rC}},$$

где  $e$  — основание натуральных логарифмов.

Постоянная интегрирования  $A$  зависит от начального условия. Положим, что мы начинаем отсчет времени с момента замыкания переключателя. Тогда начальное условие имеет вид:

$$t = 0: \quad U = 0, \quad u = -\mathcal{E}.$$

Это дает:

$$A = -\mathcal{E}.$$

Возвращаясь к прежней переменной  $U$ , находим окончательно для напряжения на конденсаторе выражение:

$$U = \mathcal{E} \left( 1 - e^{-\frac{t}{rC}} \right). \quad (80.1)$$

При  $t = 0$  это выражение дает  $U = 0$  в соответствии с начальным условием задачи. С увеличением времени  $t$  напряжение  $U$  непрерывно увеличивается и *асимптотически* приближается к э. д. с. источника.

Зависимость зарядного тока от времени имеет вид:

$$i = \frac{-U + \mathcal{E}}{r} = \frac{\mathcal{E}}{r} e^{-\frac{t}{rC}}.$$



Сила тока имеет наибольшее значение в начальный момент времени и асимптотически стремится к нулю в процессе зарядки.

В случае разряда конденсатора исходные уравнения будут:

$$rI = U, \quad U = \frac{q}{C}, \quad I = -\frac{dq}{dt}.$$

В отличие от предыдущего, в выражение для тока  $i$  входит знак минус, так как выбранное нами положительное направление тока соответствует уменьшению заряда конденсатора. Исключая из написанных равенств  $q$  и  $i$ , получим:

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{rC} U = 0,$$

откуда

$$U = B e^{-\frac{t}{rC}}.$$

Если начало отсчета времени совпадает с началом процесса разрядки, то начальное условие будет:

$$t = 0: \quad U = \mathcal{E}.$$

В этом случае постоянная интегрирования равна  $B = \mathcal{E}$ , и зависимость напряжения конденсатора от времени имеет вид:

$$U = \mathcal{E} e^{-\frac{t}{rC}}. \quad (80.2)$$

Полученные результаты показывают, что процессы заряжения и разряжения (установление электрического равновесия) происходят *не мгновенно, а с конечной быстротой*. Для рассмотренного контура, содержащего сопротивление и емкость, быстрота установления зависит от произведения

$$\tau = rC, \quad (80.3)$$

которое имеет размерность времени и называется *постоянной времени* данного контура или *временем релаксации* (от лат. *relaxatio* — ослабление). Постоянная времени показывает, через какое время после выключения э. д. с. напряжение (а значит, и напряженность поля внутри конденсатора) уменьшается в  $e = 2,71$  раза. Если  $r$  и  $C$  выражать в международных единицах (омах и фарадах), то  $\tau$  будет выражено в секундах. Мы получим  $\tau$  в секундах и в том случае, если будем выражать  $r$  и  $C$  в СГСЭ-единицах, так как в обеих этих системах единицей времени служит секунда.

Полученные результаты можно обобщить. Сопротивление  $r$  может обозначать не сопротивление внешнего контура, а *сопротивление утечки* диэлектрика конденсатора. Поэтому можно говорить о *времени релаксации вреды*, определяющем быстроту установления электрического равновесия в данной среде (см. Добавление 4).

## РАЗДЕЛ ВТОРОЙ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

---

### ГЛАВА VIII МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТОКОВ В ВАКУУМЕ

#### § 81. Магнитное взаимодействие токов

Мы уже говорили, что электрические токи действуют на магниты и, наоборот, магниты действуют на электрические токи (§ 61). Подобным образом взаимодействуют и два проводника с током.

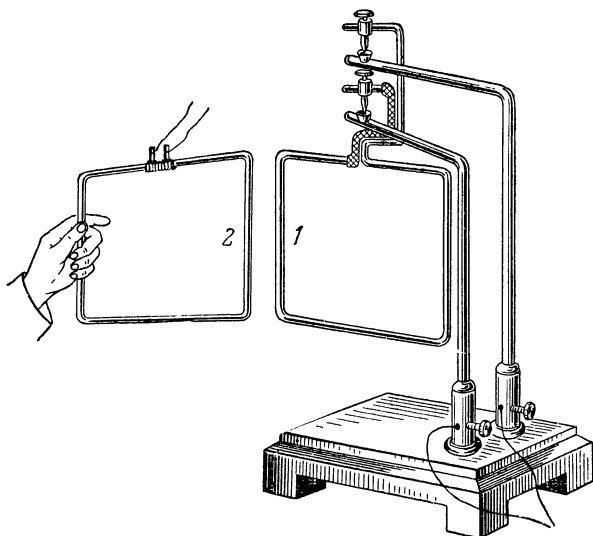


Рис. 136. Станок Ампера с прямоугольной рамкой.  
Взаимодействие двух прямых токов.

Взаимодействие токов было открыто практически одновременно с действием тока на магнитные стрелки в 1820 г. и подробно изучено Ампером, который исследовал поведение подвижных проволочных контуров различной формы, укрепленных в специальных приспособлениях (станки Ампера).

На рис. 136 изображен станок Ампера с прямоугольным контуром. Он содержит прямоугольную проволочную рамку, укрепленную

на двух вертикальных остриях, опирающихся о днища двух чашек с ртутью. Вследствие ничтожного трения в игольчатых подшипниках рамка может свободно поворачиваться вокруг вертикальной оси, оставаясь все время включенной в цепь тока при помощи ртутных контактов.

Если приблизить к подвижной рамке другую (неподвижную) рамку с током, то можно наблюдать взаимодействие токов. При достаточ-

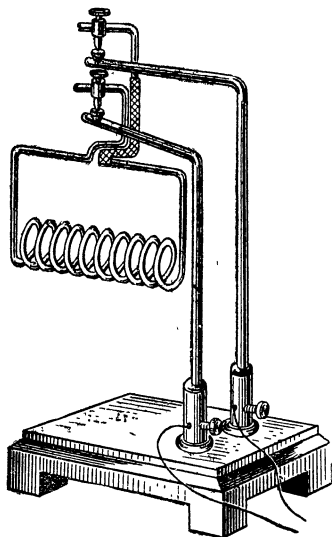


Рис. 137. Прибор Ампера, в котором рамка заменена соленоидом.

ном сближении одного из ребер подвижной рамки с каким-либо из ребер неподвижной рамки можно считать, что практически взаимодействуют только сближенные ребра, и таким образом исследовать взаимодействие двух прямолинейных токов. При этом легко обнаружить, что токи, направленные одинаково (параллельные), притягиваются друг к другу, а токи, направленные противоположно (антипараллельные), отталкиваются друг от друга.

Пользуясь таким станком, можно исследовать взаимодействие тока и магнита и двух токов между собой. Если поднести к одному из вертикальных ребер подвижной рамки с током прямой магнит, то рамка поворачивается. При замене северного полюса магнита на южный направление силы изменяется и рамка начинает поворачиваться в обратную сторону. Направление силы изменяется и в том случае, если изменить направление тока в рамке.

На рис. 137 показан станок Ампера с прямой длинной катушкой (соленоид).

Если подносить к концам такого соленоида прямой магнит, то обнаруживается, что один из концов соленоида отталкивается от северного полюса магнита, но притягивается к южному полюсу, в то время как для второго конца соленоида наблюдается обратное. Этот опыт показывает, что соленоид с током ведет себя как прямой магнит. При этом тот конец соленоида, который обтекается током *против часовой стрелки* (если смотреть в торец катушки), соответствует *северному* полюсу магнита (указывающему на север), а конец, обтекаемый током *по часовой стрелке*, соответствует *южному* полюсу магнита (рис. 138). Если убрать магнит, то соленоид с током устанавливается так же, как магнитная стрелка компаса, в направлении магнитного меридиана Земли.

Заменяя в предыдущем опыте магнит другим (неподвижным) соленоидом, можно исследовать взаимодействие двух соленоидов. При

этом вновь легко убедиться, что каждый из соленоидов по своим действиям подобен прямому магниту. Те концы соленоидов, которые обтекаются током в одинаковом направлении, ведут себя как одноименные полюсы магнита и отталкиваются друг от друга, а концы, обтекаемые током в противоположных направлениях, — как разноименные полюсы, т. е. притягиваются друг к другу.

Описанные опыты и им подобные показывают, что взаимодействие контуров с током подобно действию токов на магниты, а также действию магнитов на токи. Поэтому рассмотренное взаимодействие проводников с током получило название *магнитного* взаимодействия.

Магнитное взаимодействие проводников отлично от электрического взаимодействия, рассмотренного в гл. I. Электрическое взаимодействие возникает при наличии *зарядов* на проводниках и зависит от величины этих зарядов; магнитное же взаимодействие не зависит от зарядов проводников, возникает только при наличии *токов* в проводниках и зависит от величины этих токов. Если заряженное тело находится внутри замкнутой металлической оболочки (электростатическая защита, § 31), то действие на него других зарядов, находящихся вне оболочки, не наблюдается. Если же заэкранировать проводящей оболочкой один из контуров с током, то магнитное взаимодействие сохраняется.

Мы начнем изучение магнитных явлений с исследования взаимодействия между токами. При этом мы рассмотрим сначала это взаимодействие в *вакууме*, а затем учтем влияние среды на магнитные явления. Отметим, что наличие атмосферного воздуха ничтожно мало изменяет магнитные взаимодействия и поэтому опыты, проведенные в воздухе, практически дают законы взаимодействия токов в вакууме.

## § 82. Закон магнитного взаимодействия токов

В опытах Ампера было, прежде всего, установлено, что сила взаимодействия двух проводников пропорциональна силе тока в каждом из проводников. Далее, опыты показали, что если провод с током изогнуть, как показано на рис. 139, *а*, то он не производит магнитного действия. И, наоборот, такой проводник не испытывает действия силы со стороны других проводников. Магнитное действие не наблюдается и в том случае, если одну часть провода (и притом произвольным образом) обвить вокруг другой (рис. 139, *б*).

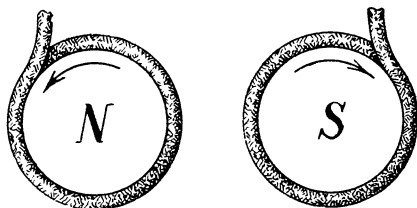


Рис. 138. Магнитные полюсы соленоида.

Из этих результатов вытекает заключение, что какие-либо элементы проводника  $dl_1$ ,  $dl_2$  и  $dl_3$  совместно (рис. 140) производят такое же магнитное действие, как один элемент  $dl$ , замыкающий эти отрезки. В частности, действие изогнутых отрезков 12 и 23 проводника  $b$  (рис. 139) оказывается таким, как если бы вместо них был

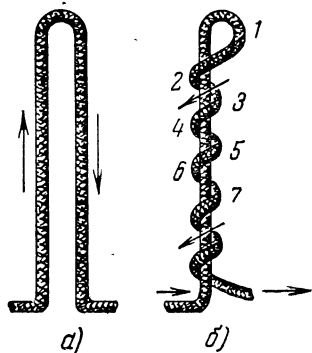


Рис. 139. Изогнутые проводники  $a$  и  $b$  не производят магнитного действия.

прямолинейный отрезок, соединяющий точки 1 и 3, действие 34 и 45 равно действию 35 и т. д., поэтому действие всего

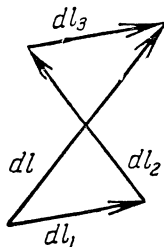


Рис. 140. К понятию элемента тока.

проводника  $b$  такое же, как и проводника  $a$  (рис. 139), т. е. равно нулю. Из сказанного следует, что магнитное действие бесконечно малого отрезка провода зависит от произведения  $i dl$ , где  $i$  — сила тока, а  $dl$  — вектор, имеющий длину отрезка  $dl$  и направленный вдоль тока. Это произведение называют *элементом тока*.

Понятие элемента тока в законах магнитного взаимодействия играет ту же роль, что и понятие точечного заряда в законах электрического взаимодействия. Сила  $dF_{12}$ , с которой действует какой-либо элемент тока  $i_1 dl_1$  на другой элемент тока  $i_2 dl_2$ , пропорциональна величине каждого из элементов тока, т. е. их произведению:

$$dF_{12} \sim i_1 dl_1 \cdot i_2 dl_2.$$

Эта сила зависит также от расстояния  $r_{12}$  между элементами тока. Ампер предположил, что она обратно пропорциональна расстоянию в некоторой степени  $n$ , и из опытов заключил, что  $n = 2$ :

$$dF_{12} \sim \frac{1}{r_{12}^2}.$$

Величина и направление силы взаимодействия двух элементов тока зависят еще от их взаимной *ориентировки*. Определение этой зависимости оказалось наиболее трудным и потребовало ряд исследований различных ученых.

Рассмотрим сначала случай, когда отрезки проводников  $dl_1$  и  $dl_2$  лежат в одной плоскости, и обозначим через  $r_{12}$  радиус-вектор, проведенный от первого отрезка ко второму (рис. 141). Согласно сказанному выше действие отрезка  $dl_1$  можно заменить действием двух его составляющих  $dl_{1t}$  и  $dl_{1n}$ , одна из которых направлена вдоль радиуса-вектора  $r_{12}$ , а другая — перпендикулярно к нему. Из данных опыта можно заключить, что отрезок  $dl_{1t}$  не оказывает никакого действия на  $dl_2$  при любой ориентировке последнего. Поэтому сила, действующая на  $dl_2$ , пропорциональна  $dl_{1n} = dl_1 \sin \vartheta_1$ , где  $\vartheta_1$  — угол между векторами  $dl_1$  и  $r_{12}$ :

$$dF_{12} \sim \sin \vartheta_1 = \sin (dl_1, r_{12}).$$

В общем случае отрезки проводников  $dl_1$  и  $dl_2$  могут не лежать в одной плоскости. Тогда отрезок  $dl_2$  можно разложить на две составляющие, одна из которых,  $dl_{2t}$ , лежит в плоскости  $\Pi$ , содержащей  $dl_1$  и  $r_{12}$  (рис. 142), а другая,  $dl_{2n}$ , перпендикулярна к этой плоскости. Опыты приводят к заключению, что сила, действующая на  $dl_{2n}$ , всегда равна нулю. Поэтому сила, действующая на  $dl_2$ , пропорциональна составляющей  $dl_{2t} = dl_2 \sin \vartheta_2$ , где  $\vartheta_2$  — угол между вектором  $dl_2$  и нормалью  $n$  к плоскости  $\Pi$ :

$$dF_{12} \sim \sin \vartheta_2 = \sin (dl_2, n).$$

Объединяя все полученные опытные результаты в одну формулу, находим:

$$dF_{12} = K \frac{i_1 dl_1 \cdot i_2 dl_2 \cdot \sin \vartheta_1 \cdot \sin \vartheta_2}{r_{12}^2}. \quad (82.1)$$

Здесь  $K$  обозначает коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц.

Формула (82.1) выражает величину силы  $dF_{12}$ . Направление этой силы определяется следующим правилом: сила, действующая на элемент тока 2, перпендикулярна к этому элементу и лежит в плоскости, содержащей элемент тока 1 и радиус-вектор  $r_{12}$  (рис. 142). При этом направление силы подчиняется еще правилу правого буравчика: если вращать буравчик с правой нарезкой так, чтобы его рукоятка перемещалась от элемента тока 2 к нормали  $n$ , то поступательное движение буравчика совпадает

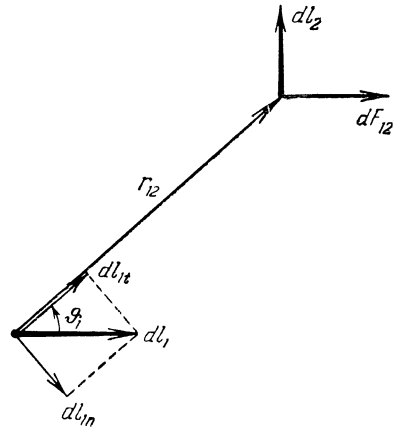


Рис. 141. Взаимодействие двух элементов тока, лежащих в одной плоскости.

с направлением силы  $dF_{12}$ . Направление же нормали  $\mathbf{n}$  также определяется этим правилом: оно совпадает с поступательным движением буравчика, если его вращать от элемента тока  $I$  к радиусу-вектору  $\mathbf{r}_{12}$  (ср. рис. 142).

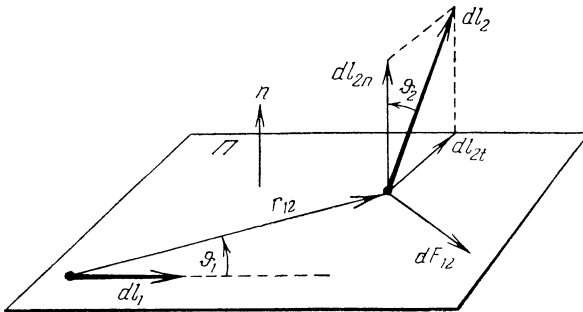


Рис. 142. Взаимодействие двух элементов тока в общем случае.

Величину и направление силы магнитного взаимодействия можно выразить одной формулой, если воспользоваться понятием векторного произведения двух векторов (см. § 17). Векторное произведение  $[d\mathbf{l}_1 \mathbf{r}_{12}]$  направлено вдоль нормали  $\mathbf{n}$  к плоскости  $\Pi$ , а векторное произведение этого вектора на вектор  $d\mathbf{l}_2$ , т. е. двойное векторное произведение  $[d\mathbf{l}_2 [d\mathbf{l}_1 \mathbf{r}_{12}]]$ , лежит в самой плоскости  $\Pi$  и перпендикулярно к  $d\mathbf{l}_2$ , т. е. направлено так же, как и сила  $dF_{12}$ . Поэтому мы можем написать:

$$dF_{12} = K \frac{i_1 i_2 [d\mathbf{l}_2 [d\mathbf{l}_1 \mathbf{r}_{12}]]}{r_{12}^3}. \quad (82.1a)$$

*Закон Ампера*, выраженный формулами (82.1) и (82.1a), является основным в учении о магнетизме и играет ту же роль, что закон Кулона в электростатике. Пользуясь этим законом, можно вычислить силу взаимодействия между элементами тока, на которые можно раз-

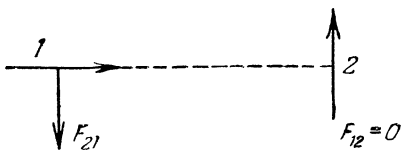


Рис. 143. Два элемента тока.

бить любые замкнутые проводники, а суммируя затем эти силы для всех элементов тока, можно вычислить и силу взаимодействия между замкнутыми контурами конечных размеров и любой формы.

Отметим в заключение, что закон Ампера в форме (82.1) и (82.1a)

на первый взгляд не удовлетворяет третьему закону Ньютона. Так, например, если рассмотреть два элемента тока  $I$  и  $2$ , изображенные на рис. 143, то закон Ампера дает, что сила  $F_{12}$ , действующая на элемент  $2$ , равна нулю; но сила  $F_{21}$ , действующая на элемент  $1$ , не

равна нулю. Такой результат получился потому, что на опыте можно исследовать только взаимодействие *замкнутых* контуров конечной величины и нельзя осуществить отдельные элементы тока. Поэтому из опыта можно вывести закон взаимодействия элементов тока только с точностью до некоторого слагаемого, обращающегося в нуль при суммировании по замкнутому контуру. Такое слагаемое опущено в (82.1) и (82.1а), и это является причиной кажущегося нарушения третьего закона Ньютона. Однако это слагаемое не играет никакой роли, так как закон Ампера мы всегда применяем только к замкнутым контурам, а в этом случае он всегда приводит к результатам, согласующимся с третьим законом Ньютона.

### § 83. Абсолютная электромагнитная система единиц

Коэффициент пропорциональности  $K$  в законе Ампера зависит от выбора единиц. Если пользоваться абсолютной системой единиц СГС, построенной на трех основных механических единицах, то длины ( $dl_1$ ,  $dl_2$ ,  $r_{12}$ ) нужно измерять в *см*, а силу — в *динах*. Единица силы тока при этом будет производной, и поэтому ее можно выбрать такой величины, чтобы коэффициент пропорциональности  $K$  обратился в единицу. Такая единица силы тока получила название *абсолютной электромагнитной единицы силы тока* (СГСМ-единица силы тока).

Таким образом, определяющим соотношением для СГСМ-единиц силы тока служит закон Ампера. Выражая из (82.1) силу тока и заменяя, в соответствии с правилом образования производных единиц (ср. § 5), в полученном выражении физические величины единицами их измерения, получаем:

$$1 \text{ СГСМ-единица силы тока} = 1 \text{ дин}^{1/2}.$$

Эта единица отличается от СГСЭ-единицы силы тока. Учитывая выражение единицы заряда в системе СГСЭ (§ 5), мы имеем:

$$1 \text{ СГСЭ-единица силы тока} = 1 \frac{\text{дин}^{1/2} \cdot \text{см}}{\text{сек}}.$$

Если  $i_{\text{Э}}$  — сила некоторого тока, измеренная в СГСЭ-единицах, а  $i_{\text{М}}$  — сила этого же тока в СГСМ-единицах, то можно написать:

$$i_{\text{М}} = \frac{1}{c} i_{\text{Э}}, \quad (83.1)$$

где  $c$  — некоторая *размерная* постоянная, называемая *электродинамической постоянной*. Ее размерность совпадает с размерностью *скорости*.

Значение постоянной  $c$  можно определить только из опытов. Такие опыты были произведены А. Г. Столетовым, Вебером и другими исследователями. Тщательно изготовленный конденсатор, емкость



которого была точно определена, заряжался много раз в секунду и разряжался через цепь, содержащую гальванометр. Напряжение, до которого заряжался конденсатор, измерялось *электростатическими* методами, откуда можно было определить заряд конденсатора и силу тока в электростатических единицах. Измеряя тот же ток гальванометром, основанным на *магнитном* действии тока, можно было найти его значение в магнитных единицах и отсюда определить *c*. Эти опыты привели к заключению, что *электродинамическая постоянная равна скорости распространения света в вакууме*.

Такое совпадение не случайно. Еще во второй половине XIX в. Максвелл развил электромагнитную теорию света, согласно которой свет есть электромагнитные волны, и теоретически показал, что в вакууме скорость света, как и скорость распространения любых электромагнитных волн, должна быть равна электродинамической постоянной. Поэтому установленное на опыте совпадение *c* со скоростью света имеет важное принципиальное значение и является одним из доказательств правильности электромагнитной теории света.

Таким образом, число, выражающее силу какого-либо тока в электромагнитных единицах, в *c* раз меньше числа, выражающего тот же ток в электростатических единицах. Это значит, что СГСМ-единица силы тока в *c* раз больше СГСЭ-единицы силы тока: 1 СГСМ-единица силы тока =  $3 \cdot 10^{10}$  СГСЭ-единиц силы тока. Так как  $1 \text{ а} = 3 \cdot 10^9$  СГСЭ-единиц, то отсюда также следует, что

$$1 \text{ СГСМ-единица силы тока} = 10 \text{ а.}$$

Исходя из закона магнитного взаимодействия токов, можно построить новую систему электрических единиц — *абсолютную электромагнитную систему*. В этой системе все механические единицы остаются такими же, как в системе СГСЭ (сантиметр, грамм, секунда), но в основу определения электрических и магнитных единиц кладется не электростатическая единица заряда (как в системе СГСЭ), а электромагнитная единица силы тока.

Нетрудно найти соотношение между основными электрическими единицами в обеих системах.

Величина заряда есть произведение силы тока на время:  $q = it$ . Поэтому отношению единиц заряда в обеих системах такое же, как отношение единиц тока:

$$1 \text{ СГСМ-единица заряда} = 3 \cdot 10^{10} \text{ СГСЭ-единиц заряда} = 10 k.$$

Произведение силы тока на напряжение есть мощность:  $iU = P$ , которая измеряется в одних и тех же единицах в обеих системах (в *эрг/сек*). Поэтому

$$i_{\text{Э}} U_{\text{Э}} = i_{\text{М}} U_{\text{М}},$$

и, следовательно,

$$U_{\text{М}} = U_{\text{Э}} \frac{i_{\text{Э}}}{i_{\text{М}}} = U_{\text{Э}} c.$$

Число  $U_M$ , выражающее напряжение в системе СГСМ, в  $3 \cdot 10^{10}$  раз больше, чем  $U_{\text{Э}}$ , а значит,

$$1 \text{ СГСМ-единица напряжения} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \text{ СГСЭ-единиц напряжения.}$$

Так как 1 СГСЭ-единица напряжения = 300 в, то

$$1 \text{ СГСМ-единица напряжения} = \frac{300}{3 \cdot 10^{10}} \text{ в} = 10^{-8} \text{ в.}$$

Поступая подобным образом, можно выразить все электрические величины в системе СГСМ.

Наряду с системами единиц СГСЭ и СГСМ, в физической литературе широко применяют так называемую *симметричную* систему электрических и магнитных единиц СГС, или, иначе, *систему единиц Гаусса*, представляющую собой сочетание обеих систем СГСЭ и СГСМ (см. Добавление 12).

### § 84. Магнитная постоянная

В Международной системе единиц СИ закон Ампера (82.1) записывают в рационализованной форме, т. е. добавляют в знаменателе множитель  $4\pi$ , чтобы этот множитель не входил впоследствии в другие, часто встречающиеся формулы (ср. § 6). Далее, так как единица силы тока в системе СИ является одной из основных единиц, а следовательно, уже установлена, то коэффициент пропорциональности  $K$  уже нельзя сделать безразмерным. Поэтому закон Ампера в системе СИ имеет вид:

$$dF_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 dl_1 i_2 dl_2 \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2}{r_{12}^2}. \quad (84.1)$$

Здесь  $\mu_0$  — новая размерная постоянная, которую мы будем называть в дальнейшем *магнитной постоянной*.

Если в формуле (84.1) все величины измерять в единицах СИ, т. е. длину — в метрах, силу токов — в амперах, механическую силу — в ньютонах, то

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ единиц СИ.}$$

Это значение  $\mu_0$  непосредственно следует из определения ампера, которое будет дано в § 93. Сама же единица для измерения  $\mu_0$  в системе СИ получила название *генри на метр* (гн/м). Смысл этого наименования будет разъяснен в § 106.

### § 85. Магнитное поле

При истолковании магнитного взаимодействия токов мы встречаемся с теми же вопросами, что и при объяснении электрического взаимодействия зарядов. И здесь можно спросить, почему возникают силы, действующие на контур с током в присутствии другого контура, и как эти силы передаются от одного проводника к другому?

Происходят ли какие-либо изменения в пространстве возле провода с током, когда другого провода нет и магнитное взаимодействие не проявляется?

По тем же причинам, которые изложены в § 10, современная материалистическая физика отвергает возможность дальнего действия в магнитных явлениях, так же как и в электрических. Причину возникновения сил магнитного взаимодействия мы видим в появлении вокруг проводников с током *магнитного поля*. Мы увидим далее, что магнитное поле является носителем ряда физических свойств. Основное свойство магнитного поля заключается в том, что на проводники с током, находящиеся в нем, действуют силы.

Магнитное поле возникает вокруг провода с током всегда, даже в отсутствии других проводников, когда магнитное взаимодействие не наблюдается. И в этом случае в окружающем проводник пространстве происходят определенные физические изменения. Основная задача исследования магнитных явлений заключается в изучении свойств магнитного поля и законов, которым оно подчиняется.

### § 86. Напряженность магнитного поля

Для количественной характеристики магнитного поля служит специальная физическая величина — *напряженность* магнитного поля, которую мы определяем аналогично напряженности электрического поля (§ 11).

Вспомним, каким образом мы вводили напряженность электрического поля. Основным законом электрического поля является закон Кулона для взаимодействия точечных зарядов (§ 8):

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} r_{12}.$$

Это выражение мы разбивали на две части: мы выделяли из него ту часть

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{12}^2} r_{12},$$

которая зависит только от первого заряда  $q_1$  и от положения той точки, где находится второй заряд (от расстояния  $r_{12}$ ). Она характеризует электрическое поле, создаваемое зарядом 1 в точке нахождения заряда 2, и была названа нами напряженностью электрического поля в этой точке. Пользуясь понятием напряженности электрического поля, мы могли выразить силу, действующую на заряд  $q_2$ , в следующем виде:

$$F_{12} = q_2 E_1.$$

Аналогично мы поступаем при определении напряженности магнитного поля. Основной закон магнитного взаимодействия токов есть

закон Ампера (84.1), выражающий силу взаимодействия двух элементов тока. В нем мы можем выделить часть

$$dH_1 = \frac{1}{4\pi} \frac{i_1 [dl_1 r_{12}]}{r_{12}^3},$$

не содержащую второй элемент тока 2. Эта величина  $dH_1$  зависит лишь от элемента тока 1 и положения той точки, где находится элемент тока 2, и поэтому характеризует магнитное поле элемента тока 1 в точке нахождения элемента тока 2. Она и получила название напряженности магнитного поля.

Вводя напряженность магнитного поля в закон Ампера, мы можем выразить силу, действующую на элемент тока 2, в виде

$$dF_{12} = \mu_0 i_2 [dl_2 dH_1].$$

Отметим, однако, что полной аналогии в определении понятий напряженности электрического поля и напряженности магнитного поля не имеется. А именно, в определении  $E$  мы включаем электрическую постоянную  $\epsilon_0$  в то время, как в определении  $H$  мы не вводим магнитную постоянную  $\mu_0$ , а относим ее к закону действия магнитного поля на ток. Такое различие возникло в силу исторических причин.

Таким образом, мы приходим к следующему определению напряженности магнитного поля: *напряженность магнитного поля  $dH$ , создаваемая в данной точке элементом проводника  $dl$  с током силы  $i$ , равна*

$$dH = \frac{1}{4\pi} \frac{i [dlr]}{r^3}, \quad (86.1)$$

где  $r$  — радиус-вектор, проведенный из элемента проводника в рассматриваемую точку. Так как векторное произведение двух векторов есть также вектор, то очевидно, что напряженность магнитного поля есть вектор.

Из (86.1) следует, что величина напряженности магнитного поля в точке, удаленной на расстояние  $r$  от элемента тока, равна

$$dH = \frac{1}{4\pi} \frac{i dl \sin \vartheta}{r^2}, \quad (86.2)$$

где  $\vartheta$  — угол между  $dl$  и радиусом-вектором  $r$ , проведенным от элемента тока в рассматриваемую точку (рис. 144).

Направление вектора напряженности магнитного поля перпендикулярно к  $dl$  и  $r$ , т. е. перпендикулярно к плоскости, содержащей оба эти вектора. Это направление подчиняется правилу правого буравчика: *направление магнитного поля совпадает с направлением движения конца рукоятки буравчика с правой нарезкой, движущегося поступательно в направлении тока.* Так, например, если ток течет вертикально сверху вниз (рис. 144), то правый буравчик нужно вращать по часовой стрелке (глядя сверху),

а конец его рукоятки, находящийся в точке  $a$ , будет двигаться при этом от чертежа к читателю; так будет направлено и магнитное поле в точке  $a$ . В точке  $b$  оно направлено противоположно, от читателя за чертеж. Формулы (86.1) и (86.2), выражающие напряженность магнитного поля элемента тока, носят название закона Био — Савара — Лапласа.

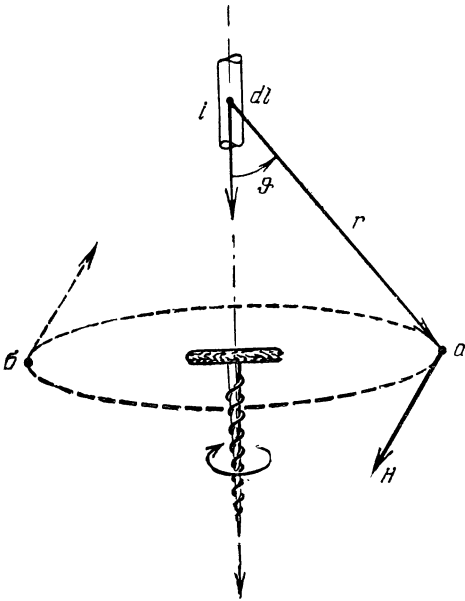


Рис. 144. Напряженность магнитного поля элемента тока.

Для магнитного поля, так же как и для электрического, справедлив принцип наложения или суперпозиции: если имеется несколько элементов тока или несколько контуров с током, каждый из которых создает магнитное поле, то при одновременном действии всех токов напряженность  $H$  результирующего поля равна векторной сумме отдельных полей:

$$H = H_1 + H_2 + H_3 + \dots = \sum H_k. \quad (86.3)$$

Пользуясь выражением (86.1) или (86.2) для напряженности магнитного поля элемента тока и принципом наложения (86.3), можно вычислить магнитное поле любого проводника с током.

**Пример 1. Магнитное поле в центре кругового проводника** (рис. 145). В этом случае все элементы проводника перпендикулярны к радиус-вектору и  $\sin \vartheta = 1$ . Расстояние всех элементов провода до центра круга одинаково и равно радиусу круга  $R$ . Поэтому (86.2) дает:

$$dH = \frac{1}{4\pi} \frac{i}{R^2} dl.$$

Все элементы тока создают магнитное поле одинакового направления, перпендикулярное к плоскости витка, и поэтому полная напряженность поля в центре кругового витка равна

$$H = \frac{i}{4\pi R^2} \int dl = \frac{i}{4\pi R^2} \cdot 2\pi R = \frac{i}{2R}. \quad (86.4)$$

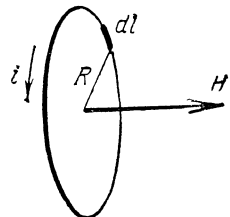


Рис. 145. Магнитное поле в центре кругового тока.

Направление магнитного поля находим по правилу правого буравчика, который нужно расположить параллельно касательной к кругу (в направлении тока). Если ток обтекает виток против часовой стрелки, то правило правого буравчика дает, что магнитное поле направлено от витка к наблюдателю (рис. 145).

**Пример 2. Магнитное поле прямого тока.** Найдем напряженность поля, создаваемого прямым проводом в точке  $a$  (рис. 146), удаленной на расстояние  $R$  от оси провода. Длину провода будем считать весьма большой по сравнению с  $R$ . И в этом случае направление магнитного поля всех элементов провода одинаково (перпендикулярно к плоскости чертежа, рис. 146) и поэтому можно складывать абсолютные значения напряженностей. Напряженность поля какого-либо элемента проводника  $dl$  выражается формулой (86.2). Из рис. 146 видно, что

$$\frac{dl \sin \vartheta}{r} = \frac{dl \cos \alpha}{r} = \frac{ds}{r} = d\alpha;$$

$$r = \frac{R}{\cos \alpha}.$$

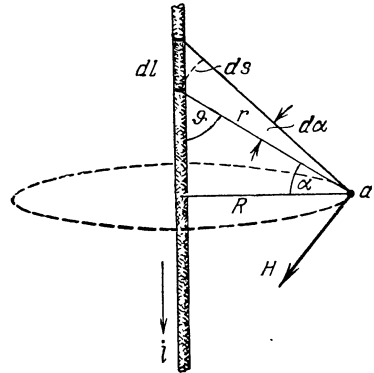


Рис. 146. К вычислению магнитного поля прямого тока.

Подставляя эти выражения в (86.2), мы находим, что напряженность, создаваемая одним элементом провода, равна

$$dH = \frac{1}{4\pi} \frac{i dl \sin \vartheta}{r^2} = \frac{i}{4\pi R} \cos \alpha d\alpha.$$

Поэтому для полной напряженности поля получаем:

$$H = \frac{i}{4\pi R} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos \alpha d\alpha = \frac{i}{2\pi R}. \quad (86.5)$$

Это поле направлено перпендикулярно к плоскости, содержащей провод и отрезок  $R$ , так же как и на рис. 144.

**Единица напряженности магнитного поля.** Если в формулах (86.1) и (86.2) выразить силу тока в  $a$ , а длину — в  $m$ , то напряженность магнитного поля будет тоже выражена в единицах СИ. Для определения этой единицы используют формулу (86.5). Это — напряженность поля, создаваемая прямым проводом с током силой  $1 a$

на расстоянии  $\frac{1}{2\pi} m$  от оси провода. Единица напряженности магнитного поля есть  $1 \frac{a}{m}$ . Она получила название «ампер на метр».

### § 87. Силовые линии магнитного поля

Магнитные поля, так же как и электрические, можно изображать графически при помощи силовых линий. *Магнитной силовой линией* или *линией напряженности* магнитного поля называют линию, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением напряженности магнитного поля.

Очевидно, что через каждую точку магнитного поля можно провести силовую линию. Так как напряженность поля в любой точке имеет определенное направление, то и направление силовой линии в каждой точке данного поля может быть только единственным, а значит, магнитные силовые линии, так же как и электрические, не пересекаются.

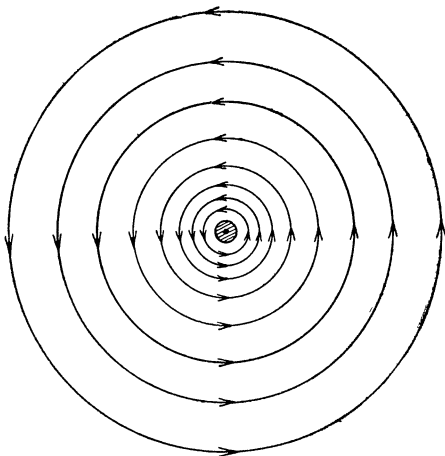


Рис. 147. Силовые линии магнитного поля прямого тока.

Подобно электрическим силовым линиям, магнитные силовые линии прочерчивают с такой густотой, чтобы число линий, пересекающих единицу поверхности, перпендикулярной к ним, было равно (или пропорционально) величине напряженности магнитного поля в данном месте. Поэтому, изображая магнитные силовые линии, можно наглядно представить, как меняется в пространстве напряженность магнитного поля по величине и направлению.

Рассмотрим силовые линии поля прямого тока. В § 86 мы видели, что напряженность  $H$  всегда перпендикулярна к плоскости, содержащей провод и рассматриваемую точку поля. Поэтому силовые линии в данном случае суть концентрические окружности, центр которых расположен на оси тока (рис. 147). Их направление определяется правилом правого буравчика.

Картину магнитных силовых линий можно получить на опыте. Для этого пользуются тем обстоятельством, что подвижная магнитная стрелка всегда устанавливается своей осью в направлении силовых линий.

Еще удобнее пользоваться железными опилками. Крупинки железа в магнитном поле намагничиваются и становятся подобными магнитным стрелкам. При практическом осуществлении этих опытов исследуемый провод с током пропускают сквозь горизонтальную стеклянную пластину (или листок картона), на которую насыпают небольшое количество железных опилок. При легком встряхивании пластинки (постукивании) частицы опилок образуют цепочки, форма которых близко соответствует силовым линиям исследуемого поля.

На рис. 148 приведена полученная таким способом картина силовых линий поля кругового тока.

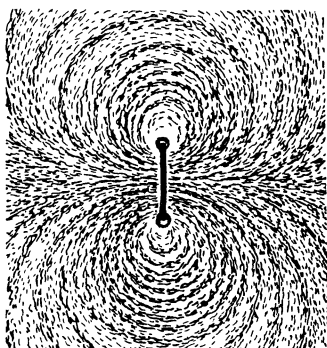


Рис. 148. Силовые линии магнитного поля кругового тока.

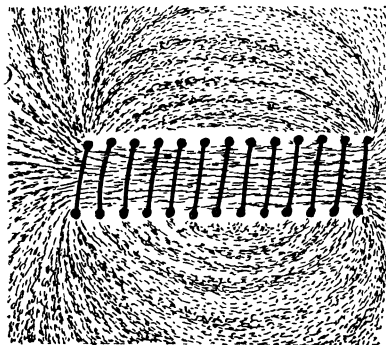


Рис. 149. Силовые линии поля соленоида.

На рис. 149 показаны силовые линии поля соленоида, т. е. прямой катушки с током. Из рисунка видно, что в средней части соленоида силовые линии суть прямые параллельные линии. Это показывает, что здесь напряженность одинакова во всех точках, т. е. что в средней части соленоида поле однородно. У концов соленоида силовые линии искривляются и расходятся, а значит поле становится неоднородным.

### § 88. Вихревой характер магнитного поля

На рис. 148 и 149 видно, что силовые линии магнитного поля *замкнуты*. Это имеет место для любого магнитного поля, вызванного какими угодно контурами с током.

Поля, обладающие замкнутыми силовыми линиями, получили название *вихревых* полей. Мы видим, что *магнитное поле есть вихревое поле*. В этом заключается существенное отличие магнитного поля от электростатического.

В электростатическом поле силовые линии всегда разомкнуты: они начинаются и заканчиваются на электрических зарядах. Магнитные



силовые линии не имеют ни начала, ни конца. Это соответствует тому, что *в природе нет магнитных зарядов*.

Движение электрических зарядов есть электрический ток. Так как магнитных зарядов нет, то *магнитного тока не существует*.

В § 19 мы ввели понятие электрического напряжения вдоль заданного контура. В электростатическом поле напряжение не зависит от формы контура и для замкнутого контура всегда равно нулю. Это позволило ввести разность потенциалов двух точек поля, зависящую только от положения этих точек.

Аналогично этому мы введем понятие *магнитного напряжения* вдоль контура  $L$ :

$$U_M = \int_L H_s ds,$$

где  $ds$  — элемент длины контура  $L$ , а  $H_s$  — проекция напряженности магнитного поля на направление  $ds$ . Однако, в отличие от электрического напряжения в поле неподвижных зарядов, магнитное напряжение *зависит от формы контура  $L$*  и не определяется только положением точек начала и конца этого контура. Поэтому *однозначной разности потенциалов в магнитном поле не существует*. Магнитное напряжение по замкнутому контуру, вообще говоря, *не равно нулю*.

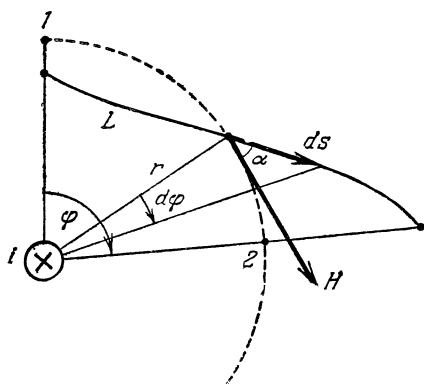


Рис. 150. К вычислению магнитного напряжения.

Рассмотрим, от чего и как зависит магнитное напряжение. Наиболее просто это можно сделать на примере поля, создаваемого прямым длинным проводом. Предположим сначала, что контур  $L$  есть часть окружности между точками 1 и 2 (рис. 150), совпадающая с одной из силовых линий. В этом случае во всех точках контура (окружности) напряженность поля одинакова. Далее, так как контур совпадает с силовой линией, то во всех точках  $H_s = H = \frac{i}{2\pi r}$ , и поэтому

$$U_M = \frac{i}{2\pi r} \cdot s,$$

где  $s$  — длина дуги окружности между точками 1 и 2. Но  $\frac{s}{r}$  есть угол  $\varphi$ , составленный радиусами-векторами, проведенными в точки

начала (1) и конца (2) контура. Поэтому

$$U_M = \int H_s ds = i \frac{\varphi}{2\pi}. \tag{88.1}$$

Рассмотрим теперь произвольный контур  $L$  (рис. 150), однако лежащий в плоскости, перпендикулярной к току. Магнитное напряжение вдоль элемента  $ds$  этого контура есть

$$\begin{aligned} dU_M &= H_s ds = H \cos \alpha ds = \\ &= \frac{i}{2\pi r} \cos \alpha ds, \end{aligned}$$

где  $\alpha$  — угол между  $\mathbf{H}$  и  $ds$ . Но

$$\frac{ds \cos \alpha}{r} = d\varphi,$$

и поэтому, суммируя магнитное напряжение по всему контуру, мы получим опять формулу (88.1).

Если контур  $L$  не лежит в плоскости, перпендикулярной к току, то любой элемент этого контура  $ds$  можно разложить на составляющую  $ds_1$ , перпендикулярную к току, и составляющую  $ds_2$ , параллельную к току (рис. 151). Так как составляющая  $ds_2$  перпендикулярна к  $\mathbf{H}$ , то для нее  $H_s = 0$  и  $dU_M = 0$ . Это значит, что магнитное напряжение вдоль  $ds$  такое же, как вдоль  $ds_1$ . Отсюда следует, что магнитное напряжение вдоль произвольного контура такое же, как и для проекции этого контура на плоскость, перпендикулярную к току.

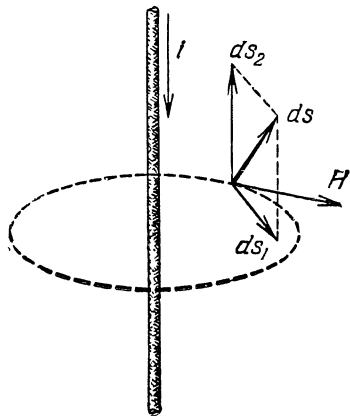


Рис. 151. Магнитное напряжение вдоль отрезка  $ds$  равно магнитному напряжению вдоль  $ds_1$ .

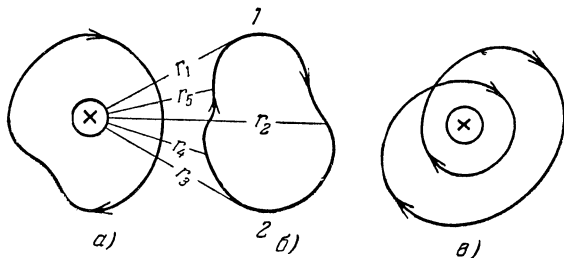


Рис. 152. Контур, охватывающие (а и в) и не охватывающие (б) ток.

Рассмотрим теперь какой-нибудь замкнутый контур, охватывающий провод с током (рис. 152, а). В этом случае  $\varphi = 2\pi$  и поэтому

$$\oint H_s ds = i. \tag{88.2}$$

Кружок у интеграла обозначает, что интегрирование производится по замкнутому контуру.

Для формулы (88.2) также справедливо правило правого буравчика: положительное направление обхода контура совпадает с направлением вращения правого буравчика, который движется поступательно в направлении тока. Так, например, на рис. 152 ток предполагается текущим от читателя за чертеж, и поэтому контур нужно обходить по часовой стрелке.

Если замкнутый контур не охватывает провод с током (рис. 152, б), то при обходе такого контура, например, начиная от точки 1 по часовой стрелке, радиус-вектор будет занимать последовательно положения  $r_1, r_2, r_3, \dots$  и угол  $\varphi$  будет увеличиваться. Начиная же с точки 2, последовательные его положения будут  $r_4, r_5$  и т. д., а угол  $\varphi$  будет уменьшаться; когда мы вернемся в точку 1, угол  $\varphi = 0$ . Поэтому магнитное напряжение для любого замкнутого контура, не охватывающего ток, равно нулю.

В том случае, когда замкнутый контур охватывает ток не один раз, а  $n$  раз (рис. 152, в,  $n = 2$ ), магнитное напряжение будет в  $n$  раз больше.

Формула (88.2) выражает важнейшее свойство магнитного поля. Можно показать, что она справедлива не только для поля прямого провода, но и для любого постоянного во времени магнитного поля, вызванного каким угодно распределением токов. Таким образом, *магнитное напряжение вдоль замкнутого контура равно полной силе тока, протекающего сквозь поверхность, ограниченную рассматриваемым контуром.*

Из формулы (88.2) видно, что магнитное напряжение измеряется в тех же единицах, что и сила тока, т. е. в амперах.

Рассмотренная теорема позволяет во многих случаях просто вычислить напряженность магнитного поля. Рассмотрим некоторые важные примеры.

**Пример 1. Тороидальная катушка.** Вычислим напряженность поля внутри замкнутой тороидальной катушки (рис. 153). Из соображений симметрии очевидно, что напряженность  $H$  одинакова во всех точках окружности, центр которой совпадает с центром тороида. Поэтому магнитное напряжение вдоль этой окружности равно

$$H \cdot 2\pi r.$$

Рассматриваемая окружность охватывает все витки катушки. Если полное число витков катушки есть  $N$ , а сила тока в ней равна  $i$ , то наша окружность охватывает ток силы  $Ni$ . Поэтому по теореме о магнитном напряжении мы имеем:

$$H \cdot 2\pi r = Ni,$$

откуда

$$H = \frac{Ni}{2\pi r}. \quad (88.3)$$

Следует иметь в виду, что поле внутри тороида не вполне однородно. Напряженность наибольшая у внутренней стороны катушки ( $H_1 = \frac{Ni}{2\pi r_1}$ ) и наименьшая у внешней стороны ( $H_2 = \frac{Ni}{2\pi r_2}$ ). Относительная разность обоих полей равна

$$\frac{H_1 - H_2}{H_1} = \frac{r_2 - r_1}{r_2}.$$

**Пример 2. Соленоид.** Будем теперь неограниченно увеличивать радиус тороида  $r$ . Тогда величина  $\frac{r_2 - r_1}{r_2}$  будет стремиться к нулю и поле делается однородным. Любой отрезок тороида перейдет при этом в прямую катушку или соленоид. Напряженность поля внутри соленоида можно найти из формулы (88.3). Замечая, что

$$\frac{N}{2\pi r} = n,$$

где  $n$  — число витков на единицу длины катушки, мы находим:

$$H = ni. \quad (88.4)$$

Мы видим, что напряженность магнитного поля в достаточно длинном соленоиде равна произведению из силы тока и числа витков на единицу длины на катушку. Это произведение называют числом *ампер-витков на метр* (а-в/м).

Соленоиды широко используют в технических устройствах и в лабораторной практике, так как с их помощью можно просто создать однородное магнитное поле и притом известной напряженности.

**Пример 3. Прямой длинный провод.** Рассмотрим еще вычисление магнитного поля длинного прямого провода в точке, лежащей *вне* провода на расстоянии  $R$  от его оси. В этом случае в качестве контура для вычисления магнитного напряжения удобно выбрать окружность радиуса  $R$ , перпендикулярную к току и имеющую центр на оси тока. Теорема о магнитном напряжении дает:

$$2\pi R \cdot H = i,$$

откуда

$$H = \frac{i}{2\pi R} \quad (\text{вне провода}). \quad (88.5)$$

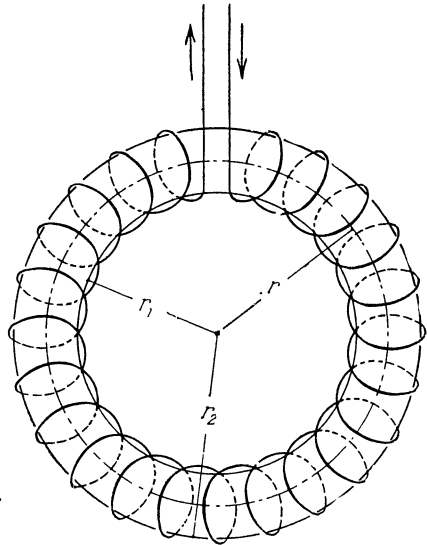


Рис. 153. Тороидальная катушка.

Этот результат мы получили уже в § 86. Мы видим, что расчет при помощи магнитного напряжения гораздо проще, нежели непосредственное суммирование полей отдельных элементов тока.

Вычислим теперь напряженность поля в какой-либо точке *внутри* провода, отстоящей на расстоянии *r* от оси провода. Замкнутый контур выберем опять в виде окружности, проходящей через эту точку с центром на оси провода (рис. 154, указана пунктиром).

Тогда по теореме о магнитном напряжении мы имеем:

$$2\pi r \cdot H = \pi r^2 j,$$

где *j* — плотность тока (постоянная во всех точках проводника). Отсюда получается:

$$H = \frac{1}{2} j \cdot r =$$

$$= \frac{i}{2\pi a^2} r \text{ (внутри провода).}$$

(88.6)

Здесь *i* — полная сила тока через все сечение провода, *a* — радиус провода.

Таким образом, напряженность поля внутри провода увеличивается с расстоянием от

оси по линейному закону, а во внешнем пространстве уменьшается по гиперболическому закону. Эта зависимость изображена графически на рис. 154.

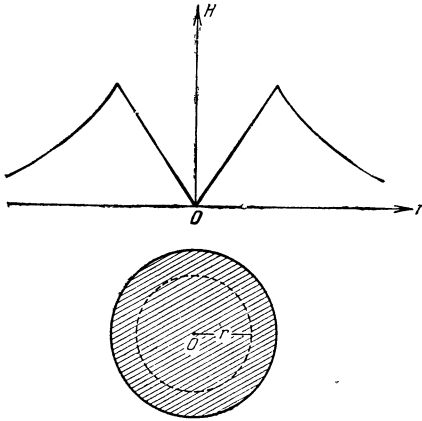


Рис. 154. Магнитное поле прямого провода с током.

## § 89. Магнитный момент тока

Во многих случаях нам приходится иметь дело с замкнутыми токами, размеры которых весьма малы по сравнению с расстоянием от них до точки наблюдения. Такие токи мы будем называть *элементарными*.

Пример подобных токов мы имеем во всех атомах, так как в них имеются движущиеся электроны, обращающиеся по замкнутым орбитам (см. гл. XI). Эти токи вследствие малости атомов можно рассматривать почти во всех задачах как элементарные.

Посмотрим, от чего зависит магнитное поле, создаваемое элементарным током.

Положим, что мы имеем круговой ток силы *i* с радиусом *R*. Вычислим магнитное поле в некоторой точке *a*, находящейся на оси тока на расстоянии *r* от его центра (рис. 155). В этом случае все

элементы тока перпендикулярны к радиусам-векторам  $\rho$  и поэтому в формуле (86.2)  $\sin \vartheta = 1$ . Далее, из рис. 155 видно, что магнитные поля  $dH_1$  и  $dH_2$ , создаваемые какой-либо парой элементов тока  $l$  и  $2$ ,

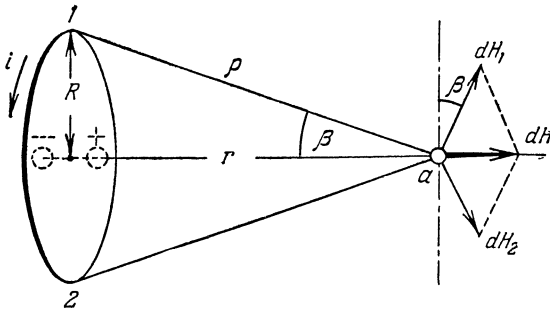


Рис. 155. Магнитное поле кругового витка с током.

расположенных на одном диаметре, складываясь, дают поле  $dH$ , направленное вдоль оси тока. Поэтому и полное поле всего кругового тока направлено по его оси.

Составляющая поля по оси тока, создаваемого одним элементом тока, есть

$$\frac{1}{4\pi} \frac{i dl \sin \beta}{\rho^2} = \frac{1}{4\pi} \frac{i dl R}{\rho^3}.$$

Суммируя это выражение по всем элементам тока, мы получаем:

$$H = \frac{iR}{4\pi\rho^3} \int dl = \frac{iR}{4\pi\rho^3} 2\pi R = \frac{iS}{2\pi\rho^3},$$

где  $S = \pi R^2$  — площадь, обтекаемая током.

Если ток является элементарным, т. е. если  $\rho \gg R$ , то с точностью до малых второго порядка в полученной формуле можно положить  $\rho \cong r$ . Окончательный результат удобно представить в следующем виде:

$$H = \frac{1}{\mu_0} \frac{p_m}{2\pi r^3}, \quad (89.1)$$

где  $p_m = \mu_0 i S$ , а  $\mu_0$  — магнитная постоянная.

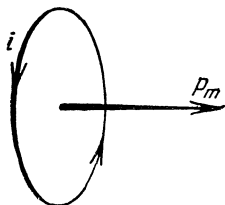
Если бы мы имели элементарный электрический диполь, направленный вдоль оси тока (он изображен на рис. 155 пунктиром), то создаваемое им электрическое поле было бы направлено так же, как и магнитное поле в рассматриваемом примере, т. е. тоже по оси тока. Величина этого поля согласно (29.5) (где нужно положить  $\cos \alpha = 1$ ) была бы равна

$$E = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{p}{2\pi r^3}, \quad (89.2)$$

где  $p$  — электрический момент диполя.

Формула (89.2) имеет тот же вид, что и (89.1). Однако при этом роль момента  $p$  электрического диполя играет произведение  $\mu_0 iS$ ; оно получило название *магнитного момента тока*.

Электрический момент диполя есть вектор (§ 17). Аналогично магнитный момент тока есть также *вектор*. За его направление принимают направление положительной нормали к плоскости витка (рис. 156). Если  $n$  есть единичный вектор вдоль нормали, то магнитный момент тока  $p_m$  равен



$$p_m = \mu_0 iS \cdot n. \quad (89.3)$$

Отметим, что магнитным моментом тока иногда называют величину  $p_m = iS \cdot n$ , т. е. не включают в его определение магнитную постоянную  $\mu_0$ . Оба эти определения одинаково возможны. Однако используемое нами определение более удобно, так как при этом поля электрических диполей и контуров с током выражаются одинаковыми формулами.

Рис. 156. Магнитный момент тока.

Выше мы ограничились частным случаем кругового тока и считали, что точка наблюдения лежит на оси тока. Однако понятие магнитного момента тока имеет общее значение. Можно легко показать, что магнитное поле элементарного тока любой формы и в произвольной точке наблюдения можно выразить формулами (29.5) и (29.6), если в них заменить электрический момент диполя  $p$  на магнитный момент тока  $p_m$ , определяемый формулой (89.3).

Подводя итоги сказанному, мы видим, что магнитное действие элементарного замкнутого тока определяется его магнитным моментом.

## § 90. Действие магнитного поля на ток

Рассмотрим теперь подробнее, от чего зависит сила, действующая на провод с током в магнитном поле.

Согласно § 86 эта сила, для данного элемента тока, определяется не напряженностью магнитного поля  $H$ , а произведением напряженности поля на магнитную постоянную  $\mu_0$ . Это произведение называется *магнитной индукцией*. Таким образом, магнитная индукция в вакууме есть

$$B = \mu_0 H. \quad (90.1)$$

Так как в системе единиц СИ  $\mu_0$  есть величина размерная (ср. § 86), то  $B$  есть новая физическая величина, отличающаяся от напряженности поля  $H$ . Если выражать  $H$  в  $a/m$ , а  $\mu_0$  в  $гн/м$ , то  $B$  будет выражено тоже в единицах системы СИ или в *тесла (тл)* (ср. § 101).

Пользуясь понятием магнитной индукции, мы можем записать выражение для силы, действующей на отрезок провода в магнитном поле, в виде

$$F = i [lB]. \quad (90.2)$$

Величина силы равна

$$F = ilB \sin(\mathbf{l}, \mathbf{B}). \quad (90.3)$$

Направление силы перпендикулярно к направлению тока (направлению  $\mathbf{l}$ ) и к направлению индукции  $\mathbf{B}$  и подчиняется правилу правого буравчика: при движении рукоятки буравчика от вектора  $\mathbf{l}$  к вектору  $\mathbf{B}$  поступательное движение буравчика происходит в направлении силы  $\mathbf{F}$ . Взаимное расположение векторов  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{l}$  и  $\mathbf{B}$  показано на рис. 157.

Для определения направления этой силы можно пользоваться также *правилом левой руки*. Для этого нужно расположить перпендикулярно друг к другу большой, указательный и средний пальцы левой руки и направить указательный палец вдоль поля ( $\Pi$ ), а средний — вдоль тока ( $T$ ); тогда большой палец укажет направление силы или движения проводника ( $D$ ) (рис. 158). Отметим, что порядок следования букв ( $D$ ,  $\Pi$ ,  $T$ ) совпадает с их последовательностью в алфавите, что облегчает запоминание правила.

Действие магнитного поля на токи находит многочисленные и важные технические применения. Наиболее существенные из них — *электродвигатели*. Это действие используют также для устройства многочисленных *измерительных приборов*.

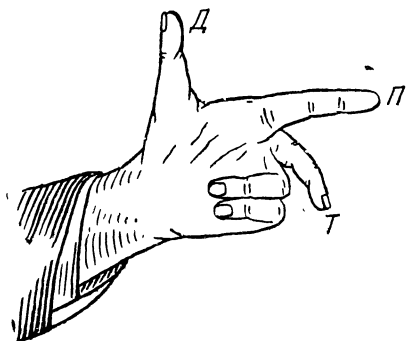


Рис. 158. Правило левой руки.

Большой палец указывает направление движения ( $D$ ) или силы, если указательный направлен вдоль поля ( $\Pi$ ), а средний — вдоль тока ( $T$ ).

Рассмотрим принцип действия *петлевого осциллографа*, предназначенного для исследования быстро изменяющихся токов. Он содержит две упругие металлические проволоки  $a$  и  $b$  (рис. 159), концы которых соединены металлической пластинкой  $v$  и закреплены неподвижно. Обе проволоки образуют *петлю*, концы которой присоединены к клеммам  $kk$  для включения в цепь тока. Петля находится в магнитном поле, создаваемом катушками  $K$  (снабженными железными сердечниками для усиления поля). Направление тока в проволоках  $a$  и  $b$  противоположно, и поэтому проволоки отклоняются в противоположные стороны; в результате маленькое зеркало  $З$ , приклеенное к проволокам, наклоняется на некоторый угол, тем больший, чем сильнее ток.

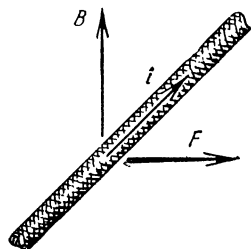


Рис. 157. Действие магнитного поля на ток.



Для измерения угла наклона зеркала сильно освещают маленькую круглую диафрагму  $D$  и получают резкое ее изображение при помощи объектива  $O$  на экране  $Э$ . При этом пучок света отражают сначала от зеркала  $З$ , а затем от плоских зеркал  $BЗ$ , укрепленных на цилиндре с вертикальной осью, который равномерно вращается небольшим электромотором. Вращающиеся зеркала  $BЗ$  дают горизонтальное

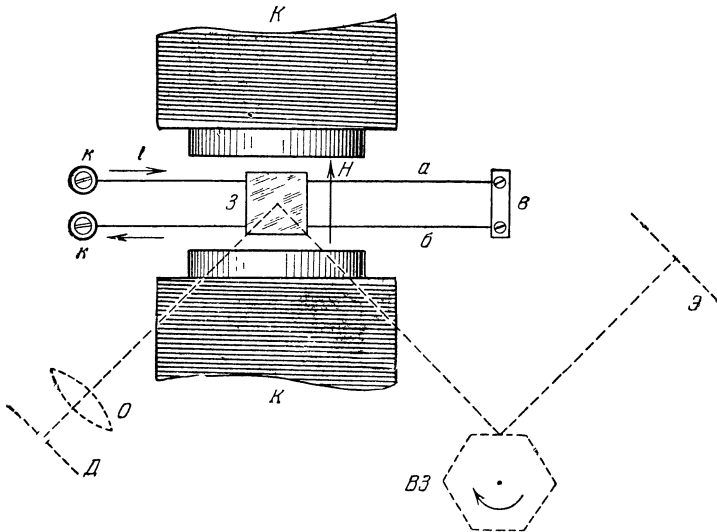


Рис. 159. Схема устройства петлевого осциллографа.

Световые пучки (пунктирные линии) лежат в плоскости, перпендикулярной к плоскости чертежа.

смещение светового пятнышка на экране, практически пропорциональное времени (развертка во времени). Наклон зеркала осциллографа вызывает вертикальные смещения светового пятнышка, пропорциональные силе тока. Поэтому световое пятнышко прочерчивает на экране кривую зависимости силы тока от времени  $i = f(t)$ . Помещая вместо экрана фотографическую бумагу, эту кривую можно сфотографировать.

## § 91. Два параллельных провода с током

Зная магнитное поле, создаваемое каким-либо проводом с током, можно вычислить по формулам (90.2) и (90.3) и силу, действующую на другой провод с током в этом поле, т. е. найти силу взаимодействия двух токов. Такой способ вычисления сил взаимодействия токов, в котором мы сначала вычисляем магнитное поле одного из

токов, оказывается более простым, чем непосредственное применение закона Ампера (§ 82).

Рассмотрим в качестве примера два бесконечно длинных параллельных провода 1 и 2 с током (рис. 160) и вычислим силу, действующую на отрезок длины  $l$  провода 2 со стороны провода 1. Напряженность магнитного поля, создаваемого проводом 1 в месте нахождения провода 2, выражается формулой (86.5), а следовательно, магнитная индукция равна

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi R}.$$

Индукция перпендикулярна к проводу 2, а следовательно,  $\sin(\mathbf{l}, \mathbf{B}) = 1$ . Поэтому (90.3) дает:

$$F = \mu_0 \frac{i_1 i_2}{2\pi R} l. \quad (91.1)$$

Если бы мы вычислили индукцию  $B_2$ , создаваемую током 2, а затем нашли силу, действующую на провод 1, то получили бы ту же формулу (91.1). Это и понятно, так как при магнитном взаимодействии выполняется закон равенства действия и противодействия.

Применяя правило левой руки к рис. 160, легко видеть, что если направления токов в обоих проводах одинаковы, то возникающие силы стремятся уменьшить расстояние  $R$  между проводами: если же токи направлены противоположно, то эти силы стремятся увеличить расстояние  $R$ : *параллельные токи притягиваются, антипараллельные — отталкиваются.*

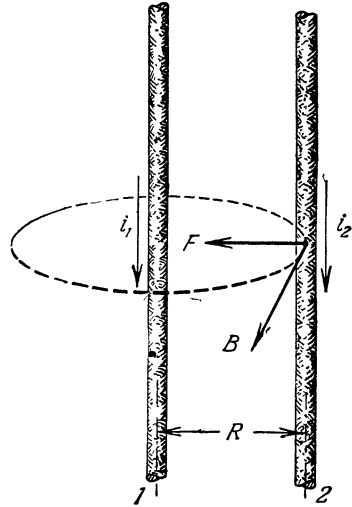


Рис. 160. Взаимодействие двух параллельных проводов с током.

## § 92. Определение ампера

В § 8 мы уже говорили, что четвертая основная единица системы СИ — ампер — определяется через магнитное взаимодействие токов. Для этого как раз используют закон взаимодействия двух параллельных токов (93.1). *Ампер — сила неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводниками силу, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  единиц силы Международной системы на каждый метр длины.*

Отсюда непосредственно получается значение  $\mu_0$ , уже приведенное нами в § 86. Действительно, из формулы (91.1) и определения ампера следует, что

$$2 \cdot 10^{-7} = \mu_0 \frac{1 \cdot 1}{2\pi \cdot 1},$$

откуда

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ единиц СИ.}$$

Найдем еще соотношение между ампером, с одной стороны, и единицами силы тока в системах СГСМ и СГСЭ, с другой. В нерационализованной системе СГСМ  $\mu_0 = 1$ . Кроме этого мы во всех формулах должны ввести еще множитель  $4\pi$ . Поэтому в системе СГСМ вместо формулы (91.1) мы имеем:

$$F = \frac{2i_{1M} i_{2M}}{R} l,$$

где силы тока измеряются в единицах СГСМ, длины — в см, а сила — в динах.

Если силы обоих токов равны 1 а, а  $R = l (= 1 \text{ м})$ , то сила будет  $2 \cdot 10^{-7} \text{ н} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ дин}$ , и мы имеем:

$$2 \cdot 10^{-2} = 2i_{1M} i_{2M}$$

Отсюда видно, что  $i_{1M} = i_{2M} = 0,1$ , т. е. что сила тока 1 а равна 0,1 СГСМ-единицы силы тока.

Так как, с другой стороны, 1 СГСМ-единица силы тока =  $3 \cdot 10^{10}$  СГСЭ-единиц силы тока (§ 83), то 1 а =  $3 \cdot 10^9$  СГСЭ-единиц силы тока.

### § 93. Контур с током в магнитном поле

Применим теперь результаты § 90 к прямоугольному витку с током, находящемуся в *однородном* магнитном поле с напряженностью  $H$  и индукцией  $B = \mu_0 H$  (рис. 161). Силы, действующие на ребра  $a$ , перпендикулярны к ним и к магнитному полю и поэтому направлены вертикально: они стремятся только растянуть (или сжать) виток. Ребра  $b$  перпендикулярны к  $B$ . На каждое из них действует сила

$$F = ibB.$$

Эти силы стремятся повернуть виток так, чтобы его плоскость была перпендикулярна к  $B$ . Следовательно, на виток действует пара сил, момент которой  $M$  равен

$$M = ibB \cdot a \sin \alpha = \mu_0 i S H \sin \alpha,$$

где  $S = ab$  — площадь рамки. Но произведение  $\mu_0 i S$  есть величина магнитного момента тока  $p_m$ , введенного нами в § 89. Поэтому

$$M = p_m H \sin \alpha. \quad (93.1)$$

Полученный результат можно выразить в виде векторной формулы, дающей и величину, и направление момента пары. Действи-

тельно, вектор  $\mathbf{p}_m$  направлен вдоль нормали  $\mathbf{n}$  к плоскости витка (§ 89), а направление момента пары  $\mathbf{M}$  перпендикулярно к  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{H}$ ,

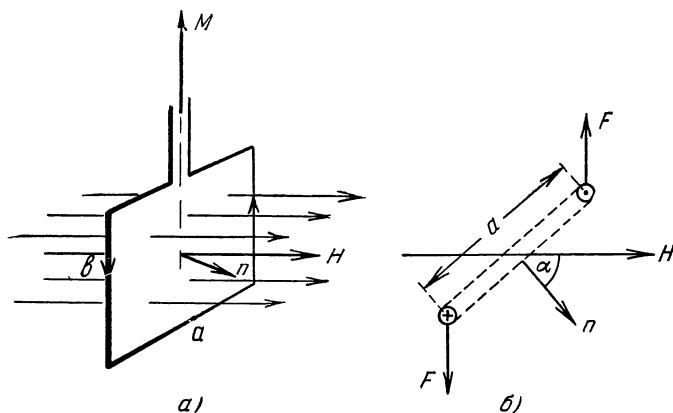


Рис. 161. Прямоугольная рамка с током в магнитном поле.

$a$  — вид сбоку,  $b$  — вид сверху.

т. е. совпадает с направлением векторного произведения  $[\mathbf{p}_m \mathbf{H}]$ . Величина же  $M$  согласно (93.1) равна значению этого произведения. Следовательно,

$$M = [\mathbf{p}_m \mathbf{H}]. \quad (93.2)$$

Эта формула аналогична выражению (17.3) для момента пары сил, действующей на электрический диполь в электрическом поле.

Формулы (93.1) и (93.2) применимы не только к прямоугольной рамке, но и к произвольному плоскому витку любой формы. Такой виток можно представить составленным из прямоугольных рамок, обтекаемых током в том же направлении, что и виток (рис. 162). На каждую из прямоугольных рамок будет действовать момент пары  $M_k = iB \sin \alpha \cdot S_k$ , где  $S_k$  — площадь  $k$ -й рамки, причем направления всех моментов для разных рамок будут одинаковы. Поэтому полный момент пары, действующей на весь виток, будет равен сумме отдельных моментов, и мы получим:

$$M = iB \sin \alpha \cdot \sum S_k = \mu_0 i S H \sin \alpha = p_m H \sin \alpha,$$

т. е. прежний результат.

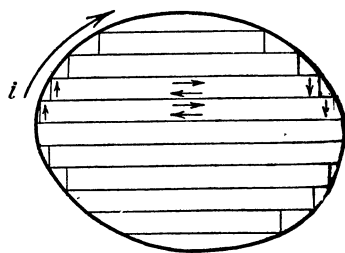


Рис. 162. Произвольный контур с током можно представить в виде предела суммы прямоугольных рамок.

Рассмотрим теперь виток с током в *неоднородном* магнитном поле (рис. 163). При этом будем считать для простоты, что магнитное поле в центре витка перпендикулярно к плоскости витка. Силы  $dF$ , действующие на отдельные участки витка, будут по-прежнему перпендикулярны к току и к магнитному полю. Однако теперь, так как линии индукции уже не параллельны, эти силы будут составлять некоторый угол с плоскостью витка. Составляющие этих сил  $dF_t$ ,

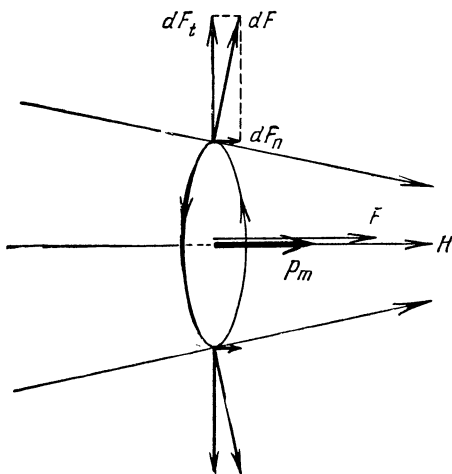


Рис. 163. Виток с током в неоднородном поле.

параллельные витку, создадут усилия, растягивающие или сжимающие виток. Составляющие же  $dF_n$ , перпендикулярные к плоскости витка, складываясь, дадут некоторую силу  $F$ , стремящуюся перемещать виток в магнитном поле.

Применяя правило левой руки, легко видеть, что если момент тока  $p_m$  параллелен магнитному полю (как изображено на рисунке), то виток будет втягиваться в область более сильного поля. Если же вектор  $p_m$  антипараллелен полю, то виток будет выталкиваться и перемещаться в область более слабого поля.

Легко понять, что в общем случае неоднородного поля, не перпендикулярного к плоскости витка, будут действовать и пара сил, стремящаяся повернуть виток, и сила, вызывающая поступательное перемещение.

Суммируя сказанное выше, мы видим, что и силы, действующие на контур с током в магнитном поле, и создаваемое контурами магнитное поле (§ 89) определяются их магнитным моментом.

Возникновение пары сил, действующей на рамку с током в магнитном поле, используют для устройства весьма распространенного типа электроизмерительных приборов — *магнитоэлектрических приборов*. Они имеют легкую рамку с проволокой, укрепленную на упругом подвесе той или иной конструкции, способную поворачиваться в магнитном поле (ср. § 61). Исходя из формулы (93.2), можно найти закон движения рамки магнитоэлектрических приборов и дать их полную аналитическую теорию. Этот вопрос разбирается в руководстве по физическому практикуму и поэтому в настоящей книге не рассматривается.

### § 94. Механическая работа в магнитном поле

Так как на провод с током в магнитном поле действуют силы, то при движении провода совершается определенная работа. Найдем величину этой работы.

Предположим, что прямой проводник длиной  $l$ , входящий в цепь тока, перемещается поступательно параллельно самому себе на отрезок  $dx$  и переходит из положения 1 в положение 2 (рис. 164). Направление магнитной индукции  $B$  будем считать перпендикулярным к  $l$  и к  $dx$ . На проводник действует сила

$$F = ilB,$$

и поэтому механическая работа  $dA$  выразится формулой

$$dA = ilB dx = iB dS,$$

где  $dS = l dx$  — площадь, описанная проводником при движении (на рис. 164 заштрихована).

Если индукция  $B$  направлена иначе, то ее всегда можно разложить на составляющую  $B_n$ , перпендикулярную к  $dS$ , и составляющую  $B_t$ , параллельную  $dS$ . Так как сила  $F$  всегда перпендикулярна к полю (§ 90), то составляющая  $B_t$  вызовет силу, перпендикулярную к  $dx$ , и работа этой силы будет равна нулю. Поэтому

$$dA = iB_n dS. \quad (94.1)$$

Рассмотрим теперь вращательное движение проводника. Пусть элемент проводника  $dl$ , входящий в цепь тока, поворачивается в магнитном поле на угол  $d\alpha$  (рис. 165). При движении он описывает площадку  $dS = dl \cdot l d\alpha$ , где  $l$  — расстояние элемента от оси вращения  $O$ . Сила, действующая на элемент  $dl$  в направлении его перемещения, есть

$$i dl \cdot B_n,$$

где  $B_n$  — составляющая напряженности, перпендикулярная к  $dS$ . Поэтому совершаемая работа равна

$$dA = i dl B_n \cdot l d\alpha = iB_n dS$$

и выражается той же формулой (94.1), что и при поступательном движении.

Но любое движение проводника можно свести к поступательному и вращательному движениям. Это значит, что формула (94.1) определяет механическую работу для произвольного перемещения проводника.

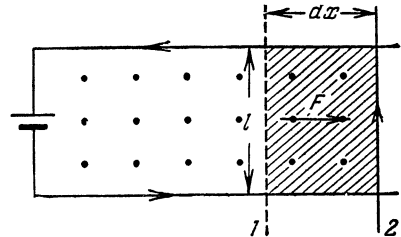


Рис. 164. К вычислению механической работы при поступательном движении проводника.

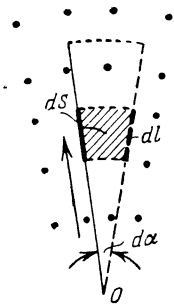


Рис. 165. К вычислению механической работы при вращательном движении проводника.

Этот результат можно выразить еще следующим образом.  $B_n$  равно числу линий магнитной индукции, проходящих через единицу поверхности площадки  $dS$ , а  $B_n dS$  — числу линий магнитной индукции, пересекаемых проводником при движении. Поэтому *работа, совершаемая при движении проводника с током в магнитном поле, равна произведению из силы тока на число линий магнитной индукции, пересеченных проводником.*

### § 95. Магнитный поток

Полученные в предыдущем параграфе результаты можно представить в более удобном виде, если ввести понятие магнитного потока.

Рассмотрим сначала плоскую площадку  $S$  (рис. 166), находящуюся в однородном магнитном поле с индукцией  $\mathbf{B}$ . *Магнитным потоком или потоком вектора магнитной индукции сквозь площадку  $S$*  называют величину

$$\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} \cos \alpha = B_n S. \quad (95.1)$$

Здесь  $\alpha$  — угол между направлением нормали  $\mathbf{n}$  к площадке и направлением индукции  $\mathbf{B}$ , а  $B_n$  — проекция вектора  $\mathbf{B}$  на нормаль  $\mathbf{n}$ . Так

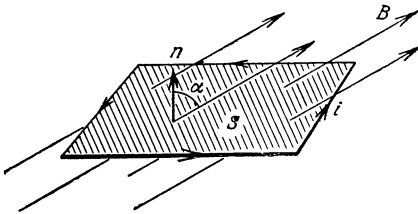


Рис. 166. К определению магнитного потока.

как  $B_n$  — скаляр, то и магнитный поток есть *скалярная* величина.

$B_n$  есть число линий магнитной индукции, проходящих через единицу поверхности рассматриваемой площадки. Поэтому магнитный поток  $B_n S$  равен *полному числу линий магнитной индукции, проходящих через данную поверхность.*

Магнитный поток характеризуется не только своей величиной, но и знаком, в зависимости от того, какой знак имеет  $\cos \alpha$ . Этот знак зависит от выбора положительного направления нормали  $\mathbf{n}$ . Во всех электромагнитных явлениях всегда приходится рассматривать магнитный поток в связи с током, обтекающим контур, ограничивающий рассматриваемую поверхность. Поэтому положительное направление нормали естественно связать с направлением этого тока. Мы будем везде считать, что положительное направление нормали к площадке совпадает с направлением перемещения буравчика с правой нарезкой, вращаемого в направлении тока (ср. рис. 166). Отсюда, в частности, следует, что магнитный поток, создаваемый каким-либо проволочным контуром с током сквозь поверхность, ограниченную им самим, всегда положителен.

Если магнитное поле неоднородно, а рассматриваемая поверхность не плоская, то эту поверхность можно разбить на бесконечно малые

элементы  $dS$ . Каждый элемент поверхности можно рассматривать как плоскую площадку, а любое поле на протяжении этого элемента — как однородное. Поэтому магнитный поток через элемент поверхности есть

$$d\Phi = B_n ds,$$

а полный поток через всю поверхность

$$\Phi = \int_S B_n dS. \quad (95.2)$$

Если в (95.1) и (95.2) выражать  $B$  в тесла, а  $S$  — в  $m^2$ , то магнитный поток окажется также выраженным в единицах СИ (в *веберах* (вб), см. § 102).

Возвращаясь к результатам § 94 и пользуясь понятием магнитного потока, мы можем представить (94.1) в следующем виде:

$$dA = i d\Phi. \quad (95.3)$$

Здесь  $dA$  — работа, совершаемая силами поля, а  $d\Phi$  — увеличение магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную контуром с током.

Если проводник совершает конечное перемещение, то

$$A = i(\Phi_2 - \Phi_1), \quad (95.4)$$

где  $\Phi_2$  — магнитный поток сквозь контур в конце перемещения, а  $\Phi_1$  — поток в начальном положении.

Выражая в этой формуле магнитный поток в *вб*, а силу тока — в *а*, мы получим работу в *дж*.

## § 96. Магнитное поле движущегося заряда

Мы видели выше, что каждый проводник с током создает в окружающем пространстве магнитное поле. Но электрический ток в любом проводнике есть движение заряженных частиц: в металлах — это движение электронов, в электролитах — ионов, в газовом разряде — и ионов, и электронов. Отсюда можно заключить, что *всякий движущийся заряд создает вокруг себя магнитное поле*. Найдем величину этого поля.

Рассмотрим малый отрезок провода длиной  $l$  с током  $i$ . Согласно (86.2) этот отрезок создает в некоторой точке, удаленной на расстоянии  $r$ , напряженность поля

$$\frac{1}{4\pi} \frac{il \sin \vartheta}{r^2}.$$

Но силу тока можно выразить через плотность тока  $j$  и сечение провода  $S$  ( $i = jS$ ), а плотность тока — через концентрацию заряженных



частиц  $n$  и их скорость  $v$  ( $j = nev$ , где  $e$  — заряд частицы). Это дает:

$$iL = jSl = nevSl = Nev,$$

где  $N$  — полное число частиц в отрезке провода. Поэтому напряженность поля можно представить в виде

$$\frac{1}{4\pi} \frac{Nev \sin \vartheta}{r^2}.$$

Отсюда следует, что напряженность поля, вызываемого *одной* заряженной частицей, имеет значение

$$H = \frac{1}{4\pi} \frac{ev \sin \vartheta}{r^2}. \quad (96.1)$$

Направление этого поля перпендикулярно к скорости  $v$  частиц и к радиусу-вектору  $r$ , проведенному из заряда в рассматриваемую точку, и подчиняется, как и прежде, правилу правого буравчика (рис. 167).

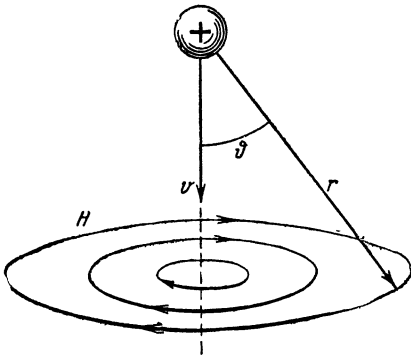


Рис. 167. Магнитное поле движущегося заряда.

Пользуясь обозначениями векторной алгебры, можно выразить и величину и направление поля движущегося заряда одной формулой:

$$H = \frac{1}{4\pi} \frac{e[vr]}{r^3}. \quad (96.2)$$

Эта формула выражает напряженность поля *положительного* заряда, движущегося со скоростью  $v$ . Если движется *отрицательный* заряд, то в формуле нужно заменить  $e$  на  $-e$ .

Сравнивая (96.2) с (86.1), мы видим, что движущийся заряд по своим магнитным действиям эквивалентен элементу тока:

$$iL = ev. \quad (96.3)$$

Формулы (96.1) и (96.2) мы получили из результатов § 86, которые в свою очередь были установлены в опытах с неподвижными (относительно наблюдателя) проводочными контурами. Поэтому и скорость  $v$ , входящая в эти формулы, есть *относительная* скорость, т. е. скорость относительно наблюдателя и тех приборов, которые измеряют магнитное поле (ср. § 157).

### § 97. Опыт Роуланда и Эйхенвальда

Результаты, полученные в § 96, должны быть справедливы не только для движущихся электронов или ионов, но и для *любого заряженного тела*. Если заряженное тело неподвижно относительно наблюдателя, то для этого наблюдателя существует только электрическое поле. Если же заряженное тело движется относительно наблюдателя, то для этого наблюдателя помимо электрического поля существует еще и магнитное поле. Эти выводы были качественно проверены на опыте Роуландом и тщательно изучены А. А. Эйхенвальдом в 1901 г.

Схема одного из опытов Эйхенвальда показана на рис. 168. Два параллельных металлических диска  $D_1$  и  $D_2$  могли вращаться вокруг осей  $O$  и  $O_1$ . Вблизи дисков была подвешена на тонкой нити небольшая магнитная стрелка, ось которой была параллельна плоскости дисков. Для наблюдения за поворотом стрелки с ней было скреплено небольшое зеркальце  $Z$ . Стрелка помещалась внутри проводящего кожуха, предохранявшего ее от действия электрического поля и от токов воздуха при вращении дисков. Оба диска заряжались разноименно и приводились в быстрое вращение. При этом вращался либо один из дисков, либо оба диска вместе, как в одинаковом направлении, так и в противоположном. Опыты показали, что при вращении дисков магнитная стрелка отклоняется, что указывает на появление магнитного поля.

Для количественной проверки формулы (96.3) диски останавливали, по ним пропускали ток от постороннего источника и определяли силу тока, вызывающую то же отклонение стрелки, что и при вращении дисков. Опыты показали, что эта сила тока соответствует формуле (96.3).

Расчет особенно прост, если диск изготовлен из изолирующего материала и имеет металлическую обкладку в виде кольца с разрезом (рис. 169). Малый отрезок  $l$  такого кольца имеет поверхность  $al$  ( $a$  — ширина кольца), а величина заряда на нем есть  $al\sigma$  ( $\sigma$  — поверхностная плотность заряда). Если  $v$  — линейная скорость движения кольца, то согласно (96.3) рассматриваемый отрезок эквивалентен элементу тока:

$$il = al\sigma v,$$

откуда

$$i = a\sigma v.$$

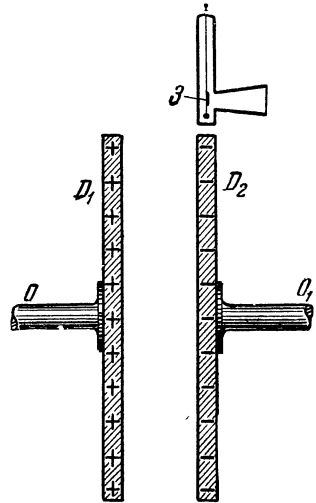


Рис. 168. Опыт Эйхенвальда.

Если средний радиус кольца есть  $r$ , а диск делает  $n$  оборотов в секунду, то  $v = 2\pi rn$ . Учитывая еще, что  $2\pi r \cdot a = S$  есть полная поверхность кольца, имеем:

$$i = av \cdot 2\pi rn = qn,$$

где  $q$  — полный заряд кольца.

Рассмотрим численный пример. Пусть площадь кольца  $S = 100 \text{ см}^2 = 10^{-2} \text{ м}^2$ , а расстояние между дисками  $d = 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м}$ . Тогда емкость дисков

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{10^{-2}}{10^{-2}} = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \text{ ф.}$$

Если напряжение между дисками  $U = 10^4 \text{ в}$ , то

$$q = CU = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \cdot 10^4 = \frac{1}{36\pi} 10^{-5} \text{ к.}$$

При скорости вращения  $n = 100 \text{ об/сек}$  сила тока будет:

$$i = \frac{1}{36\pi} 10^{-5} \cdot 10^2 \approx 0,9 \cdot 10^{-5} \text{ а,}$$

т. е. всего около  $0,01 \text{ ма}$ . Присоединяя концы  $1$  и  $2$  кольца (рис. 169) к источнику тока и создавая в кольце ток такой силы, мы получим то же отклонение стрелки, что и при вращающемся диске.

Приведенный пример показывает, что сила тока получается очень малой, и поэтому возникающие в подобных опытах поля очень слабы. Обычно они в десятки тысяч раз меньше магнитного поля Земли, что делает опыты очень трудными.

Если между дисками  $D_1$  и  $D_2$  поместить диэлектрический диск  $d$  с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  (рис. 170), то заряд на металлических дисках увеличится в  $\epsilon$  раз и будет  $\epsilon q$ . Поэтому при вращении дисков и неподвижном диэлектрике магнитное поле увеличится тоже в  $\epsilon$  раз.

На поверхности диэлектрика возникают поляризационные заряды, величина которых на каждой поверхности диска  $d$  равна  $(\epsilon - 1)q$ . Если оставить диски  $D_1$  и  $D_2$  неподвижными, но вращать диск  $d$ , то также возникает магнитное поле. Это поле будет, однако, намного меньше, чем при вращении дисков  $D_1$  или  $D_2$ , так как на диске  $d$  возникают заряды двух знаков и его действие соответствует двум круговым близким токам, направленным противоположно.

Если, наконец, вращать весь конденсатор с диэлектриком как целое, то на каждом металлическом диске будет движущийся заряд  $\epsilon q$ , а на прилегающей к нему поверхности диэлектрика — заряд противоположного знака

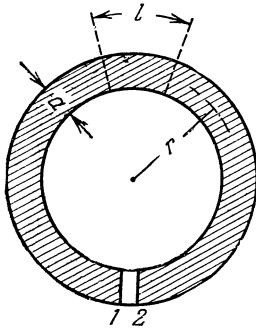


Рис. 169. К опытам Эйхенвальда.

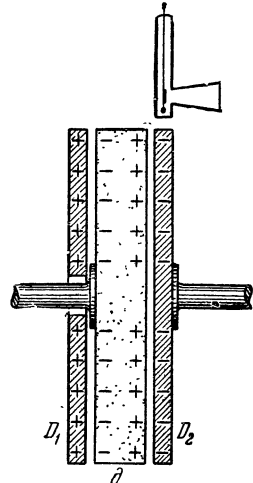


Рис. 170. Опыт Эйхенвальда с движущимся диэлектриком.

—  $(\epsilon - 1)q$ . Поэтому магнитное действие будет пропорционально  $\epsilon q - (\epsilon - 1)q = q$ , т. е. будет таким же, как в отсутствие диэлектрика.

Все эти случаи были проверены на опыте Эйхенвальдом. Эти опыты, следовательно, показали, что любые движущиеся заряды, независимо от их природы, в том числе и поляризационные заряды, вызывают магнитное поле.

### § 98. Сила Лорентца

Вернемся теперь к действию магнитного поля на ток. В § 90 мы видели, что на провод с током в магнитном поле действует сила. Но всякий ток есть движение заряженных частиц (электронов или ионов). Отсюда следует, что *на движущийся заряд в магнитном поле действует сила*.

Нетрудно определить величину этой силы. На провод длиной  $l$  с током  $i$  в магнитном поле действует сила

$$ilB \sin(l, B),$$

где  $B$  — магнитная индукция. С другой стороны, в § 97 мы видели, что

$$il = Nev,$$

где  $N$  — полное число движущихся заряженных частиц внутри провода. Учитывая еще, что направление  $l$  совпадает с направлением скорости  $v$  движения положительных частиц (с направлением тока), мы можем выражение для силы представить в следующем виде:

$$NevB \sin(v, B).$$

Сила, действующая на провод, пропорциональна полному числу движущихся частиц, а значит, сила, действующая на одну частицу, равна

$$F = evB \sin(v, B). \quad (98.1)$$

Направление этой силы перпендикулярно к направлению скорости  $v$  и магнитной индукции  $B$  и подчиняется правилу правого буравчика (рис. 171).

Полученный результат можно выразить в виде векторной формулы

$$F = e[vB], \quad (98.2)$$

дающей и величину, и направление силы.

Выражение (98.2) было впервые получено Лорентцом, и поэтому силу, действующую на движущийся заряд, называют *силой Лорентца*.

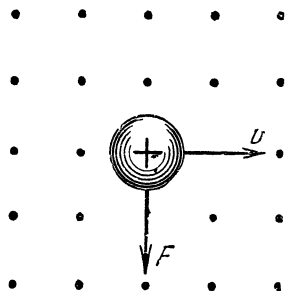


Рис. 171. Направление силы, действующей на движущийся заряд в магнитном поле. Поле направлено к читателю.

Формулу (98.2), так же как и результаты § 96, мы получили, анализируя опытные данные о взаимодействии неподвижных контуров с током. В этих опытах провод с током, на который действовала сила, был неподвижен относительно магнитного поля. Поэтому скорость, входящая в (98.2), есть скорость относительно магнитного поля (ср. § 157).

Сила Лорентца проявляется при движении электронов и ионов в магнитных полях. Эти явления будут рассмотрены в гл. XVII.

## ГЛАВА IX ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

### § 99. Электромагнитная индукция

В предыдущей главе мы видели, что электрические токи создают вокруг себя магнитное поле. Существует и обратное явление: магнитное поле вызывает появление электрических токов. Это явление

было открыто Фарадеем в 1831 г. и получило название *электромагнитной индукции*.

Рассмотрим некоторые опыты, иллюстрирующие электромагнитную индукцию. Для этого воспользуемся двумя проволочными катушками 1 и 2 (рис. 172), одну из которых (1) можно надевать на другую (2). Соединим катушку 1 с гальванометром, а катушку 2 с источником тока. Если катушка 1 неподвижна относительно катушки 2 (т. е. относительно магнитного поля), то в цепи 1

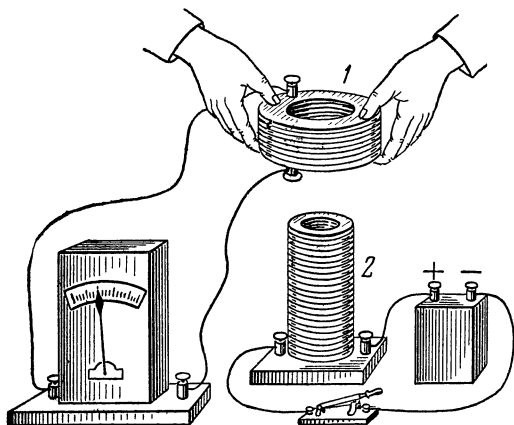


Рис. 172. При движении катушки 1 в магнитном поле катушки 2 появляется ток в цепи катушки 1.

не будет тока, как бы сильно ни было магнитное поле катушки 2. Начнем теперь перемещать катушку 1. Мы увидим, что гальванометр покажет появление тока. Этот ток существует только при движении катушки и он тем сильнее, чем быстрее движется катушка. Ток в цепи катушки 1 возникает и при сближении катушек, и при удалении их, однако токи в обоих случаях имеют противоположные направления.

Если оставить катушку *1* неподвижной, а двигать катушку с током *2*, то гальванометр также показывает ток при движении катушки.

Мы могли бы оставить обе катушки *1* и *2* неподвижными, но изменять силу тока в катушке *2* при помощи реостата. Тогда при всяком изменении силы тока (т. е. магнитного поля) в цепи катушки *1* возник бы ток. Направление тока в катушке *1* при усилении магнитного поля противоположно направлению тока при ослаблении поля; ток в катушке *1* не возникает, если магнитное поле остается постоянным.

Эти опыты показывают, что причиной появления индукционного тока является *изменение магнитного поля*.

Каким образом создается это изменение, безразлично. В опыте, изображенном на рис. 173, обе катушки *1* и *2* неподвижны, но в катушку *2* мы вдвигаем или выдвигаем из нее железный сердечник *C*. При вдвигании сердечника он намагничивается, и магнитное поле усиливается; при выдвигании сердечника поле уменьшается. Ток в цепи катушки *1* течет только при движении сердечника.

Изменяющееся магнитное поле мы можем создать и движением постоянного магнита. Если вовсе удалить катушку с током *2* и вдвигать (или выдвигать) в катушку *1* постоянный магнит, то гальванометр также показывает ток. Этот ток возникает и в том случае, если движется катушка, а магнит находится в покое. Наблюдая направления тока при сближении магнита и катушки и при удалении, можно убедиться, что они противоположны, так же как и в предыдущих опытах.

Результаты своих многочисленных опытов Фарадей выразил в следующей наглядной форме. Будем изображать магнитное поле при помощи линий магнитной индукции. Тогда величина магнитной индукции будет характеризоваться густотой линий индукции. Представим себе теперь, что замкнутый проводник движется в магнитном поле и переходит в область более сильного поля. Тогда количество линий индукции, охватываемых проводником, увеличится. Напротив,

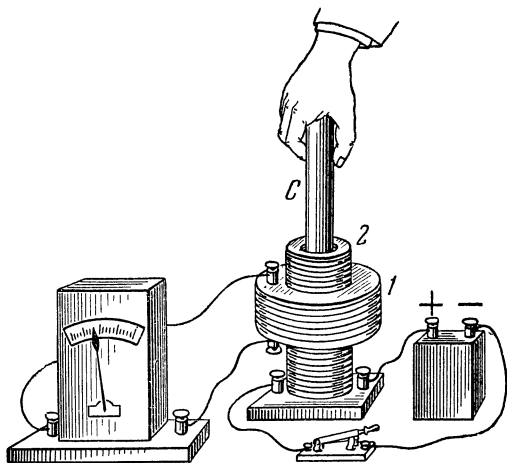


Рис. 173. При движении железного сердечника *C* магнитное поле катушки *2* изменяется и в цепи катушки *1* появляется ток.

при движении проводника в область более слабого поля число линий индукции, охватываемых проводником, уменьшится. Но магнитное поле есть поле *вихревое* (§ 88), и его линии индукции всегда замкнуты. Вследствие этого линии индукции поля сцеплены с проводочным контуром наподобие звеньев цепи (рис. 174). Поэтому всякое изменение количества линий индукции, охватываемых контуром, может произойти только в результате *пересечения* ими проводочного контура. Точно так же, если проводник находится в покое,

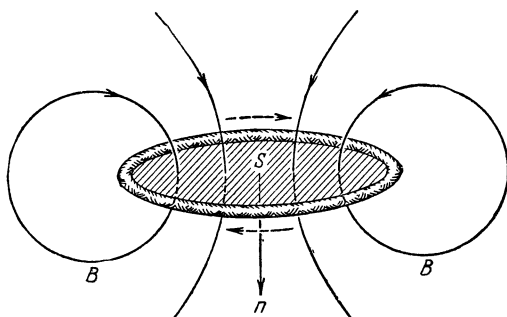


Рис. 174. Замкнутый проводник и линии магнитной индукции «сцеплены» между собой.

*но изменяется величина магнитной индукции, то при усилении поля густота линий индукции будет увеличиваться и они будут стягиваться друг к другу, а при ослаблении поля — расходиться друг от друга. И в этом случае произойдет пересечение некоторого числа линий индукции проводником. Поэтому Фарадей заключил, что индукционный ток возникает в проводнике в том случае, если проводник или какая-либо его часть пересекает линии магнитной индукции.*

Открытие электромагнитной индукции имело огромное научное и техническое значение. Это явление показало, что можно не только получить магнитное поле при помощи токов, но и, наоборот, получить электрические токи при помощи магнитного поля. Этим была установлена окончательно взаимная связь между электрическими и магнитными явлениями.

Техническое значение этого открытия заключается в том, что на явлении электромагнитной индукции основано действие всех мощных источников тока (промышленных генераторов постоянного и переменного тока, трансформаторов и др.), без которых современное развитие электротехники было бы невозможно.

## § 100. Закон Ленца

Э. Х. Ленц установил важный закон, позволяющий определить направление индукционного тока. Он сформулировал найденный им закон следующим образом: «Если металлический проводник перемещается вблизи гальванического тока или вблизи магнита, то в нем возбуждается гальванический ток такого направления, которое вызвало бы движение покоящегося провода в направлении, прямо про-

тивоположном направлении движения, навязанного здесь проводу извне, в предположении, что находящийся в покое провод может двигаться только в направлении этого последнего движения или в прямо противоположном».

В более сжатой форме закон Ленца можно выразить так: *индукционный ток во всех случаях направлен таким образом, что его действие противоположно действию причины, вызвавшей этот ток.*

Поясним закон Ленца на примере. Уравновесим прямой магнит (рис. 175) таким образом, чтобы он мог перемещаться с малым трением в вертикальном направлении. Расположим под магнитом проволочную катушку так, чтобы магнит мог свободно входить в нее, и соединим катушку с гальванометром. Быстро *вдвинем* теперь магнит в катушку, перемещая его рукой сверху вниз. При этом в цепи катушки возникнет индукционный ток и гальванометр даст отброс. Заметив направление индукционного тока (направление отклонения стрелки), разомкнем цепь и, оставив магнит внутри катушки, присоединим концы проводов к батарее элементов (гальванометр перед этим нужно зашунтировать, так как ток от батареи будет гораздо сильнее индукционного тока). Если ток в катушке имеет то же направление, которое имел индукционный ток, то магнит *выталкивается* из катушки.

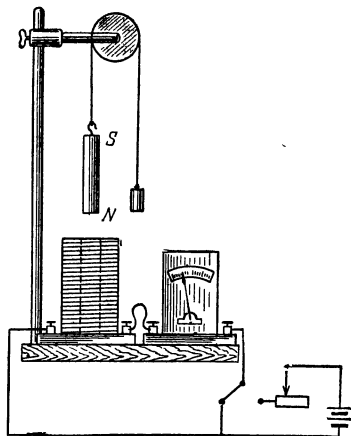


Рис. 175. Демонстрация закона Ленца.

Закон Ленца применим и к тем случаям, когда проводники неподвижны, а изменяется магнитное поле (сила тока). В этом случае индукционные токи всегда вызывают такое поле, которое стремится противодействовать изменениям внешнего поля, вызвавшим эти токи. Так, например, если в опыте (рис. 172) катушки неподвижны, то при включении тока в катушку 2 (его нарастании) направление тока в катушке 1 будет противоположно (индукционный ток стремится ослабить нарастающее поле катушки 2), а при выключении тока (его убывании) ток в катушке 1 будет направлен так же, как и в катушке 2 (стремится поддержать ослабевающее магнитное поле).

Закон Ленца вытекает из закона сохранения энергии. Действительно, индукционные токи, как и всякие электрические токи, производят определенную работу. Но это значит, что при движении замкнутого проводника в магнитном поле должна быть произведена



дополнительная работа внешних сил. Эта работа и возникает потому, что индукционные токи, взаимодействуя с магнитным полем, вызывают силы, направленные противоположно движению, т. е. препятствующие этому движению.

### § 101. Основной закон электромагнитной индукции

В результате многочисленных опытов Фарадей установил основной количественный закон электромагнитной индукции. Однако мы рассмотрим сначала другую формулировку этого закона, данную впоследствии Максвеллом.

Возникновение индукционного тока показывает, что при электромагнитной индукции в проводнике появляется определенная *электродвижущая сила*. В § 99 мы видели, что индукционный ток, а следовательно, и э. д. с. индукции появляются только в том случае, если проводник *пересекает* линии магнитной индукции, т. е. если полное число линий индукции, проходящих через площадь, ограниченную проводочным контуром, изменяется (рис. 174). Но полное число линий магнитной индукции, проходящих через какую-либо поверхность, есть магнитный поток через эту поверхность. Отсюда можно заключить, что причина появления э. д. с. электромагнитной индукции есть *изменение магнитного потока*. Анализируя результаты опытов Фарадея, Максвелл установил, что во всех случаях *э. д. с. электромагнитной индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока через площадь, ограниченную контуром*. Или, иначе:

$$\mathcal{E} = f \frac{d\Phi}{dt},$$

где  $\mathcal{E}$  — э. д. с.,  $\Phi$  — магнитный поток,  $t$  — время, а  $f$  — множитель пропорциональности, зависящий только от выбора единиц.

В системе единиц СИ э. д. с. измеряют в вольтах, а время — в секундах. Закон же электромагнитной индукции используют для *определения* единицы магнитного потока *вебера*, с которой мы уже встречались в § 95. А именно, ее выбирают таким образом, чтобы множитель  $f$  обратился в единицу.

Приведенный выше закон электромагнитной индукции показывает, что малое изменение магнитного потока  $d\Phi$  пропорционально произведению  $\mathcal{E} dt$  из мгновенного значения э. д. с. и промежутка времени  $dt$ , в течение которого происходит рассматриваемое изменение потока. Это произведение, по аналогии с механикой, называют *импульсом напряжения*. В случае конечного изменения потока импульс напряжения есть  $\int \mathcal{E} dt$ , где суммирование распространяется на все время изменения потока. Единицей измерения импульса напряжения является *вольт-секунда* ( $v \cdot \text{сек}$ ). Пользуясь этим поня-

тием, мы приходим к следующему определению вебера: это такой магнитный поток; при убывании которого до нуля в неразветвленной цепи, сцепленной с этим потоком, возникает импульс напряжения в 1 вольт-секунду:

$$1 \text{ вб} = 1 \text{ в} \cdot \text{сек.}$$

Отсюда также следует определение единицы СИ для измерения магнитной индукции — *тесла* (*тл*). Так как магнитная индукция есть плотность магнитного потока или, иначе, магнитный поток через единицу поверхности, то

$$1 \text{ тл} = 1 \frac{\text{вб}}{\text{м}^2}.$$

Остановимся теперь на *знаке* э. д. с. электромагнитной индукции. В § 95 мы приписали магнитному потоку определенный знак, который зависит от выбора положительной нормали к плоскости контура. Это направление нормали мы связали при помощи правила правого буравчика с положительным направлением тока в контуре. Поэтому, выбирая (произвольно) определенное положительное направление нормали, мы определяем как знак потока, так и положительное направление тока и э. д. с. в контуре. Пользуясь этим, можно выразить э. д. с. индукции и по величине, и по знаку следующей формулой:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}, \quad (101.1)$$

которая и представляет собой основной закон электромагнитной индукции в форме, данной Максвеллом.

Знак минус в этой формуле соответствует закону Ленца. Поясним это на конкретном примере. Пусть положительное направление нормали совпадает с направлением поля (рис. 174). Тогда поток сквозь контур будет положительным. Положительное направление тока определяется выбором направления нормалей и на рис. 174 показано пунктиром. Если теперь магнитное поле увеличивается, т. е.  $\frac{d\Phi}{dt} > 0$ , то согласно (101.1)  $\mathcal{E} < 0$ , а следовательно, и  $i < 0$ . Это значит, что направление индукционного тока противоположно выбранному нами положительному направлению.

Формула (101.1) выражает закон электромагнитной индукции в общей форме. Она применима как к неподвижным контурам, так и к движущимся проводникам в магнитном поле. Входящая в нее производная от магнитного потока по времени в общем случае состоит из двух частей, одна из которых обусловлена изменением магнитной индукции во времени, а другая — движением контура относительно магнитного поля (или его деформацией). Рассмотрим некоторые примеры применения этого закона.

### § 102. Примеры применения

**Пример 1.** Рассмотрим прямолинейный проводник длиной  $l$ , движущийся параллельно самому себе в магнитном поле (рис. 176). Этот проводник может входить в состав замкнутой цепи, остальные части которой неподвижны. Найдем э. д. с., возникающую в проводнике.

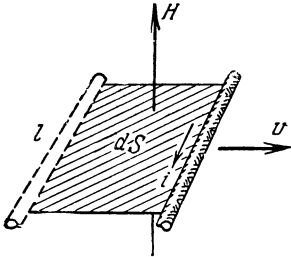


Рис. 176. Движение проводника в магнитном поле.

Если мгновенное значение скорости проводника есть  $v$ , то за малое время  $dt$  он опишет площадь  $dS = lv dt$  и за это время пересечет все линии магнитной индукции, проходящие через  $dS$ . Поэтому изменение магнитного потока через контур, в состав которого входит движущийся проводник, будет  $d\Phi = B_n lv dt$ . Здесь  $B_n$  — составляющая магнитной индукции, перпендикулярная к  $dS$ . Подставляя это в формулу (101.1), получаем величину э. д. с.

$$\mathcal{E} = B_n lv. \quad (102.1)$$

Направление индукционного тока и знак э. д. с. в движущихся проводниках часто бывает удобно определять при помощи *правила правой руки*, вытекающего из закона Ленца. Для этого нужно большой, указательный и средний пальцы расположить перпендикулярно друг другу и направить большой палец по движению проводника ( $\mathcal{D}$ ), а указательный — в направлении поля ( $\Pi$ ). Тогда средний палец укажет направление тока ( $\mathcal{T}$ ) и знак э. д. с. (рис. 177). Запоминание правила облегчается тем, что порядок следования букв  $\mathcal{D}$ ,  $\Pi$ ,  $\mathcal{T}$  совпадает с их последовательностью в алфавите.

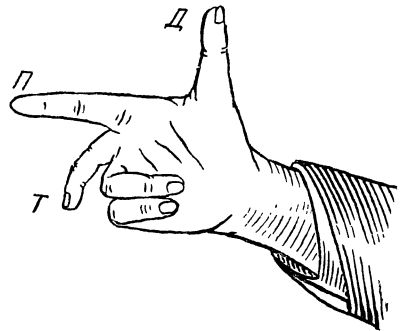


Рис. 177. Правило правой руки.

**Пример 2.** Пусть в магнитном поле имеется замкнутый проволочный контур, пронизываемый потоком магнитной индукции  $\Phi$ . Положим, далее, что этот поток уменьшается до нуля, и вычислим полную величину заряда, прошедшего по цепи.

Мгновенное значение э. д. с. в процессе исчезновения магнитного потока выражается формулой (101.1). Следовательно, согласно закону Ома мгновенное значение силы тока есть

$$i = - \frac{1}{r} \frac{d\Phi}{dt},$$

где  $r$  — полное сопротивление цепи. Величина прошедшего заряда

$$q = \int i dt = -\frac{1}{r} \int_{\Phi}^0 d\Phi = \frac{\Phi}{r}. \quad (102.2)$$

Полученное соотношение выражает закон электромагнитной индукции в форме, найденной Фарадеем, который из своих опытов заключил, что величина заряда, прошедшего по цепи, пропорциональна полному числу линий магнитной индукции, пересеченных проводником, и обратно пропорциональна сопротивлению цепи.

**Пример 3.** Рассмотрим численный пример. Вертикальный проводник (автомобильная антенна) длиной  $l = 2$  м движется с востока на запад в магнитном поле Земли со скоростью  $v = 60$  км/час  $= 60 \frac{10^3}{60 \cdot 60}$  м/сек. Вычислим напряжение между концами проводника.

Так как проводник разомкнут, то тока в нем не будет и напряжение на концах будет равно э. д. с. индукции. Учитывая, что горизонтальная составляющая магнитной индукции поля Земли (т. е. составляющая, перпендикулярная к направлению движения) для средних широт равна около  $0,2 \cdot 10^{-4}$  вб/м<sup>2</sup>, по формуле (102.1) находим:

$$U = B_n l v = 0,2 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \frac{10^3}{60} = \frac{2}{3} \cdot 10^{-3} \text{ в,}$$

т. е. около 1 мв.

Магнитное поле Земли направлено с юга на север. Поэтому мы находим (например, по правилу правой руки), что э. д. с. направлена сверху вниз. Это значит, что нижний конец провода будет иметь более высокий потенциал (зарядится положительно), а верхний — более низкий (зарядится отрицательно).

**Пример 4.** Найдем, чему равно напряжение между концами прямолинейного проводника, вращающегося равномерно в однородном магнитном поле вокруг одного из концов (рис. 178).

При повороте на угол  $\alpha$  проводник описывает площадь  $S = \frac{1}{2} l \cdot l\alpha$  и при этом пересекает число линий магнитной индукции  $N = \frac{1}{2} l^2 \alpha \cdot B_n$ , где  $B_n$  — составляющая магнитной индукции, перпендикулярная к  $S$ . Поэтому величина напряжения между концами равна

$$U = \frac{dN}{dt} = \frac{1}{2} B_n l^2 \frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{2} B_n l^2 \omega,$$

где  $\omega$  — угловая скорость вращения. Полагая, например,  $B_n = 1$  вб/м<sup>2</sup>,  $l = 0,1$  м и  $\omega = 200\pi$  сек<sup>-1</sup> (100 об/сек), находим:

$$U = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot 200\pi = 3,14 \text{ в.}$$

Если магнитное поле направлено от чертежа к читателю и проводник

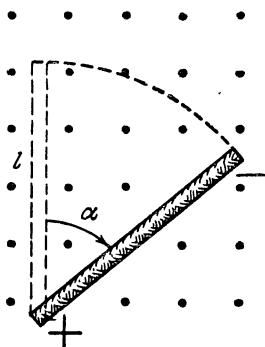


Рис. 178. Вращение проводника в магнитном поле.

вращается по часовой стрелке (как на рис. 178), то более высокий потенциал будет на оси вращения.

**Пример 5.** Замкнутый виток проволоки движется поступательно в однородном магнитном поле (рис. 179).

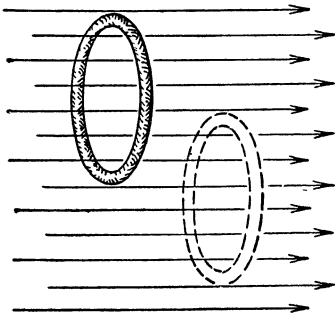


Рис. 179. Движение витка в магнитном поле без изменения магнитного потока.

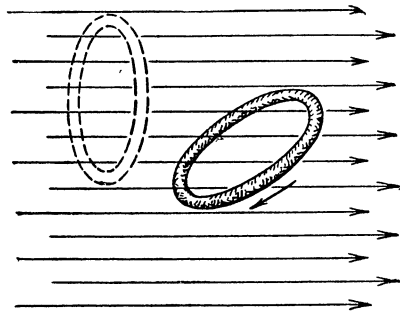


Рис. 180. Вращение витка в магнитном поле.

В этом случае магнитный поток сквозь площадь витка остается при движении постоянным и согласно (101.1) э. д. с. индукции  $\mathcal{E} = 0$ . Поэтому и тока в витке не будет. В рассматриваемом примере отдельные части витка пересекают линии магнитной индукции и в них имеются э. д. с. Однако полная э. д. с. контура, равная сумме э. д. с., возникающих в отдельных его частях, оказывается равной нулю.

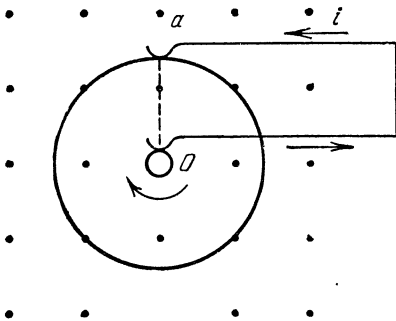


Рис. 181. Вращение диска в магнитном поле.

Чтобы в замкнутом жестком контуре, движущемся в однородном поле, возникла э. д. с., контур должен поворачиваться (рис. 180).

**Пример 6.** Рассмотрим металлический диск, вращающийся в магнитном поле. Диск может быть включен в цепь при помощи скользящих контактов, касающихся его оси  $O$  и точки окружности  $a$  (рис. 181). Магнитное поле перпендикулярно к плоскости диска. Найдём э. д. с. индукции, возникающую при вращении диска.

В этом примере движущимся проводником, входящим в состав цепи, является радиальная часть диска, замыкающая точки  $O$  и  $a$ . Так как э. д. с. индукции не зависит от вещества проводника и его сечения, то ее величина такая же, как и в примере 2. Она равна числу линий магнитной индукции, пересекаемых радиусом диска  $Oa$  в 1 сек.

### § 103. Измерение магнитной индукции

На явлении электромагнитной индукции основан простой и удобный способ измерения магнитной индукции. Для этого служит флюксметр (от лат. flux — поток). Он состоит из небольшой плоской проволочной катушки, соединенной с баллистическим гальванометром

(рис. 182). Чтобы в случае неоднородного поля по возможности приблизиться к значению индукции в определенной точке поля, размеры катушки делают малыми (диаметр около 1 см).

При измерениях катушку флюксметра ориентируют перпендикулярно к направлению магнитной индукции. Тогда магнитный поток через катушку равен  $\Phi = BS_n$ , где  $S$  — площадь катушки, а  $n$  — число витков проволоки. Затем магнитный поток через катушку быстро уменьшают до нуля. Это можно осуществить, быстро выдергивая катушку из области магнитного поля или выключая токи, создающие магнитное поле, или, наконец, поворачивая катушку на  $90^\circ$ . При этом, согласно формуле (102.2), по цепи пройдет заряд

$$q = \frac{\Phi}{r} = \frac{Sn}{r} B = aB.$$

Поэтому, измеряя заряд  $q$  баллистическим гальванометром и зная постоянную прибора  $a$  ( $\kappa \cdot \text{м}^2/\text{вб}$ ), можно определить магнитную индукцию  $B$ . Значение постоянной  $a$  обычно не вычисляют, а определяют опытным путем при помощи полей (длинные соленоиды).

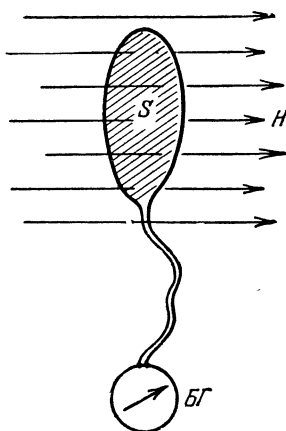


Рис. 182. Принцип флюксметра.

не вычисляют, а определяют с известной индукцией

## § 104. Измерение магнитного напряжения

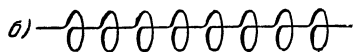
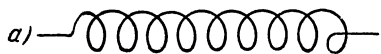
Пользуясь электромагнитной индукцией, можно просто измерить и магнитное напряжение, введенное нами в § 88.

Рассмотрим длинную катушку в магнитном поле (рис. 183, а). Ее можно представить как совокупность замкнутых витков и прямолинейных отрезков, соединяющих витки (рис. 183, б). Если магнитное поле быстро уменьшается до нуля, то по цепи катушки протечет некоторый заряд, обусловленный кратковременным импульсом напряжения в круговых витках и в прямолинейных отрезках. Действие прямолинейных отрезков можно исключить, если сделать катушку двухслойной (рис. 183, в), так как в этом случае прямолинейные отрезки внутренней и наружной обмоток вызывают противоположные токи во внешней цепи, и поэтому остается только действие витков катушки.

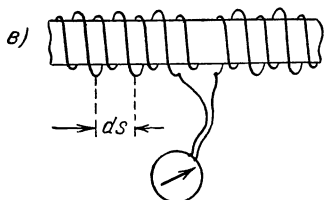
Вычислим величину заряда, протекающего в цепи за время исчезновения поля. Если  $n$  — число витков катушки на единице длины (в обоих слоях), то на элементе длины  $ds$  катушки будет  $n ds$  витков, которые, согласно сказанному в § 103, дадут заряд

$$dq = \frac{Sn}{r} B_s ds = \mu_0 \frac{Sn}{r} H_s ds.$$

Здесь  $B_s$  и  $H_s$  — проекции магнитной индукции и, соответственно, напряженности магнитного поля на направление  $ds$ ,  $\mu_0$  — магнитная постоянная, а остальные обозначения имеют прежние значения. Поэтому полный заряд, прошедший по цепи, будет:



$$q = \mu_0 \frac{Sn}{r} \int_l H_s ds = AU_M. \quad (104.1)$$



Здесь интегрирование производится по контуру  $l$ , совпадающему с осью катушки. Заряд оказывается пропорциональным магнитному напряжению  $U_M$ , и поэтому, изгибая катушку должным образом, можно измерить магнитное напряжение по любому контуру.

Рис. 183. Схема пояса Роговского.

Для подобных измерений служит *пояс Роговского*, представляющий собой узкую двухслойную катушку, намотанную на гибкий ремень

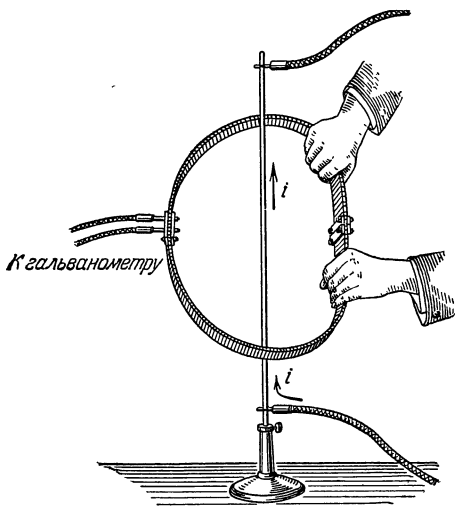


Рис. 184. Измерение магнитного напряжения в поле прямого тока. Пояс Роговского охватывает ток один раз.

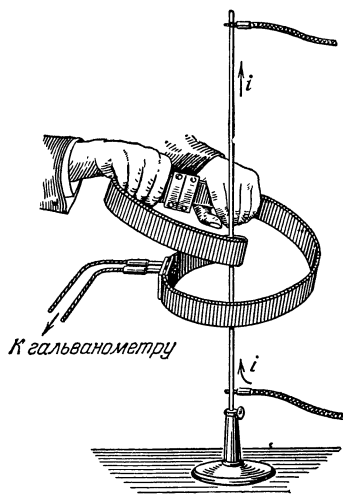


Рис. 185. Пояс Роговского охватывает ток два раза.

(рис. 184). Концы обмотки, сходящиеся в середине внешнего слоя, присоединяют к баллистическому гальванометру.

Пользуясь поясом Роговского, можно проверить основную теорему о магнитном напряжении, установленную в § 88. Если изогнуть пояс Роговского таким образом, чтобы образовался замкнутый контур, охватывающий ток (рис. 184), и затем выключить ток, создающий магнитное поле, то отброс баллистического гальванометра укажет магнитное напряжение по замкнутому контуру. При этом легко убедиться, что отброс гальванометра не изменяется при любом изгибании пояса Роговского, пока образованный им контур охватывает ток один раз. Если замкнутый контур охватывает ток два раза (рис. 185), то и отброс гальванометра возрастает вдвое. Если пояс образует замкнутый контур, не охватывающий ток, то гальванометр не дает никакого отброса.

Пользуясь поясом Роговского, можно измерить магнитное напряжение по любому контуру, замкнутому или разомкнутому, и в любом магнитном поле, независимо от того, создано ли это поле контурами с током или магнитами.

### § 105. Самоиндукция

Явление электромагнитной индукции наблюдается во всех случаях, когда изменяется магнитный поток, пронизывающий контур. В частности, этот поток может создаваться током, текущим в самом рассматриваемом контуре. Поэтому при всяком изменении силы тока в каком-либо контуре в нем возникает э. д. с. индукции, которая вызывает дополнительный ток в контуре. Это явление называется *самоиндукцией*, а дополнительные токи, вызываемые э. д. с. самоиндукции, — *экстратоками* самоиндукции.

На рис. 186 дана схема опыта для наблюдения экстратоков. Катушка  $L$ , имеющая несколько тысяч витков проволоки, включена в цепь, содержащую батарею  $B$ , реостат  $r$  и выключатель  $K$ . Параллельно катушке присоединен грубый гальванометр  $G$ . При замкнутом ключе ток батареи разветвляется: его часть  $i$  проходит через катушку, а часть  $i_1$  — через гальванометр. Если разомкнуть ключ, то магнитный поток в катушке будет исчезать и в ней возникнет экстраток самоиндукции  $I$  (*экстраток размыкания*). В соответствии с законом Ленца он будет препятствовать убыванию магнитного потока, т. е. будет направлен в катушке так же, как и убывающий ток. Этот экстраток проходит целиком через гальванометр, где его направление противоположно первоначальному току  $i_1$ . Поэтому гальванометр дает отброс в обратную сторону.

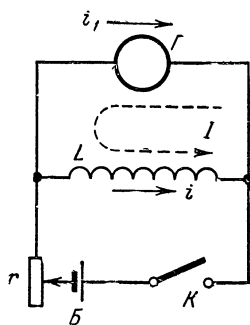


Рис. 186. Наблюдение экстратока самоиндукции.



При замыкании ключа (установлении тока) в катушке также возникает экстраток (*экстраток замыкания*). Его направление в катушке противоположно нарастающему току батареи. Однако в случае замыкания экстраток делится между батареей и гальванометром и, кроме того, его направление в гальванометре — такое же, как и нарастающего тока батареи  $i_1$ . Поэтому экстраток замыкания заметен гораздо хуже.

Если поместить в катушку железный сердечник, то экстратоки значительно увеличиваются. В этом случае гальванометр можно заменить небольшой лампочкой накаливания. При размыкании ключа лампочка дает яркую вспышку.

Рассмотрим, от чего зависит э. д. с. самоиндукции. Величина магнитной индукции (плотности магнитного потока) в любой точке поля пропорциональна силе тока  $i$  в катушке. Поэтому и магнитный поток  $\Phi$ , пронизывающий катушку, пропорционален току

$$\Phi = Li. \quad (105.1)$$

Коэффициент пропорциональности  $L$  называется *коэффициентом самоиндукции* или *индуктивностью контура*. Если  $i = 1$ , то  $\Phi = L$ , т. е. индуктивность контура равна магнитному потоку через этот контур при силе тока в контуре, равной единице.

Единицей индуктивности служит *генри* ( $гн$ ). Это индуктивность такого контура, в котором при силе тока 1 а возникает магнитный поток 1 вб:

$$1 \text{ гн} = 1 \frac{\text{вб}}{\text{а}}.$$

Применяя к явлению самоиндукции основной закон электромагнитной индукции (§ 101), мы получаем для э. д. с. самоиндукции выражение

$$\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt}. \quad (105.2)$$

Э. д. с. самоиндукции пропорциональна производной тока по времени, т. е. *быстроте изменения* тока.

Индуктивность какого-либо контура зависит от его *формы* и *размеров*, а также от *свойств окружающей среды*.

Будем считать сначала, что контур находится в вакууме или, что практически то же, в атмосферном воздухе. Чтобы вычислить индуктивность контура, нужно найти сначала магнитный поток  $\Phi$  через этот контур, создаваемый током некоторой силы  $i$ . После этого индуктивность можно найти по формуле (105.1).

Рассмотрим некоторые примеры.

**Пример 1. Индуктивность соленоида.** Длину соленоида будем считать большой по сравнению с его диаметром и поэтому будем пренебрегать искажением поля вблизи концов соленоида. В этом

предположении напряженность поля во всех точках внутри соленоида можно считать одинаковой и, согласно § 88, имеющей величину

$$H = ni = \frac{Ni}{l}.$$

Здесь  $n$  — число витков на единицу длины,  $N$  — полное число витков, а  $l$  — длина соленоида. Если  $S$  — площадь сечения соленоида, то магнитный поток через один виток

$$\Phi_1 = \mu_0 \frac{Ni}{l} S,$$

а полный поток через все  $N$  витков

$$\Phi = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i.$$

Поэтому индуктивность длинного соленоида в воздухе

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}. \quad (105.3)$$

Эта формула определяет и индуктивность замкнутой тороидальной катушки. Если  $S$  в (105.3) выражать в  $m^2$ , а  $l$  — в  $m$ , то  $L$  будет выражено в генри.

Если длина соленоида невелика по сравнению с его диаметром, то формула (105.3) становится неточной. В этом случае вводят поправочный множитель, значение которого можно найти в справочниках по радиотехнике.

**Пример 2. Индуктивность двухпроводной линии.** Пусть имеются два длинных параллельных провода, входящих в цепь тока (рис. 187). Радиус каждого из проводов равен  $a$ , а расстояние между их осями  $d$ . Вычислим магнитный поток через площадь, ограниченную осями проводов, для отрезка линии длины  $l$ . Рассмотрим сначала магнитное поле одного левого провода. В области  $0 < x < a$  (внутри провода) напряженность поля равна (§ 88)

$$\frac{i}{2\pi a^2} x,$$

и поэтому поток через часть рассматриваемой площади, лежащей внутри провода, есть

$$\mu_0 \frac{il}{2\pi a^2} \int_0^a x \, dx = \frac{\mu_0}{4\pi} li.$$

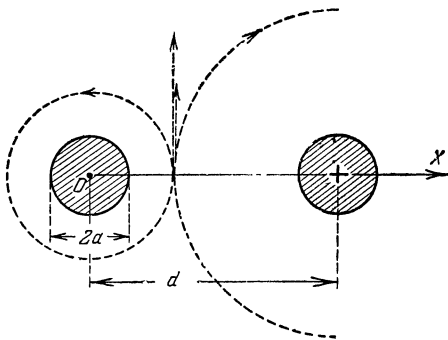


Рис. 187. К вычислению индуктивности двухпроводной линии.

Напряженность поля в области  $x > a$  равна (§ 88)

$$\frac{i}{2\pi x},$$

что дает для потока через остальную часть площади:

$$\mu_0 \frac{il}{2\pi} \int_a^d \frac{dx}{x} = \mu_0 \frac{il}{2\pi} \ln \frac{d}{a}.$$

Так как токи в обоих проводах направлены противоположно, то направления полей, создаваемых обоими проводами между их осями, одинаковы (см. рис. 187). Поэтому полный поток  $\Phi$ , создаваемый обоими проводами, будет в два раза больше потока от одного провода:

$$\Phi = \frac{\mu_0}{\pi} \left( \frac{1}{2} + \ln \frac{d}{a} \right) li.$$

Отсюда получаем формулу для индуктивности двухпроводной линии:

$$L = \frac{\Phi}{i} = \frac{\mu_0}{\pi} \left( \frac{1}{2} + \ln \frac{d}{a} \right) l. \quad (105.4)$$

Если длина линии  $l$  выражена в метрах, то индуктивность  $L$  будет выражена в генри. Обычно радиус проводов  $a$  очень мал по сравнению с расстоянием  $d$  между ними, и поэтому дробью  $1/2$  в скобках можно пренебречь по сравнению с  $\ln \frac{d}{a}$ .

**Единица измерения магнитной постоянной  $\mu_0$ .** Понятие индуктивности используют в системе единиц СИ для образования единицы измерения магнитной постоянной  $\mu_0$  (магнитной проницаемости вакуума). Определяющим соотношением служит выражение для индуктивности контура (любой формы). Так, например, если воспользоваться выражением для индуктивности соленоида (105.3) и, в соответствии с правилом образования производных единиц, записать выражение для  $\mu_0$  и затем заменить все величины единицами их измерения, то мы получим единицу измерения  $\mu_0$  в системе СИ в виде

$$1 \text{ единица } \mu_0 = 1 \frac{2\text{н} \cdot \text{м}}{\text{м}^2} = 1 \frac{2\text{н}}{\text{м}}.$$

Как уже говорилось раньше, она получила название *генри на метр*.

## § 106. Магнитная проницаемость вещества

Опыт показывает, что индуктивность всякого контура зависит еще от свойств среды, в которой находится этот контур. В этом можно убедиться при помощи опыта, описанного в § 105 (рис. 186). Если вдвинуть в катушку  $L$  железный сердечник, то при всех прочих одинаковых условиях сила экстратоков возрастает во много раз, а значит, сильно увеличивается и индуктивность катушки.

Будем считать, что окружающая среда однородна и заполняет все пространство, где имеется магнитное поле. Для замкнутой тороидаль-

ной катушки это практически значит, что среда находится везде внутри катушки, так как поле вне тороида весьма мало (поле одного замкнутого витка). Это справедливо и для длинного соленоида.

Пусть  $L_0$  есть индуктивность некоторого контура в вакууме, а  $L$  — индуктивность того же контура в однородном веществе, заполняющем все магнитное поле. Отношение

$$\frac{L}{L_0} = \mu \quad (106.1)$$

называют *магнитной проницаемостью* вещества. Магнитная проницаемость есть величина, характеризующая магнитные свойства вещества, и зависит от рода вещества и его состояния (например, от температуры).

Мы ввели магнитную проницаемость  $\mu$  аналогично диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  (§ 36). И в этом случае величина  $\mu$ , определяемая формулой (106.1), есть *отношение абсолютных значений магнитных проницаемостей рассматриваемого вещества и вакуума* ( $\mu_0$ ) или магнитная проницаемость *относительно вакуума*. Очевидно, что  $\mu$ , как и  $\epsilon$ , есть безразмерная величина. Абсолютное же значение магнитной проницаемости вещества  $\mu\mu_0$  имеет ту же размерность, что и  $\mu_0$ .

Тот факт, что среда влияет на индуктивность контура, показывает, что с изменением среды меняется и магнитный поток, пронизывающий контур. В среде с магнитной проницаемостью  $\mu$ , при том же токе в контуре, магнитный поток  $\Phi$  в  $\mu$  раз больше, нежели поток  $\Phi_0$  в вакууме. Физические причины увеличения магнитного потока будут рассмотрены в гл. XI.

## § 107. Исчезновение и установление тока

Экстратоки самоиндукции в соответствии с законом Ленца всегда препятствуют изменениям тока, их вызвавшим. При включении в цепь источника тока экстратоки направлены противоположно току, создаваемому источником. При выключении из цепи источника тока экстратоки имеют то же направление, что и ослабевающий ток источника. Поэтому индуктивность цепи проявляется в *замедлении* процессов исчезновения и установления тока. Рассмотрим это явление подробнее.

Пусть имеется цепь, содержащая источник тока с э. д. с.  $\mathcal{E}$ , сопротивление  $r$  и индуктивность  $L$  (рис. 188). При разомкнутом ключе  $K$  в цепи будет действовать э. д. с. источника и в ней установится ток силы  $I_0 = \mathcal{E}/r$ . Если замкнуть ключ  $K$ , то источник тока будет выключен из цепи и ток начнет исчезать.

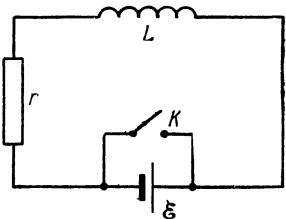


Рис. 188. Цепь с индуктивностью, сопротивлением и э. д. с.

Найдем закон исчезновения тока. Обозначим через  $i$  мгновенную силу тока в момент времени  $t$  и применим к контуру  $LKrL$  второе правило Кирхгофа (§ 77). Учтывая, что в цепи действует э. д. с. самоиндукции  $-L \frac{di}{dt}$ , имеем:

$$ri = -L \frac{di}{dt}.$$

В этом уравнении переменные разделяются:

$$\frac{di}{i} = -\frac{r}{L} dt,$$

и поэтому интегрированием находим:

$$i = Ce^{-\frac{r}{L} t}.$$

Постоянная интегрирования  $C$  может быть определена из начального условия. Положим, что источник был выключен в момент времени  $t = 0$ . Тогда начальное условие есть  $t = 0$ ,  $i = i_0$ , откуда  $C = i_0$ . Поэтому закон убывания тока принимает вид:

$$i = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (107.1)$$

где обозначено:

$$\tau = \frac{L}{r}. \quad (107.2)$$

Величина  $\tau$  имеет размерность времени и называется *постоянной времени* цепи с индуктивностью и сопротивлением. Из (107.1) видно, что  $\tau$  есть время, в течение которого сила тока уменьшается в  $e = 2,718$  раза. Чем больше индуктивность и меньше сопротивление, тем медленнее происходит исчезновение тока.

Отметим, что согласно (107.1) сила тока *асимптотически* стремится к нулю, так что полное исчезновение тока ( $i = 0$ ) наступает только через время  $t = \infty$ . Однако практически исчезновение тока обозначает, что его сила сделалась достаточно малой. А такое *почти* установившееся состояние достигается в конечное время, однако тем большее, чем больше постоянная времени  $\tau$ .

При вычислениях по формуле (107.1)  $r$ ,  $L$  и  $t$  должны быть выражены в одной и той же системе единиц. Если  $r$  и  $L$  выражены в системе СИ, то  $\tau$  будет выражено в секундах. •

Рассмотрим численный пример. Пусть  $L = 1$  гн, а  $r = 100$  ом. Тогда  $\tau = 0,01$  сек. и через это время ток уменьшится в  $e = 2,718$  раза. Ток уменьшится до 0,001 первоначальной величины через время  $t$ , которое можно определить из (107.1):

$$\ln 1000 = \frac{t}{0,01},$$

откуда  $t = 0,069$  сек.

Если в цепи, изображенной на рис. 188, ключ  $K$  сначала был замкнут и затем внезапно разомкнут, то в цепи начнется процесс установления тока. В этом случае в цепи будут действовать э. д. с. источника  $\mathcal{E}$  и э. д. с. самоиндукции  $-L \frac{di}{dt}$ , и второе правило Кирхгофа дает:

$$ri = \mathcal{E} - L \frac{di}{dt}.$$

Здесь  $r$  — полное сопротивление цепи, в которое в данном случае должно быть включено и внутреннее сопротивление источника.

Введя новую переменную

$$u = ri - \mathcal{E},$$

преобразуем это уравнение к тому же виду, что и выше:

$$\frac{du}{u} = -\frac{dt}{\tau},$$

где через  $\tau$  обозначена постоянная времени, выражаемая формулой (107.2). Поэтому

$$u = Ce^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Если начало счета времени совпадает с моментом включения источника, то начальное условие имеет вид:

$$t = 0: i = 0, u = -\mathcal{E}.$$

Это дает  $C = -\mathcal{E}$ , и мы имеем:

$$u = ir - \mathcal{E} = -\mathcal{E}e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Выражая отсюда силу тока  $i$ , находим окончательно:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{r} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right). \quad (107.3)$$

Сила тока возрастает от начального значения  $i = 0$  и асимптотически стремится к установившемуся значению  $\mathcal{E}/r$ . Быстроота установления тока определяется той же постоянной времени  $\tau$ , что и исчезновение тока.

Влияние индуктивности можно продемонстрировать на опыте, схема которого показана на рис. 189. Здесь имеются две параллельно соединенные ветви, одна из которых содержит большую индуктивность  $L$  в несколько десятков генри (вторичная обмотка

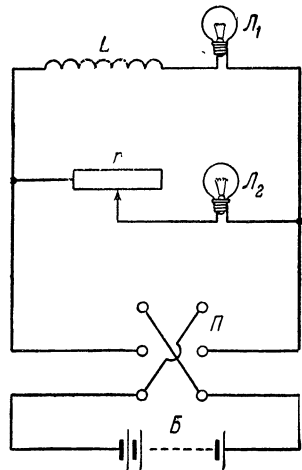


Рис. 189. Демонстрация влияния индуктивности на время установления тока.

высоковольтного трансформатора), а другая — сопротивление  $r$ , равное сопротивлению катушки  $L$ .  $L_1$  и  $L_2$  — одинаковые лампочки накаливания, играющие роль демонстрационных амперметров;  $P$  — переключатель, позволяющий изменять направление тока;  $B$  — батарея. При замыкании цепи на батарею лампочка  $L_2$  накаливается быстро, практически мгновенно. Лампочка же  $L_1$  накаливается с заметным запозданием, порядка 1 сек., и ее свечение усиливается постепенно.

Если с помощью переключателя быстро переключить батарею, то ток в лампочке  $L_2$  быстро уменьшается до нуля и так же быстро устанавливается в противоположном направлении, что проявляется в малозаметном кратковременном ее мерцании. Лампочка же  $L_1$  сначала медленно гаснет и затем медленно накаливается.

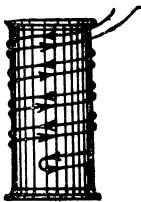


Рис. 190. Би-филярная обмотка.

При быстрых непрерывных переключениях батареи лампочка  $L_1$  вообще не успевает накалиться за время между переключениями и остается темной. Этот опыт разъясняет причину так называемого «кажущегося сопротивления» индуктивности в цепи переменного тока, которое мы рассмотрим подробнее в § 248.

Для многих целей, например при измерениях на переменном токе, желательно иметь катушки сопротивлений, индуктивность которых по возможности мала. Для устройства таких безиндукционных катушек проволоку сгибают посередине и получившуюся двойную проволоку используют для обмотки (рис. 190). Такие *бифилярные* (двунитные) катушки можно рассматривать как состоящие из двух катушек, токи в которых направлены противоположно. Магнитное поле таких катушек почти равно нулю и поэтому их индуктивность ничтожно мала.

## Г Л А В А X

### ЭНЕРГИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

#### § 108. Собственная энергия тока

Для увеличения тока в электрической цепи необходима некоторая работа. Эту работу производит источник тока, включенный в цепь. Напротив, при всяком уменьшении тока в цепи освобождается некоторая энергия и источник тока совершает меньшую работу, нежели при постоянном токе. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Вернемся к цепи, изображенной на рис. 188, содержащей индуктивность  $L$  и имеющей полное сопротивление  $r$ , и предположим сначала, что в ней имеется установившийся постоянный ток. Сила

этого тока определяется электродвижущей силой источника тока  $\mathcal{E}$  и сопротивлением цепи:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{r}.$$

За время  $dt$  в цепи будет выделено тепло Джоуля — Ленца  $ri^2 dt$ . Так как  $ri = \mathcal{E}$ , то

$$ri^2 dt = \mathcal{E} i dt.$$

Но правая часть этого равенства выражает работу источника тока за то же время  $dt$ . Мы видим, что работа источника в точности равна теплу Джоуля — Ленца, а значит, для поддержания постоянного магнитного поля не требуется никакой работы.

Представим себе теперь, что ток в цепи увеличивается с быстротой  $\frac{di}{dt}$ . В этом случае в цепи появится еще э. д. с. самоиндукции  $\mathcal{E}_c$ , которая вызовет экстраток

$$\delta i = \frac{|\mathcal{E}_c|}{r} = \frac{L}{r} \frac{di}{dt}.$$

Он направлен против тока  $i$ , и поэтому полная сила тока в цепи будет  $(i - \delta i)$ .

В дальнейшем мы будем считать, что процесс увеличения тока происходит весьма медленно ( $\delta i \ll i$ ), и при расчетах будем удерживать только члены первого порядка малости.

В рассматриваемом процессе за время  $dt$  выделится тепло Джоуля — Ленца  $r(i - \delta i)^2 dt$ . Оно уменьшается по сравнению со случаем постоянного тока на величину

$$ri^2 dt - r(i - \delta i)^2 dt = 2ri \delta i dt = 2Li \frac{di}{dt} dt = 2Li di.$$

Здесь  $di$  — увеличение тока в цепи за время  $dt$ .

За то же время источник тока совершит работу  $\mathcal{E}(i - \delta i) dt$  и поэтому произойдет «разгрузка» батареи на величину работы:

$$\mathcal{E} i dt - \mathcal{E}(i - \delta i) dt = \mathcal{E} \delta i dt = Li di.$$

Следовательно, в случае нарастающего тока работ источника тока *больше* количества выделившегося тепла. Избыток работы источника

$$dW = Li di$$

и есть та работа, которая необходима для увеличения силы тока в цепи от значения  $i$  до  $i + di$ . Полная работа, необходимая для установления тока  $i$ , равна

$$W = L \int_0^i i di = \frac{1}{2} Li^2. \quad (108.1)$$



При выключении источника тока работа  $W$  выделяется в цепи; ее совершают экстратоки размыкания. Поэтому выражение (108.1) дает энергию, запасаемую контуром с током. Она получила название *собственной энергии тока*. Именно эта энергия и проявлялась в опыте § 105 (рис. 186) в виде отброса стрелки гальванометра и вспышки лампочки от экстратоков размыкания.

Полезно сопоставить выражения для собственной энергии контура с током и энергии заряженного конденсатора (§ 39):

$$\frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

( $q$  — заряд конденсатора,  $C$  — его емкость). Энергия конденсатора пропорциональна квадрату *заряда*, энергия же тока пропорциональна квадрату *силы тока*, т. е. зависит от *скорости* движения зарядов.

В механике мы встречались с двумя видами энергии: потенциальной и кинетической. Потенциальная энергия сжатой пружины равна

$$\frac{1}{2} kx^2,$$

где  $x$  — смещение конца пружины, а  $k$  — ее упругость, а кинетическая энергия движущегося тела есть

$$\frac{1}{2} mv^2,$$

где  $m$  — масса тела, а  $v$  — его скорость. Развивая аналогию между электрическими и механическими явлениями, мы видим, что энергия конденсатора соответствует потенциальной энергии в механике, а собственная энергия тока — кинетической энергии. При этом величина  $\frac{1}{C}$ , обратная емкости, аналогична *упругости* пружины, а индуктивность  $L$  — *массе* тела.

### § 109. Энергия магнитного поля

Всякий электрический ток всегда окружен магнитным полем. Поэтому можно спросить, где именно сосредоточена, локализована, собственная энергия тока: внутри проводов, где движутся электрические заряды, или в магнитном поле, т. е. в среде, окружающей токи?

Ответ на этот вопрос может быть дан только опытом. Однако, пока мы имеем дело с постоянными токами, такие опыты невозможны, так как в этом случае токи всегда окружены магнитным полем и, наоборот, магнитное поле всегда сопровождается

токами, его поддерживающими. Это относится и к постоянным магнитам, которые также содержат замкнутые молекулярные токи (см. гл. XI).

Ответ на поставленный вопрос можно получить, исследуя переменные магнитные поля или электромагнитные волны (гл. XXIII). В электромагнитных волнах мы имеем магнитные поля, изменяющиеся в пространстве и времени и способные существовать без токов, их поддерживающих. Так как электромагнитные волны заключают в себе и переносят определенную энергию, то отсюда мы заключаем, что *энергия сосредоточена в магнитном поле*.

Найдем величину энергии, заключающуюся в единице объема магнитного поля. Рассмотрим замкнутую тороидальную катушку. Ее индуктивность (§§ 105, 106) есть

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l},$$

где  $\mu$  — магнитная проницаемость среды, а  $\mu_0$  — магнитная постоянная. Подставляя это выражение в (108.1), мы имеем:

$$W = \frac{1}{2} \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} i^2.$$

Но

$$\frac{Ni}{l} = H$$

есть напряженность поля внутри катушки (§ 88). Поэтому

$$W = \frac{1}{2} \mu\mu_0 H^2 \tau,$$

где  $\tau = Sl$  — объем катушки. Мы видим, что энергия однородного магнитного поля пропорциональна объему  $\tau$ , занятому полем. Поэтому энергия единицы объема поля, или *объемная плотность энергии* магнитного поля, равна

$$u = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (109.1)$$

Если магнитное поле неоднородно, то его можно разбить на бесконечно малые элементы объема  $d\tau$ , в каждом из которых поле можно считать однородным. Энергия, заключенная в элементе объема, есть  $u d\tau$ . Полная энергия любого магнитного поля равна

$$W = \frac{\mu_0}{2} \int_{\tau} \mu H^2 d\tau, \quad (109.2)$$

где интегрирование распространяется на весь объем  $\tau$ , занятый магнитным полем.

### § 110. Взаимная индукция

Рассмотрим теперь два контура с током, например два круговых витка 1 и 2 (рис. 191). Часть линий индукции поля, создаваемого контуром 1, будет проходить через контур 2, т. е. будет сцеплена с этим контуром. И, наоборот, определенное количество линий индукции, создаваемых контуром 2, будет сцеплено с контуром 1. В этом случае мы говорим, что между обоими контурами существует *магнитная связь*.

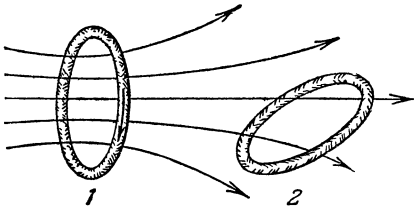


Рис. 191. Магнитная связь двух контуров.

Индукция поля контура 1 пропорциональна силе тока  $i_1$  в этом контуре. Поэтому магнитный поток  $\Phi_{12}$  через контур 2, создаваемый контуром 1, также пропорционален току  $i_1$ :

$$\Phi_{12} = L_{12}i_1. \quad (110.1)$$

Коэффициент  $L_{12}$  называется *коэффициентом взаимной индукции* контуров 1 и 2. Он, очевидно, равен магнитному потоку через контур 2, создаваемому контуром 1 при силе тока в нем, равной единице.

Из сравнения (110.1) с (105.1) видно, что размерность  $L_{12}$  — та же, что и размерность индуктивности, и поэтому коэффициент взаимной индукции измеряется в тех же единицах, что и индуктивность.

Совершенно так же, если в контуре 2 имеется ток некоторой силы  $i_2$ , то он создает магнитный поток  $\Phi_{21}$  через контур 1, причем

$$\Phi_{21} = L_{21}i_2. \quad (110.1a)$$

Здесь  $L_{21}$  есть коэффициент взаимной индукции контуров 2 и 1.

Можно показать (§ 111), что для любых двух контуров коэффициенты взаимной индукции всегда равны:

$$L_{12} = L_{21}. \quad (110.2)$$

Наличие магнитной связи между контурами проявляется в том, что при всяком изменении силы тока в одном из контуров в другом контуре появляется э. д. с. индукции. Согласно основному закону электромагнитной индукции (§ 102) имеем:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_2 &= -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{di_1}{dt}, \\ \mathcal{E}_1 &= -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{12} \frac{di_2}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (110.3)$$

где  $\mathcal{E}_2$  — э. д. с. индукции, возникающая в контуре 2, а  $\mathcal{E}_1$  — э. д. с. индукции в контуре 1.

Коэффициент взаимной индукции зависит от формы и размеров контуров и от их взаимного расположения. Он зависит также от свойств окружающей среды.

Рассмотрим простой пример вычисления коэффициента взаимной индукции. Пусть имеются две тороидальные однослойные катушки 1 и 2, вплотную прилегающие друг к другу (рис. 192). В этом случае все линии индукции, создаваемые одной катушкой, проходят и через вторую катушку. Напряженность магнитного поля катушки 1 равна (§ 88)

$$H_1 = \frac{N_1 i_1}{l}.$$

Это поле создает сквозь один виток катушки 2 магнитный поток

$$\mu_0 H_1 S = \frac{\mu_0 N_1 i_1 S}{l},$$

где  $S$  — площадь сечения катушек. Полный поток сквозь все  $N_2$  витков катушки 2 есть

$$\Phi_{12} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{l} i_1,$$

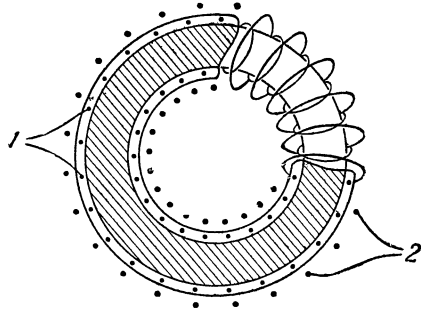


Рис. 192. Две обмотки с магнитной связью.

откуда для коэффициента взаимной индукции получается выражение

$$L_{12} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{l}. \quad (110.4)$$

Если вычислить магнитный поток, создаваемый катушкой 2 сквозь катушку 1, то получится:

$$H_2 = \frac{N_2 i_2}{l}, \quad \Phi_{12} = \frac{\mu_0 N_2 N_1 S}{l} i_2.$$

Отсюда мы находим для коэффициента взаимной индукции  $L_{21}$  прежнее выражение (110.4) в соответствии с формулой (110.2).

В том случае, когда внутри катушек имеется сердечник из вещества с магнитной проницаемостью  $\mu$ , магнитный поток увеличивается в  $\mu$  раз (§ 106) и коэффициент взаимной индукции будет в  $\mu$  раз больше.

## § 111. Взаимная энергия двух токов

Вычислим энергию магнитного поля, созданного двумя контурами с током. Рассмотрим самый простой случай двух тороидальных катушек (рис. 192), в которых магнитное поле однородно, находящихся в вакууме. Напряженность суммарного поля внутри

катушек

$$H = H_1 \pm H_2 = \frac{N_1 i_1 \pm N_2 i_2}{l};$$

выбор знака  $+$  или  $-$  зависит от того, одинаковы или противоположны направления токов в обеих катушках. В единице объема этого поля заключена энергия (§ 109)  $\frac{1}{2} \mu_0 H^2$ , а полная энергия, находящаяся во всем объеме поля  $\tau = Sl$ , равна

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 Sl = \frac{\mu_0 S}{2l} [(N_1 i_1)^2 + (N_2 i_2)^2 \pm 2(N_1 i_1)(N_2 i_2)].$$

Воспользовавшись выражениями для индуктивностей  $L_1$  и  $L_2$  обеих катушек (§ 105) и их коэффициента взаимной индукции  $L_{12}$  (§ 110), полученный результат можно представить в следующем виде:

$$W = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \pm L_{12} i_1 i_2. \quad (111.1)$$

Первый член этой формулы дает собственную энергию тока  $I$  (§ 108), а второе слагаемое выражает собственную энергию тока  $2$ . Формула показывает, что энергия двух токов в контурах, обладающих магнитной связью, отличается от суммы собственных энергий токов на величину

$$W_{12} = \pm L_{12} i_1 i_2. \quad (111.2)$$

Она получила название *взаимной энергии* двух токов.

Из сказанного видно, что причина возникновения взаимной энергии токов заключается в том, что в поле нескольких контуров с током складываются напряженности поля (принцип наложения или суперпозиции полей, § 86), в то время как энергия магнитного поля пропорциональна *квадрату* напряженности, а квадрат суммы не равен сумме квадратов.

Представим себе, что мы сначала создаем ток  $i_1$  в контуре  $1$ , а ток  $i_2 = 0$ . Для этого потребуется работа  $\frac{1}{2} L_1 i_1^2$ . Создавая затем ток в контуре  $2$ , мы совершим работу, согласно (111.1) равную  $\frac{1}{2} L_2 i_2^2 \pm L_{12} i_1 i_2$ . Если бы мы сначала создали ток  $i_2$  (а ток  $i_1$  был бы равен нулю), то для этого была бы необходима работа  $\frac{1}{2} L_2 i_2^2$ . Но тогда последующее создание тока  $i_1$  потребовало бы работы  $\frac{1}{2} L_1 i_1^2 \pm L_{12} i_1 i_2$ . Мы видим, что работа образования тока в контуре в присутствии другого контура с током не равна работе образования того же тока в уединенном контуре; она отличается на величину взаимной энергии обоих токов  $W_{12}$ .

Мы получили формулы (111.1) и (111.2), рассматривая частный случай тороидальных катушек. Легко убедиться, однако, что этот результат справедлив для любых контуров произвольной формы, находящихся в любой среде (см. Добавление 5).

### § 112. Закон сохранения энергии при наличии магнитного поля

Магнитные явления, как и любые другие процессы в природе, подчиняются закону сохранения энергии. Рассмотрим этот вопрос на примере двух контуров.

Пусть имеются два произвольных контура с токами  $i_1, i_2$ , источниками тока с э. д. с.  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2$  и полными сопротивлениями  $r_1$  и  $r_2$ . Контурные могут быть как неподвижными, так и движущимися, а токи в них могут изменяться.

В каждом из контуров, во-первых, производят определенную работу источники тока. Их работа за бесконечно малое время  $dt$  равна

$$\mathcal{E}_1 i_1 dt + \mathcal{E}_2 i_2 dt.$$

Если источниками тока являются гальванические элементы, то эта работа совершается за счет химических реакций в элементах.

Далее, в контурах выделяется тепло Джоуля — Ленца:

$$r_1 i_1^2 dt + r_2 i_2^2 dt.$$

На каждый контур действуют силы магнитного взаимодействия. Поэтому при перемещении контуров (или при их деформации) будет совершена определенная механическая работа. Обозначим ее величину через  $dA$ .

Наконец, при движении контуров или при изменении силы токов в них будет изменяться магнитное поле, а следовательно, будет изменяться и его энергия. Согласно § 111 изменение энергии магнитного поля равно

$$dW = d \left( \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \pm L_{12} i_1 i_2 \right).$$

Мы будем считать, что емкость контуров весьма мала, и поэтому энергию электрического поля учитывать не будем.

Согласно закону сохранения энергии имеем:

*работа источников тока = тепло Джоуля — Ленца + механическая работа + увеличение энергии магнитного поля.*

Или иначе:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 i_1 dt + \mathcal{E}_2 i_2 dt = \\ = (r_1 i_1^2 dt + r_2 i_2^2 dt) + dA + d \left( \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \pm L_{12} i_1 i_2 \right). \end{aligned} \quad (112.1)$$

Формула (112.1) и выражает закон сохранения энергии для магнитного поля.

Если контуров не два, а больше, то закон сохранения энергии имеет вид:

$$\sum_k \mathcal{E}_k i_k dt = \sum_k r_k i_k^2 dt + dA + d \sum_k \sum_l \frac{1}{2} L_{kl} i_k i_l. \quad (112.1a)$$

В этой формуле последний член выражает изменение энергии магнитного поля,  $L_{kk}$  обозначает коэффициент самоиндукции  $k$ -го контура, а  $L_{kl}$  — коэффициент взаимной индукции контуров  $k$  и  $l$ . При  $k = l$  соответствующий член суммы дает собственную энергию  $k$ -го контура  $\frac{1}{2} L_{kk} i_k^2$ , а при  $k \neq l$  каждая пара членов суммы  $\frac{1}{2} L_{kl} i_k i_l + \frac{1}{2} L_{lk} i_l i_k = L_{kl} i_k i_l$  представляет взаимную энергию  $k$ -го и  $l$ -го контуров.

Поясним сказанное на примерах.

**Пример 1.** Один контур с постоянным током. Так как в данном случае магнитное поле постоянно, то изменение энергии поля равно нулю. Если

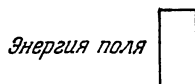
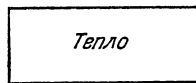
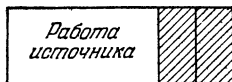
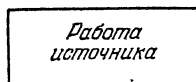


Рис. 193. Превращения энергии в контуре с постоянным током.

Рис. 194. Превращения энергии в контуре при установлении тока.

контур не деформируется, то и механическая работа  $dA = 0$ . Поэтому (112.1) дает:

$$\mathcal{E} i dt = r i^2 dt.$$

В этом случае работа источника тока целиком превращается в тепло (рис. 193).

**Пример 2.** Один контур, в котором устанавливается ток. Зависимость силы тока от времени в процессе его установления выражается согласно § 107 формулой:

$$i = i_0 \left( 1 - e^{-\frac{r}{L} t} \right), \quad i_0 = \frac{\mathcal{E}}{r}.$$

Работа источника тока за время  $dt$  равна  $\mathcal{E}i dt$ . По сравнению со случаем установившегося тока она уменьшается на величину

$$\mathcal{E}i_0 dt - \mathcal{E}i dt = \mathcal{E}i_0 e^{-\frac{r}{L}t} dt.$$

Поэтому в течение всего процесса установления тока произойдет «разгрузка» батареи, равная

$$\mathcal{E}i_0 \int_0^{\infty} e^{-\frac{r}{L}t} dt = Li_0^2.$$

Уменьшение количества выделенного тепла есть

$$\int_0^{\infty} (ri_0^2 - ri^2) dt = ri_0^2 \int_0^{\infty} \left( 2e^{-\frac{r}{L}t} - e^{-\frac{2r}{L}t} \right) dt = \frac{3}{2} Li_0^2.$$

Поэтому получается «экономия» энергии:

$$\frac{3}{2} Li_0^2 - Li_0^2 = \frac{1}{2} Li_0^2.$$

Но это выражение как раз равно энергии возникающего магнитного поля (собственной энергии тока, § 108). Мы видим, что в этом процессе энергия магнитного поля возникает за счет экономии работы, затрачиваемой на тепло Джоуля — Ленца (рис. 194).

**Пример 3.** Два контура с токами медленно сближаются. При неподвижных контурах

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1}, \quad i_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{r_2},$$

где  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  — э. д. с. источников тока, а  $r_1$  и  $r_2$  — сопротивления контуров.

При движении контуров магнитный поток, пронизывающий контуры, изменяется, отчего появляется дополнительная э. д. с. индукции, и токи в контурах меняются. Сила тока в контуре 1 при движении будет:

$$i_1 + \delta i_1, \quad \delta i_1 = -\frac{1}{r_1} \frac{d\Phi_1}{dt},$$

где  $\Phi_1$  — магнитный поток сквозь контур 1, создаваемый контуром 2.

В дальнейшем мы будем считать, что контуры сближаются весьма медленно, так что  $\delta i \ll i$ , и будем удерживать только малые первого порядка.

Уменьшение работы источника за время  $dt$  вследствие движения равно

$$\mathcal{E}_1 i_1 dt - \mathcal{E}_1 (i_1 + \delta i_1) dt = -\mathcal{E}_1 \delta i_1 dt = -r_1 i_1 \delta i_1 dt = i_1 d\Phi_1.$$

Уменьшение тепла Джоуля — Ленца есть

$$r_1 i_1^2 dt - r_1 (i_1 + \delta i_1)^2 dt = -2r_1 i_1 \delta i_1 dt = 2i_1 d\Phi_1.$$

Поэтому выигрыш энергии в контуре 1 равен  $2i_1 d\Phi_1 - i_1 d\Phi_1 = i_1 d\Phi_1$ . Аналогично выигрыш энергии в контуре 2 есть  $i_2 d\Phi_2$ . Поэтому экономия энергии на тепле Джоуля — Ленца в обоих контурах равна

$$i_1 d\Phi_1 + i_2 d\Phi_2.$$

Но согласно § 110  $\Phi_1 = L_{12}i_2$ , а  $\Phi_2 = L_{12}i_1$ , где  $L_{12}$  — коэффициент взаимной индукции обоих контуров. Поэтому

$$i_1 d\Phi_1 + i_2 d\Phi_2 = 2i_1 i_2 dL_{12}.$$



Механическая работа при сближении контуров согласно § 95 равна

$$dA = i_1 d\Phi_1 = i_2 d\Phi_2 = i_1 i_2 dL_{12},$$

где  $dL_{12}$  — по-прежнему изменение коэффициента взаимной индукции, вызванное сближением контуров.

Наконец, изменение энергии поля есть

$$d\left(\frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + L_{12} i_1 i_2\right)_{i_1, i_2} = i_1 i_2 dL_{12},$$

так как контуры не деформируются и поэтому их индуктивности  $L_1$  и  $L_2$  постоянны.

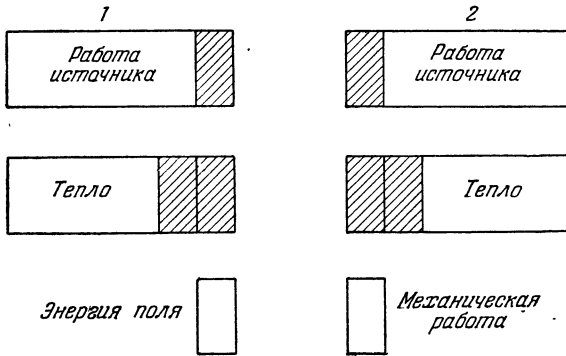


Рис. 195. Превращения энергии в двух медленно сближающихся контурах с током.

В этом случае половина энергии, сэкономленной на уменьшении тепла, переходит в энергию магнитного поля, а вторая ее половина расходуется на механическую работу (рис. 195).

### § 113. Механические силы в магнитном поле

Мы знаем, что на всякий проводник с током в магнитном поле действуют силы. Эти *пондеромоторные* (т. е. действующие на тела) силы магнитного поля во многих случаях можно просто вычислить при помощи закона сохранения энергии. Для этого нужно представить, что рассматриваемый проводник совершает бесконечно малое возможное перемещение и, вычислив происходящие при этом превращения энергии, найти из уравнения энергии (112.1) работу  $dA$  пондеромоторных сил. Зная же работу и перемещение, можно определить и величину этих сил.

Вычислим работу пондеромоторных сил, совершаемую при *деформации* какого-либо контура с током. Для этого рассмотрим уединенный контур, содержащий источник тока с э. д. с.  $\mathcal{E}$  и обладающий индуктивностью  $L$  и сопротивлением  $r$ . Сила установившегося тока в контуре равна  $i = \mathcal{E}/r$ . Представим себе далее, что этот

контур очень медленно произвольным образом деформируется, так что изменяется его индуктивность  $L$ . В процессе деформации ток в контуре изменяется на величину

$$\delta i = -\frac{1}{r} \frac{d\Phi}{dt},$$

где  $\Phi$  — магнитный поток, пронизывающий контур. Поэтому уменьшение работы источника тока за время  $dt$  будет:

$$\mathcal{E} i dt - \mathcal{E} (i + \delta i) dt = -\mathcal{E} \delta i dt = i d\Phi.$$

Уменьшение тепла Джоуля — Ленца:

$$r i^2 dt - r (i + \delta i)^2 dt = -2 r i \delta i dt = 2 i d\Phi.$$

Таким образом, за время  $dt$  получается выигрыш энергии  $i d\Phi$ , а в течение всего процесса деформации

$$i \Delta\Phi = i^2 (L_2 - L_1) = i^2 \Delta L,$$

где  $\Delta L$  есть изменение индуктивности контура вследствие деформации. Увеличение энергии магнитного поля есть

$$\frac{1}{2} L_2 i^2 - \frac{1}{2} L_1 i^2 = \frac{1}{2} i^2 \Delta L.$$

Поэтому из закона сохранения энергии следует, что искомая механическая работа равна

$$\begin{aligned} \Delta A &= i^2 \Delta L - \frac{1}{2} i^2 \Delta L = \\ &= \frac{1}{2} i^2 \Delta L. \end{aligned}$$

Полученное выражение можно записать и так:

$$\Delta A = \Delta \left( \frac{1}{2} L i^2 \right)_{i=\text{const}}, \quad (113.1)$$

т. е. механическая работа равна изменению энергии магнитного поля при неизменной силе тока в контуре.

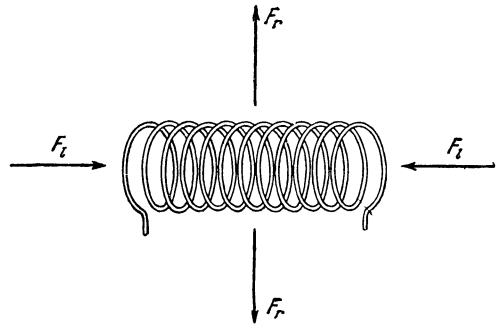


Рис. 196. Силы, действующие на соленоид с током.

Применим теперь найденный результат (113.1) к случаю соленоида. Вследствие взаимного притяжения его витков возникают силы  $F_l$ , стягивающие соленоид (рис. 196). Чтобы удержать соленоид в неизменном состоянии, к его концам нужно приложить внешние силы  $-F_l$ . Точно так же, вследствие действия магнитного поля соленоида на каждый виток, появляются радиальные силы  $F_r$ , стремящиеся разорвать соленоид (рис. 196). Найдем эти силы, пользуясь формулой (113.1).

Индуктивность соленоида выражается формулой (§ 105)

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}.$$

Поэтому при бесконечно малом укорочении соленоида на  $dl$  работа пондеромоторных сил согласно (113.1) выразится соотношением

$$dA = \frac{1}{2} i^2 \frac{\mu_0 N^2 S}{l^2} dl.$$

С другой стороны,

$$dA = F_l dl.$$

Приравнявая оба выражения работы, находим:

$$F_l = \frac{\mu_0 N^2 S}{2l^2} i^2.$$

Полученное выражение можно представить в более удобном виде. Вычислим силу  $f_l$ , действующую на единицу поверхности торца соленоида (*сжимающее напряжение*), и введем напряженность магнитного поля в соленоиде  $H = \frac{Ni}{l}$ . Тогда

$$f_l = \frac{F_l}{S} = \frac{1}{2} \mu_0 H^2. \quad (113.2)$$

Сжимающее напряжение равно объемной плотности энергии магнитного поля соленоида.

Посмотрим теперь, чему равны растягивающие поперечные силы. При бесконечно малом увеличении радиуса  $r$  соленоида на  $dr$  пондеромоторные силы согласно (113.1) совершают работу

$$dA = \frac{1}{2} i^2 dL = \frac{1}{2} i^2 d \left( \frac{\mu_0 N^2 \cdot \pi r^2}{l} \right) = \frac{\pi \mu_0 N^2 r}{l} i^2 dr.$$

Но ту же работу можно выразить и иначе:

$$dA = f_r \cdot 2\pi r l \cdot dr,$$

где  $f_r$  — радиальная сила, рассчитанная на единицу боковой поверхности (*радиальное напряжение*). Отсюда получаем:

$$f_r = \frac{\mu_0 N^2 i^2}{2l^2}.$$

Вводя в это выражение напряженность магнитного поля  $H$  внутри соленоида, мы находим окончательно:

$$f_r = f_l = \frac{1}{2} \mu_0 H^2. \quad (113.3)$$

Радиальное напряжение, так же как и сжимающее, равно объемной плотности энергии магнитного поля.

Если бы соленоид находился в среде с магнитной проницаемостью  $\mu$ , то и напряжения были бы в  $\mu$  раз больше.

Рассмотрим численный пример. П. Л. Капица, пропуская через соленоид кратковременные токи короткого замыкания от специального генератора, получал магнитные поля с напряженностью до  $3 \cdot 10^7$  а/м. При этом механические напряжения в катушках достигали огромных значений:

$$f_l = f_r = \frac{1}{2} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} (3 \cdot 10^7)^2 \sim 10^9 \text{ н/м}^2 \sim 10^4 \text{ кгс/см}^2.$$

Чтобы катушки выдерживали эти огромные напряжения, они должны были иметь специальную механическую конструкцию.

### § 114. Давления и натяжения Фарадея — Максвелла

Результаты, найденные в предыдущем параграфе, допускают весьма наглядное истолкование. Механические напряжения  $f_l$  и  $f_r$ , действующие на соленоид, оказываются такими, как если бы силовые линии были подобны растянутым упругим нитям, которые стремятся сократиться и развивают *продольное напряжение*  $\frac{1}{2} \mu \mu_0 H^2$  на каждый  $\text{м}^2$  и, кроме того, расталкивают друг друга, создавая *боковое давление*, также равное (на  $\text{м}^2$ ) объемной плотности энергии  $\frac{1}{2} \mu \mu_0 H^2$ .

Оказывается, что это справедливо не только для соленоида, но и для всех других случаев пондеромоторных сил в магнитном поле.

Аналогичное положение вещей мы имеем и в электрическом поле. Электрические пондеромоторные силы имеют такую же величину, как если бы электрические силовые линии имели продольные напряжения и боковые давления, каждое из которых равно объемной плотности энергии поля  $\frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E^2$  (ср. § 79, примеры 1 и 2).

Представление о натяжении и боковом давлении электрических и магнитных силовых линий было введено Фарадеем и Максвеллом,

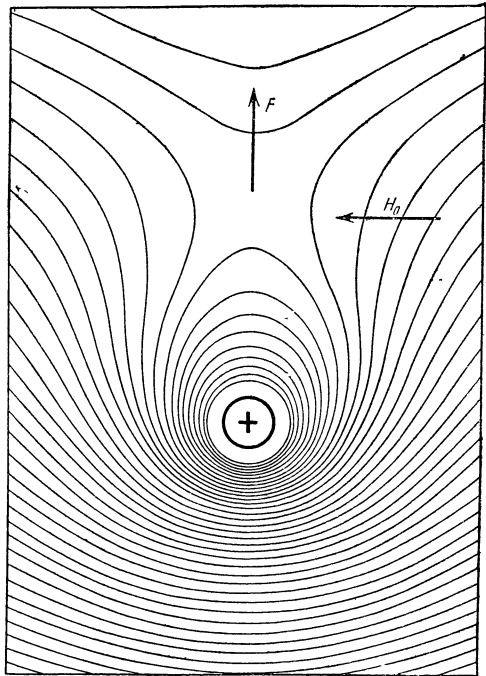


Рис. 197. Сила, действующая на ток в магнитном поле как результат давлений и натяжений силовых линий.

Хотя в действительности никаких физических силовых линий и не существует (силовые линии есть геометрический образ, введенный нами для графического изображения полей), тем не менее представления Фарадея и Максвелла в ряде случаев весьма полезны, так как позволяют просто определить характер механических сил в электромагнитном поле.

Рассмотрим в качестве примера прямой ток в однородном магнитном поле (рис. 197). Силовые линии поля  $H_0$  до внесения тока имеют вид параллельных прямых линий, направленных справа налево. Силовые же линии тока представляют собой концентрические окружности. Складываясь, оба поля дают картину силовых линий, изображенную на рисунке, откуда сразу можно заключить, что на провод действует сила, перпендикулярная к проводу и к первоначальному магнитному полю.

## ГЛАВА XI МАГНЕТИКИ

### § 115. Намагничивание сред

До сих пор мы рассматривали магнитное поле в вакууме. Если проводники с током находятся не в вакууме, а в другой среде, то магнитное поле изменяется.

Это показывает, что различные вещества в магнитном поле намагничиваются, т. е. сами становятся источниками магнитного поля. Результирующее магнитное поле в среде является суммой полей, создаваемых проводниками с током и намагниченной средой, и поэтому не равно полю в вакууме. Вещества, способные намагничиваться, называются *магнетиками*.

Причина намагничивания заключается в том, что во всех веществах существуют мельчайшие электрические токи, замыкающиеся в пределах каждого атома (молекулярные токи). В дальнейшем мы рассмотрим опыты, доказывающие существование молекулярных токов внутри магнетиков и позволяющие определить природу этих токов (§§ 127—128). Однако существование молекулярных токов мы учтем с самого начала.

Если магнетик не намагничен, то он не создает магнитного поля. Это значит, что молекулярные токи расположены в нем беспорядочно, так что суммарное их действие равно нулю. При намагничивании магнетика расположение молекулярных токов становится частичным или полностью упорядоченным. Поэтому намагниченный магнетик можно представить как систему мельчайших ориентированных токов (рис. 198).

В §§ 89 и 93 мы видели, что все магнитные действия замкнутых токов определяются их магнитным моментом:

$$p_m = \mu_0 i S n,$$

где  $i$  — сила тока,  $S$  — площадь, обтекаемая током,  $\mu_0$  — магнитная постоянная, а  $n$  — единичный вектор нормали к плоскости витка с током. Каждый молекулярный ток в магнетике обладает определенным магнитным моментом, а значит, и магнетик в целом при намагничивании приобретает магнитный момент, равный векторной сумме моментов всех молекулярных токов. Поэтому магнитное состояние вещества можно вполне охарактеризовать, задавая *магнитный момент каждой единицы его объема*. Эта величина получила название *вектора намагничения*. Обозначая вектор намагничения через  $I$ , мы имеем, следовательно, по определению:

$$I = \sum p_m, \quad (115.1)$$

где суммирование распространяется на все молекулярные токи, заключенные в единице объема.

Вектор намагничения является основной величиной, характеризующей магнитное состояние вещества. Зная вектор намагничения в каждой точке какого-либо тела, можно определить и магнитное поле, создаваемое рассматриваемым намагниченным телом.

Задача сильно упрощается, если вектор намагничения одинаков во всех точках магнетика (*однородное намагничивание*). В этом случае при сложении молекулярных токов прилегающие их отрезки, имеющие противоположные направления токов, взаимно компенсируются и остаются только отрезки токов, примыкающие

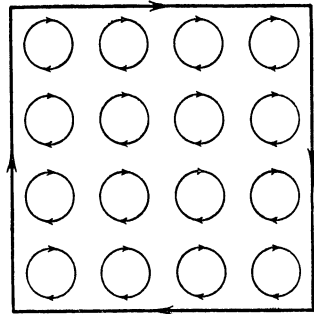


Рис. 198. Модель молекулярных токов в однородно намагниченном магнетике и соответствующий им поверхностный ток.

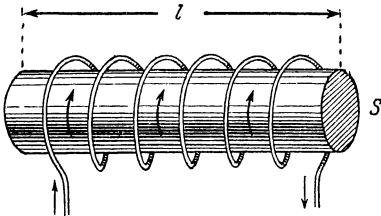


Рис. 199. Поверхностные токи в намагниченном цилиндре.

к поверхности магнетика. Поэтому действие всех молекулярных токов будет такое же, как действие некоторого поверхностного тока, обтекающего намагниченный магнетик (рис. 198). В этом смысле можно сказать, что при вдвигании в соленоид железного сердечника на поверхности сердечника как бы появляются дополнительные невидимые ампер-витки, которые добавляются к ампер-виткам намагничивающей катушки (рис. 199).

Величина указанного поверхностного тока определяется значением намагничения  $I$ . Рассмотрим в однородном магнитном поле (длинный соленоид) достаточно длинный цилиндрический стержень (рис. 199) и обозначим через  $j_1$  *линейную плотность* поверхностного тока, т. е. силу тока на единицу длины стержня. Тогда полная сила поверхностного тока стержня есть  $j_1 l$ , где  $l$  — длина стержня. Если  $S$  — площадь сечения стержня, то величина его магнитного момента равна

$$\mu_0 j_1 l S = \mu_0 j_1 \tau$$

( $\tau$  — объем стержня). С другой стороны, по определению намагничения  $I$ , этот же момент равен  $I\tau$ . Приравнявая оба выражения, мы находим:

$$I = \mu_0 j_1. \quad (115.2)$$

При однородном намагничении значение намагничения  $I$  дает непосредственно линейную плотность поверхностного тока магнетика.

### § 116. Напряженность магнитного поля внутри магнетика

При изучении поляризации диэлектриков мы определили напряженность электрического поля внутри диэлектрика как среднюю напряженность микроскопического поля в объеме диэлектрика. Мы видели также, что эта величина совпадает с напряженностью поля внутри узкой щели, прорезанной в диэлектрике параллельно направлению вектора поляризации (§ 46).

В начале изучения магнетизма предполагали, что процесс намагничивания вещества совершенно подобен поляризации диэлектриков, и объясняли его существованием внутри веществ мельчайших элементарных магнитов (магнитных диполей). Поэтому и напряженность магнитного поля внутри магнетика определили так же, как и напряженность электрического поля внутри диэлектрика, т. е. как напряженность поля в узкой щели, прорезанной в магнетике параллельно направлению вектора намагничивания.

Впоследствии, однако, выяснилось, что магнитных зарядов в природе не существует и что намагничивание тел обусловлено существованием в них молекулярных токов. Но магнитное поле токов есть поле вихревое, в то время как электрическое поле зарядов — безвихревое. Оба эти поля обладают различными свойствами, и поэтому физический смысл напряженности электрического поля в диэлектриках и магнитного поля в магнетиках оказался различным.

Выясним, какой физический смысл имеет определенная выше напряженность поля внутри магнетика. Будем считать, что магнетик заполняет *все* пространство, где имеется магнитное поле. В случае тороидальной катушки это значит, что магнетик имеет вид замкнутого тороидального сердечника. Если намагничивающей катушкой

служит прямой соленоид, то мы будем считать, что магнетик имеет форму очень длинного цилиндра, действием концов которого можно пренебречь.

Напряженность поля внутри щели, параллельной вектору намагничивания (рис. 200), складывается из трех частей: поля  $H_0$ , создаваемого витками намагничивающей катушки, поля  $H_1$  токов на внешней поверхности магнетика и поля  $H_2$  токов на внутренней поверхности полости. Так как линейная плотность поверхностных токов дается выражением (115.2), то напряженность поля  $H_1$  можно найти по формуле (88.4), положив в ней  $ni \equiv j_1 = I/\mu_0$ . Это дает:  $H_1 = I/\mu_0$ . Токи же на внутренней поверхности имеют противоположное направление (см. рис. 200) и поэтому создаваемое ими поле есть  $H_2 = -I/\mu_0$ . Полная напряженность поля в щели

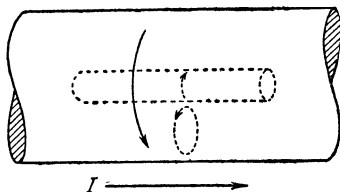


Рис. 200. К определению напряженности магнитного поля внутри магнетика.

Схематически изображен один из молекулярных токов.

$$H = H_0 + \frac{I}{\mu_0} - \frac{I}{\mu_0} = H_0. \quad (116.1)$$

Мы видим, что *напряженность магнитного поля внутри безграничного магнетика равна напряженности магнитного поля намагничивающей катушки.*

Из сказанного вытекает и метод *измерения* напряженности поля внутри магнетика. Для этого можно измерить (например, при помощи флюксметра или висмутовой спирали, § 103) поле в указанной выше щели или, что гораздо проще, удалить магнетик из катушки и измерить напряженность поля, создаваемого катушкой без магнетика.

## § 117. Вектор магнитной индукции

Рассмотрим теперь магнетик, в котором прорезана узкая щель, перпендикулярная к направлению вектора намагничивания (рис. 201). Магнитную индукцию внутри такой щели называют *магнитной индукцией внутри магнетика.*

Таким образом, мы определяем вектор магнитной индукции аналогично вектору электростатической индукции (§ 47). Однако по причинам, указанным в § 116, физический смысл магнитной индукции оказывается совсем другим.

Обозначим через  $\vec{B}_M$  среднее по объему от полного микроскопического значения магнитной индукции в магнетике (ср. § 46), т. е. индукции (в вакууме) в любой заданной точке внутри магнетика, созданной как намагничивающей обмоткой, так и всеми молекулярными токами. Если  $\Phi$  есть полное значение магнитного потока,



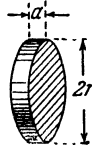
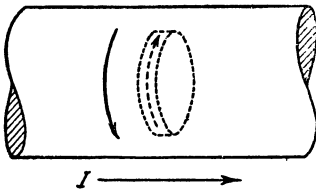
фактически существующего внутри магнетика, а  $S$  — сечение магнетика, то, очевидно,

$$\bar{B}_M = \frac{\Phi}{S},$$

т. е.  $\bar{B}_M$  равно плотности магнитного потока. Тогда магнитная индукция равна

$$B = \bar{B}_M - B',$$

где через  $B'$  обозначена магнитная индукция, создаваемая удаленной частью магнетика, заполнявшей ранее полость. Положим, что полость имеет форму круговой щели (результат расчета не зависит от формы полости). Тогда удаленная часть магнетика будет иметь вид диска (рис. 201). Если намагничение магнетика есть  $I$ , то линейная плотность поверхностного тока



равна  $\frac{I}{\mu_0}$  (§ 115), а сила тока, обтекающего диск, равна  $\frac{aI}{\mu_0}$ , где  $a$  — толщина диска. Поэтому согласно формуле (86.4)

$$B' = \frac{aI}{2r},$$

где  $r$  — радиус диска (полости). Отсюда видно, что если  $\frac{a}{r} \rightarrow 0$  (что требуется по условию), то и  $B' \rightarrow 0$ , и поэтому

$$B = \bar{B}_M. \quad (117.1)$$

Таким образом, по определению, *магнитная индукция в магнетике равна среднему по объему от микроскопического значения магнитной индукции внутри магнетика.*

Выражение (117.1) для магнитной индукции можно представить и иначе.

Среднее значение магнитной индукции  $\bar{B}_M$  складывается из индукции  $\mu_0 H$ , создаваемой намагничивающей катушкой (где  $H$  — поле, создаваемое катушкой, совпадающее с полем внутри магнетика, § 116), и индукции, создаваемой поверхностными токами магнетика. Но, согласно сказанному в § 116, напряженность поля поверхностных токов равна  $I/\mu_0$ , а следовательно, создаваемая ими индукция есть  $I$ . Поэтому полное значение магнитной индукции в магнетике равно

$$B = \mu_0 H + I. \quad (117.2)$$

Эта формула дает другое определение магнитной индукции в магнетике и выражает магнитную индукцию через напряженность магнит-

ного поля внутри магнетика и его намагничение. Она аналогична формуле (47.2), определяющей электрическое смещение (электростатическую индукцию).

Из формулы (117.2) видно, что размерность намагничения  $I$  такая же, как и магнитной индукции  $B$  (плотности магнитного потока). Поэтому намагничение измеряется в тех же единицах, что и магнитная индукция, т. е. в тесла.

Направления напряженности поля  $H$  и намагничения  $I$  могут не совпадать друг с другом. Это наблюдается для ряда магнитных кристаллов. В таких кристаллах величина намагничения зависит еще от направления поля относительно осей кристалла. Подобные вещества называют *анизотропными* магнетиками. Для них направления индукции  $B$  и напряженности  $H$ , вообще говоря, различны.

Напротив, для многих веществ направления  $H$  и  $I$  всегда совпадают. Намагничение таких веществ не зависит от направления намагничивающего поля и поэтому они получили название *изотропных* магнетиков. В таких магнетиках направления  $B$  и  $H$  также одинаковы.

В изотропных магнетиках связь между индукцией и напряженностью поля значительно упрощается. В этом случае можно положить, что намагничение пропорционально значению магнитной индукции в отсутствие данного магнетика, т. е.

$$I = \kappa \mu_0 H, \quad (117.3)$$

где  $\kappa$  — скалярная величина, зависящая от рода магнетика и его состояния (температуры и т. д.); она называется *магнитной восприимчивостью* данного вещества и аналогична диэлектрической восприимчивости диэлектриков (§ 48). Подставляя (117.3) в (117.2), находим:

$$B = \mu \mu_0 H, \quad (117.4)$$

где  $\mu$  — *магнитная проницаемость* вещества, выражаемая соотношением

$$\mu = 1 + \kappa. \quad (117.5)$$

Магнитная проницаемость вещества  $\mu$  (которая является безразмерной величиной) показывает, во сколько раз магнитная индукция, т. е. средняя плотность магнитного потока в магнетике, больше плотности магнитного потока, создаваемого одной намагничивающей катушкой. Поэтому при заполнении пространства магнетиком увеличивается в  $\mu$  раз и полный магнитный поток, пронизывающий контур с током, а следовательно, определение магнитной проницаемости, выражаемое формулой (117.5), и определение, данное в § 106, совпадают.

### § 118. Законы магнитного поля в магнетиках

При изучении электрического поля нам оказалось необходимым ввести две основные величины—напряженность электрического поля  $E$  и электрическое смещение (электростатическую индукцию)  $D$ . Аналогично этому для описания магнитного поля тоже необходимы две основные величины—напряженность магнитного поля  $H$  и магнитная индукция  $B$ . Поэтому для лучшего уяснения смысла напряженности  $H$  и индукции  $B$  магнитного поля в магнетиках полезно их сопоставить с аналогичными величинами напряженности электрического поля  $E$  и электрического смещения  $D$  в диэлектриках.

Мы видели (§ 46), что напряженность электрического поля  $E$  внутри диэлектрика есть среднее по объему от полной, фактически существующей напряженности,  $\bar{E}_m$ , созданной как зарядами обкладок конденсатора, так и молекулами-диполями диэлектрика. При этом силы, действующие на заряды, определяются именно напряженностью поля  $E$  (а не электрическим смещением  $D$ ). Аналогичное положение мы имеем для магнитной индукции.  $B$  в магнетиках есть среднее по объему от полной плотности магнитного потока  $\bar{B}_m$ , созданного как намагничивающими катушками, так и молекулярными токами самого магнетика (§ 117). Далее, мы видели (§ 92), что сила, действующая на токи в магнитном поле, пропорциональна как раз индукции  $B$  (а не напряженности поля  $H$ ). Поэтому *магнитная индукция  $B$  в магнетиках соответствует напряженности электрического поля  $E$  в диэлектриках.*

С другой стороны, электрическое смещение (электростатическая индукция)  $D$  совпадает с электрическим смещением в вакууме, создаваемым одними зарядами обкладок конденсатора (без учета поляризованных зарядов диэлектрика). Аналогично этому напряженность магнитного поля в магнетике представляет магнитное поле одних намагничивающих катушек (без учета молекулярных токов магнетика). Следовательно, *напряженность магнитного поля  $H$  в магнетиках соответствует электрическому смещению  $D$  в диэлектриках.* Поэтому было бы правильнее назвать магнитную индукцию напряженностью магнитного поля, а напряженность магнитного поля—индукцией; однако это не сделано до настоящего времени в силу исторических традиций.

Выяснив физический смысл индукции  $B$  и напряженности поля  $H$ , мы можем легко понять, каким образом изменяются законы магнитного поля при переходе от вакуума к магнетикам.

Так как напряженность  $H$  выражает напряженность магнитного поля только намагничивающих катушек, то очевидно, что эта напряженность будет одна и та же в вакууме и в любом магнетике. Поэтому все формулы, выражающие *напряженность магнитного поля* токов, не изменяются. В частности, выражение для напряжен-

ности поля, создаваемого элементом тока (§ 86), будет иметь такой же вид, как и для вакуума, а именно

$$dH = \frac{1}{4\pi} \frac{i [dlr]}{r^3}. \quad (118.1)$$

Это поле не зависит от магнитной проницаемости среды.

По той же причине не изменится и теорема о магнитном напряжении (§ 88):

$$\oint H_s ds = i, \quad (118.2)$$

где в левой части по-прежнему  $H_s$  обозначает напряженность магнитного поля в магнетике, а  $i$  — алгебраическую сумму токов в *проводниках* (без учета молекулярных токов магнетика).

Напротив, механические *действия* магнитного поля на электрические токи при переходе от вакуума к магнетике изменяются. Эти действия определяются суммарной плотностью магнитного потока (намагничивающих катушек и молекулярных токов), т. е. индукцией  $\mathbf{B}$  в магнетике. При заполнении пространства магнетиком с (относительной) магнитной проницаемостью вещества  $\mu$  (и неизменном токе в намагничивающих катушках) магнитная индукция становится равной  $\mu\mu_0 H$ , т. е. увеличивается в  $\mu$  раз и во столько же раз возрастают механические силы. Поэтому, например, сила, действующая на провод с током в магнитном поле (ср. формулу (90.3)) внутри магнетика равна

$$F = i [lB] = i\mu\mu_0 [lH]. \quad (118.3)$$

Сила взаимодействия двух элементов тока в вакууме выражается законом Ампера (82.1a). В магнетике с магнитной проницаемостью  $\mu$  суммарная плотность магнитного потока будет в  $\mu$  раз больше, нежели в вакууме, и поэтому сила взаимодействия будет:

$$dF_{12} = \mu\mu_0 \frac{i_1 i_2 [dl_1 [dl_2 r_{12}]]}{r_{12}^3}. \quad (118.4)$$

Вернемся, наконец, еще к явлению электромагнитной индукции. В § 102 мы видели, что э. д. с. индукции зависит от быстроты изменения магнитного потока, пронизывающего рассматриваемый контур. Это справедливо и для магнетиков. Однако в этом случае суммарный магнитный поток складывается из потока, создаваемого намагничивающими катушками, и потока, обусловленного молекулярными токами, и поэтому в основном законе электромагнитной индукции (101.1) под  $\Phi$  следует понимать поток вектора магнитной индукции  $\mathbf{B} = \mu\mu_0 \mathbf{H}$  внутри магнетика. При заполнении пространства магнетиком с магнитной проницаемостью  $\mu$  поток, а следовательно, и э. д. с. индукции увеличиваются в  $\mu$  раз.

Отметим в заключение еще одно важное свойство магнитного поля. В § 88 мы видели, что силовые линии магнитного поля токов всегда замкнуты. Это значит, что и линии магнитной индукции  $\mu_0 H$  в вакууме тоже замкнуты. С другой стороны, в § 117 мы говорили, что магнитная индукция внутри магнетика есть суммарная магнитная индукция *в вакууме*, созданная намагничивающими катушками и элементарными токами магнетика. Отсюда следует, что и линии магнитной индукции *внутри магнетика* также всегда замкнуты. Это значит, что для любой замкнутой поверхности число входящих через нее линий индукции равно числу выходящих, т. е. *полный поток магнитной индукции через замкнутую поверхность всегда равен нулю*:

$$\int B_n ds = 0. \quad (118.5)$$

Эта формула выражает теорему Остроградского — Гаусса для магнитного поля.

### § 119. Влияние формы тела на намагничивание

До сих пор мы рассматривали неограниченные магнетики или, точнее, тела такой формы, при которой линии намагничивающего поля не пересекали поверхность тела (тороидальный замкнутый сердечник, неограниченно длинный прямой цилиндр внутри соленоида).

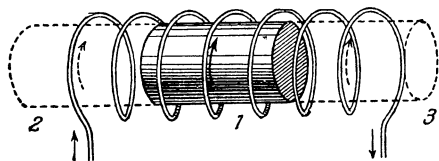


Рис. 202. Ограниченный магнетик в магнитном поле.

Мы видели, что в этом случае напряженность поля внутри магнетика  $H = H_0$ , где  $H_0$  — напряженность поля намагничивающей катушки.

Рассмотрим теперь *ограниченный* магнетик, например имеющий форму короткого цилиндра *1* (рис. 202). В нем отсутствуют боковые части *2* и *3*, которые содержали молекулярные токи и участвовали в образовании магнитного потока. Поэтому плотность магнитного потока, т. е. магнитная индукция  $B$  в ограниченном магнетике будет *меньше*, а следовательно, и напряженность поля  $H = \frac{B}{\mu\mu_0}$  также будет меньше  $H_0$  на некоторую величину  $H_0'$ :

$$H = H_0 - H_0'. \quad (119.1)$$

Поле  $H_0'$  называют *размагничивающим полем*. Так как действие частей *2* и *3* магнетика пропорционально величине намагничения данного вещества  $I$ , то можно положить:

$$H_0' = \beta \frac{I}{\mu_0}, \quad (119.2)$$

где  $\beta$  — множитель, зависящий от формы и размеров тела; он получил название *размагничивающего фактора*. В этой формуле явно введена магнитная проницаемость вакуума  $\mu_0$ , чтобы  $\beta$  было безразмерной величиной.

Выражая размагничивающее поле формулой (119.2), мы предполагаем намагничение  $I$  постоянным во всех точках тела. Расчет показывает, что это точно выполняется только для эллипсоида. Указанное предположение справедливо и для шара (частный случай эллипсоида), а также для бесконечно тонких стержня и диска, которые можно рассматривать как предельные случаи эллипсоида. Для тел иной формы формула (119.2) справедлива только приближенно и под  $I$  нужно понимать некоторое среднее значение намагничения.

Из сказанного ясно, что в действительности никакого «размагничивающего» поля не существует. Этим термином мы выражаем только то, что магнитное поле внутри какого-либо тела зависит от формы тела и что оно меньше, чем внутри замкнутого тороида.

Рассмотрим теперь значения размагничивающего фактора для тел простейшей формы. Для замкнутого тороида  $H = H_0$ ,  $H_{\circ} = 0$ , и поэтому  $\beta = 0$ . Для очень длинного стержня, для которого отношение длины к диаметру весьма велико, размагничивающий фактор  $\beta$  очень мал и практически его можно считать также равным нулю.

Вычислим размагничивающий фактор для тонкого диска, перпендикулярного к направлению намагничивающего поля. В § 117 мы видели, что элементарные токи в диске, складываясь, дают поверхностный круговой ток силой  $\frac{aI}{\mu_0}$  ( $a$  — толщина диска), который создает в центре диска поле

$$H' = \frac{aI}{\mu_0 \cdot 2r}$$

( $r$  — радиус диска). Поэтому индукция внутри диска имеет значение

$$B = \mu_0 H_0 + \frac{aI}{2r}.$$

Для бесконечно тонкого диска  $\frac{a}{r} \rightarrow 0$ , и поэтому

$$B = \mu_0 H_0, \quad H = \frac{B}{\mu \mu_0} = \frac{H_0}{\mu}.$$

Подставляя этот результат в (119.1), имеем:

$$H_{\circ} = H_0 - H = H(\mu - 1) = \kappa H,$$

так как  $\mu = 1 + \kappa$ . Но согласно (117.3)  $I = \kappa \cdot \mu_0 H$ . Поэтому

$$H_{\circ} = \frac{I}{\mu_0},$$

а следовательно,

$$\beta = 1 \text{ (бесконечно тонкий диск).}$$

Можно также легко показать, что для магнетика шарообразной формы

$$\beta = \frac{1}{3} \quad (\text{шар}).$$

Полученные результаты разъясняют влияние формы тела на намагничивание. Намагничивание *вещества* какого-либо тела тем больше, чем больше напряженность поля  $H$  *внутри* тела. Помещая тела из одинакового вещества, но различной формы, в одно и то же внешнее поле, мы будем иметь различную напряженность поля внутри тел и поэтому тела разной формы будут намагничиваться по-разному. Сильнее намагнитится то тело, у которого размагничивающий фактор  $\beta$  меньше.

На рис. 203 изображен наглядный опыт, подтверждающий сказанное. Расположим у нижнего конца вертикальной проволочной катушки  $A$  пучок железных проволок, стянутых вместе в виде

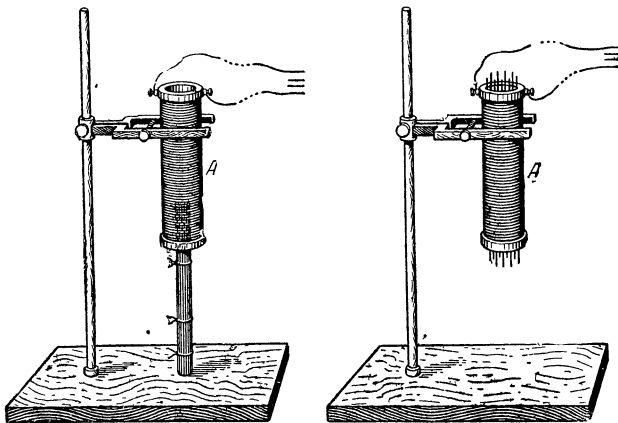


Рис. 203. Железные проволоки порознь намагничиваются сильнее, чем толстый стержень, составленный из этих проволок.

стержня, и подберем в катушке такую силу тока, чтобы она была лишь немного меньшей той, которая необходима для втягивания стержня внутрь катушки. Вынем теперь пучок проволок, удалим проволочные петли, стягивавшие проволоки вместе, и поместим опять наши проволоки на прежнее место. Мы увидим, что при той же силе тока проволоки сильно втягиваются внутрь катушки. Это происходит потому, что во втором случае каждая из проволок намагничивается отдельно, а так как размагничивающий фактор для тонкой проволоки меньше, чем для толстого стержня, то и намагничивание во втором случае оказывается больше.

Сказанное выше применимо и к постоянным магнитам. Они представляют собой магнетики, в которых молекулярные токи нахо-

дятся в ориентированном состоянии в отсутствии внешнего поля. Замыкая концы магнита железной пластиной, мы уменьшаем размагничивающий фактор, отчего и напряженность поля, и магнитная индукция внутри магнита увеличиваются. Это увеличение индукции легко обнаружить на опыте, если надеть на магнит проволочную катушку и соединить ее с баллистическим гальванометром; при замыкании магнита гальванометр дает отброс, указывающий на увеличение потока индукции, а при размыкании — отброс в противоположную сторону (рис. 204).

Чтобы при случайных внешних воздействиях (механические сотрясения, внешние размагничивающие поля) намагничение постоянных магнитов не уменьшалось, нужно, чтобы напряженность поля внутри магнита была возможно большей. Поэтому при хранении постоянных магнитов их концы (полюсы) всегда замыкают железными пластинами («якорями»).

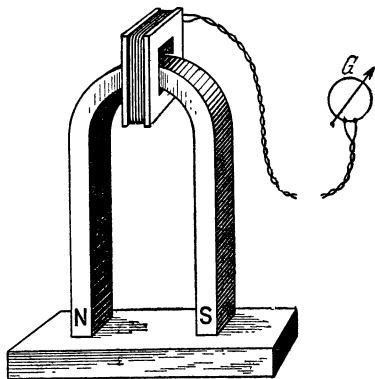


Рис. 204. При замыкании концов магнита железной пластиной баллистический гальванометр дает отброс, указывающий на увеличение потока индукции внутри магнита.

## § 120. Преломление линий магнитной индукции

На границе раздела двух различных сред с разными значениями магнитной проницаемости линии магнитной индукции, подобно линиям электрического смещения (§ 49), изменяют направление, т. е. преломляются.

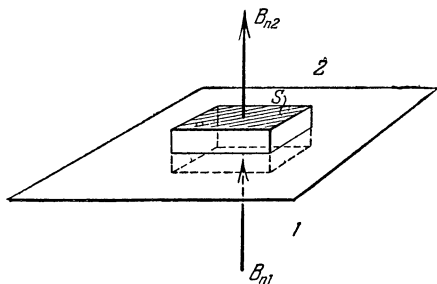


Рис. 205. К выводу граничных условий для магнитного поля.

Для того чтобы выяснить, как преломляются линии индукции, рассмотрим прямоугольный параллелепипед, одно из оснований которого лежит в среде 1 с магнитной проницаемостью  $\mu_1$ , а другое — в среде 2, магнитная проницаемость которой есть  $\mu_2$  (рис. 205), и вычислим поток магнитной индукции сквозь его поверхность.

Если  $S$  есть площадь основания, а  $B_{n2}$  — нормальная составляющая вектора индукции в среде 2, то поток сквозь верхнюю грань



параллелепипеда есть  $B_{n2}S$ . Аналогично поток сквозь нижнюю грань равен  $B_{n1}S$ . Высоту параллелепипеда будем считать бесконечно малой и поэтому поток через его боковую поверхность учитывать не будем. Согласно (117.7) поток магнитной индукции сквозь замкнутую поверхность всегда равен нулю. Это дает:

$$B_{n2}S - B_{n1}S = 0,$$

или

$$B_{n1} = B_{n2}. \quad (120.1)$$

*Нормальная составляющая вектора магнитной индукции непрерывна.*

В противоположность этому, нормальные составляющие напряженности магнитного поля в обеих средах будут различны. Так как

$$B_{n1} = \mu_1 \mu_0 H_{n1} \text{ и } B_{n2} = \mu_2 \mu_0 H_{n2}, \text{ то}$$

$$\frac{H_{n1}}{H_{n2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}.$$

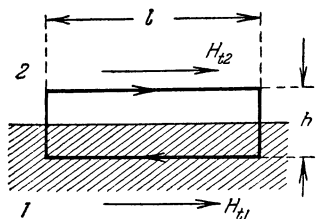


Рис. 206. К выводу граничных условий для магнитного поля.

Рассмотрим теперь прямоугольный контур с бесконечно малой высотой  $h$  (рис. 206), одно ребро которого длиной  $l$  лежит в среде 1, а другое — в среде 2, и применим к нему теорему о магнитном напряжении (§ 88). Магнитное напряжение вдоль рассматриваемого контура равно  $lH_{t2} - lH_{t1}$ , где  $H_{t1}$  и  $H_{t2}$  — касательные к поверхности раздела составляющие напряженности магнитного поля в обеих средах. Если  $h \rightarrow 0$ , то и площадь, ограниченная контуром, стремится к нулю, а значит, стремится к нулю и сила тока, проходящего через эту площадь. Поэтому

$$lH_{t2} - lH_{t1} = 0,$$

откуда

$$H_{t1} = H_{t2}. \quad (120.2)$$

*При переходе через границу раздела двух сред касательные составляющие напряженности магнитного поля не изменяются.*

Напротив, касательные составляющие индукции испытывают скачок, причем

$$\frac{B_{t1}}{B_{t2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}.$$

Соотношения (120.1) и (120.2) выполняются во всех случаях и выражают *граничные условия* для магнитного поля. Они совершенно аналогичны граничным условиям для электрического поля (§ 47).

Из этих формул вытекает закон преломления линий индукции:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad (120.3)$$

где  $\alpha_1$  — угол между линиями индукции в среде 1 и нормалью к поверхности раздела, а  $\alpha_2$  — соответствующий угол в среде 2.

Так как в изотропных магнетиках направления индукции и напряженности поля совпадают, то (120.3) выражает также и закон преломления линий напряженности поля.

Из (120.3) следует, что линии индукции, вступая в среду с *большой* магнитной проницаемостью, *удаляются* от нормали, а следовательно, сгущаются.

Вычисление хода линий индукции довольно сложно даже для тел простой формы и поэтому мы ограничимся только качественным разбором. Рассмотрим, например, кусок магнетика в виде прямоугольного бруска в магнитном поле, которое до внесения магнетика было однородным (рис. 207). Магнитную проницаемость магнетика

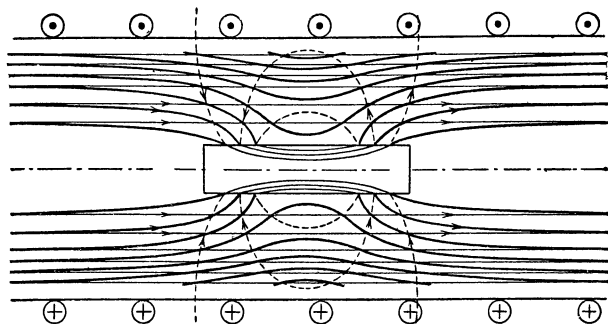


Рис. 207. Сгущение линий индукции внутри магнетика.  
Магнитная проницаемость магнетика больше, чем у окружающей среды.

будем считать большей, чем у окружающей среды. Рассматриваемый брусок в магнитном поле намагнитится и станет сам источником магнитного поля, линии индукции которого показаны пунктиром. Это поле будет складываться в каждой точке с первоначальным однородным полем по правилу параллелограмма, отчего возникнет результирующее поле, изображенное утолщенными линиями индукции. Из рис. 207 видно, что линии индукции стягиваются к бруску, испытывают на его поверхности преломление и располагаются внутри бруска гораздо гуще.

На рис. 208 и 209 показаны линии индукции в теле шаровой формы, помещенном в первоначально однородное поле. В этом случае оказывается, что линии индукции внутри шара представляют собой параллельные прямые линии, а следовательно, и значение индукции во всех точках шара одинаково. При этом будут постоянны и напряженность поля  $H$ , и намагниченность  $I$ , т. е. шар будет намагничен однородно.

Если в однородное магнитное поле поместить полое тело, например цилиндр, из вещества с магнитной проницаемостью, большей

чем у окружающей среды, то линии индукции будут сгущаться в теле цилиндра (рис. 210). В полости же цилиндра густота линий индукции уменьшится, а следовательно, и магнитное поле внутри цилиндра

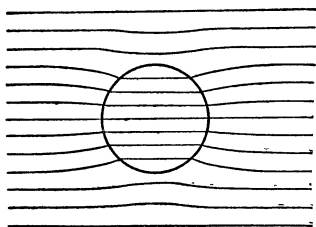


Рис. 208. Шар в магнитном поле.

Магнитная проницаемость вещества шара больше, чем у окружающей среды.

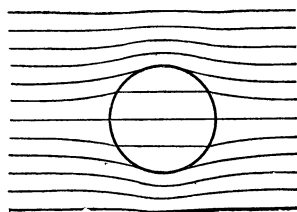


Рис. 209. Шар в магнитном поле.

Магнитная проницаемость шара меньше проницаемости среды.

будет ослаблено. Этим обстоятельством пользуются для устройства магнитной защиты. Чтобы предохранить чувствительные измерительные приборы от действия внешних магнитных полей, их заключают в замкнутые оболочки из вещества с большой магнитной проницаемостью (железо). Однако, в отличие от электростатической защиты (§ 31), таким приемом можно только ослабить внешнее поле (в сотни и тысячи раз), но нельзя исключить его вовсе, так как в природе существуют проводники электричества, но нет проводников магнетизма.

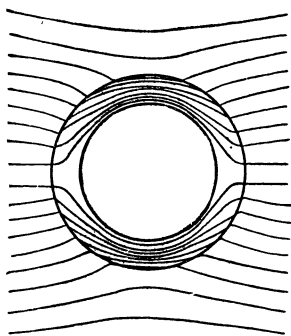


Рис. 210. Линии магнитной индукции внутри железного цилиндра, помещенного в первоначально однородное магнитное поле.

Внутри воздушной полости магнитного поля практически нет.

Из сказанного ясно, что если конфигурация первоначального поля и форма тела таковы, что линии индукции не пересекают поверхность тела, то не будет и преломления линий индукции и магнитное поле вне тела не будет изменяться при внесении тела. Так, например, если на прямой длинный провод с током надеть длинную же железную трубу, коаксиально с проводом, то линии индукции, имеющие в этом случае вид концентрических окружностей, не будут пересекать ни внутреннюю, не внешнюю поверхности трубы, и магнитное поле во всем пространстве, кроме толщи самой трубы, будет таким же, как и до надевания трубы. В самом же теле трубы магнитная индукция увеличится в  $\mu$  раз.

### § 121. Магнитные свойства веществ. Диамагнетизм и парамагнетизм

Магнитные свойства различных веществ гораздо разнообразнее, нежели электрические свойства. В то время как диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  у всех веществ всегда больше единицы, магнитная проницаемость  $\mu$  может быть как больше единицы, так и меньше единицы. Вещества, для которых  $\mu < 1$ , называются *диамагнитными* или *диамагнетиками*, а вещества с  $\mu > 1$  — *парамагнитными* или *парамагнетиками*. Так как магнитная восприимчивость  $\chi = \mu - 1$ , то для парамагнетиков  $\chi$  положительна, а для диамагнетиков — отрицательна.

Намагничение вещества  $I$  (магнитный момент единицы объема), как мы видели в § 117, связано с напряженностью магнитного поля

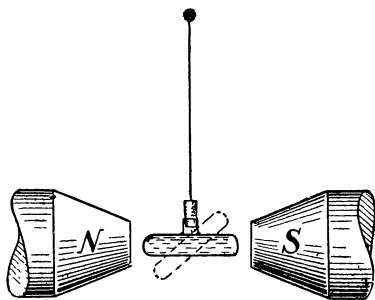


Рис. 211. Ампула с парамагнитным раствором хлористого железа в магнитном поле.

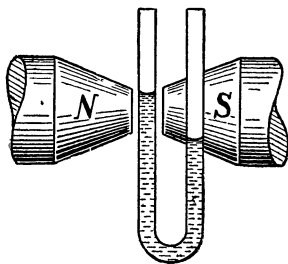


Рис. 212. Втягивание раствора хлористого железа в магнитное поле.

соотношением  $I = \chi \mu_0 H$ . Отрицательное значение  $\chi$  в диамагнетиках обозначает, что в этих веществах вектор намагничения направлен *противоположно* намагничивающему полю. Объяснение такого, неожиданного на первый взгляд, характера намагничивания будет рассмотрено ниже.

Наличие диа- и парамагнитных веществ качественно легко обнаружить, наблюдая поведение вещества в сильном магнитном поле. Атмосферный воздух является парамагнетиком, его магнитная восприимчивость  $\chi$  при 760 мм рт. ст. и комнатной температуре равна  $0,38 \cdot 10^{-6}$ . Поэтому все парамагнетики, у которых  $\chi > 0,38 \cdot 10^{-6}$ , ведут себя подобно диэлектрикам с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$  большей, чем  $\epsilon_2$  окружающей среды, т. е. втягиваются в область сильного поля. Напротив, на диамагнетики действуют силы того же знака, что и на диэлектрики с  $\epsilon_1 < \epsilon_2$ , и они *выталкиваются* из магнитного поля.

Примером парамагнетика может служить хлористое железо. Стеклоанная ампула с водным раствором этой соли, подвешенная на тонкой нити в магнитном поле, втягивается полем и устанавливается параллельно направлению поля (рис. 211). Если одно из

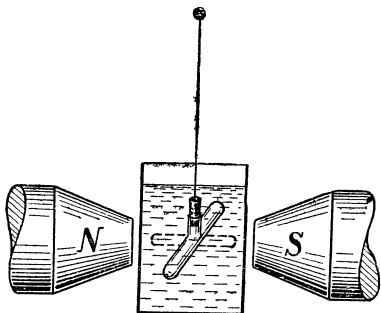


Рис. 213. Ампула с парамагнитным раствором хлористого железа, погруженная в более крепкий раствор той же соли, ведет себя как диамагнитное тело.

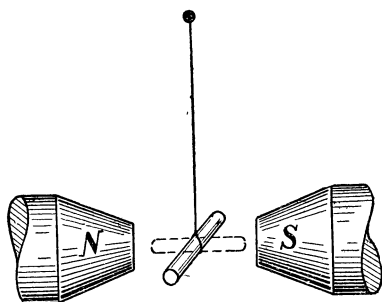


Рис. 214. Диамагнитная палочка висмута в магнитном поле.

колен U-образной трубки, заполненной раствором хлористого железа, поместить между полюсами сильного электромагнита таким образом, чтобы до включения поля уровень был вблизи нижнего края полюсных наконечников, то при включении поля уровень жидкости в этом колене повышается (рис. 212).

Если тело находится в среде, которая сама способна намагничиваться, то силы, действующие на тело, зависят не только от намагничивания тела, но и от намагничивания окружающей среды. В частности, парамагнетик, помещенный в парамагнитную же среду с большим  $\chi$ , ведет себя как диамагнетик (рис. 213) (ср. § 51).

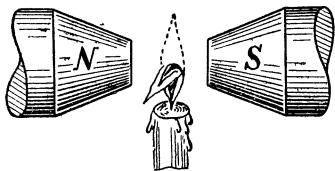


Рис. 215. Диамагнетизм пламени.

Примером диамагнетика является висмут. Висмутовая палочка *выталкивается* из магнитного поля и устанавливается перпендикулярно к направлению поля (рис. 214). Диамагнитными свойствами обладают и газы (углекислота), и поэтому пламя также выталкивается магнитным полем (рис. 215).

Ниже в таблице приведены значения магнитной восприимчивости для некоторых веществ. Значения для газов относятся к давлению 760 мм рт. ст. и комнатной температуре. Как видно из таблицы, значения  $\chi$  весьма малы и поэтому магнитная проницаемость  $\mu = 1 + \chi$  близка к единице; все диа- и парамагнетики суть вещества, намагничивающиеся весьма слабо.

Вещество	$\chi \cdot 10^6$	Тип магнетика	Вещество	$\chi \cdot 10^6$	Тип магнетика
Азот . . . . .	—0,0062	Диа-магнетик	Кислород . . . . .	1,8	Пара-магнетик
Углекислота . . . . .	—5,3	То же	Алюминий . . . . .	21	То же
Вода . . . . .	—9,0	»	Платина . . . . .	300	»
Серебро . . . . .	—26	»	Хлористое желе-зо (FeCl <sub>3</sub> ) . . . . .	2500	»
Висмут . . . . .	—170	»			

Отметим, что для данного вещества  $\chi$  приблизительно пропорциональна плотности вещества. Поэтому в различных таблицах часто приводят величину *удельной* магнитной восприимчивости  $\chi_1 = \frac{\chi}{d}$ , где  $d$  — плотность вещества. В отличие от  $\chi$ , которая есть величина безразмерная,  $\chi_1$  имеет размерность, обратную размерности плотности, и в системе СИ измеряется в единицах  $м^3/кг$ .

## § 122. Ферромагнетизм

Наряду с диа- и парамагнетиками имеются вещества, способные намагничиваться весьма сильно. Они получили название *ферромагнетиков* (от лат. ferrum — железо). Магнитная проницаемость большинства ферромагнетиков при обычных температурах измерится многими сотнями и тысячами единиц, а у некоторых специально приготовленных и обработанных ферромагнетиков она достигает миллиона.

Ферромагнетики, помимо способности сильно намагничиваться, обладают рядом свойств, существенно отличающих их от диа- и парамагнетиков.

**Кривая намагничивания.** Характерной особенностью ферромагнетиков является сложная нелинейная зависимость между индукцией  $B$  и напряженностью поля  $H$ . Эта зависимость была установлена в классических работах А. Г. Столетова на примере мягкого (отожженного) железа.

В этих опытах было, во-первых, впервые учтено влияние формы тела на намагничивание и использован магнетик в форме замкнутого тороида, для которого размагничивающий фактор  $\beta = 0$ . Это позволило получить законы намагничивания *вещества*, не зависящие от формы тела. Во-вторых, Столетовым был предложен и использован *баллистический метод* измерения магнитной индукции, который широко применяется на практике в настоящее время.

Зависимость индукции  $B$  от напряженности магнитного поля  $H$  в ферромагнетиках имеет вид, показанный на рис. 216. Индукция сначала быстро увеличивается, но по мере намагничивания магнетика ее нарастание замедляется.

По значениям индукции  $B$  и поля  $H$  можно определить намагничение магнетика  $I = B - \mu_0 H$  (магнитный момент единицы объема).

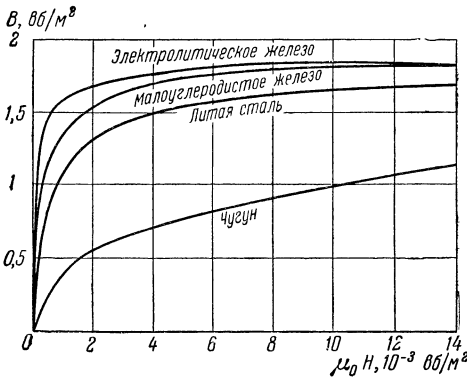


Рис. 216. Зависимость магнитной индукции от напряженности магнитного поля.

Характер зависимости  $I$  от  $H$  для ферромагнетиков изображен на рис. 217. Намагничение  $I$ , подобно индук-

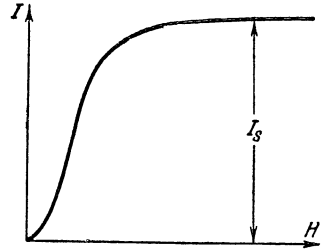


Рис. 217. Кривая намагничения ферромагнетиков.

ции, сначала быстро возрастает, но затем наступает *магнитное насыщение*, при котором намагничение достигает некоторого максимального значения  $I_s$  и практически перестает зависеть от напряженности поля.

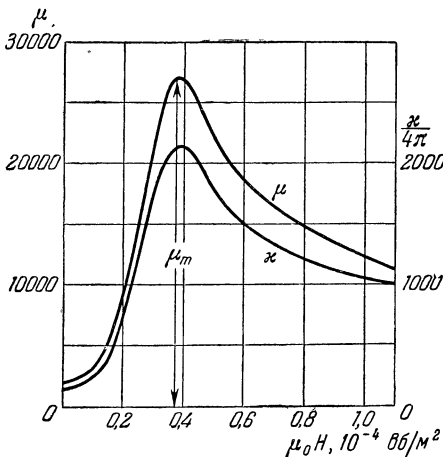


Рис. 218. Зависимость магнитной проницаемости  $\mu$  и магнитной восприимчивости  $\chi$  от напряженности поля для железа «армко».

Вследствие нелинейной зависимости  $B$  от  $H$  магнитная проницаемость  $\mu = B/\mu_0 H$  зависит от напряженности магнитного поля. Кривая зависимости  $\mu$  от  $H$  (рис. 218) возрастает с увеличением поля от начального значения  $\mu_0$  до некоторой максимальной величины  $\mu_m$ , но затем, после прохождения через максимум, уменьшается и асимптотически стремится к значению, очень близкому к единице.

Магнитная восприимчивость ферромагнетика  $\chi = I/\mu_0 H$  называется также непостоянной и зависящей от напряженности поля. Эта зависимость показана на рис. 218. Магнитная восприимчивость  $\chi$ , так же, как и проницаемость  $\mu$ , имеет максимум и при больших полях асимптотически стремится к значению, близкому к нулю.

Зависимость  $\chi$  от  $H$  часто называется *кривой Столетова* в честь А. Г. Столетова, впервые установившего особенности этой кривой на примере мягкого железа и указавшего на научную и техническую важность этой зависимости.

Указанные особенности намагничивания ферромагнетиков показывают, что использование ферромагнетиков для получения сильных магнитных полей весьма эффективно в областях намагничивания, далеких от насыщения. В случае же очень сильных полей наступает магнитное насыщение и магнитная проницаемость сильно падает. Поэтому ферромагнетики применяют для получения полей, напряженность которых не превышает  $\sim 10^6$  а/м. Если же требуется получить еще более сильное поле, то применение ферромагнетиков делается практически бесполезным. Так, например, в опытах П. Л. Капицы поля с напряженностью до  $3 \cdot 10^7$  а/м были получены только с помощью катушек с током, без ферромагнетиков.

**Анизотропия намагничивания.** Все ферромагнетики в магнитном отношении являются *анизотропными*. Однако если ферромагнетик имеет мелкокристаллическую структуру и отдельные кристаллики в нем расположены совершенно беспорядочно, то эта анизотропия не проявляется и его намагничение не зависит от направления поля. Если же ферромагнетик представляет собой единый кристалл, то вид кривой намагничения оказывается различным и зависящим от

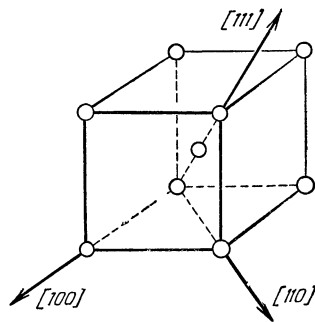


Рис. 219. Элементарная кристаллическая ячейка железа и ее основные кристаллографические направления. [100] является направлением легкого намагничивания, а [111] — направлением трудного намагничивания.

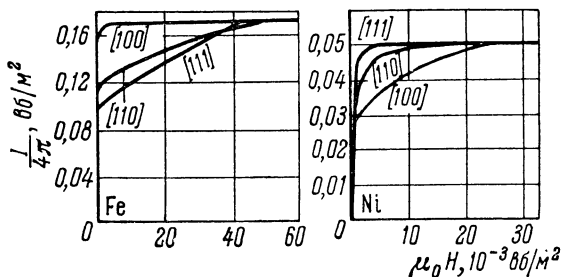


Рис. 220. Кривые намагничения монокристаллов железа и никеля при различных направлениях намагничивающего поля.

направления намагничивающего поля относительно осей кристалла. На рис. 219 изображена элементарная ячейка кристалла железа (центрированный куб) и показаны кристаллографические направления, обозначаемые символами [100] (ребро куба), [110] (диагональ грани)



и [111] (пространственная диагональ); на рис. 220 даны кривые намагничивания монокристаллов железа и никеля при трех указанных направлениях магнитного поля. Как видно из рисунка, для каждого ферромагнетика существует направление, в котором намагничение (при данном поле) наибольшее (*направление легкого намагничивания*), и направление, в котором намагничение наименьшее (*направление трудного намагничивания*).

**Гистерезис.** Положим, что мы намагничиваем первоначально ненамагниченный ферромагнетик и, поместив его внутрь намагничивающей катушки, увеличиваем магнитное поле внутри магнетика от нуля

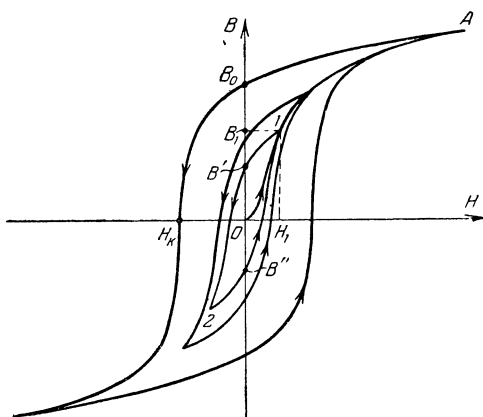


Рис. 221. Магнитный гистерезис.

до некоторого значения  $H_1$  (рис. 221). Значение индукции в магнетике будет определяться кривой индукции  $OIA$  и изобразится отрезком ординаты  $OB_1$ . Если теперь вновь уменьшать магнитное поле, то уменьшение индукции будет изображаться уже не отрезком кривой индукции  $IO$ , но кривой  $IB'$ , и когда поле сделается опять равным нулю, индукция не будет равна нулю, а будет выражаться отрезком  $OB'$ . Ферромагнетик в этом состоянии является *постоянным магнитом*.

Если, далее, изменить направление тока в намагничивающей катушке и перемагничивать образец в обратном направлении, то изменение индукции будет описываться отрезком кривой  $B'2$ . При последующем изменении поля в обратном направлении индукция будет изменяться в соответствии с кривой  $2B''1$ . При циклическом перемагничивании ферромагнетика изменение индукции в нем будет изображаться петлеобразной замкнутой кривой  $IB'2B''1$ .

Мы видим, что значение индукции в ферромагнетике определяется не только существующим магнитным полем, но еще зависит от предыдущих состояний намагничивания, причем происходит своеобразное *отставание* изменения индукции от изменений напряженности поля. Это явление получило название магнитного *гистерезиса*, а указанная выше петлеобразная кривая зависимости  $B$  от  $H$  при циклическом перемагничивании называется *петлей гистерезиса*. Магнитный гистерезис подобен диэлектрическому гистерезису в сегнетоэлектриках (§ 56).

Из кривых рис. 221 видно, что при устранении намагничивающего поля ферромагнетик сохраняет остаточное намагничение, причем внутри магнетика существует некоторая остаточная индукция. При

увеличении амплитуды намагничивающего поля она стремится к предельному значению  $B_0$  (рис. 221). Чтобы уничтожить это остаточное намагничение, внутри ферромагнетика, необходимо создать определенное поле, направленное противоположно первоначальному намагничивающему полю, изображаемое отрезком  $OH_k$ . Это поле называют *задерживающей* или *коэрцитивной* силой ферромагнетика.

В связи со сказанным выше находится практический прием, употребляемый для размагничивания ферромагнетиков. Для этого ферромагнетик помещают внутрь катушки, питаемой *переменным* током, и силу тока постепенно уменьшают до нуля. При этом ферромагнетик подвергается многократным циклическим перемагничиваниям, соответствующим различным петлям гистерезиса, которые, постепенно уменьшаясь, стягиваются к точке  $O$  (рис. 221), где намагничение равно нулю.

Гистерезис зависит в сильнейшей степени от состава ферромагнетика и от его обработки. Для чистого «мягкого» железа, т. е. отожженного и затем медленно охлажденного, гистерезис выражен весьма слабо и петля гистерезиса очень узка. Но у закаленной стали гистерезис значителен (рис. 222).

**Температура Кюри.** Способность пара- и ферромагнетиков намагничиваться различна при разных температурах, т. е. их магнитная восприимчивость зависит от температуры. Она уменьшается с увеличением температуры. Напротив, магнитная восприимчивость диамагнетиков практически не зависит от температуры.

Для многих *парамагнитных* веществ изменение  $\chi$  с температурой подчиняется закону, установленному Кюри:

$$\chi = \frac{C}{T}, \quad (122.1)$$

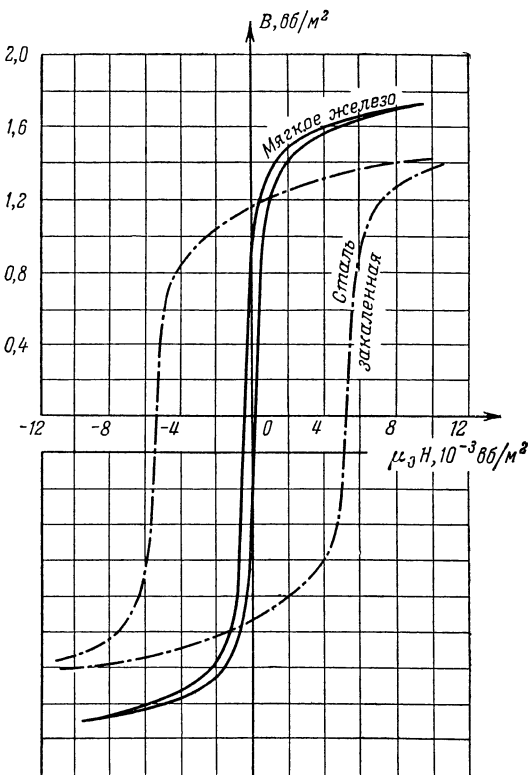


Рис. 222. Кривые гистерезиса мягкого железа и закаленной стали.

где  $T$  — абсолютная температура, а  $C$  — постоянная (*постоянная Кюри*), зависящая от рода вещества. Магнитная восприимчивость таких веществ монотонно изменяется с изменением температуры. Подобные вещества называются *нормальными парамагнетиками*.

Зависимость магнитной восприимчивости от температуры для ферромагнетиков имеет более сложный характер. При повышении температуры способность ферромагнетиков намагничиваться уменьшается.

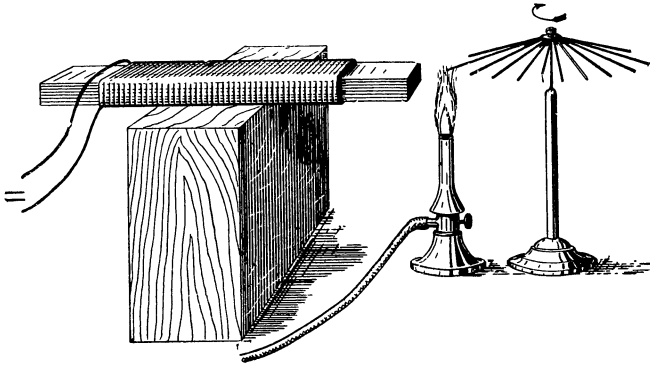


Рис. 223. Демонстрация существования температуры Кюри для никеля.

При этом падают значения их магнитной восприимчивости и проницаемости при любом значении магнитного поля, ослабляется гистерезис и уменьшается намагничение насыщения  $I_s$ . При некоторой температуре  $T_K$ , называемой *температурой Кюри*, ферромагнитные свойства исчезают вовсе.

Температура Кюри различна для разных ферромагнетиков; ее значения для некоторых веществ приведены в таблице.

Вещество	$T_K, ^\circ\text{C}$	Вещество	$T_K, ^\circ\text{C}$
Кобальт . . . . .	1150	Никель . . . . .	360
Железо . . . . .	770	30%-ный пермаллой .	70
78%-ный пермаллой (сплав 22% Fe, 78% Ni) . . . . .	550	Гадолиний . . . . .	17

При температурах более высоких, нежели температура Кюри, ферромагнетик превращается в парамагнетик. Зависимость магнитной восприимчивости  $\chi$  от температуры для таких парамагнетиков под-

чиняется закону Кюри — Вейсса, который имеет вид:

$$\chi = \frac{C}{T - T_K}. \quad (122.2)$$

Здесь  $C$  — постоянная, зависящая от рода вещества, а  $T_K$  — температура Кюри.

Существование температуры Кюри можно продемонстрировать на опыте, изображенном на рис. 223. Легкая вертушка, состоящая из радиально расположенных никелевых проволок, помещена вблизи одного из концов электромагнита. Вертушка находится в равновесии, так как силы притяжения никелевых проволок, расположенных по разные стороны от конца электромагнита, уравновешиваются. Если, однако, поместить газовую горелку несимметрично относительно магнита, то никелевые проволоки, нагреваемые пламенем выше температуры Кюри утрачивают магнитные свойства и вертушка под действием одностороннего притяжения холодной проволоки приходит во вращение.

Как видно из таблицы, температура Кюри для некоторых сплавов весьма низка, например для 30-процентного пермаллоя — около  $70^\circ\text{C}$ . Поэтому, если пермаллоевую пластинку поднести к полюсам постоянного магнита при комнатной температуре, то она притягивается к магниту и удерживает некоторый груз. Но если магнит с пластинкой поместить в воду, нагретую до температуры  $80\text{—}90^\circ\text{C}$ , то пластинка теряет ферромагнитные свойства, ее намагничение практически исчезает и она под действием груза отрывается от магнита (рис. 224).

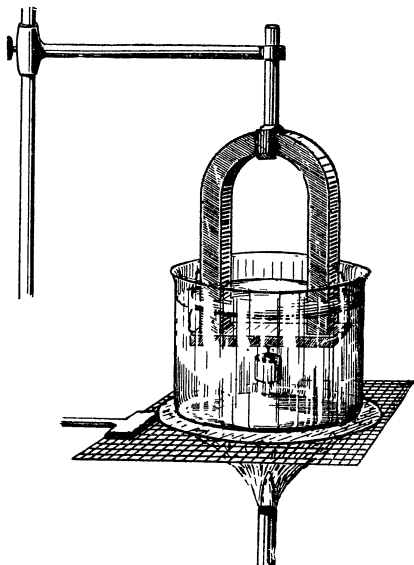


Рис. 224. При нагревании пермаллоевой пластинки выше температуры Кюри она перестает притягиваться к магниту.

### § 123. Работа при намагничивании

При намагничивании любого магнетика совершается определенная работа. Вычислим величину этой работы, пользуясь законом сохранения энергии (§ 112).

Пусть магнетик имеет форму замкнутого тора и намагничивается равномерно расположенной на нем обмоткой. Сила тока в обмотке  $I$ ,

э. д. с. батареи  $\mathcal{E}$ , полное сопротивление цепи  $r$ . Если сила тока постоянна, то будет постоянным и магнитное поле и его энергия не будет изменяться. В этом случае работа источника тока превращается целиком в тепло Ленца — Джоуля, и мы имеем:

$$\mathcal{E} i dt = r i^2 dt.$$

Допустим теперь, что сила тока в обмотке очень медленно увеличивается. Тогда при том же значении сопротивления  $r$  сила тока будет меньше на малую величину  $\delta i$ , так как вследствие электромагнитной индукции в цепи будет еще экстраток самоиндукции, направленный противоположно току  $i$ . При этом за время  $dt$  увеличится и магнитное поле, на что потребуются некоторая работа  $dA$ . Согласно закону сохранения энергии должно быть:

$$\mathcal{E} (i - \delta i) dt = r (i - \delta i)^2 dt + dA.$$

Работа источника уменьшилась на величину  $\mathcal{E} \delta i dt = r i \delta i dt$ , а уменьшение количества тепла равно  $r i^2 dt - r (i - \delta i)^2 dt \cong 2 r i \delta i dt$ . Разность этих работ  $r i \delta i dt$  равна работе намагничивания, и поэтому

$$dA = r i \delta i dt.$$

Но, согласно основному закону электромагнитной индукции, э. д. с. индукции в обмотке равна:

$$- S \frac{dB}{dt} N,$$

где  $B$  — индукция в магнетике,  $S$  — его сечение (равное площади витка),  $N$  — полное число витков обмотки. Отсюда получается:

$$\delta i = \frac{S}{r} \frac{dB}{dt} N,$$

а следовательно,

$$dA = r i \frac{S}{r} \frac{dB}{dt} N dt = S N i dB.$$

Умножая и деля правую часть этого равенства на длину магнетика (тороида),  $l$ , и замечая, что

$$\frac{N i}{l} = H$$

есть напряженность поля внутри магнетика, находим:

$$dA = H dB \tau,$$

где  $\tau = S l$  — объем магнетика. Работа  $d\omega$ , необходимая для увеличения индукции на  $dB$  в единице объема магнетика, равна

$$d\omega = H dB. \quad (123.1)$$

Так как работа намагничивания зависит лишь от процессов внутри магнетика, то выражение (123.1) будет справедливым, очевидно, для магнетика любой формы.

Рассмотрим сначала магнетик без гистерезиса, для которого прямая и обратная ветви кривой намагничения совпадают (рис. 225). Элементарная работа, необходимая для бесконечно малого увеличения намагничения, на этом графике выражается, согласно (123.1), величиной площади 1234. Полная работа, затрачиваемая при увеличении индукции от нуля до заданного значения  $B_1$ , будет равна площади  $OAB_1$ , ограниченной кривой намагничения и осью  $B$  (заштрихована). Эта работа затрачивается источником при намагничивании магнетика. При размагничивании магнетика в цепь источника возвращается энергия, запасенная в магнитном поле, в виде работы экстратока самоиндукции. Она по-прежнему выражается величиной площади, ограниченной кривой намагничения и осью  $B$ . Если гистерезис отсутствует, то обе ветви кривой совпадают, и при размагничивании возвращается та же работа, которая была затрачена при намагничивании.

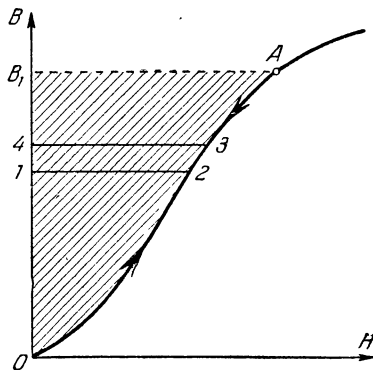


Рис. 225. Работа намагничивания магнетика без гистерезиса.

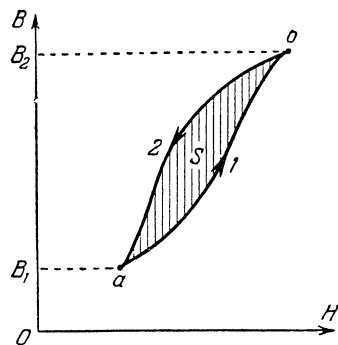


Рис. 226. Работа при циклическом перемагничивании пропорциональна площади петли гистерезиса.

Иначе будет для магнетика с гистерезисом. В этом случае при увеличении индукции от значения  $B_1$  до некоторого другого значения  $B_2$  (рис. 226) требуется работа, равная площади, ограниченной ветвью кривой намагничения 1, т. е. площади  $B_1 a 1 b B_2$ , а при размагничивании до исходного состояния возвращаемая работа будет равна площади  $B_2 b 2 a B_1$ , которая имеет меньшую величину. Поэтому при полном цикле перемагничивания в каждую единицу объема магнетика вводится энергия

$$\omega = S, \quad (123.2)$$

где  $S$  — площадь петли гистерезиса. Эта энергия расходуется на совершение работы против коэрцитивных сил в магнетике и в конечном счете превращается в тепло. Поэтому ферромагнетики при циклическом перемагничивании нагреваются, и тем больше, чем сильнее выражен гистерезис.

В существовании тепла гистерезиса можно убедиться при помощи простого опыта. Если внутрь проволочной катушки, питаемой техническим переменным током, опустить стальной стержень, то он будет совершать 50 циклов перемагничивания в секунду и уже через одну-две минуты опыта сильно нагреется. Чтобы доказать, что это нагревание вызвано не индукционными токами, одновременно со стальным стержнем можно поместить в катушку медный стержень такой же величины и формы. Так как электропроводность у меди больше, чем у стали, то и индукционные токи в медном стержне будут больше, чем в стальном, однако при значительном нагревании стального стержня медный стержень почти не нагревается. В различии температур обоих стержней можно убедиться, помещая их порознь в два тождественных термоскопа.

Тепло гистерезиса всегда учитывают при расчете различных электрических устройств переменного тока, содержащих ферромагнетики, подвергающиеся периодическому перемагничиванию. Таковы, например, железные сердечники трансформаторов (см. § 147) и вращающиеся железные якоря динамомашин. Наличие гистерезиса в них приводит к бесполезной затрате части энергии на тепло гистерезиса и снижает коэффициент полезного действия установок. Поэтому для подобных устройств применяют специальные сорта мягкого железа (трансформаторное железо), в которых гистерезис выражен слабо.

## § 124. Магнитные материалы. Ферриты

В современной электротехнике ферромагнетики играют выдающуюся роль. Используя ферромагнетики, мы заставляем элементарные токи принимать участие в образовании магнитного поля и, можно сказать, «бесплатно» увеличиваем магнитное поле в сотни и тысячи раз по сравнению с полем одних намагничивающих катушек.

В зависимости от назначения ферромагнетиков к ним предъявляют различные требования. Так, например, для применения в трансформаторах важнейшими требованиями являются высокая магнитная проницаемость и слабый гистерезис («магнитно-мягкие» материалы). Для изготовления же постоянных магнитов наиболее важны остаточное намагничение и большая коэрцитивная сила.

В качестве ферромагнитных материалов в настоящее время широко применяют железо и его сплавы с другими элементами. Подбирая состав сплавов и варьируя их обработку, оказывается возможным получить различные ферромагнитные материалы, отличающиеся чрезвычайным разнообразием магнитных свойств. В таблицах приведены магнитные характеристики некоторых веществ, применяемых в современной технике.

Приведенные данные показывают, что в изготовлении магнитных материалов достигнуты выдающиеся успехи. Некоторые сплавы (аллико,

магнито) отличаются весьма высокими значениями коэрцитивной силы и остаточной индукции и поэтому позволяют изготавливать исключительные по качеству постоянные магниты, широко применяемые в настоящее время в магнитоэлектрических измерительных приборах и других устройствах, в которых требуется сильное постоянное магнитное поле.

#### Свойства некоторых магнитно-мягких материалов

Вещество	Состав	Проницаемость		Индукция при насыщении, тесла	Коэрцитивная сила, а/м
		начальная	максимальная		
Железо . . . . .	99,9% Fe	200	5 000	2,15	80
Сплав кремний — железо . . . . .	96,7% Fe; 3,3% Si	600	10 000	2,0	16
То же, отожженный в водороде . . . . .	96,7% Fe; 3,3% Si	1 500	40 000	2,0	8,0
78%-ный пермаллой . . . . .	78% Ni; 22% Fe	8 000	100 000	1,0	4,0
Супермаллой . . . . .	79% Ni; 5% Mo; 16% Fe	100 000	800 000	0,80	0,32

#### Свойства некоторых высококоэрцитивных сплавов

Вещество	Состав	Коэрцитивная сила, а/м	Остаточная индукция, тесла
Вольфрамовая сталь . . . . .	6% W; 0,7% C; 0,3 Mn; 93% Fe	5 200	1,0
Сплав ални . . . . .	25% Ni; 12% Al; 63% Fe	40 000	0,70
Сплав алнико 5 . . . . .	8% Al; 14% Ni; 24% Co; 3% Cu; 51% Fe	44 000	1,25
Сплав платина — кобальт . . . . .	77% Pt; 23% Co	210 000	0,45
Сплав магнито . . . . .	13,5% Ni; 9% Al; 24% Co; 3% Cu; ~ 50% Fe	56 000	1,3

Весьма интересны магнитные свойства редкоземельных элементов. Среди этой группы элементов и их химических соединений имеются диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики. Из них наиболее сильным ферромагнетиком является гадолиний. Он намагничивается до насыщения в сравнительно слабых полях, и его намагничение насыщения больше, чем у чистого железа.

Исследование магнитных сплавов и химических соединений привело к важным и интересным результатам, открывающим новые технические возможности применения магнитных материалов. Так,



например, было обнаружено, что некоторые сплавы из ферромагнитных элементов при определенном соотношении между компонентами обладают сильным ферромагнетизмом. Таковы сплавы марганец — висмут, марганец — сурьма, хром — теллур и др.

Второе важное достижение заключается в получении и исследовании *ферритов* (ср. § 131). Они представляют собой ферромагнитные химические соединения типа  $MeO \cdot Fe_2O_3$ , где  $Me$  — один из (или смесь) двухвалентных катионов  $Mn$ ,  $Co$ ,  $Ni$ ,  $Cu$ ,  $Mg$ ,  $Zn$ ,  $Cd$ ,  $Fe^{+2}$ . В отличие от железа и других ферромагнитных металлов ферриты являются магнитными полупроводниками (§ 166) и имеют большое удельное электрическое сопротивление порядка  $10^2$ — $10^6$  *ом · см*. Этим и обусловлено большое техническое значение ферритов. Ферромагнитные металлы нельзя использовать в радиотехнике высоких частот вследствие их большой электропроводности и возникающих отсюда больших потерь на вихревые токи (см. § 146). Ферриты же лишены указанного недостатка и позволяют по-новому решать ряд задач радиотехники.

## § 125. Магнитные заряды. Формальная теория магнетизма

На ранней стадии исследований магнетизма предполагали, что причины магнитного взаимодействия токов между собой и причины взаимодействия магнитов различны. Взаимодействие магнитов объясняли существованием в них *магнитных зарядов* и считали, что в природе существуют два рода магнитных зарядов, причем одноименные магнитные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются. Заряды, сосредоточенные в том конце магнитной стрелки, которая указывает на север, называли северными, находящиеся на другом конце магнитной стрелки (указывающем на юг) — южными.

Однако сразу же после открытия магнитного взаимодействия токов Ампер высказал предположение, что причина взаимодействия магнитов — та же самая, что и причина взаимодействия проводников с током, и что внутри магнитов имеются мельчайшие замкнутые электрические токи (*молекулярные токи* Ампера). Дальнейшие исследования магнетизма подтвердили правильность гипотезы Ампера и показали, что в природе нет магнитных зарядов. В соответствии с этим мы и начали изучение магнитных явлений с исследования магнитного поля токов. Теория магнетизма, основанная на представлениях о магнитных зарядах и использующая чисто внешнее, формальное сходство взаимодействия магнитов с взаимодействием воображаемых магнитных зарядов, может быть названа *формальной теорией магнетизма*.

Пользуясь приемом, описанным в § 87, можно легко получить картины силовых линий поля, создаваемого постоянными магнитами. Пример такой картины приведен на рис. 227. Подобные опыты по-

казывают, что силовые линии входят и выходят из магнитов преимущественно вблизи их концов. Это обстоятельство привело к представлению о существовании в магнитах двух *полюсов*, северного и южного, вокруг которых распределяются магнитные заряды.

Чем больше отношение длины магнита к его диаметру, тем в меньшей части магнита сосредоточены его магнитные заряды.

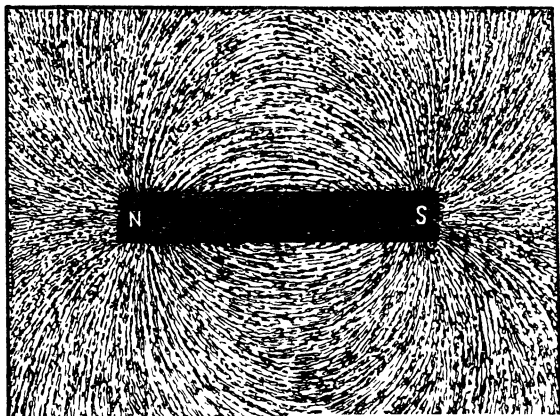


Рис. 227. Силовые линии поля прямого магнита.

Поэтому для очень длинных и тонких магнитов можно приближенно говорить о точечных магнитных зарядах, расположенных на концах магнита.

Взаимодействие полюсов длинных и тонких магнитов было исследовано на опыте Кулоном, который пришел к заключению, что магнитные заряды взаимодействуют по тому же закону, что и электрические заряды: *сила взаимодействия двух точечных магнитных зарядов направлена вдоль линии, соединяющей заряды, и обратно пропорциональна квадрату расстояния между зарядами:*

$$F = f \frac{q_m q'_m}{r^2}. \quad (125.1)$$

Здесь  $q_m$  и  $q'_m$  — величины обоих зарядов или количества магнетизма, а  $f$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц.

Если измерять расстояние  $r$  и силу  $F$  в системе СГС и положить  $f = 1$ , то тем самым мы установим определенную единицу для измерения магнитных зарядов. Она получила название *абсолютной электромагнитной единицы магнитного заряда*. Очевидно, что

это такой магнитный заряд, который действует в вакууме на равный ему заряд, удаленный на 1 см, с силой в 1 дину.

В Международной системе единиц закон Кулона для магнитных зарядов в вакууме выражается формулой, аналогичной выражению (6.1) для взаимодействия электрических зарядов

$$F = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q_m q'_m}{r^2}, \quad (125.1a)$$

где  $\mu_0$  — введенная нами раньше магнитная постоянная  $4\pi \cdot 10^{-7}$  гн/м. Отсюда следует, что единица магнитного заряда в системе СИ есть такой магнитный заряд, который (будучи точечным) действует в вакууме на равный ему точечный заряд, удаленный на 1 м, с силой  $1/4\pi\mu_0$  ньютонов.

Напряженность магнитного поля  $H$  в формальной теории магнетизма измеряется силой, действующей на единицу северного (положительного) магнетизма:

$$F = q_m H. \quad (125.2)$$

Отсюда следует, что напряженность магнитного поля точечного магнитного заряда в вакууме равна

$$H = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q_m}{r^3} r. \quad (125.3)$$

Намагничивание вещества в формальной теории объясняют тем, что атомы и молекулы по своим магнитным свойствам подобны *магнитным диполям*, т. е. двум одинаковым по величине, но различным по знаку магнитным зарядам, смещенным друг относительно друга на некоторое расстояние.

Очевидно, что, исходя из закона Кулона (125.1a) и поступая точно так же, как в электростатике, можно развить полную теорию магнитного поля покоящихся магнитных зарядов, или *магнитостатику*. При этом все формулы и законы магнитостатики можно получить из соответствующих формул электростатики, заменяя в них электрические заряды  $q$  магнитными зарядами  $q_m$ , напряженность электрического поля  $E$  — напряженностью магнитного поля  $H$ , электрическое смещение  $D$  — магнитной индукцией  $B$  и диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$  — магнитной проницаемостью  $\mu$ .

Формальной теорией магнетизма пользуются часто и в настоящее время, так как многие расчеты в этой теории просты и наглядны. Однако при этом всегда нужно помнить, что в действительности магнитные явления обусловлены взаимодействием токов.

Можно показать, что взаимодействие концов («полюсов») двух достаточно тонких и длинных соленоидов в вакууме как раз выражается формулой (125.1a), где под  $q_m$  и  $q'_m$  нужно понимать полные магнитные потоки, создаваемые каждым из соленоидов внутри себя,

или, иначе, полное число линий магнитной индукции, выходящих из каждого соленоида во внешнее пространство. Поэтому истинный физический смысл «магнитных зарядов» есть магнитные потоки, создаваемые ориентированными элементарными токами магнетика. Отсюда, в частности, следует, что магнитные заряды измеряются в тех же единицах, что и магнитные потоки, т. е. в *веберах*.

### § 126. Влияние среды на магнитное взаимодействие

Взаимодействие токов и магнитов зависит от свойств окружающей среды. Это происходит потому, что окружающая среда намагничивается полем, создаваемым токами и магнитами, и сама становится источником магнитного потока, вызывающего дополнительные силы.

Если в безграничном магнетике имеются два контура с током, то суммарная плотность магнитного потока, создаваемого каждым из этих токов, как мы видели (§ 117), выражается индукцией  $B = \mu \mu_0 H$ , и поэтому *сила взаимодействия двух токов пропорциональна магнитной проницаемости  $\mu$  окружающей среды*.

Так как всякий постоянный магнит есть система токов (элементарных токов), то может показаться, что и силы, действующие между магнитами, также пропорциональны  $\mu$ . Однако в действительности эта зависимость сложнее, так как между токами и магнитами существует важное различие: окружающая среда проникает внутрь контуров с током, но не проникает внутрь магнитов. Поэтому внесение любого магнита внутрь магнетика неизбежно нарушает сплошность магнетика и делает его неоднородным. Магнит внутри магнетика есть полость, заполненная веществом магнита, имеющим иную магнитную проницаемость  $\mu'$ , нежели у окружающей среды (рис. 228).

Вопрос существенно упрощается, если магниты намагничены *до насыщения*. В этом случае  $\mu' \cong 1$  и магнит можно представить в виде полости, внутри которой имеется *вакуум*. Чтобы лучше выяснить сущность дела, мы в дальнейшем ограничимся только этим случаем.

Рассмотрим сначала взаимодействие тока и магнита. Сила, действующая на магнит (т. е. на молекулярные токи), определяется значением магнитной индукции внутри магнита. Она складывается из индукции  $\mu_0 H$ , создаваемой током в вакууме, и индукции  $B'$ , вызываемой намагниченной средой. Но  $B'$  существенно зависит от формы

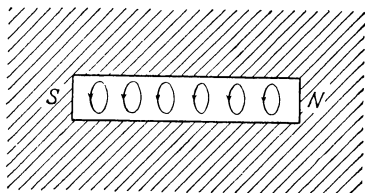


Рис. 228. Постоянный магнит есть система молекулярных токов внутри полости, непроницаемой для внешней среды.

полости. Поэтому и сила, действующая на магнит, зависит от формы магнита, и никакого общего закона влияния магнитной проницаемости среды на силу, действующую на магниты, дать нельзя.

Рассмотрим частный случай длинного магнита, расположенного параллельно полю (рис. 229). Напряженность поля внутри магнита  $H_i$  (т. е. в щели, параллельной полю, ср. § 116) есть напряженность поля внутри магнетика, которая совпадает с напряженностью поля  $H_0$

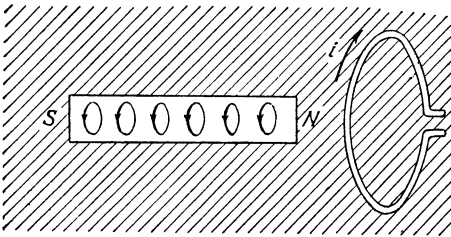


Рис. 229. Контур с током и постоянный магнит в магнетике.

в вакууме. Поэтому индукция внутри магнита равна  $\mu_0 H_0$  и сила  $F$  взаимодействия между током и магнитом внутри магнетика будет такая же, как и в вакууме ( $F_0$ ):

$$F = F_0 \quad (126.1)$$

и не зависит от магнитной проницаемости среды.

Согласно третьему закону Ньютона на ток со стороны магнита действует сила —  $F$ , равная по величине, но противоположная по направлению. Но сила, действующая на ток, определяется индукцией  $\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}$ . Отсюда следует, что индукция, создаваемая длинным магнитом, не зависит от  $\mu$ , а следовательно, напряженность поля магнита уменьшается в  $\mu$  раз:

$$H = \frac{H_0}{\mu}. \quad (126.2)$$

Если полюс длинного магнита рассматривать как некоторый точечный магнитный заряд  $q_m$ , то напряженность поля этого полюса в среде равна

$$H = \frac{1}{4\pi\mu\mu_0} \frac{q_m}{r^2}. \quad (126.3)$$

Таким образом, для очень длинного магнита мы получаем ту же формулу, что и в электростатике для точечного электрического заряда.

Перейдем теперь к взаимодействию двух магнитов. Рассмотрим два очень длинных магнита, оси которых совпадают (рис. 230). Если бы магнита 2 не было вовсе, то магнит 1 создавал бы во внешнем пространстве напряженность поля  $H_{1a}$ , выражаемую формулой (126.2). Эта напряженность поля будет и внутри магнита 2 (ср. § 116):

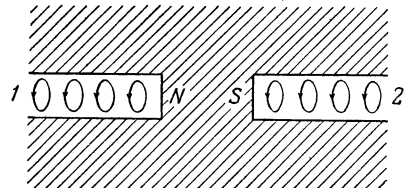


Рис. 230. Два постоянных магнита внутри магнетика.

$$H_{2i} = H_{1a} = \frac{H_0}{\mu}.$$

Поэтому индукция внутри магнита 2 будет  $\mu_0 H_0 / \mu$ , т. е. в  $\mu$  раз меньше, чем в вакууме, а следовательно, *сила взаимодействия полюсов длинных магнитов обратно пропорциональна магнитной проницаемости среды*:

$$F = \frac{F_0}{\mu}. \quad (126.4)$$

Если бы магниты имели другую форму, то и результаты получились бы иные.

В случае магнитов, намагниченных не до насыщения, внутри рассмотренных выше полостей имелось бы вещество магнита с  $\mu' \neq 1$  и силы взаимодействия зависели бы еще от  $\mu'$ .

### § 127. Природа молекулярных токов

Для объяснения намагничивания вещества мы положили в основу представление о том, что внутри атомов и молекул существуют замкнутые электрические токи (молекулярные токи). Рассмотрим теперь, какую физическую природу имеют эти токи.

Мы уже говорили (§ 9), что все атомы построены из положительно заряженных ядер, в которых сосредоточена практически вся масса атома, и некоторого количества электронов. Число электронов в атоме таково, что полный их отрицательный заряд равен положительному заряду ядра, так что атом в нормальном состоянии электрически нейтрален.

Заряд ядра, а следовательно, и количество электронов в атоме тесно связаны с положением элемента в периодической системе. Если  $Z$  есть порядковый номер элемента, а  $e$  — заряд электрона, то заряд ядра равен  $+Ze$  и атом содержит  $Z$  электронов. Так, например, атом водорода ( $Z = 1$ ) имеет всего один электрон, атом Na ( $Z = 11$ ) — 11 электронов, атом железа ( $Z = 26$ ) — 26 электронов.

Электроны в атоме находятся в состоянии непрерывного движения. Для многих целей, в том числе и для объяснения ряда магнитных явлений, с достаточным приближением можно считать, что электроны обращаются вокруг ядра по круговым или эллиптическим орбитам, подобно планетам солнечной системы (планетарная модель атома). Каждый из атомных электронов движется по своей собственной орбите, а разные электронные орбиты лежат в различных плоскостях.

Такие электроны, обращающиеся по орбитам, представляют собой замкнутые электрические токи, и потому естественно предположить, что именно они являются молекулярными токами (существование которых предполагал еще Ампер), ответственными за намагничивание вещества. В § 128 мы рассмотрим опыты, доказывающие, что это действительно так.

Так как электронам присущ не только заряд, но еще и масса, то каждый орбитально движущийся электрон обладает не только магнитным моментом (как и всякий замкнутый ток), но еще и определенным механическим *моментом количества движения* или *вращательным импульсом*, т. е. подобен волчку.

Между магнитным моментом электрона на орбите и его моментом количества движения существует простая связь. Выясним ее на примере круговой орбиты (рис. 231). Если электрон совершает  $\nu$  об/сек, то сила тока равна  $i = e\nu$ .

Величина магнитного момента  $p_m$  орбиты есть

$$p_m = \mu_0 e \nu S,$$

где  $S$  — площадь орбиты, а  $\mu_0$  — магнитная постоянная. Если, как показано на рис. 231, электрон обращается по часовой стрелке, то ток направлен против часовой стрелки (заряд электрона отрицательный) и вектор магнитного момента орбиты направлен, в соответствии с правилом правого буравчика, перпендикулярно к плоскости орбиты снизу вверх.

Момент количества движения орбиты  $l$  равен

$$l = m \omega r^2 = 2m\nu S,$$

где  $\omega = 2\pi\nu$  — угловая скорость электрона. Направление вектора  $l$  также подчиняется правилу правого буравчика. Из рис. 231 видно, что направления  $l$  и  $p_m$  *противоположны*. Из сказанного следует,

Рис. 231. Магнитный ( $p_m$ ) и механический ( $l$ ) моменты электронной орбиты.

что отношение магнитного момента орбиты к ее механическому моменту не зависит от  $\nu$  и  $S$  и определяется только универсальными постоянными:

$$\Gamma = \frac{p_m}{l} = -\frac{1}{2} \mu_0 \frac{e}{m}, \quad (127.1)$$

где  $e/m$  — удельный заряд электрона  $1,76 \cdot 10^{11}$  к/кг. В этой формуле знак минус выражает противоположность направлений  $p_m$  и  $l$ . Отношение  $\Gamma = \frac{p_m}{l}$  называют *гиромагнитным отношением*.

Формула (127.1) выведена нами для круговой орбиты. Однако можно легко показать, что она справедлива и для эллиптических орбит.

Рассмотрим теперь, что произойдет, если на электрон, вращающийся по орбите, будет действовать внешнее магнитное поле.

На замкнутый ток в магнитном поле действует пара сил (§ 93). Так как электрон на орбите подобен волчку, то под действием этой

пары он будет совершать, как всякий волчок (см. Механику), *прецессионное* движение, т. е. получит дополнительное равномерное вращение, при котором вектор  $\mathbf{l}$  будет описывать конус вокруг направления  $\mathbf{H}$  с некоторой угловой скоростью  $\Omega$  (рис. 232). Простой расчет показывает (см. Добавление 5), что если вращающаяся частица имеет отрицательный заряд (электрон), то вектор угловой скорости  $\Omega$  направлен параллельно полю  $\mathbf{H}$ , а величина угловой скорости прецессии равна

$$\Omega = \frac{h_0}{2} \frac{e}{m} H = \Gamma H. \quad (127.2)$$

Скорость этой прецессии не зависит от ориентировки орбиты, т. е. от угла между векторами  $\mathbf{l}$  и  $\mathbf{H}$ .

Сформулированный нами результат составляет содержание теоремы Лармора: *действие магнитного поля на движущийся электрон заключается в наложении на первоначальное движение равномерного вращения вокруг направления внешнего магнитного поля.*

Таким образом, внешнее магнитное поле не вызывает непосредственно переориентировки электронных орбит, но только их прецессию. Однако если имеются какие-либо причины, тормозящие прецессию, например соударения с соседними атомами, то электронная орбита будет постепенно изменять свою ориентировку и будет стремиться в конце концов установиться таким образом, чтобы магнитный момент орбиты оказался параллельным магнитному полю.

Атом в целом представляет собой совокупность электронов и поэтому обладает и магнитным, и механическим моментами, которые представляют собой векторные суммы моментов отдельных электронов атома. Во внешнем поле атомы будут сначала прецессировать, но затем, под действием соударений, ориентироваться в направлении поля, отчего вещество приобретет определенный суммарный магнитный момент, т. е. намагнитится.

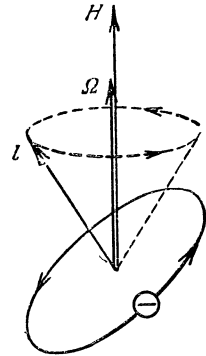


Рис. 232. Ларморова прецессия.

## § 128. Магнитомеханическое и механомагнитное явления

Рассмотренные выше представления о том, что молекулярными токами являются движущиеся электроны атома, приводят к заключению, что всякое изменение намагничения вещества должно сопровождаться определенными механическими явлениями. Действительно, механический момент электронной орбиты  $\mathbf{l}$  связан с ее магнитным моментом  $\mathbf{p}_m$  соотношением (127.1). Если  $\mathbf{l}$  — вектор намагничения,



а  $\tau$  — объем тела, то полный магнитный момент тела есть  $I\tau$ . Он равен векторной сумме моментов всех молекулярных токов:

$$I\tau = \sum p_m.$$

Согласно (127.1) этому магнитному моменту соответствует механический момент количества движения  $L$ :

$$L = \sum l = \frac{1}{I} I\tau. \quad (128.1)$$

Если тело вначале было не намагничено, то  $I = 0$  и суммарный механический момент всех элементарных токов  $L = 0$ . При намагничивании элементарные токи приобретают суммарный механический момент  $L$ , выражаемый формулой (128.1). Но ориентирование элементарных токов происходит под действием соударений, т. е. *внутренних* сил, и поэтому должен соблюдаться закон сохранения момента количества движения. Это значит, что намагничиваемое тело должно приобрести момент количества движения —  $L$ , т. е. придти во вращение вокруг оси, параллельной вектору намагничивания  $I$ .

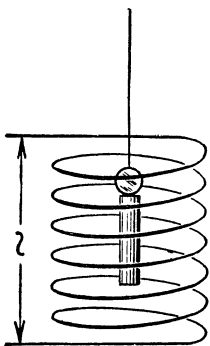


Рис. 233. Схема опыта для наблюдения магнитомеханического явления.

Возникновение вращения при намагничивании получило название *магнитомеханического* явления. Оно совершенно подобно известному опыту в механике со скамьей Жуковского: если человек, сидящий на вращающейся скамье, поворачивает раскрученный маховик, то скамья с экспериментатором вследствие сохранения момента количества движения системы приходит во вращение.

Магнитомеханическое явление было впервые наблюдеено на опыте Эйнштейном и Гаазом в 1915 г. В этих опытах небольшой железный цилиндр был подвешен на тончайшей нити и помещен внутри соленоида (рис. 233). При намагничивании цилиндра он начал поворачиваться, причем направление вращения изменялось при изменении направления магнитного поля. Поворот цилиндра отмечался при помощи небольшого зеркала, скрепленного с цилиндром.

Возникающие при этом угловые скорости весьма малы. Так, например, для железного цилиндра с диаметром в несколько миллиметров в поле  $10^4$  а/м угловая скорость имеет порядок только  $10^{-3}$  сек $^{-1}$ . Поэтому, чтобы усилить наблюдаемый эффект, Эйнштейн и Гааз использовали явление механического резонанса: частоту крутильных колебаний цилиндра делали равной частоте переменного тока.

Наряду с магнитомеханическим явлением существует и ему обратное явление: механическое вращение тела вызывает намагничивание этого тела.

Известно (см. Механику), что если вращающийся волчок заставить участвовать в дополнительном вращении вокруг некоторой оси (вынужденная прецессия), то на волчок начинает действовать пара сил, стремящаяся уменьшить угол между осью волчка и осью вынужденной прецессии и установить волчок таким образом, чтобы обе эти оси были параллельны (рис. 234).

Так как атомы обладают определенным моментом количества движения, то при вращении тела они, подобно волчку, будут ориентироваться, а следовательно, тело намагнитится.

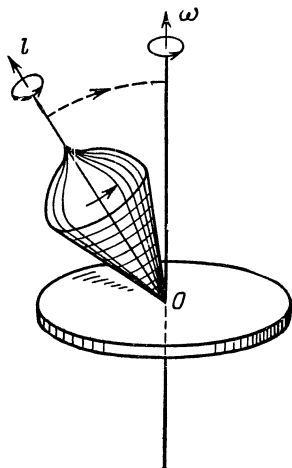


Рис. 234. Вынужденная прецессия волчка.

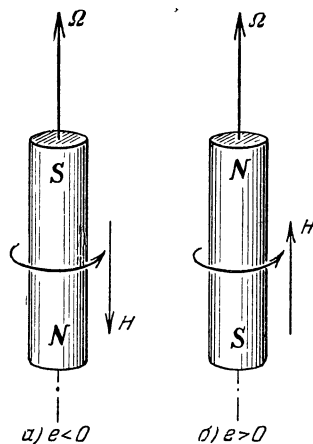


Рис. 235. Механомагнитное явление.

Намагничивание при вращении (*механомагнитное явление*) действительно наблюдается на опыте и было впервые обнаружено Барнеттом. В этих опытах небольшой железный цилиндр приводился в быстрое вращение вокруг своей оси и затем измерялось намагничивание, вызванное вращением. За количественную меру наблюдаемого эффекта обычно принимают напряженность внешнего магнитного поля  $H$ , вызывающего то же намагничивание, что и вращение (эквивалентное поле). Это эквивалентное поле оказывается весьма малым. Так, например, даже при скорости вращения в 6000 об/мин оно равно приблизительно  $10^{-2}$  а/м, т. е. примерно в тысячу раз меньше магнитного поля Земли.

Механомагнитное явление, так же как и магнитомеханическое, доказывает, что молекулярные токи, обуславливающие намагничивание, обладают механическим моментом. Далее, определяя знак возникающего намагничивания, можно установить и знак заряда движущихся

частиц. Так, например, если частицы имеют отрицательный заряд, то магнитный и механический моменты каждого элементарного тока направлены противоположно (§ 127), и поэтому магнитный момент тела и направление эквивалентного поля будут также противоположны угловой скорости вращения (рис. 235, *а*). Если же заряд частиц положительный, то магнитный момент тела и угловая скорость вращения должны быть направлены одинаково (рис. 235, *б*). опыты показывают, что возникающее намагничение соответствует *отрицательному* заряду частиц, и поэтому механомагнитное явление, так же как и магнитомеханическое, подтверждают предположение о том, что намагничивание тел обусловлено движущимися *электронами*.

### § 129. Магнитный и механический моменты электрона

Детальное исследование магнитомеханического и механомагнитного явлений показало, однако, что вопрос о природе элементарных токов более сложен, чем это казалось вначале.

Оба эти явления зависят от величины гиромагнитного отношения  $\Gamma$ . Поэтому по данным опыта можно определить гиромагнитное отношение и сравнить его с теоретически ожидаемым значением для электронной орбиты (127.1). Первые же опыты в этом направлении показали, что экспериментальное значение  $\Gamma$  не согласуется с (127.1) и оказывается приблизительно в два раза большим. Последующие многочисленные определения гиромагнитного отношения подтвердили этот результат. Аномальное значение гиромагнитного отношения привело к заключению, что внутри атома, помимо орбитального движения электрона, имеется и другой тип движения, приводящий к возникновению магнитного и механического моментов. Поэтому было сделано предположение, что самому электрону, как таковому, присущи и магнитный, и механический моменты, причем отношение этих моментов для электрона  $\Gamma_e$  равно

$$\Gamma_e = -\mu_0 \frac{e}{m}. \quad (129.1)$$

Впоследствии это предположение полностью подтвердилось.

Таким образом, электрон по своим магнитным и механическим свойствам оказывается подобным заряженному телу, вращающемуся вокруг своей оси. Поэтому вначале возникло представление о «вращающемся электроне», и в физической литературе появился термин «спин» электрона, обозначающий собственный механический момент количества движения электрона (от англ. to spin — вращать).

Следует, однако, отметить, что, хотя термин «спин» электрона широко применяется и в настоящее время, с ним уже не связывают представление о механическом вращении электрона. Развитие современной квантовой физики атома (см. Атомную физику) показало,

что перенесение образов макроскопической механики в область атомного мира невозможно.

В настоящее время мы рассматриваем электрон как одну из элементарных частиц, которая характеризуется своим зарядом, массой, магнитным и механическим моментами.

Магнитный и механический моменты электрона проявляются не только в магнитных свойствах вещества, но и в других многочисленных явлениях и, в частности, в особенностях оптических спектров. Поэтому существование этих свойств у электрона в настоящее время установлено с большой надежностью. Совокупность всех опытных данных приводит к заключению, что магнитный момент электрона равен  $1,15 \cdot 10^{-29}$  вб · м. Он получил название *магнетон*.

Мы видим, что магнетизм атомов обусловлен двумя причинами: во-первых, движением электронов, которое можно представить как обращение по замкнутым орбитам; во-вторых, магнетизмом самих электронов, которые являются источниками магнитного поля независимо от их орбитального движения.

### § 130. Электронный парамагнитный резонанс

В настоящее время имеются различные методы определения магнитного момента и гиромагнитного отношения атомов и электронов. Особенно широко применяется для этих целей метод так называемого электронного парамагнитного резонанса (ЭПР).

Сущность этого метода заключается в следующем. Образец исследуемого вещества  $O$  (рис. 236, *a*) подвергают воздействию быстропеременного магнитного поля  $H$ , для чего его помещают в пучности магнитного поля стоячей электромагнитной волны (ср. § 270), создаваемой внутри металлической полости (резонатора). Кроме этого на образец действует еще постоянное магнитное поле  $H_0$ , перпендикулярно к переменному полю  $H$ . На опыте наблюдают поглощение энергии электромагнитной волны в образце в зависимости от величины постоянного поля  $H_0$ , при неизменной частоте колебаний электромагнитной волны. Опыт показывает, что при некотором определенном значении постоянного поля  $H_0$  поглощение достигает резкого максимума (парамагнитный резонанс). Резонанс наступает в том случае, когда частота ларморовой прецессии  $\Omega$  магнитных моментов в поле  $H_0$  равна частоте  $\omega$  колебаний поля  $H$  (электромагнитной волны):

$$\omega = \Omega = \Gamma H_0.$$

Отсюда, измеряя  $\omega$  и  $H_0$  при резонансе, можно найти гиромагнитное отношение  $\Gamma$ ,

С классической точки зрения парамагнитный резонанс возникает по следующей причине. Постоянное поле  $H_0$  вызывает лармовову прецессию магнитных моментов  $p_m$  вокруг направления  $H_0$  (рис. 236, б). Переменное поле волны  $H$  (перпендикулярное к плоскости чертежа) создает пару сил  $\mathfrak{M} = [p_m H]$ . При мгновенном направлении  $p_m$ , показанном на рисунке, и поле  $H$ , направленном от чертежа к читателю, пара  $\mathfrak{M}$  стремится уменьшить угол  $\alpha$  между магнитным моментом и постоянным полем.

Если бы (слабое) поле  $H$  не изменялось, то через половину периода лармововой прецессии (пунктир на рисунке), направление пары  $\mathfrak{M}$  было бы таким, что она увеличивала бы угол  $\alpha$ , и поэтому в среднем влияние поля  $H$  на ориентацию магнитного момента было бы очень мало. Если же поле  $H$  периодически изменяется, и притом с частотой  $\omega$ , равной лармововой частоте  $\Omega$ , то при повороте конца вектора  $p_m$  на  $180^\circ$  магнитное поле  $H$  будет иметь противоположное направление, и поэтому моменты силы  $\mathfrak{M}$  в обоих положениях будут вызывать изменение угла  $\alpha$  одинакового знака. Следовательно, в этом случае влияние поля  $H$  на ориентировку моментов будет наибольшее.

В зависимости от соотношения фаз колебаний поля  $H$  и лармововой прецессии угол  $\alpha$  может и уменьшаться, и увеличиваться. Для разных атомов вещества это соотношение фаз различно. Поэтому часть магнитных моментов установится параллельно полю  $H_0$ , а часть — антипараллельно. Так как при повороте магнитного момента в магнитном поле совершается определенная работа, то энергия электрона при параллельном и антипараллельном направлениях магнитного момента различна. Поэтому первоначальный уровень энергии электрона расщепляется на два подуровня.

Если бы не было взаимодействия между атомами, то после установления магнитных моментов в обоих предельных положениях (параллельном и антипараллельном) поглощения энергии электромагнитной волны не было бы вовсе. Вследствие же существующего атомного взаимодействия электроны непрерывно переходят с более высокого энергетического уровня (антипараллельная ориентировка) на низший уровень (параллельная ориентировка), причем освобождающаяся энергия превращается в тепло и излучение. Поэтому становятся возможными и обратные переходы, приводящие к непрерывному поглощению электромагнитной энергии.

Отметим в заключение, что явление электромагнитного резонанса, как и все другие взаимодействия электромагнитных колебаний с атомами,

достаточно полно могут быть описаны только законами квантовой теории. В частности, это позволяет объяснить наблюдаемые на опыте дополнительные максимумы поглощения (так называемая *тонкая структура* полос поглощения).

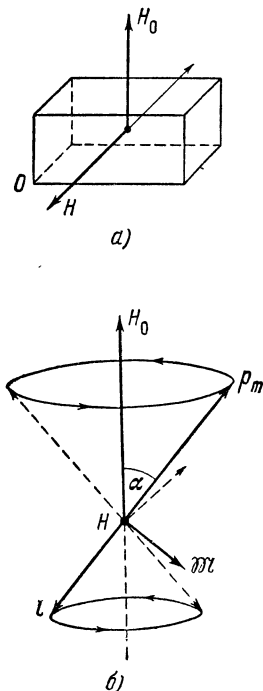


Рис. 236. Взаимная ориентировка постоянного магнитного поля и переменного магнитного поля при парамагнитном резонансе (а) и объяснение парамагнитного резонанса (б).

Опыт показывает, что гиромагнитное отношение  $\Gamma$  для электронов в плотных веществах (твердых телах) точно не выражается ни формулой (127.1), ни формулой (129.1), а может быть представлено более общей формулой

$$\Gamma = -g \frac{\mu_0}{2} \frac{e}{m}, \quad (130.2)$$

где  $g$  — некоторый численный множитель (« $g$ -фактор»). Для орбитального движения электрона  $g = 1$  (§ 127), для электронного спина  $g = 2$  (§ 129). Экспериментальные значения  $g$  оказываются близкими, но *не равными* 2, и притом *различными* в разных веществах. Это и понятно. Значение  $g = 1$  и соответственно 2 мы получили для свободного электрона. Электроны же в плотных веществах находятся под действием интенсивных полей, создаваемых соседними атомами, поэтому и значения  $g$ , определяемые из ЭПР, изменяются. Измеряя на опыте точные значения  $g$ -факторов для различных кристаллов, в настоящее время оказывается возможным делать важные заключения о распределении заряда в кристаллической решетке и характере взаимодействия электронов с решеткой.

ЭПР в настоящее время широко применяют в самых различных исследованиях. С помощью ЭПР с успехом изучают состояние примесных атомов (обладающих магнитным моментом) в кристаллах. Вследствие очень большой чувствительности ЭПР позволяет следить за изменением малых концентраций атомов и молекул, имеющих магнитный момент (например, свободных радикалов), и исследовать многие химические реакции. Он с успехом применяется в биологии для изучения магнитных свойств ряда белковых веществ, а также в других исследованиях.

### § 131. Объяснение пара- и диамагнетизма

Выяснив основные магнитные свойства атомов, мы можем перейти к объяснению магнитных свойств вещества.

Парамагнитные свойства вещества вполне объясняются наличием у атомов определенного магнитного момента. В отсутствии магнитного поля магнитные моменты атомов в парамагнетике вследствие теплового движения ориентированы совершенно беспорядочно (рис. 237, а). Поэтому магнитный момент тела, равный векторной сумме моментов отдельных атомов, близок к нулю, а следовательно, тело не намагничено. Во внешнем магнитном поле на каждый атом действует пара сил, стремящаяся установить магнитные моменты атомов параллельно полю. В результате этого внутри парамагнетика возникает упорядоченное расположение атомов и намагничение становится не равным нулю (рис. 237, б). При этом направление намагничивания  $I$  (от южного полюса к северному) оказывается *параллельным* направлению поля  $H$ , что характерно для парамагнетиков.

Чем выше температура парамагнетика, тем сильнее тепловое движение атомов и, следовательно, тем слабее их ориентировка в данном поле, т. е. тем слабее намагничивание. Этим объясняется уменьшение магнитной восприимчивости парамагнетиков при нагревании.

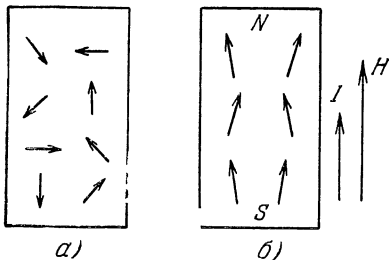


Рис. 237. Объяснение парамагнетизма.

*a* — парамагнетик в отсутствие поля, *б* — парамагнетик во внешнем поле.

Из сказанного видно, что объяснение парамагнетизма в точности совпадает с объяснением поляризации диэлектриков с полярными молекулами (§ 54) и единственное различие заключается лишь в том, что для диэлектрической поляризации существует электрический момент атомов, а для намагничивания — их магнитный момент. Отметим, что исторически теория парамагнетизма

была развита Ланжевром раньше, нежели теория диэлектриков, и лишь затем представления этой теории были перенесены Дебаем на диэлектрики.

Остановимся подробнее на некоторых результатах теории парамагнетизма. Пусть  $\overline{p_{mH}}$  есть среднее значение проекции магнитного момента атома  $p_m$  на направление внешнего поля  $H$ . Тогда, рассуждая так же, как в § 54, и ограничиваясь по-прежнему только случаем слабой ориентировки атомов, мы придем к формуле, в точности совпадающей с (54.1):

$$\overline{p_{mH}} = \frac{p_m^2}{3kT} H'. \quad (131.1)$$

Здесь  $H'$  — напряженность поля, действующего на атом,  $T$  — абсолютная температура,  $k$  — постоянная Больцмана. Обозначим, далее, через  $n$  число атомов в единице объема вещества. Тогда магнитный момент единицы объема (намагничивание) есть

$$I = n \overline{p_{mH}} = \frac{np_m^2}{3kT} H'.$$

С другой стороны,  $I = \chi \mu_0 H$ , где  $\chi$  — магнитная восприимчивость. Так как, далее, все парамагнетики намагничиваются весьма слабо, то в них различие между  $H$  и  $H'$  невелико, и можно положить  $H' \cong H$ . Поэтому из (131.1) следует, что

$$\chi = \frac{C}{T}, \quad (131.2)$$

где обозначено  $C = \frac{1}{3\mu_0} \frac{np_m^2}{kT}$ . Эта формула выражает уже известный нам закон Кюри (§ 122), который получает в теории Ланжевена теоретическое объяснение.

Несколько иной характер имеет парамагнетизм *металлов*. В металлах, как мы знаем, существуют электроны проводимости, которые не принадлежат отдельным атомам и образуют своеобразный электронный газ. Благо-

даря наличие у электрона собственного магнитного момента (§ 129) этот электронный газ обладает парамагнетизмом (парамагнетизм свободных электронов). Однако изложенная выше теория Ланжевена неприменима к электронному газу в металлах, так как движение электронов внутри металлов описывается не классическими, а более сложными законами квантовой теории.

Рассмотрим теперь, каким образом объясняется существование диамагнетиков.

В § 121 мы видели, что характерным для диамагнетиков является то обстоятельство, что вектор намагничивания  $I$  направлен в них *противоположно* намагничивающему полю (рис. 238, а). Такое

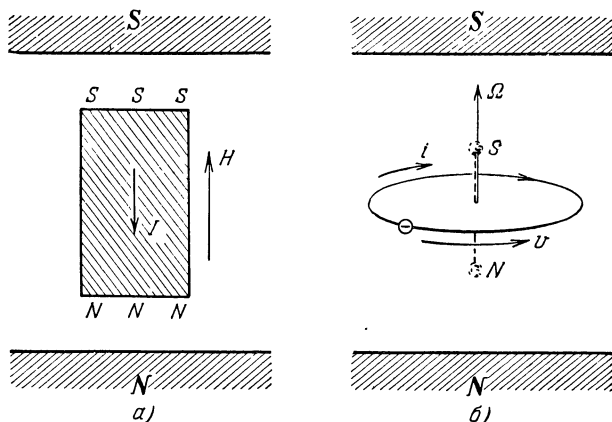


Рис. 238. Объяснение диамагнетизма.

а — взаимное направление вектора намагничивания и намагничивающего поля в диамагнетиках; б — магнитный диполь, соответствующий изменению магнитного момента электронной орбиты вследствие ларморовой прецессии.

поведение диамагнетиков невозможно объяснить при помощи формальной теории магнетизма, т. е. в предположении, что внутри магнетиков существуют магнитные диполи. Действительно, в этом случае нужно было бы допустить, что диполи во внешнем поле устанавливаются так, что северные их концы обращаются к северному же полюсу влияющего магнита, а южные концы — к южному полюсу, или, иначе, что одноименные магнитные полюсы притягиваются, а не отталкиваются. Напротив, существование диамагнетиков естественно объясняется наличием молекулярных токов.

Объяснение диамагнетизма было дано впервые также Ланжевеном. Основную идею его теории разъясняет рис. 238, б. Рассмотрим какую-либо электронную орбиту внутри атома и предположим, что в некоторый момент времени мы включили внешнее магнитное поле. Движение электрона изменится, а именно — возникнет ларморова



прецессия, причем для случая движения электрона ( $e < 0$ ) вектор угловой скорости прецессии  $\Omega$  будет направлен параллельно направлению поля  $H$  (§ 127). На рис. 238 это соответствует дополнительному вращению электрона против стрелки часов (если смотреть сверху). Но вращение отрицательной частицы против часовой стрелки есть ток, текущий *по* часовой стрелке. При этом северная сторона тока будет расположена снизу, а южная — сверху, т. е. возникающий вследствие прецессии дополнительный магнитный момент орбиты будет соответствовать диполю, у которого южный конец обращен к южному полюсу магнита, а северный конец — к северному полюсу (диамагнитный эффект). Таким образом, существование диамагнетизма вполне объясняется ларморовой прецессией. Теория диамагнетизма Ланжевена объясняет диамагнетизм не только качественно, но приводит и к правильному порядку величины магнитной восприимчивости.

Выше мы рассмотрели диамагнетизм, возникающий вследствие ларморовой прецессии электронных орбит внутри атома. Если вещество является металлом, то возникает еще дополнительный диамагнитный эффект, обусловленный электронами проводимости. Этот эффект был открыт теоретически Л. Д. Ландау, который показал, что искривление путей электронов в магнитном поле, вызываемое силой Лорентца, приводит также к появлению диамагнетизма (диамагнетизм свободных электронов). Расчеты, однако, показывают, что этот диамагнетизм в три раза меньше парамагнетизма, обусловленного собственными магнитными моментами электронов. Поэтому диамагнетизм свободных электронов непосредственно на опыте не наблюдается и электронный газ в металлах в результате одновременного наложения обоих эффектов оказывается всегда парамагнитным.

Суммируя сказанное выше, мы можем также понять, почему одни вещества являются парамагнетиками, а другие — диамагнетиками. Так как ларморову прецессию в магнитном поле испытывают все электроны любого атома, то атомы *всех* веществ являются носителями *диамагнитных* свойств. Однако это еще не значит, что вещество будет диамагнетиком, так как атомы имеют и постоянный суммарный магнитный момент, который обуславливает их *парамагнитные* свойства. Если магнитный момент атомов велик, то парамагнитные свойства преобладают над диамагнитными и вещество оказывается парамагнетиком. Если магнитный момент мал, то преобладают диамагнитные свойства и вещество является диамагнетиком. В частности, атомы всех инертных газов имеют полный магнитный момент, равный нулю. Поэтому для них имеется только один диамагнитный эффект и все инертные газы диамагнитны.

## § 132. Объяснение ферромагнетизма

Перейдем теперь к объяснению ферромагнетизма.

Современная теория ферромагнетиков опиралась в своем развитии на следующие основные опытные факты. Во-первых, мы видели в § 124, что у некоторых ферромагнетиков можно изменять намаг-

нение от начального нулевого значения до огромного значения насыщения под действием ничтожного намагничивающего поля. Это обстоятельство является характерным для ферромагнетиков и резко отличает их от парамагнетиков. Укажем для сравнения, что нормальная парамагнитная соль, например  $\text{FeSO}_4$ , при комнатной температуре под действием поля в  $10 \text{ а/м}$  увеличивает свое намагничение примерно на  $10^{-9} \text{ вб/м}^2$ , т. е. на величину, в сотни миллионов раз меньшую, чем некоторые магнитно-мягкие ферромагнитные сплавы.

Вторая особенность касается величины магнитного момента атомов ферромагнитных веществ. Прямые опыты показывают (опыты Штерна и Герлаха; см. Атомную физику), что магнитные моменты атомов ферромагнитных веществ имеют тот же порядок величины, что и атомы парамагнетиков, и измеряются немногими магнетонами. Отсюда следует, что ферромагнетизм нельзя объяснить при помощи теории, подобной теории парамагнетизма, и что ферромагнитные свойства не обусловлены наличием магнитного момента атома в целом.

Третий важный опытный факт связан с величиной гиромангнитного отношения  $G$ . В ферромагнетиках она оказывается приблизительно в два раза большей, чем ожидаемое теоретически значение для электронных орбит, и соответствует отношению собственных магнитного и механического моментов *электрона*. Это обстоятельство указывает, что намагничивание ферромагнетиков обуславливается очень сильной ориентировкой *собственных магнитных моментов электронов* (электронных спинов), но не магнитных моментов атомов в целом.

Согласно современным представлениям, надежно обоснованным на опыте, сущность ферромагнетизма заключается в том, что сильная ориентировка элементарных магнитных моментов возникает в ферромагнетиках *независимо от внешнего магнитного поля*, так что ферромагнетик намагничен до насыщения, отвечающего данной температуре, уже без всякого поля (рис. 239, а). Наличие такого *самопроизвольного* или *спонтанного намагничивания* является наиболее характерным свойством ферромагнетиков. Самопроизвольное намагничивание возникает потому, что на элементарные магнитные моменты действуют силы молекулярного взаимодействия немагнитного происхождения.

Указанные представления были высказаны в работах Б. Л. Розинга еще в 1892 г. Однако они не получили в то время должного развития и были выдвинуты вновь в 1907 г. П. Вейссом,

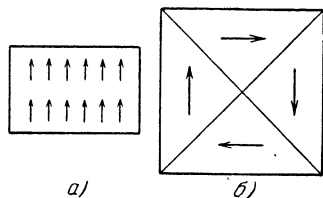


Рис. 239. Схематические изображения расположения электронных спинов при самопроизвольном намагничивании (низкая температура) (а), и направления намагничивания в отдельных доменах (б).

Так как опыт показывает, что ферромагнетики в отсутствие внешнего поля могут быть и не намагничены, то для объяснения этого кажущегося противоречия Вейсс сделал вторую основную гипотезу, согласно которой ферромагнетик разбивается на большое число малых (но макроскопических) областей, или *доменов*. Каждая из этих областей при температурах ниже температуры Кюри намагничена весьма сильно, но направления намагничивания в отдельных доменах различны, а именно таковы, что полный магнитный момент ферромагнетика равен нулю (рис. 239, б).

Вопрос о физической причине самопроизвольного намагничивания был принципиально разрешен в 1928 г. Я. И. Френкелем и затем Гейзенбергом, которые показали, что сильная ориентировка электронных спинов вызывается так называемыми силами *обменного взаимодействия*. Наличие этого нового класса сил, не объяснимого в классической физике, было выяснено лишь с развитием квантовой физики атома.

Существование доменов в ферромагнетиках в настоящее время доказано различными опытами. Наиболее прямой метод заключается в получении так называемых *порошковых фигур* (Биттер, Н. С. Акулов и М. В. Дехтяр). Если на хорошо отполированную поверхность

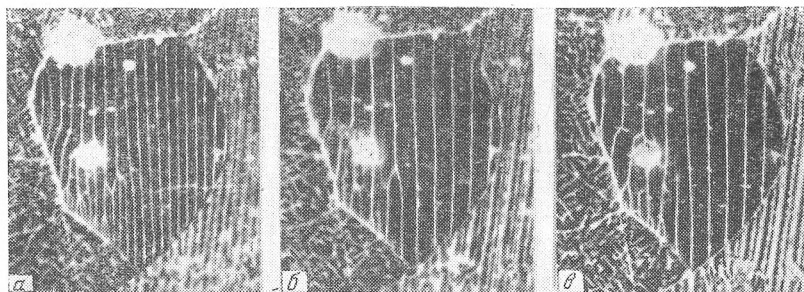


Рис. 240. Домены в деформированной кремнистой стали (увеличено в 80 раз). а — без поля, б — магнитное поле перпендикулярно к плоскости чертежа, в — магнитное поле той же напряженности, но противоположного направления.

ферромагнетика поместить слой жидкости, в которой взвешены мельчайшие крупинки ферромагнитного порошка (например,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ), то эти крупинки будут оседать преимущественно на те места, вблизи которых магнитное поле неоднородно. Но как раз вблизи границ доменов и возникают неоднородности поля, и поэтому осевший порошок обрисует границы областей самопроизвольного намагничивания. На рис. 240 приведены фотографии порошковых фигур, видных в микроскоп при небольшом увеличении. Особенно следует отметить, что домены действительно наблюдаются и в отсутствии внешнего магнитного поля. Порошковые фигуры были использованы

в многочисленных исследованиях ферромагнетиков и позволили определить размеры, форму и расположение доменов, а также изменения доменов во внешнем магнитном поле.

Рассмотрим теперь подробнее, почему в ферромагнетиках обычно возникают многочисленные домены. Будем считать для простоты, что ферромагнетик весьма анизотропен и что его ось легкого намагничивания перпендикулярна к поверхности образца. На рис. 241, *а* изображен ферромагнетик, состоящий из одного домена. В этом случае во внешнем пространстве возникает магнитное поле, которое заключает в себе определенную энергию.

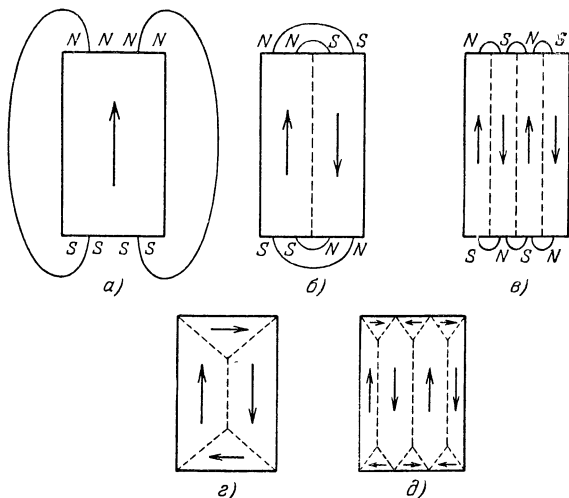


Рис. 241. Объяснение возникновения доменов.

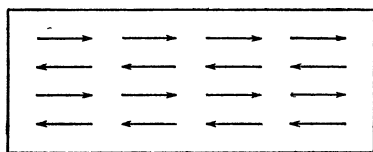
На рис. 241, *б* имеются два домена с противоположным направлением намагничивания. Внешнее магнитное поле здесь убывает с увеличением расстояния быстрее, чем в случае *а*, и энергия, заключенная в поле, оказывается меньше. В случае рис. 241, *в* магнитное поле практически существует только в непосредственной близости от поверхности магнетика и энергия поля еще уменьшается. На рис. 241, *г* изображен такой случай, когда во внешнем пространстве магнитного поля вовсе нет. Здесь имеются «замыкающие» домены в форме трехгранных призм, боковые поверхности которых везде составляют угол  $45^\circ$  с вектором намагничивания. Вследствие этого магнитный поток проходит исключительно внутри ферромагнетика, он замыкается граничными доменами, чем и обусловлено их название — «замыкающие домены». Состояние *г* энергетически более выгодно, нежели предыдущие состояния, и поэтому ферромагнетик, находящийся, например, в состоянии *а*, будет стремиться перейти в состояние *г*. Наконец, на рис. 241, *д* показана целая совокупность доменов совместно с замыкающими их доменами, у которой также не имеется внешнего потока. Подобная форма доменов действительно наблюдается на опыте. Таким образом, разбиение ферромагнетика на домены происходит потому, что при образовании доменных структур энергия ферромагнетика уменьшается (Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц).

Выше мы рассматривали ферромагнетик в отсутствии внешнего магнитного поля и учитывали только его собственную магнитную энергию. Если бы имелись еще и другие источники энергии, например механические напряжения или внешнее магнитное поле, то форма доменов определялась бы *полной* энергией системы. Поэтому при наличии механических напряжений и внешнего поля доменная структура изменяется.

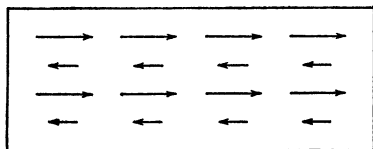
При возникновении самопроизвольного намагничивания (ориентировки электронных спинов) магнетик *деформируется*. Если при температуре более высокой, чем температура Кюри, вырезать из монокристалла ферромагнетика шар, то при охлаждении ниже температуры Кюри шар превратится в эллипсоид. Форма и размеры доменов изменяются и при перемагничивании. Поэтому ферромагнетик, в целом не намагниченный, при намагничивании деформируется.

Явление деформации при намагничивании было открыто в середине прошлого столетия Джоулем и получило название *магнитострикции*. Возникающие при этом деформации весьма малы: относительные удлинения образца  $\frac{\Delta l}{l}$  в полях  $\sim 10^5$  а/м обычно имеют порядок  $10^{-5}$  —  $10^{-6}$ . Магнитострикцию используют, подобно обратному пьезоэлектрическому эффекту (§ 58), для устройства мощных излучателей ультразвуковых волн и для других целей.

Силы обменного взаимодействия вызывают в ферромагнетиках *параллельную* ориентировку электронных спинов. Однако обменные силы зависят



а)



б)

Рис. 242. Характер намагничивания в антиферромагнетиках (а) и ферритах (б) (схематически).

от структуры тела и поэтому характер вызываемой ими ориентировки спинов может быть различен. Оказывается, что существуют вещества, в которых также возникает сильная ориентировка электронных спинов, но, в отличие от ферромагнетиков, электронные спины ориентированы в них *попарно антипараллельно*. В простейшем случае электронные спины образуют как бы две пространственные подрешетки, вставленные друг в друга, намагниченные в противоположных направлениях (рис. 242).

Вещества, в которых намагниченные обеих подрешеток одинаково по величине, получили название *антиферромагнетиков*. Их существование было предсказано теоретически Л. Д. Ландау в 1933 г. Антиферромагнетиками являются некоторые соединения марганца ( $MnO$ ,  $MnS$ ), хрома ( $NiCr$ ,  $Cr_2O_3$ ), ванадия ( $VO_2$ ) и др. Подобные вещества при низких температурах имеют

ничтожно малую магнитную восприимчивость. При повышении температуры строгая попарная антипараллельность электронных спинов нарушается и магнитная восприимчивость увеличивается. При некоторой температуре (*антиферромагнитная точка Кюри* или *точка Нееля*) области самопроизвольной ориентировки электронных спинов разрушаются и антиферро-

магнетик превращается в парамагнетик. При дальнейшем повышении температуры магнитная восприимчивость, как у всякого парамагнетика, уменьшается, а следовательно, при антиферромагнитной температуре Кюри магнитная восприимчивость имеет максимум.

Если намагничение обеих подрешеток не одинаково по величине, то появляется некомпенсированный антиферромагнетизм и вещество может приобрести значительный магнитный момент. Такой характер намагничивания имеет место в ферритах (ср. § 124).

**Процессы намагничивания ферромагнетика.** Одной из основных задач теории ферромагнетизма является объяснение технической кривой намагничивания, т. е. зависимости намагничения  $I$  от напряженности намагничивающего поля. В результате многочисленных исследований была установлена следующая общая картина процесса намагничивания ферромагнетиков.

В отсутствие внешнего поля ферромагнетик разбивается на домены таким образом, что его результирующий магнитный момент близок к нулю. Это схематически показано на рис. 243, а, где изображены четыре домена одинакового объема, намагниченные до насыщения и обладающие магнитным моментом  $\frac{1}{4} I_s$ ,

равным четверти полного момента всего магнетика в состоянии насыщения. При включении внешнего поля энергии отдельных доменов делаются неодинаковыми: энергия меньше для тех доменов, в которых вектор намагничивания образует с направлением поля острый угол, и больше в том случае, если этот угол тупой. Поэтому возникает процесс смещения границ доменов, при котором объем доменов с меньшей энергией возрастает, а с большей энергией — уменьшается. Этот процесс можно рассматривать как фазовое превращение (см. Молекулярную физику), в известной степени подобное превращению пара в жидкость или жидкости в твердое тело, а домены с различным направлением намагничивания — как разные фазы ферромагнетика.

В случае очень слабых полей эти смещения границ обратимы и точно следуют за изменением поля. Начальная восприимчивость ферромагнетиков и область  $I$  кривой намагничивания (рис. 243, е) обусловлена процессами обратимого смещения границ.

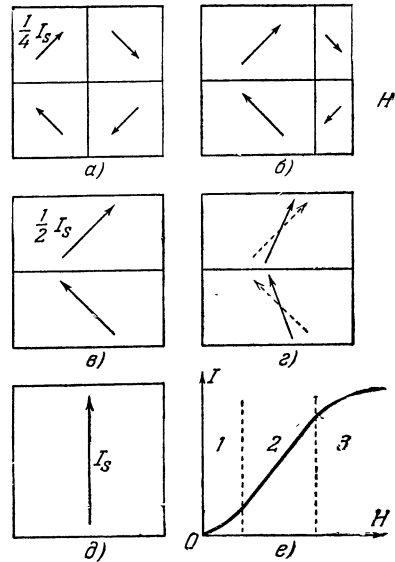


Рис. 243. Различные типы процессов намагничивания ферромагнетика (схематически). а, б, в — смещение границ, г и д — вращение вектора намагничивания.

При увеличении поля смещения границ доменов делаются *необратимыми*. При достаточной величине намагничивающего поля энергетически невыгодные домены исчезают вовсе (в).

Если поле увеличивается еще больше, то возникает новый тип процесса намагничивания, при котором изменяется *направление* магнитного момента внутри домена (намагничивание вращения, рис. 243, г). Наконец, в очень сильном поле магнитные моменты всех доменов устанавливаются параллельно полю. В этом состоянии ферромагнетик имеет наибольший, возможный при данной температуре магнитный момент, т. е. намагничен до насыщения (рис. 243, д).

Таким образом, указанные типы процессов играют различную роль на разных стадиях намагничивания. На начальном участке 1 (рис. 243, е) кривой намагничивания преобладают обратимые смещения границ. На участке 2, содержащем наиболее крутую часть кривой намагничивания и максимум на кривой Столетова, преобладают необратимые смещения границ. На пологом участке 3 кривой намагничивания основную роль играют процессы намагничивания вращением.

Указанные процессы намагничивания (за исключением смещения границ в слабых полях) происходят с некоторой задержкой, т. е. смещения границ и поворот вектора намагничивания отстают от изменения поля, что приводит к появлению гистерезиса.

Гистерезис может возникнуть и по другой причине. Мы говорили выше, что при наличии поля вследствие смещения границ доменов происходит увеличение объема той магнитной фазы (тех доменов), которая обладает меньшей энергией. Однако может оказаться, что эта фаза при данном состоянии ферромагнетика или данном направлении поля не существует и поэтому должны возникнуть и вырасти малые области этой фазы или *зародыши перемагничивания*. Зародыши перемагничивания возникают не точно при том значении поля, при котором существование этой фазы делается энергетически выгодным, а происходит *задержка роста зародышей перемагничивания*, которая также приводит к появлению гистерезиса. Это явление подобно пересыщению пара и переохлаждению жидкости, т. е. существованию неустойчивых фаз вследствие задержки роста зародышей устойчивой фазы (см. Молекулярную физику). Е. И. Кондорский показал, что если ферромагнетик имеет мелкокристаллическую структуру, так что отдельные его кристаллики состоят всего из одного домена, то возможно получение особенно большой коэрцитивной силы.

## ГЛАВА XII

### ТЕХНИЧЕСКОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОТОКА. ГЕНЕРАТОРЫ И ДВИГАТЕЛИ

#### § 133. Магнитные цепи

Магнитные потоки широко используют в современной электротехнике. Действие электромагнитов, мощных генераторов электрического тока, электродвигателей, трансформаторов и многих измерительных приборов основано на существовании в них магнитного потока.

Для усиления магнитного потока почти всегда применяют ферромагнитные материалы. Изготавливая из этих материалов тела различной формы и размеров, оказывается возможным создавать магнитные потоки нужной величины и направлять их в желаемом направлении. Совокупность тел, внутри которых проходят замкнутые линии магнитной индукции, называют *магнитной цепью*.

Общие законы магнитного поля, рассмотренные в гл. VIII и XI, позволяют вычислить магнитный поток в любой заданной магнитной цепи. Однако практически удобнее не пользоваться непосредственно этими законами, а сначала вывести из них некоторые общие следствия, или *законы магнитной цепи*, и затем применять эти более частные законы к решению практических задач.

Рассмотрим сначала простую или *неразветвленную* магнитную цепь (рис. 244). Будем считать, что она составлена из двух частей: ярма с сечением  $S$  из материала с магнитной проницаемостью  $\mu$  и

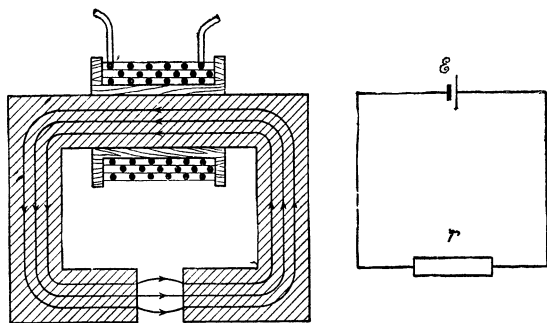


Рис. 244. Неразветвленная магнитная цепь и соответствующая ей электрическая цепь.

зазора (например, воздушного), имеющего то же сечение и магнитную проницаемость  $\mu_1$ . Выделим, далее, среднюю линию индукции и применим к ней теорему о магнитном напряжении (§ 88). Мы получим:

$$Hl + H_1l_1 = Ni.$$

Здесь  $H$  — напряженность поля внутри ярма,  $H_1$  — напряженность поля внутри зазора,  $l$  — длина ярма, измеренная вдоль средней линии индукции,  $l_1$  — длина зазора,  $N$  — число витков обмотки, а  $i$  — сила тока в ней.

Так как линии индукции непрерывны, то значения магнитного потока  $\Phi$  внутри ярма и внутри зазора одинаковы. Далее, пользуясь соотношениями

$$\Phi = BS, \quad B = \mu\mu_0 H,$$



напряженность поля можно выразить через поток:

$$H = \frac{\Phi}{\mu\mu_0 S}, \quad H_1 = \frac{\Phi}{\mu_1\mu_0 S}.$$

Подставляя эти выражения в первую формулу и выражая из нее поток  $\Phi$ , находим:

$$\Phi = \frac{Ni}{\frac{l}{\mu\mu_0 S} + \frac{l_1}{\mu_1\mu_0 S}}.$$

Полученная формула подобна закону Ома для замкнутой электрической цепи, изображенной на рис. 244. При этом величина

$$\mathcal{E}_m = Ni \tag{133.1}$$

играет роль электродвижущей силы и поэтому по аналогии она получила название *магнитодвижущей силы*. Сумма

$$R_m = \frac{l}{\mu\mu_0 S} + \frac{l_1}{\mu_1\mu_0 S} \tag{133.2}$$

входит в формулу так же, как и полное сопротивление электрической цепи в закон Ома, и поэтому ее называют *полным магнитным сопротивлением цепи*. Величины

$$r_m = \frac{l}{\mu\mu_0 S}, \quad r_{m1} = \frac{l_1}{\mu_1\mu_0 S} \tag{133.3}$$

дают магнитные сопротивления участков цепи. Магнитное сопротивление зависит от длины магнитопровода  $l$  и его сечения  $S$ , так же как и электрическое сопротивление, но роль удельной электропроводности  $\lambda$  играет магнитная проницаемость  $\mu\mu_0$ .

Пользуясь этими понятиями, мы можем представить полученные результаты следующим образом:

$$\Phi = \frac{\mathcal{E}_m}{R_m}. \tag{133.4}$$

Или: *в неразветвленной магнитной цепи магнитный поток равен частному от деления магнитодвижущей силы на полное магнитное сопротивление.*

Сравнивая (133.2) и (133.3), мы также видим, что полное сопротивление нашей цепи равно сумме сопротивлений ее частей:

$$R_m = r_m + r_{m1}.$$

Этот результат будет, очевидно, справедлив и в том случае, если цепь составлена из какого угодно числа частей, если только магнитный поток проходит целиком последовательно через эти части: *при последовательном соединении магнитопроводов их магнитные сопротивления складываются.*

На рис. 245 изображен опыт, показывающий влияние магнитного сопротивления. П-образный железный сердечник намагничивается обмоткой 1, включенной последовательно с амперметром  $A$  и реостатом в цепь *переменного* тока. В обмотке 2 наводится э. д. с. индукции и показания вольтметра  $V$  пропорциональны величине магнитного потока в сердечнике. Если, сохраняя неизменной силу тока

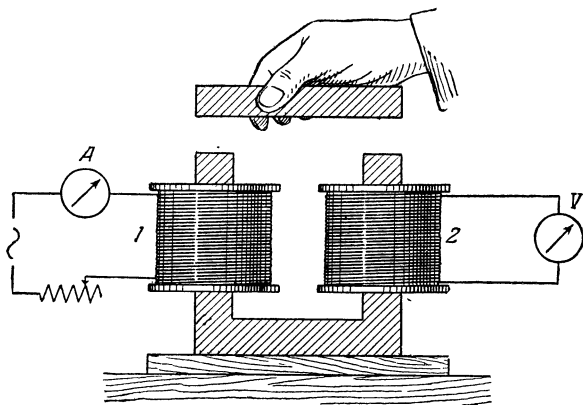


Рис. 245. При замыкании железного сердечника его магнитное сопротивление уменьшается и магнитный поток внутри него становится больше.

в обмотке 1, замкнуть сердечник железной пластиной, то магнитное сопротивление цепи уменьшается и показание вольтметра увеличивается.

Следует отметить, что введенные термины и понятия имеют лишь формальный характер. В магнитном потоке не движутся никакие частицы и поэтому нет основания говорить ни о «магнитодвижущей силе», ни о «магнитном сопротивлении». Как разъяснялось в гл. XI, физический смысл описанного опыта и ему подобных заключается в том, что, вводя в магнитную цепь намагничивающиеся тела, мы вводим в действие молекулярные токи магнетиков, которые и создают добавочные магнитные потоки. Однако указанное выше формальное описание удобно для решения практических задач и поэтому применяется в электротехнике.

### § 134. Электромагниты

Пример неразветвленной магнитной цепи мы имеем в простом электромагните (рис. 246).

Максимальный вес груза, удерживаемого электромагнитом, или *подъемная сила* электромагнита, приблизительно выражается формулой:

$$F = \frac{1}{2\mu_0} B^2 S. \quad (134.1)$$

Здесь  $B$  — значение индукции внутри сердечника,  $S$  — площадь соприкосновения сердечника и якоря. Если в формуле (134.1)  $B$  выражено в тесла ( $вб/м^2$ ), а  $S$  — в  $м^2$ , то  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  гн/м и сила  $F$  получится выраженной в ньютонах.

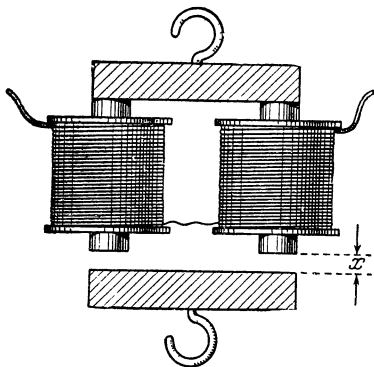


Рис. 246. Электромагнит.

Формулу (134.1) можно получить следующим образом. Предположим, что между якорем и сердечником имеется малый зазор  $x$  (рис. 246) и якорь удаляется от сердечника на отрезок  $dx$ . Поток через намагничивающую обмотку изменяется при этом на некоторую величину  $d\Psi$  и в цепи возникает дополнительный ток

$$\delta i = -\frac{1}{r} \frac{d\Psi}{dt}.$$

Здесь  $r$  обозначает полное сопротивление цепи, включая и сопротивление источника тока. Далее, мы будем считать, что якорь движется бесконечно медленно, так что  $\delta i$  есть бесконечно малая величина.

Согласно закону сохранения энергии (§ 112) при таком перемещении должно быть:

изменение работы источника тока =

$$= \text{изменение количества тепла Джоуля — Ленца} +$$

$$+ \text{механическая работа} + \text{изменение энергии магнитного поля.}$$

Изменение работы источника тока:

$$\mathcal{E} (i + \delta i) dt - \mathcal{E} i dt = -\frac{\mathcal{E}}{r} \frac{d\Psi}{dt} dt = -i d\Psi.$$

Изменение количества тепла:

$$r (i + \delta i)^2 dt - r i^2 dt = 2ri \delta i dt = -2ri \frac{1}{r} \frac{d\Psi}{dt} dt = -2i d\Psi.$$

Изменение энергии поля есть разность энергий в конце и в начале перемещения:

$$dW = \left( \frac{1}{2} Li^2 \right)_{x+dx} - \left( \frac{1}{2} Li^2 \right)_x = \frac{1}{2} i^2 dL,$$

где  $dL$  — увеличение индуктивности электромагнита при увеличении зазора на  $dx$ . Но  $\Psi = Li$ , и поэтому

$$dW = \frac{1}{2} i d\Psi.$$

Наконец, механическая работа  $dA = F dx$ . Поэтому

$$-i d\Psi = -2i d\Psi + F dx + \frac{1}{2} i d\Psi, \text{ или } F = \frac{1}{2} i \frac{d\Psi}{dx}.$$

В этих формулах  $\Psi$  есть поток, пронизывающий обмотку. Если  $\Phi$  — поток в сердечнике, а обмотка имеет  $N$  витков, то  $\Psi = N\Phi$ .

Но согласно § 133 поток в сердечнике можно выразить следующим образом ( $\mu_1 = 1$ ,  $l_1 = 2x$ ):

$$\Phi = \frac{Ni}{\frac{l}{\mu\mu_0 S} + \frac{2x}{\mu_0 S}} = \mu\mu_0 S \frac{Ni}{l + 2\mu x},$$

где  $l$  — длина линии индукции в сердечнике и в якоре, а  $S$  — сечение сердечника. Поэтому

$$\frac{d\Psi}{dx} = N \frac{d\Phi}{dx} = - \frac{2\mu_0 \mu^2 S N^2 i}{(l + 2\mu x)^2}.$$

Подставляя это выражение в формулу для подъемной силы, имеем:

$$F = \frac{1}{2} i \frac{d\Psi}{dx} = - \frac{S}{\mu_0} \left( \frac{\mu\mu_0 Ni}{l + 2\mu x} \right)^2.$$

Знак минус показывает, что сила, действующая на якорь, стремится уменьшить зазор  $x$ . Выражение, стоящее в скобках, есть индукция  $B$  в сердечнике электромагнита, а  $2S$  — площадь соприкосновения сердечника и якоря. Обозначая эту площадь просто  $S$ , получим формулу (134.1).

Формула (134.1) показывает, что подъемная сила пропорциональна квадрату индукции. Поэтому для получения большой подъемной силы нужно применять материалы с высокой магнитной проницаемостью и обеспечивать хорошее замыкание сердечника и якоря.

### § 135. Разветвление магнитного потока

Наряду с простой магнитной цепью, рассмотренной в § 133, на практике приходится встречаться с более сложными цепями,

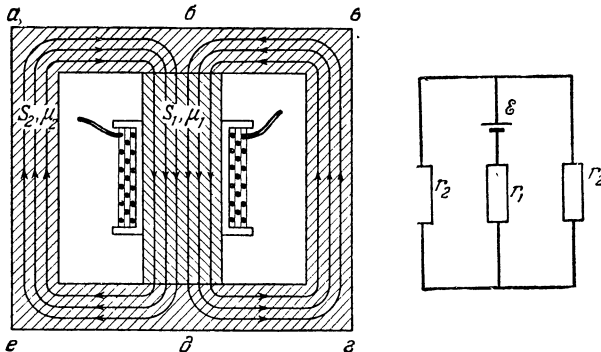


Рис. 247. Магнитная цепь с разветвлением магнитного потока.

в которых происходит разветвление магнитного потока. Пример такой магнитной цепи показан на рис. 247. Пользуясь теоремой о магнитном напряжении, можно и в этом случае дать простые правила для вычисления магнитного потока.

Рассмотрим замкнутый контур *абдеа* (рис. 247), входящий в состав нашей цепи, и обозначим длину участка *бд* через  $l_1$ , его сечение — через  $S_1$  и напряженность поля в нем — через  $H_1$ , а соответствующие величины для участка *деаб* — через  $l_2$ ,  $S_2$  и  $H_2$ . Так же, как и раньше,  $H_1$  и  $H_2$  можно выразить через потоки  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  в рассматриваемых участках:

$$H_1 = \frac{\Phi_1}{\mu_1 \mu_0 S_1}, \quad H_2 = \frac{\Phi_2}{\mu_2 \mu_0 S_2},$$

где  $\mu_1$  и  $\mu_2$  — магнитные проницаемости материала на участках *бд* и *деаб*. Поэтому

$$\Phi_1 \frac{l_1}{\mu_1 \mu_0 S_1} + \Phi_2 \frac{l_2}{\mu_2 \mu_0 S_2} = N_1 i_1.$$

Но

$$\frac{l_1}{\mu_1 \mu_0 S_1} = r_{m1}, \quad \frac{l_2}{\mu_2 \mu_0 S_2} = r_{m2}$$

— магнитные сопротивления участков цепи *бд* и *деаб*, а

$$N_1 i_1 = \mathcal{E}_{m1}$$

— магнитодвижущая сила этой цепи, и предыдущая формула принимает простой вид:

$$\Phi_1 r_{m1} + \Phi_2 r_{m2} = \mathcal{E}_{m1}.$$

В выделенный замкнутый контур могут входить не два участка с различными потоками, а какое угодно их число, и в каждом из этих участков может быть своя намагничивающая обмотка. Поэтому в общем случае

$$\sum \Phi_k r_{mk} = \sum \mathcal{E}_{mk}. \quad (135.1)$$

Эта формула имеет тот же вид, что и второе правило Кирхгофа для разветвляющихся токов (§ 77), причем вместо силы тока  $i$  входит магнитный поток  $\Phi$ , а роль электрического сопротивления  $r$  и э. д. с.  $\mathcal{E}$  играют магнитное сопротивление  $r_m$  и магнитодвижущая сила  $\mathcal{E}_m$ .

При пользовании формулой (135.1) нужно, очевидно, учитывать правило знаков для  $\mathcal{E}_m$  и  $\Phi$ . Магнитодвижущая сила считается положительной, если соответствующая обмотка создает поток, направление которого совпадает с выбранным направлением обхода контура. Положительное значение потока  $\Phi$  означает, что направление потока совпадает с выбранным направлением обхода.

Рассмотрим теперь какой-либо узел разветвления магнитной цепи (рис. 248), в котором сходятся три или более магнитопровода. Так как линии индукции непрерывны, то общее число этих линий, идущих  $k$  узлу разветвления, равно числу линий, уходящих *от* узла

разветвления. Или: сумма всех потоков, направленных к месту разветвления, равняется сумме всех потоков, уходящих от него. Обозначая эти потоки разными знаками, мы имеем для каждого узла разветвления:

$$\sum \Phi_k = 0. \quad (135.2)$$

Эта формула имеет тот же вид, что и первое правило Кирхгофа (§ 77).

Таким образом, задача вычисления потоков в любой магнитной цепи оказывается аналогичной задаче вычисления токов в электрической цепи, причем каждой магнитной цепи можно сопоставить соответствующую ей электрическую цепь (рис. 247).

Пользуясь этой аналогией, можно в ряде случаев не решать задачу вовсе, а воспользоваться уже известным решением электрической задачи. Так, например, мы знаем, что при параллельном соединении проводников токи в них обратно пропорциональны сопротивлениям. Поэтому можно утверждать, что и при параллельном соединении магнитопроводов магнитные потоки в них будут обратно пропорциональны магнитным сопротивлениям.

На рис. 249 показан опыт для демонстрации параллельного соединения магнитопроводов. Ш-образный железный сердечник несет

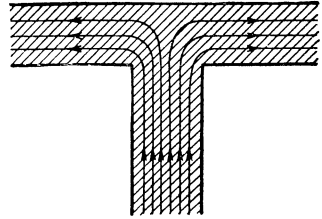


Рис. 248. Разветвление магнитного потока.

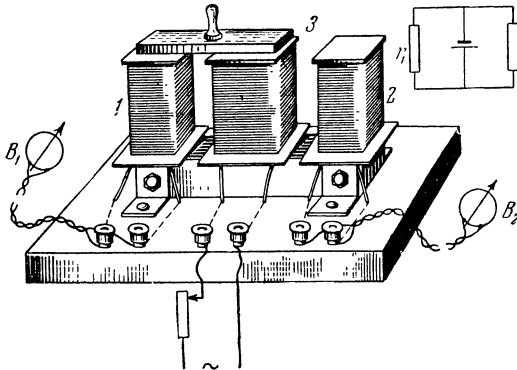


Рис. 249. Параллельное соединение магнитопроводов.

на себе намагничивающую обмотку 3, питаемую переменным током, и две измерительные обмотки 1 и 2, соединенные с одинаковыми вольтметрами. При замыкании ветвей 1 и 3 железным якорем сопротивление цепи 1—3 меньше сопротивления цепи 2—3, имеющей

воздушный зазор (на эквивалентной электрической схеме  $r_1 < r_2$ ), магнитный поток в ней больше и вольтметр  $B_1$  дает гораздо большее показание, чем вольтметр  $B_2$ . Если же замкнуть якорем ветви 2 и 3, то показание вольтметра  $B_2$  станет больше показания  $B_1$ .

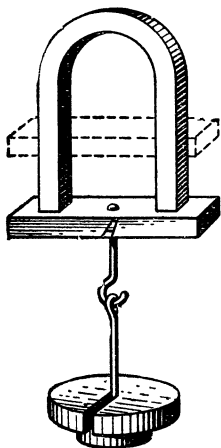


Рис. 250. Магнитный шунт.

На рис. 250 изображен опыт с «магнитным шунтом». Постоянный магнит притягивает якорь  $A$  с грузом, подобранным таким образом, чтобы их общий вес был немного меньше, чем подъемная сила магнита. При замыкании магнита железной пластинкой магнитный поток разветвляется и только часть его пронизывает железный якорь; в результате подъемная сила магнита уменьшается и якорь с грузом отрывается от магнита.

При пользовании аналогией между магнитными и электрическими цепями следует иметь в виду, что здесь имеется и существенное различие. Удельная электропроводность металлов практически не зависит от плотности тока и поэтому сопротивления участков электрической цепи можно считать постоянными. Магнитная же проницаемость  $\mu$  зависит от напряженности магнитного поля, а следовательно, и магнитные сопротивления в формуле (135.1) являются переменными величинами, зависящими от значения потока  $\Phi$ .

### § 136. Генераторы переменного тока

Наиболее важное применение магнитного потока мы имеем в электрических машинах, предназначенных для превращения механической энергии в электрическую (*генераторы*) или электрической энергии в механическую (*электродвигатели*).

В настоящее время имеется много типов генераторов и двигателей. Их конструкция доведена до высокой степени совершенства, что потребовало разрешения ряда важных вспомогательных технических задач. Мы, однако, не будем вовсе касаться деталей конструкции электрических машин (что относится к специальному курсу электротехники) и ограничимся только принципами их устройства.

Все современные мощные генераторы электрического тока основаны на явлении электромагнитной индукции при движении проводников в магнитном поле. Остановимся сначала на генераторах переменного тока.

Рис. 251 разъясняет принцип получения технического переменного тока. Электродвижущая сила возникает вследствие вращения проводной обмотки. Концы обмотки подведены к двум изолированным медным кольцам (контактные кольца), укрепленным на оси машины,

и при помощи прижимных проводников из меди или графита (щетки) могут быть включены в замкнутую цепь тока без нарушения вращения обмотки.

Если  $\alpha$  — угол, составленный нормалью  $n$  к плоскости витка и вектором индукции поля  $B$ , то поток сквозь виток

$$\Phi = BS \cos \alpha = \Phi_0 \cos \alpha,$$

где  $S$  — площадь витка, а  $\Phi_0$  — максимальное значение потока при  $\alpha = 0$ . При равномерном вращении витка с угловой скоростью  $\omega$  угол  $\alpha = \omega t + \alpha_0$ , и поэтому э. д. с. одного витка

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= - \frac{d\Phi}{dt} = \Phi_0 \omega \sin(\omega t + \alpha_0) = \\ &= \mathcal{E}_0 \sin(\omega t + \alpha_0). \end{aligned} \quad (136.1)$$

Если имеется не один, а  $N$  витков проволоки, то амплитуда э. д. с.  $\mathcal{E}_0$  будет в  $N$  раз больше. Если  $\Phi_0$  выражено в  $вб$ , а  $\omega$  — в  $сек^{-1}$ , то  $\mathcal{E}_0$  будет выражено в вольтах.

Из (136.2) видно, что для повышения э. д. с. необходимо увеличивать магнитный поток  $\Phi_0$ , а для этого сопротивление магнитной цепи машины выгодно сделать возможно меньшим. Поэтому магнитную систему генераторов делают из двух железных сердечников: наружного кольцеобразного неподвижного сердечника и внутреннего вращающегося цилиндрического сердечника, а воздушный зазор между ними доводят до минимальных размеров. Машина имеет, как правило, две обмотки, одна из которых размещается в пазах неподвижного сердечника (*статора*) с внутренней его стороны, а другая расположена в пазах вращающегося сердечника (*ротора*). Одна из обмоток используется для создания магнитного потока, а другая является рабочей обмоткой, в которой индуцируется переменная э. д. с.

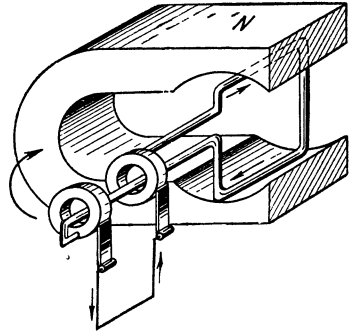


Рис. 251. Принцип получения переменного тока.

## § 137. Генераторы постоянного тока

В генераторах постоянного или прямого тока переменная э. д. с., возникающая во вращающейся обмотке, выпрямляется при помощи специального приспособления, называемого *коллектором*, который представляет собой вращающийся переключатель.

Простейший генератор прямого тока изображен на рис. 252. Он имеет обмотку из одного витка, а его коллектор состоит из двух медных изолированных полуцилиндров, насаженных на ось машины,



к которым присоединены концы обмотки. К пластинам коллектора прижимаются две щетки, осуществляющие включение обмотки в цепь тока. Рис. 253 поясняет действие коллектора. Кривая *a* представляет напряжение между концами обмотки, которое изменяется

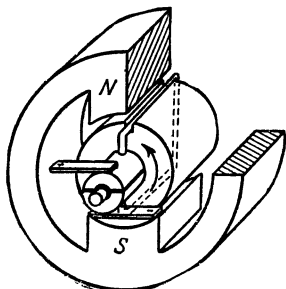


Рис. 252. Простейший генератор прямого тока.

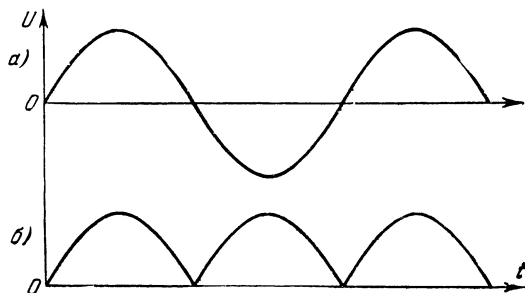


Рис. 253. Действие коллектора.

в соответствии с (136.1) по закону синуса. Через каждую половину оборота коллектор переключает (коммутирует) концы обмотки, и поэтому на щетках получается напряжение, изображаемое кривой *b*. Такой простейший генератор, следовательно, дает *пульсирующий* ток, направление которого хотя и остается постоянным, но сила изменяется.

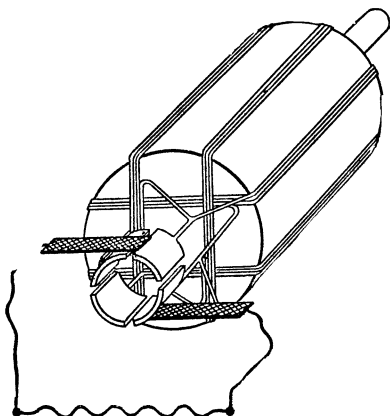


Рис. 254. Схема барабанного якоря.

Так как коллектор вращается, то и рабочую обмотку, соединенную с ним, делают всегда вращающейся. Ее располагают на внутреннем железном сердечнике, насаженном на ось машины; в отличие от машин переменного тока этот сердечник принято называть не ротором, а *якорем*. Таким образом, генератор прямого тока содержит следующие основные части: *станину* (электромагнит), *якорь* и *коллектор со щетками*.

На практике, разумеется, делают обмотки якоря, состоящие из многих витков.

В настоящее время почти исключительно применяют якоря так называемого *барабанного* типа. Они представляют собой сплошные цилиндрические сердечники, на которые укладывается обмотка только с *внешней* стороны (рис. 254). Обмотка помещается в пазах, расположенных у поверхности якоря. Размещение обмотки барабанного

якоря должно быть произведено, очевидно, таким образом, чтобы обе половины каждого витка были соединены не навстречу, а последовательно. А для этого нужно, чтобы одна половина витка была расположена у южного полюса магнита, если другая находится у северного, и наоборот.

Как отмечалось выше, в случае обмотки из одного витка (или одной секции) и коллектора всего из двух пластин мы имели бы пульсирующий ток. Для получения постоянного тока без пульсаций обмотку разделяют на много секций и применяют коллекторы из многих пластин.

Для получения магнитного потока в современных мощных генераторах применяют исключительно электромагниты. Для питания обмотки электромагнита в некоторых специальных случаях пользуются вспомогательным источником (*машины с внешним возбуждением*). Однако гораздо чаще строят машины с *самовозбуждением*, в которых для создания тока в электромагните (обмотке возбуждения) используют напряжение, развиваемое самой машиной.

Свойства машин постоянного тока существенно зависят от способа соединения обмотки возбуждения с якорем машины. По этому принципу разделяют машины на следующие типы: машины с параллельным возбуждением (*шунтовые машины*), машины с последовательным возбуждением (*серийные машины*) и машины со смешанным возбуждением (*компаундные машины*).

В *шунтовых* машинах обмотка возбуждения присоединяется параллельно якорю. Ток, ответвляемый в электромагнит, составляет обычно от 1% (большие генераторы) до 5% (малые генераторы) тока якоря. Поэтому сопротивление обмотки возбуждения  $r_b$  значительно больше сопротивления якоря  $r_a$ .

Рассмотрим, как зависит напряжение на зажимах шунтовой машины от тока нагрузки. Напряжение на зажимах

$$U = \mathcal{E} - r_a (i_b + i),$$

где  $\mathcal{E}$  — э. д. с. якоря,  $i_b$  — ток возбуждения,  $i$  — ток нагрузки. При разомкнутой машине (холостой ход)  $i = 0$  и  $U$  имеет максимальное значение. При увеличении тока  $i$  напряжение  $U$  уменьшается и притом по двум причинам. Во-первых, потому, что увеличивается падение напряжения внутри якоря, равное  $r_a (i_b + i)$ . Во-вторых, это уменьшение  $U$  ведет к ослаблению тока возбуждения, что в свою очередь вызывает понижение э. д. с.  $\mathcal{E}$  и еще больше уменьшает напряжение машины. Поэтому зависимость  $U = f(i)$  изображается кривой, показанной на рис. 255.

В *серийных* машинах обмотка возбуждения соединяется с якорем последовательно. В этом случае полный ток машины проходит через обмотку возбуждения и поэтому, чтобы потеря напряжения в ней была малой, должно быть  $r_b \ll r_a$ .

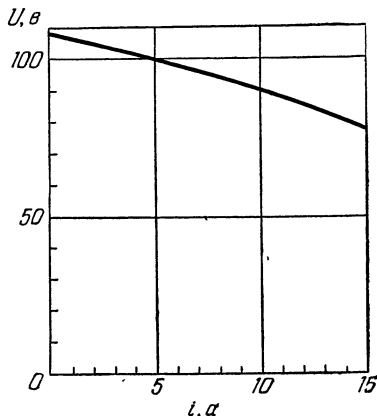


Рис. 255. Характеристика машины с параллельным возбуждением.

Напряжение на зажимах серийной машины, как и всякого источника тока, равно разности между э. д. с. якоря  $\mathcal{E}$  и падением напряжения внутри машины:

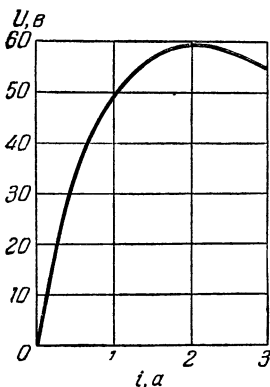


Рис. 256. Характеристика машины с последовательным возбуждением.

няется параллельно якору, а другая — последовательно. Подбирая должным образом эти обмотки, можно добиться, чтобы в известном интервале изменения токов нагрузки напряжение оставалось приблизительно постоянным.

$$U = \mathcal{E} - i(r_{\text{я}} + r_{\text{в}}).$$

При холостом ходе ( $i = 0$ ) внутреннее падение напряжения равно нулю. Но в этом случае нет тока и в обмотке возбуждения, и поэтому напряжение  $U$  близко к нулю. При увеличении тока нагрузки  $i$  магнитный поток в машине увеличивается, отчего и э. д. с.  $\mathcal{E}$ , и напряжение  $U$  возрастают. Однако это возрастание происходит лишь до известного предела, пока в сердечнике электромагнита не наступает насыщение. При дальнейшем увеличении  $i$  э. д. с. практически не увеличивается, в то время как внутреннее падение напряжения  $i(r_{\text{я}} + r_{\text{в}})$  продолжает нарастать, и поэтому напряжение  $U$  начинает уменьшаться. Характеристика серийной машины показана на рис. 256.

Таким образом, шунтовые машины имеют падающую характеристику, а серийные машины — возрастающую. Эти особенности сочетают в *компаундных* машинах, электромагниты которых имеют две обмотки: одна из них присоеди-

### § 138. Электродвигатель постоянного тока

Если в машине постоянного тока, рассмотренной в предыдущем параграфе, создать ток от внешнего источника, то ее якорь приходит во вращение. Поэтому коллекторные машины могут служить как генераторами, так и двигателями, т. е. они *обратимы*.

Для лучшего уяснения превращения энергии в генераторах и двигателях рассмотрим силы, действующие на якорь. На рис. 257 схематически изображена машина постоянного тока, работающая в качестве генератора (а) и в качестве двигателя (б). В случае генератора направление тока индукции в якоре определяется правилом правой руки (§ 101): у северного полюса ток направлен от чертежа к читателю, а у южного полюса — от читателя за чертеж. На про-

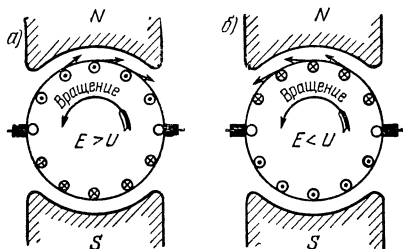


Рис. 257. Электродинамические силы, действующие на якорь генератора (а) и двигателя (б) постоянного тока.

волоки якоря действуют электродинамические силы, которые про-

порциональны току якоря. Они направлены по правилу левой руки и стремятся вызвать вращение якоря *по* часовой стрелке, т. е. в сторону, противоположную вращению генератора. Для поддержания вращения якоря необходимо действие внешних сил, равных по величине и противоположных по направлению, которые создаются двигателем, вращающим генератор. Поэтому двигатель непрерывно производит механическую работу против электродинамических сил, которая тем больше, чем сильнее ток, отбираемый от генератора, и мы имеем, следовательно, превращение механической работы двигателя в электрическую энергию.

При работе машины в качестве электродвигателя внешнего двигателя нет и на обмотку якоря действуют только электродинамические силы, под действием которых якорь приходит во вращение. В этом случае работу совершают электродинамические силы, и мы имеем превращение электрической энергии источника, питающего двигатель, в механическую работу. Из рис. 257 видно, что при одинаковом направлении вращения генератора и электродвигателя направления токов в якоре *противоположны*.

При вращении якоря двигателя его обмотка пересекает линии индукции магнитного поля и поэтому в ней возникает э. д. с. индукции  $\mathcal{E}$ . Эта э. д. с., как разъяснялось выше, стремится создать ток, противоположный току якоря, и поэтому она получила название *противоэлектродвижущей* силы. Сила тока в якоре зависит как от напряжения  $U$  на якоре, так и от противоэлектродвижущей силы (закон Ома для участка цепи с э. д. с.):

$$i_{\text{я}} = \frac{U - \mathcal{E}}{r_{\text{я}}},$$

где  $r_{\text{я}}$  — сопротивление якоря.

Противоэлектродвижущая сила уменьшает ток якоря. При работе двигателя без нагрузки (холостой ход) скорость вращения якоря велика и противоэлектродвижущая сила лишь немного меньше напряжения  $U$ . Поэтому ток холостого хода мал. При увеличении нагрузки скорость якоря уменьшается и противоэлектродвижущая сила падает. В соответствии с этим ток, потребляемый двигателем, увеличивается, и тем больше, чем сильнее нагрузка.

Это обстоятельство приходится учитывать при пуске двигателя. В момент пуска якорь не вращается вовсе и противоэлектродвижущая сила равна нулю. Поэтому в первые моменты после пуска ток якоря может оказаться настолько большим, что вызовет порчу обмотки и пластин коллектора. Для устранения этого явления при пуске мощных двигателей всегда употребляют так называемые *пусковые реостаты*, которые включают последовательно с двигателем и выводят постепенно, по мере возрастания числа оборотов двигателя.

### § 139. Синхронные двигатели

Генераторы переменного тока могут быть использованы и в качестве электродвигателей, т. е. они, так же как и машины постоянного тока, обладают обратимостью.

Для разъяснения способа действия таких двигателей обратимся к рис. 258, на котором показана часть машины с внешними полюсами. Ее электромагниты  $SN S_1 \dots$  питаются, как в генераторе, от внешнего источника постоянного тока, например от вспомогательного

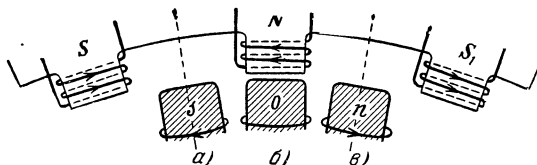


Рис. 258. Принцип синхронного двигателя переменного тока.

генератора, насаженного на общую ось машины, а ротор присоединяется к сети *переменного* тока. Пусть один из полюсов ротора находится в положении *а* и ток в обмотке ротора создает на этом полюсе южное намагничивание. Полюс ротора будет отталкиваться от южного полюса *S* и притягиваться к северному полюсу *N*, и ротор начнет поворачиваться по часовой стрелке. Допустим теперь, что в положении ротора *б* (рис. 258) сила тока обращается в нуль, а следовательно, в более позднем положении *в* ток в обмотке ротора изменяет направление. Тогда рассматриваемый полюс ротора в положении *в* перемагнитится и будет уже отталкиваться от северного полюса статора *N* и притягиваться к южному полюсу *S*. Поэтому ротор будет продолжать вращаться по часовой стрелке до тех пор, пока в его обмотке существует переменный ток.

Из сказанного ясно, что вращение ротора будет происходить только в том случае, если скорость вращения — строго определенная. Эта скорость должна быть такой, чтобы время, необходимое для прохождения каждым полюсом ротора расстояния между двумя соседними одноименными полюсами статора, точно равнялось периоду переменного тока. Или, как принято говорить, ротор должен вращаться *синхронно* с изменением переменного тока. Поэтому и двигатели такого типа получили название *синхронных* двигателей.

Синхронные двигатели обладают тем неудобством, что они не запускаются сами; для их пуска необходимо раскрутить ротор до синхронной скорости с помощью постороннего двигателя или какого-нибудь иного приема. Точно так же, если вследствие значительной перегрузки скорость ротора уменьшится (двигатель *выйдет из син-*

хронизма), то двигатель остановится. Тем не менее синхронные двигатели находят себе применение, в особенности в тех случаях, когда необходимо иметь строго постоянное число оборотов.

Наряду с синхронными двигателями имеются и другие типы электродвигателей переменного тока. Однако широкое внедрение в технику двигателей переменного тока сделалось возможным лишь после того, как М. О. Доливо-Добровольским были разработаны так называемые системы *многофазных* токов, к рассмотрению которых мы и обратимся.

### § 140. Двухфазный ток

Рассмотрим генератор (рис. 259), подобный обычному генератору переменного тока, но содержащий две независимые обмотки: одну состоящую из катушек 1 и 3, и другую — из катушек 2 и 4, повернутую относительно первой на угол  $\pi/2$ . При вращении ротора в каждой из обмоток будет наводиться переменная э. д. с., но максимум э. д. с.  $\mathcal{E}_2$  в обмотке 2—4 будет достигаться позднее, чем максимум э. д. с.  $\mathcal{E}_1$  в обмотке 1—3, на время в четверть периода обращения ротора, и э. д. с.  $\mathcal{E}_2$  будет обращаться в нуль с таким же опозданием. Иными словами, между колебаниями э. д. с. в обеих обмотках будет существовать *разность фаз* в  $90^\circ$  или  $\pi/2$ . Если обо-

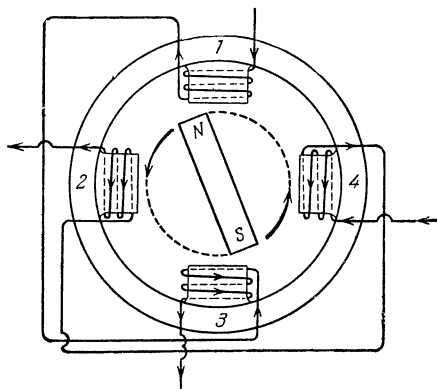


Рис. 259. Получение двухфазного тока.

значить максимальное значение э. д. с. в каждой обмотке через  $\mathcal{E}_0$  (амплитуда э. д. с.), а угловую скорость вращения ротора — через  $\omega$ , то закон изменения э. д. с. в обеих катушках будет иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= \mathcal{E}_0 \sin \omega t, \\ \mathcal{E}_2 &= \mathcal{E}_0 \sin(\omega t - 90^\circ). \end{aligned} \right\} \quad (140.1)$$

Каждую из двух обмоток генератора, которые мы будем обозначать в дальнейшем  $O_1$  и  $O_2$ , мы можем соединить с нагрузочными сопротивлениями  $r_1$  и  $r_2$  (рис. 260), и тогда получатся две цепи, в каждой из которых будет переменный ток. Однако оба эти тока будут *согласованы*, между ними также будет существовать определенная разность фаз. Два таких тока называются *двухфазной системой токов* или просто *двухфазным* током.

На рис. 260, а показаны четыре провода, соединяющие генератор с нагрузкой. Однако число проводов можно уменьшить. Так как для электрических явлений важны только *разности* потенциалов, то один провод каждой цепи можно сделать общим, и тогда мы получим трехпроводную цепь двухфазного тока, показанную на рис. 260, б.

Напряжения между концами обмоток  $O_1$  и  $O_2$  называют *фазными напряжениями*, токи в  $O_1$  и  $O_2$  — *фазными токами*. Этими же

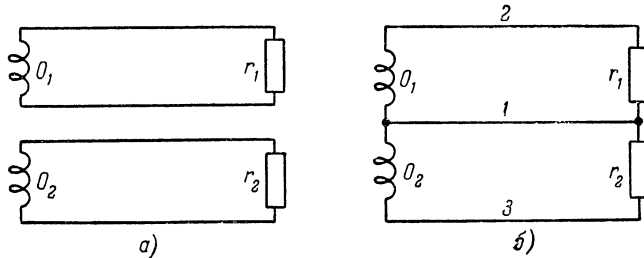


Рис. 260. Схема двухфазной системы токов.

названиями обозначают напряжения и токи в нагрузочных сопротивлениях  $r_1$  и  $r_2$ . Напряжения же между проводами линии 1, 2 и 3 называют *линейными напряжениями*, а токи в этих проводах — *линейными токами*. Если генератор разомкнут ( $r_1 = r_2 = \infty$ ), то фазные напряжения равны э. д. с. в каждой обмотке. Если принять потенциал провода 1 за нуль, то потенциал провода 2, или линейное напряжение между проводами 1 и 2,

$$U_{12} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t,$$

а линейное напряжение между 1 и 3

$$U_{13} = \mathcal{E}_0 \sin(\omega t - 90^\circ).$$

Линейное же напряжение между проводами 2 и 3 есть разность потенциалов проводов 2 и 3:

$$\begin{aligned} U_{23} &= \mathcal{E}_0 \sin \omega t - \mathcal{E}_0 \sin(\omega t - 90^\circ) = 2\mathcal{E}_0 \sin 45^\circ \cos(\omega t - 45^\circ) = \\ &= \sqrt{2} \mathcal{E}_0 \sin(\omega t + 45^\circ). \end{aligned} \quad (140.2)$$

Таким образом, в трехпроводной системе двухфазного тока мы можем получить три обычных (*однофазных*) тока одинаковой частоты  $\omega$ , но с разностью фаз  $90^\circ$  и  $45^\circ$  и с двумя разными амплитудами э. д. с.,  $\mathcal{E}_0$  и  $\mathcal{E}_0 \sqrt{2}$ .

Подобным образом мы можем себе представить не два, а три, четыре и вообще  $n$  переменных согласованных токов, получаемых

в одном генераторе с  $n$  обмотками, обладающих определенной разностью фаз, или систему *многофазных токов*. Однако широкое практическое применение получил только *трехфазный ток*.

### § 141. Трехфазный ток

Схема устройства генератора трехфазного тока показана на рис. 261. Генератор имеет *три* обмотки, смещенные друг относительно друга на  $\frac{1}{3}$  окружности. При вращении ротора мы получим в каждой из обмоток, обозначенных в дальнейшем через  $O_1$ ,  $O_2$  и  $O_3$ , переменные э. д. с.  $\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_2$  и  $\mathcal{E}_3$ , между которыми будет разность фаз  $120^\circ$  и  $240^\circ$ . Поэтому, если колебания э. д. с. в обмотке  $O_1$  выражаются формулой

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_0 \sin \omega t,$$

то для э. д. с. в других обмотках мы имеем:

$$\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_0 \sin(\omega t - 120^\circ),$$

$$\mathcal{E}_3 = \mathcal{E}_0 \sin(\omega t - 240^\circ).$$

Изменение во времени э. д. с. в трех обмотках графически представлено на рис. 262.

Каждую из обмоток мы можем замкнуть на нагрузочные сопротивления  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$  (рис. 263) и получить три однофазных переменных тока, между которыми будет строго постоянная разность

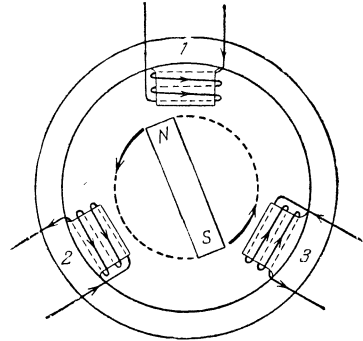


Рис. 261. Получение трехфазного тока.

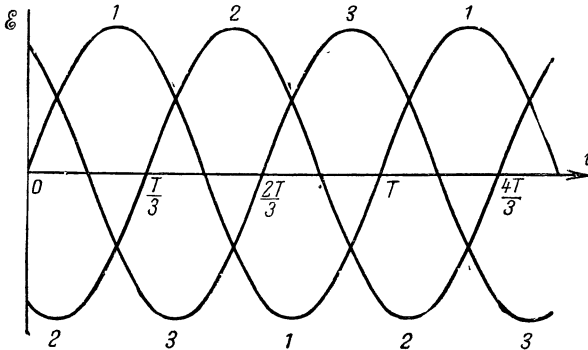


Рис. 262. Э. д. с. генератора трехфазного тока.

фаз, равная соответственно  $120^\circ$  и  $240^\circ$ . Такие три согласованных переменных тока и называются *системой трехфазных токов* или, коротко, *трехфазным током*.



Число проводов, соединяющих генератор с нагрузкой, так же как и при двухфазном токе, можно уменьшить, если объединить по одному проводу в каждой цепи. Тогда мы получим соединение генератора, показанное на рис. 264, называемое *соединением звездой*.

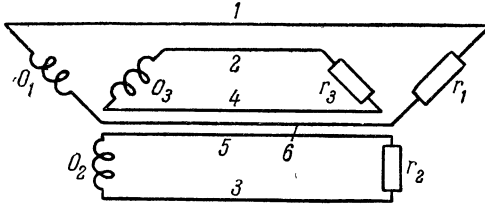


Рис. 263. Трехфазная система токов.

Оно подобно соединению трех одинаковых источников тока, показанному на рис. 265.

Предположим, что генератор разомкнут ( $r_1 = r_2 = r_3 = \infty$ ), и найдем связь между фазным напряжением (существующим в каждой из обмоток  $O_1, O_2, O_3$ ) и линейными напряжениями (между проводами 0, 1, 2, 3). Очевидно, что линейное напряжение между проводом 0 и любым из других проводов равно

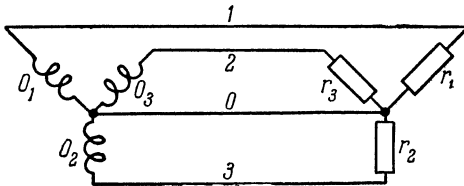


Рис. 264. Соединение звездой.

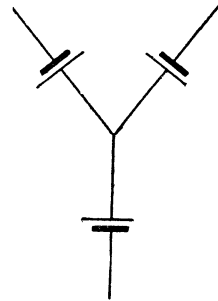


Рис. 265. Соединение трех источников тока звездой.

фазному напряжению и его амплитуда есть  $\mathcal{E}_0$ . Линейное напряжение между любой парой проводов 1, 2 и 3 будет другим. Вычислим, например, напряжение между проводами 1 и 3. Оно равно *разности* потенциалов между свободными концами обмоток  $O_1$  и  $O_2$ :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t - \mathcal{E}_0 \sin (\omega t - 120^\circ) = 2\mathcal{E}_0 \sin 60^\circ \cos (\omega t - 60^\circ).$$

Но

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos (\omega t - 60^\circ) = \sin (\omega t + 30^\circ),$$

и поэтому

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sqrt{3} \sin (\omega t + 30^\circ).$$

Мы имеем, следовательно, линейное напряжение, изменяющееся с той же частотой  $\omega$ , что и фазное, но с амплитудой в  $\sqrt{3}$  раз больше фазного. Таким образом, при соединении генератора звездой мы можем получить в линии два напряжения, а именно фазное  $\mathcal{E}_0$  и  $\mathcal{E}_0 \sqrt{3}$ .

Допустим теперь, что генератор нагружен на сопротивление, также соединенные звездой (рис. 264), причем  $r_1 = r_2 = r_3$  (симметричная нагрузка). В этом случае в каждом из проводов 1, 2 и 3 амплитуда токов  $i_0$  будет одинакова и токи в них будут изменяться по закону

$$i_1 = i_0 \sin \omega t, \quad i_2 = i_0 \sin(\omega t - 120^\circ), \quad i_3 = i_0 \sin(\omega t - 240^\circ).$$

В проводе 0, являющемся общим, сила тока  $i$  будет равна сумме всех линейных токов:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = i_0 \sin \omega t + i_0 \sin(\omega t - 120^\circ) + i_0 \sin(\omega t - 240^\circ).$$

Но

$$\begin{aligned} \sin(\omega t - 120^\circ) + \sin(\omega t - 240^\circ) &= \\ &= 2 \sin(\omega t - 180^\circ) \cos 60^\circ = \sin(\omega t - 180^\circ) = -\sin \omega t. \end{aligned}$$

Поэтому

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = 0.$$

Таким образом, при симметричной нагрузке сила тока в проводе 0 равна нулю, отчего этот провод называют *нулевым проводом*. В случае симметричной нагрузки (или даже приблизительно симметричной) нулевой провод можно удалить вовсе и линия будет работать исправно.

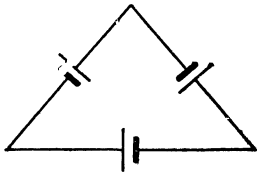


Рис. 267. Последовательное соединение трех источников тока.

Возможно и другое соединение обмоток генератора, показанное на рис. 266 (*соединение треугольником*). Ему соответствует соединение трех источников тока, изображенное на рис. 267.

На первый взгляд может показаться, что в этом случае обмотки замкнуты сами на себя (накоротко). Это действительно так и было бы, если бы мы имели три источника постоянного тока. На самом же деле мы имеем переменные э. д. с., обладающие *разностью фаз*, что существенно изменяет дело. Действительно, полная э. д. с. треугольника равна

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 = \mathcal{E}_0 \sin \omega t + \mathcal{E}_0 \sin(\omega t - 120^\circ) + \mathcal{E}_0 \sin(\omega t - 240^\circ).$$

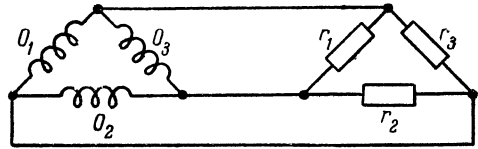


Рис. 266. Соединение треугольником.

Но мы уже вычислили выше эту сумму и видели, что она равна нулю. Таким образом, полная э. д. с. треугольника равна нулю, и если генератор не нагружен, то не только не получается короткого замыкания, но в его обмотках вовсе нет тока.

Из рис. 266 ясно без расчетов, что при соединении треугольником линейные напряжения равны фазным напряжениям; при разомкнутом генераторе амплитуда линейных напряжений равна амплитуде э. д. с. в одной обмотке  $\mathcal{E}_0$ .

Отметим в заключение, что на рис. 264 и 266 мы предполагали, что и генератор и нагрузки соединены одинаково — либо звездой, либо треугольником. Разумеется, можно употреблять и комбинированные схемы, соединяя, например, генератор звездой, а потребителей энергии — треугольником или, наоборот, генератор — треугольником, а потребителей — звездой.

Попутно отметим одно существенное обстоятельство. Вернемся к схеме рис. 264 и предположим, что один из проводов, например провод  $I$ , оборвался или перегорел. Это приведет к выключению нагрузки  $r_1$ , но не нарушит нормальной работы нагрузок  $r_2$  и  $r_3$ , на которых по-прежнему будут фазные напряжения. Не то, однако, произойдет при обрыве нулевого провода. В этом случае каждая пара сопротивлений, например  $r_1$  и  $r_2$ , окажется соединенной *последовательно* и включенной под напряжение в  $\sqrt{3}$  раз больше фазного. Это напряжение распределится, как при всяком последовательном соединении, неравномерно, пропорционально сопротивлениям  $r_1$  и  $r_2$ . Так, если сопротивление  $r_1$  есть одна лампочка, а сопротивление  $r_2$  — девять лампочек (соединенных параллельно), то на ветви  $r_2$  окажется лишь  $1/10$  полного напряжения, а на ветви  $r_1$  —  $9/10$  напряжения. Если напряжение сети (фазное) было 220 в, то на обеих ветвях окажется  $220\sqrt{3} = 380$  в, из которых  $380 \cdot \frac{1}{10} = 38$  в придется на лампочки ветви  $r_2$ , а  $380 \cdot \frac{9}{10} = 342$  в — на лампочку ветви  $r_1$ . Поэтому лампочка перегорит и ток в обеих ветвях прервется. По этой причине на нулевой провод никогда не ставят плавкие предохранители, чтобы случайное короткое замыкание не привело к отключению этого провода, а защищают сеть предохранителями, поставленными на остальные провода.

## § 142. Векторные диаграммы

Выше мы рассматривали переменные токи, которые изменяются по закону синуса или косинуса, т. е. по тому же закону, что и гармонические колебания в механике. Такие гармонически изменяющиеся токи и напряжения нам приходилось складывать, что мы и делали аналитически, складывая соответствующие тригонометрические функции. Однако гармонические колебания можно изображать *графически* и производить их сложение графическим методом, который во многих случаях гораздо проще, нежели метод аналитический. Для этой цели служат *векторные диаграммы* колебаний.

Как известно из механики, гармоническое колебание точки можно представить как проекцию равномерно вращающегося вектора. Дей-

ствительно, рассмотрим произвольную прямую  $X$  (рис. 268) и вектор, имеющий длину  $a$  и составляющий с прямой  $X$  угол  $\varphi$ . Предположим, далее, что этот вектор равномерно вращается против часовой стрелки с угловой скоростью  $\omega$ , так что

$$\varphi = \omega t + \alpha,$$

где  $\alpha$  — значение угла  $\varphi$  в момент времени  $t = 0$ . Тогда проекция рассматриваемого вектора на ось  $X$  выразится формулой

$$x = a \cos(\omega t + \alpha),$$

а проекция на перпендикулярную к ней ось  $Y$  — формулой

$$y = a \sin(\omega t + \alpha).$$

Поэтому при известной и постоянной частоте колебаний  $\omega$  мы вполне определим гармоническое колебание, если изобразим вектор с длиной  $a$ , составляющий с выбранным направлением  $X$  угол  $\alpha$  (рис. 269).

Рассмотрим теперь сложение двух гармонических колебаний *одинаковой частоты*. Построим вектор, изображающий первое колебание. Его длина  $a_1$  (рис. 270) равна амплитуде колебаний, а угол  $\alpha_1$ , составляемый с осью диаграммы, дает начальную фазу. Из конца этого вектора построим второй вектор, изображающий второе

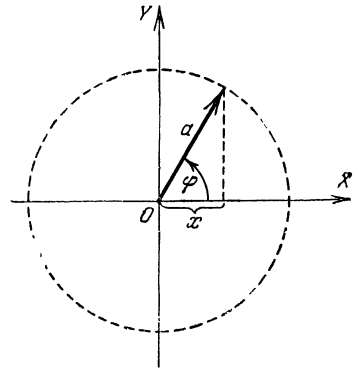


Рис. 268. Гармоническое колебание как проекция равномерно вращающегося вектора.

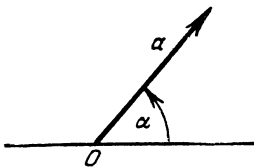


Рис. 269. Изображение гармонического колебания при помощи вектора.

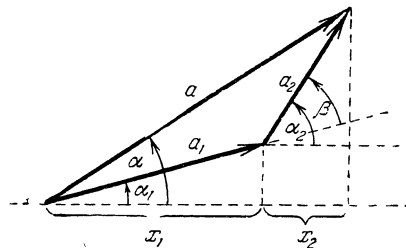


Рис. 270. Векторная диаграмма суммы двух гармонических колебаний.

колебание, имеющее амплитуду  $a_2$  и начальную фазу  $\alpha_2$ . Угол  $\beta = \alpha_2 - \alpha_1$  есть *разность фаз* колебаний. Проекция  $x_1$  вектора  $a_1$  дает одно из колебаний  $x_1 = a_1 \cos(\omega t + \alpha_1)$ , а проекция  $x_2$  второго вектора дает второе колебание  $x_2 = a_2 \cos(\omega t + \alpha_2)$ . Сумма  $x_1 + x_2$  есть сумма обоих колебаний. Но сумма проекций двух векторов равна проекции суммы обоих векторов. Поэтому вектор  $a$ , являющийся суммой векторов  $a_1$  и  $a_2$ , представляет результирующее колебание.

Из сказанного ясно, что при помощи этого приема можно складывать не только два, но и какое угодно количество колебаний. Для этого нужно из конца второго вектора построить третий вектор, представляющий третье колебание, затем из конца этого последнего построить следующий вектор, изображающий четвертое колебание, и т. д., и найти суммарный вектор, замыкающий полученную ломаную линию.

В предыдущих рассуждениях мы считали, что  $y$  (или  $x$ ) обозначает смещение движущейся точки. Однако наши выводы сохраняют силу и в том случае, если  $y$  обозначает *любую* физическую величину, изменяющуюся по закону синуса или косинуса, и поэтому метод векторных диаграмм пригоден для изображения и суммирования любых гармонических колебаний.

Применим теперь этот метод к трехфазному току и представим геометрически результаты, полученные в § 141.

Мы видели, что в трех обмотках генератора трехфазного тока возникают три э. д. с., изменяющиеся по гармоническому закону, имеющие одинаковые амплитуды  $\mathcal{E}_0$ , но обладающие друг относительно друга разностью фаз  $120^\circ$ . Поэтому векторная диаграмма э. д. с. трехфазного генератора имеет вид равносторонней звезды, изображенной на рис. 271.

Далее, мы установили связь между фазным напряжением разомкнутого генератора  $\mathcal{E}_0$  и линейным напряжением  $\mathcal{E}$  и нашли, что

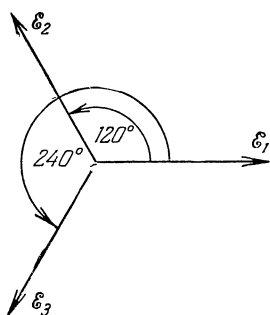


Рис. 271. Векторная диаграмма э. д. с. трехфазного генератора.

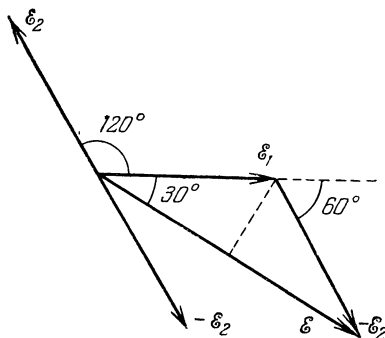


Рис. 272. Векторная диаграмма фазного и линейного напряжений, соединение звездой.

при соединении звездой  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sqrt{3}$ . Поясним это соотношение при помощи векторной диаграммы (рис. 272). Линейное напряжение  $\mathcal{E}$  есть разность э. д. с.  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  в двух соседних обмотках и изображается, следовательно, суммой векторов  $\mathcal{E}_1$  и  $-\mathcal{E}_2$ . Из рисунка видно, что  $\mathcal{E}$  является основанием равностороннего треугольника

с углом при основании в  $30^\circ$ , а следовательно,

$$\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_0 \cos 30^\circ = 2\mathcal{E}_0 \frac{\sqrt{3}}{2} = \mathcal{E}_0 \sqrt{3},$$

что мы и получили раньше, складывая колебания аналитически.

Наконец, рассматривая четырехпроводную линию трехфазного тока, мы видели, что ток в нулевом проводе есть сумма трех токов, сдвинутых по фазе на  $120^\circ$ . При симметричной нагрузке амплитуды этих токов одинаковы и векторная диаграмма токов имеет вид равно-стороннего замкнутого треугольника (рис. 273). Длина замыкающей

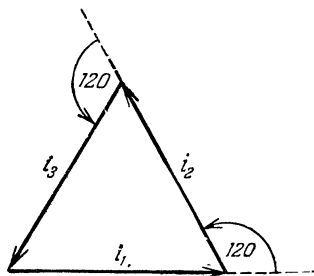


Рис. 273. Векторная диаграмма токов в нулевом проводе. Симметричная нагрузка.

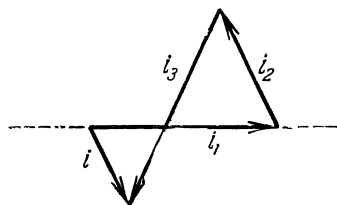


Рис. 274. Векторная диаграмма токов в нулевом проводе. Несимметричная нагрузка.

этих трех векторов равна нулю и поэтому результирующая сила тока в любой момент времени также равна нулю.

Если нагрузка несимметрична, то длины векторов, изображающих токи  $i_1$ ,  $i_2$  и  $i_3$ , будут неодинаковы, и мы получим векторную диаграмму рис. 274. В этом случае в нулевом проводе будет существовать переменный ток, амплитуда и фаза которого изображаются вектором  $i$ .

Приведенные примеры показывают, что векторные диаграммы позволяют весьма наглядно изображать колебания токов и напряжений и легко производить их суммирование. Поэтому метод векторных диаграмм получил широкое распространение в электротехнике.

### § 143. Вращающееся магнитное поле

Представим себе вращающийся постоянный магнит (рис. 275). Вместе с магнитом будет перемещаться и создаваемое им магнитное поле, и мы получим *вращающееся магнитное поле*.

Если в такое поле поместить магнитную стрелку, то она будет стремиться установиться вдоль линий поля и поэтому придет во вращение в ту же сторону, в которую вращается поле.

Подобно магнитной стрелке будет вести себя замкнутый виток проволоки. Вследствие движения поля относительно витка в проволоке возникнет индукционный ток, который в соответствии с правилом правой руки будет направлен так, как показано на рис. 276

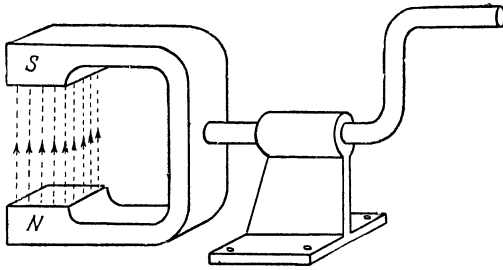


Рис. 275. Вращающееся магнитное поле постоянного магнита.

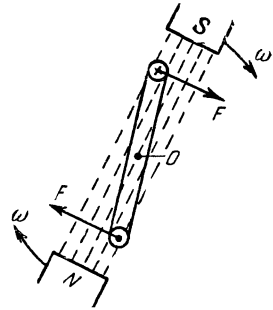


Рис. 276. Действие вращающегося магнитного поля на замкнутый виток проволоки.

(при этом нужно помнить, что направление движения проволоки относительно поля, входящее в правило правой руки, противоположно направлению движения поля). На этот ток со стороны магнитного поля будут действовать силы, направленные согласно правилу левой руки, стремящиеся вращать виток вместе с полем, и виток придет во вращение.

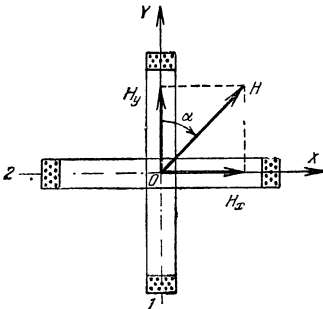


Рис. 277. Возникновение вращающегося магнитного поля двухфазного тока.

Таким же образом будут вести себя массивные металлические диск или цилиндр, так как в них также будут наводиться индукционные токи. Эти токи будут замыкаться в толще металла диска или цилиндра (так называемые *вихревые токи*; см. § 146), однако, так же как и токи в проволоках, они будут взаимодействовать с магнитным полем. Возникающие при этом силы согласно закону Ленца будут направлены так, чтобы уменьшить

скорость относительно вращения поля и диска, отчего диск (или цилиндр) придет во вращение в том же направлении, как и поле.

Вращающееся магнитное поле можно получить и с помощью переменных токов. Рассмотрим сначала получение вращающегося поля при помощи двухфазного тока.

Пусть имеются две катушки 1 и 2 (рис. 277), повернутые друг относительно друга на угол  $90^\circ$ , питаемые двухфазным током. Это значит, что если ток в катушке 1 меняется по закону  $i_1 = i_0 \sin \omega t$ ,

то ток в катушке 2 будет:  $i_2 = i_0 \sin(\omega t - 90^\circ)$ . Катушка 1 создает переменное магнитное поле  $H_x$ , изменяющееся по закону

$$H_x = H_0 \sin \omega t.$$

Катушка 2 создает магнитное поле  $H_y$ , направленное перпендикулярно к полю  $H_x$  и отстающее от него по фазе на  $90^\circ$ :

$$H_y = H_0 \sin(\omega t - 90^\circ) = -H_0 \cos \omega t.$$

Абсолютная величина результирующего поля

$$H = \sqrt{H_x^2 + H_y^2} = H_0 \quad (143.1)$$

остается *постоянной* во времени. Направление же этого поля изменяется. Будем характеризовать это направление углом  $\alpha$  (рис. 277), составленным вектором  $\mathbf{H}$  и осью  $Y$ . Тогда

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H_x}{H_y} = -\operatorname{tg} \omega t, \quad (143.2)$$

или

$$\alpha = -\omega t.$$

Мы видим, что вектор  $\mathbf{H}$  результирующего поля равномерно поворачивается против часовой стрелки с угловой скоростью  $\omega$ , т. е. мы имеем вращающееся магнитное поле, подобное полю вращающегося постоянного магнита.

В рассмотренном примере мы получили поле, вращающееся *против* часовой стрелки. Легко видеть, что если бы мы пересоединили концы одной из катушек 1 или 2, то мы изменили бы знак одного из полей  $H_x$  или  $H_y$  и при этом получили бы  $\alpha = +\omega t$ , т. е. вращение *по* часовой стрелке.

Для получения вращающегося магнитного поля с помощью трехфазного тока нужны три катушки (или их число, кратное трем) соответственно трем переменным токам в системе трехфазных токов. Катушки 1, 2 и 3 должны быть повернуты друг относительно друга на углы  $120^\circ$ , как показано на рис. 278. В этом случае мы имеем три переменных магнитных поля  $H_1$ ,  $H_2$  и  $H_3$ , которые составляют друг с другом, так же как и катушки, углы в  $120^\circ$ . Колебания этих полей выражаются формулами:

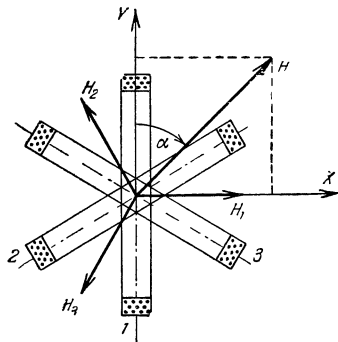


Рис. 278. Возникновение вращающегося магнитного поля трехфазного тока.

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= H_0 \sin \omega t, \\ H_2 &= H_0 \sin(\omega t - 120^\circ), \\ H_3 &= H_0 \sin(\omega t - 240^\circ). \end{aligned} \right\} \quad (143.3)$$



Нетрудно показать, что эти три поля, складываясь, дают результирующее поле, вращающееся с угловой скоростью  $\omega$ . Абсолютное значение результирующего поля остается постоянным и равным  $\frac{3}{2}H_0$ .

Если поменять местами концы любой пары проводов, присоединенных к катушкам поля (или к зажимам генератора), то направление вращения поля изменится на обратное.

Введем две взаимно перпендикулярные координатные оси  $X$  и  $Y$  и направим ось  $X$  параллельно полю  $H_1$ . Тогда составляющие полей по оси  $X$  будут:

$$\begin{aligned} H_{1x} &= H_1 = H_0 \sin \omega t, \\ H_{2x} &= H_2 \cos 120^\circ = -\frac{1}{2} H_0 \sin (\omega t - 120^\circ), \\ H_{3x} &= H_3 \cos 240^\circ = -\frac{1}{2} H_0 \sin (\omega t - 240^\circ). \end{aligned}$$

Сложим сначала два последних поля:

$$\begin{aligned} H_{2x} + H_{3x} &= -\frac{1}{2} H_0 [\sin (\omega t - 120^\circ) + \sin (\omega t - 240^\circ)] = \\ &= -\frac{1}{2} H_0 \cdot 2 \sin (\omega t - 180^\circ) \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} H_0 \sin \omega t. \end{aligned}$$

Поэтому полная составляющая результирующего поля по оси  $X$  равна

$$H_x = H_{1x} + H_{2x} + H_{3x} = \frac{3}{2} H_0 \sin \omega t.$$

Найдем теперь составляющую поля по оси  $Y$ . Мы имеем:

$$\begin{aligned} H_{1y} &= 0, \\ H_{2y} &= H_2 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} H_0 \sin (\omega t - 120^\circ), \\ H_{3y} &= H_3 \cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} H_0 \sin (\omega t - 240^\circ). \end{aligned}$$

Поэтому

$$H_y = H_{2y} + H_{3y} = \frac{\sqrt{3}}{2} H_0 \cdot 2 \sin 60^\circ \cos (\omega t - 180^\circ) = -\frac{3}{2} H_0 \cos \omega t.$$

Поступая как и раньше, находим величину результирующего поля:

$$H = \sqrt{H_x^2 + H_y^2} = \frac{3}{2} H_0;$$

угол  $\alpha$ , образованный вектором  $H$  и осью  $Y$ , определяется из соотношения:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H_x}{H_y} = -\operatorname{tg} \omega t,$$

следовательно,

$$\alpha = -\omega t.$$

Таким образом, и здесь мы получаем магнитное поле, вращающееся с угловой скоростью  $\omega$ .

### § 144. Асинхронный двигатель переменного тока

На рис. 279 показаны основные части этого двигателя. Три обмотки, создающие вращающееся магнитное поле, размещены в пазах статора. Они соединяются либо по схеме треугольника, либо по схеме звезды и включаются в сеть трехфазного тока.

Ротор двигателя представляет собой железный сердечник, в пазах которого помещается обмотка. В двигателях небольшой мощности эта обмотка замыкается сама на себя накоротко. Обмотка ротора часто выполняется в виде толстых стержней, замкнутых на концах медными кольцами, так что вся «обмотка» имеет вид беличьего колеса (рис. 280).

Вследствие возникновения вращающегося поля, в обмотке ротора возникает индукционный ток, взаимодействие которого с магнитным полем статора приводит к силам, поворачивающим ротор.

Сила тока ротора зависит от *относительной* скорости вращения поля и ротора. Эту скорость принято характеризовать *коэффициентом скольжения* ротора

$$K = \frac{\nu_{\text{п}} - \nu_{\text{р}}}{\nu_{\text{п}}},$$

где  $\nu_{\text{п}}$  — число оборотов поля, а  $\nu_{\text{р}}$  — число оборотов ротора в секунду. Если ротор вращается со скоростью поля (относительная скорость равна

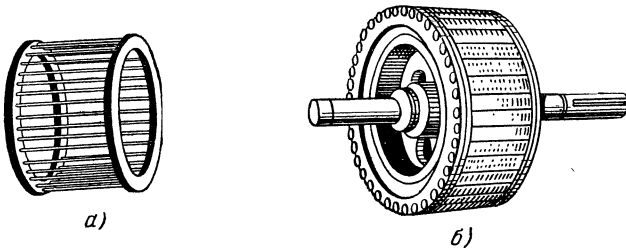


Рис. 280. Обмотка типа «беличье колесо» (а) и коротко замкнутый ротор (б).

нулю), то  $K = 0$ . Если ротор неподвижен (момент пуска), то  $K = 1$ . Чем больше нагрузка двигателя, тем сильнее должен быть ток в роторе, тем больше будет коэффициент скольжения и тем меньше будет число оборотов ротора.

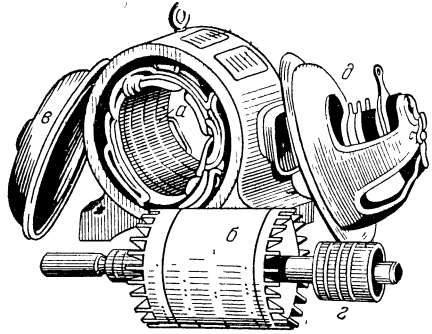


Рис. 279. Асинхронный двигатель трехфазного тока.

а — статор, б — ротор, в — подшипниковые щиты, г — контактные кольца, д — щеткодержатели и щетки.

Поэтому число оборотов двигателя не остается постоянным, а несколько изменяется с изменением нагрузки, отчего этот двигатель в отличие от синхронного двигателя, рассмотренного в § 139, получил название *асинхронного* двигателя.

В момент пуска  $K = 1$  и относительная скорость вращения наибольшая. В это время сила тока в роторе наибольшая и в роторах мощных двигателей, сопротивление обмотки которых ничтожно мало, может достигнуть опасных значений. Чтобы уменьшить эту начальную силу тока, роторы больших двигателей не делают короткозамкнутыми, а снабжают контактными кольцами, как показано на рис. 279. С помощью этих колец и щеток обмотку ротора замыкают на пусковой реостат, который постепенно выводят по мере увеличения числа оборотов двигателя.

Асинхронный двигатель трехфазного тока отличается большой простотой устройства. Он обладает также хорошими механическими характеристиками. Поэтому этот двигатель получил весьма широкое распространение.

### Г Л А В А XIII

## ВЗАИМНЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ. ТЕОРИЯ МАКСВЕЛЛА

Между электрическими и магнитными полями существует глубокая внутренняя связь, проявляющаяся в том, что эти поля могут *превращаться друг в друга*. Всякое изменение магнитного поля всегда сопровождается появлением электрического поля и, наоборот, всякое изменение электрического поля приводит к появлению магнитного поля. Это взаимное превращение электрического и магнитного полей было открыто в начале второй половины прошлого века Максвеллом, который развил общую теорию электромагнитного поля в покоящихся средах. Теория Максвелла позволяет с единой точки зрения охватить всю совокупность рассмотренных выше фактов, касающихся свойств электрических и магнитных полей, а также и новые важные явления. В настоящей главе мы рассмотрим основные идеи этой теории.

### § 145. Вихревое электрическое поле

Вернемся к явлению электромагнитной индукции и рассмотрим неподвижный замкнутый проводник в магнитном поле. В гл. IX мы видели, что при всяком изменении магнитного поля в таком проводнике возникает электродвижущая сила и вследствие этого появляется индукционный ток.

С другой стороны, из сказанного в гл. VII мы знаем, что электродвижущая сила в любой цепи возникает только в том случае, если в этой цепи на заряды действуют какие-либо *сторонние* силы, т. е. силы *неэлектростатического* происхождения. Поэтому воз-

никает вопрос, какова физическая природа сторонних сил в этом случае?

Опыт показывает, что э. д. с. индукции не зависит вовсе от рода вещества проводника, который может быть как однородным, так и неоднородным, как проводником первого класса, так и проводником второго класса (электролит). Она не зависит также от состояния проводника и, в частности, от его температуры, которая может быть и одинаковой, и неодинаковой вдоль проводника. Это показывает, что в данном случае сторонние силы не связаны с изменением свойств проводника в магнитном поле, а обусловлены самим магнитным полем.

Анализируя явление электромагнитной индукции, Максвелл заключил, что причина появления э. д. с. индукции заключается в возникновении *электрического поля* (рис. 281). При этом проводники играют второстепенную роль и являются только своего рода прибором, обнаруживающим это поле. Под действием поля электроны проводимости в проволоке приходят в движение, и, если проволока замкнута, в ней возникает индукционный ток.

Существенная особенность рассматриваемого явления заключается в том, что возникающее электрическое поле не является электростатическим. Силовые линии электростатического поля всегда разомкнуты; они начинаются и заканчиваются на электрических зарядах, и в соответствии с этим напряжение по замкнутому контуру в электростатическом поле всегда равно нулю. По этой причине электростатическое поле не может поддерживать замкнутое движение зарядов и, следовательно, не может привести к возникновению электродвижущей силы. Напротив, электрическое поле, возникающее при электромагнитной индукции, имеет замкнутые силовые линии, т. е. представляет собой *вихревое* поле. Такое поле вызывает в проволоке движение электронов по замкнутым траекториям и приводит к возникновению электродвижущей силы; при этом сторонними силами являются силы вихревого электрического поля. Электрическое напряжение по замкнутому контуру в этом поле не равно нулю; его значение между двумя какими-либо точками уже не определяется только положением этих точек, как это было в случае электростатического поля, но зависит еще от *формы* контура (проводника), соединяющего данные точки (ср. § 147).

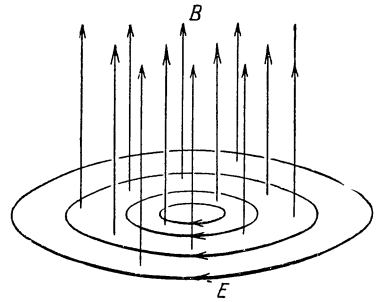


Рис. 281. При изменении магнитного поля появляется вихревое электрическое поле.

Показанное на чертеже направление  $E$  соответствует возрастанию  $B$ .

Таким образом, углубленное истолкование явления электромагнитной индукции приводит к следующему выводу, выражающему первое основное положение теории Максвелла: *всякое изменение магнитного поля вызывает появление вихревого электрического поля.*

Полученный результат можно выразить в количественной форме. Согласно основному закону электромагнитной индукции (§ 101) э. д. с. индукции равна скорости изменения магнитного потока:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}, \quad (145.1)$$

где  $\Phi$  — поток магнитной индукции  $B$  через площадь  $S$ , ограниченную рассматриваемым контуром  $l$  (рис. 282):

$$\Phi = \int_S B_n dS. \quad (145.2)$$

С другой стороны, согласно § 76, электродвижущая сила, действующая в каком-либо контуре  $l$ , равна

$$\mathcal{E} = \int_l E_s^* ds, \quad (145.3)$$

где  $E^*$  — напряженность поля сторонних сил. В данном случае  $E^*$  есть напряженность вихревого электрического поля  $E$ . Поэтому, полагая в (145.3)  $E^* = E$  и подставляя (145.3) в (145.1), находим:

$$\frac{d\Phi}{dt} = - \oint_l E_s ds. \quad (145.4)$$

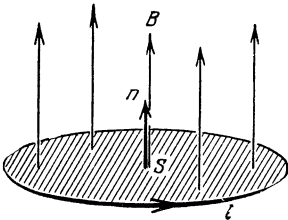


Рис. 282. К формулировке уравнения Максвелла

Это соотношение выражает количественную связь между изменяющимся магнитным полем ( $B$ ) и вихревым электрическим полем ( $E$ ) и является одним из основных уравнений в теории Максвелла.

Напомним, что в формуле (145.1) мы приписываем магнитному потоку определенный знак, зависящий от выбора положительного направления нормали  $n$  к площадке  $S$ . Это направление нормали определяет и знак э. д. с., который связан с направлением  $n$  правилом правого буравчика (§ 101). Поэтому и в уравнении Максвелла (145.4) направление нормали  $n$  и направление обхода по контуру  $l$  связаны также правилом правого буравчика.

Поясним сказанное на примере. На рис. 282 указано выбранное направление нормали  $n$  и соответствующее ему направление обхода контура  $l$ . Если вектор  $B$  направлен параллельно  $n$  (или составляет

с  $n$  острый угол), то поток  $\Phi$  будет положителен. Если при этом магнитное поле увеличивается, то  $\frac{d\Phi}{dt} > 0$  и из (145.4) следует, что  $\oint_l E_s ds < 0$ . Это значит, что вихревое электрическое поле направлено противоположно отмеченному направлению обхода контура.

### § 146. Вихревые токи

Если в переменном магнитном поле находится какой-либо массивный проводник, то вихревое электрическое поле вызывает в этом проводнике индукционный ток. Плотность этого тока в какой-либо точке проводника по закону Ома равна  $j = \lambda E$ . Так как линии напряженности  $E$  замкнуты, то и линии тока также замыкаются внутри проводника, отчего такие токи получили название *вихревых токов*.

Вихревые токи вызывают нагревание проводников. Если внутри катушки с переменным током поместить проводящее тело, например металлический диск, ориентированный перпендикулярно к оси катушки, то диск можно раскалить до высокой температуры и расплавить.

Нагревание проводников вихревыми токами применяют в индукционных металлургических печах для плавления металлов и приготовления их сплавов. Небольшие индукционные печи широко используются в лабораторной и заводской практике для прокаливания металлов в вакууме и для других целей.

Вихревые токи возникают также при движении массивных проводников в магнитном поле. Взаимодействуя с магнитным полем, вихревые токи вызывают появление сил, действующих на движущееся проводящее тело, которые согласно закону Ленца всегда *противодействуют* движению. Это тормозящее действие позволяет также легко обнаружить вихревые токи. На рис. 283 показан маятник с массивной чечевицей из красной меди, которая при колебаниях маятника проходит между полюсами электромагнита. При выключенном электромагните маятник колеблется вследствие большой массы с очень малым затуханием, но при включении электромагнита резко останавливается.

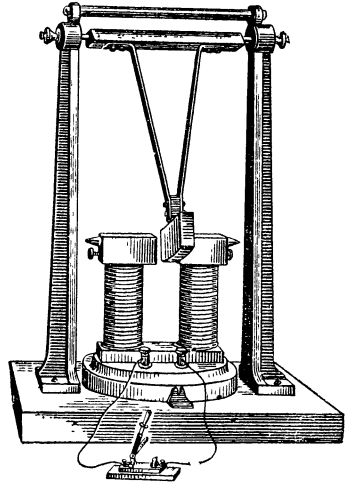


Рис. 283. Металлический маятник тормозится в магнитном поле вследствие образования вихревых токов.

Если медной монете предоставить возможность свободно падать без начальной скорости между полюсами сильного электромагнита, то она движется почти равномерно с ничтожной скоростью порядка *см/сек*, как если бы движение происходило в очень вязкой среде.

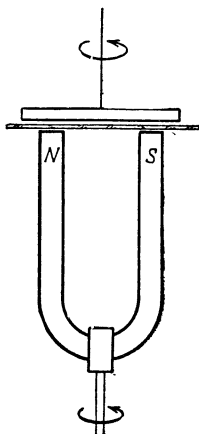


Рис. 284. Медный диск, подвешенный вблизи вращающегося магнита, приходит во вращение.

Если расположить медный диск вблизи постоянного магнита и привести магнит во вращение, то диск начинает вращаться в ту же сторону, что и магнит (рис. 284).

Взаимодействие вихревых токов с магнитным полем подчиняется третьему закону Ньютона. Поэтому, если в последнем опыте вращать вместо магнита диск, то магнит приходит также во вращение.

Силы, вызываемые вихревыми токами и действующие на движущиеся проводники в магнитном поле, используются во многих измерительных приборах (электрические счетчики, электромагнитное успокоение измерительных приборов, тахометры и др.).

В некоторых технических устройствах вихревые токи играют вредную роль. Так, например, в железных сердечниках трансформаторов и вращающихся частях электрических генераторов возникающие вихревые токи вызывают бесполезное нагревание и снижают к. п. д. этих устройств. Для ослабления вихревых токов такие детали изготавливают из тонких листов, разделенных тончайшими слоями изолятора таким образом, чтобы изолирующие прослойки пересекали возможные линии вихревых токов. Сущность этого приема разъясняется опытом, изображенным на рис. 285. Подвесим кубик, набранный из тонких металлических пластинок, на нити, поместим его между полюсами электромагнита и, закрутив предварительно нить, будем наблюдать вращение кубика при раскручивании нити. Если подвесить кубик в положение *а*, то изолирующие прослойки будут пересекать линии вихревых токов (одна из них показана пунктиром). В этом случае вихревые токи возникают только в пределах каждой из пластинок; их действие очень слабо и кубик свободно вращается

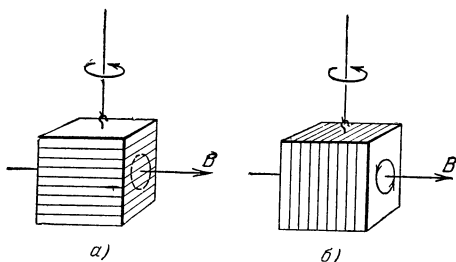


Рис. 285. Ослабление вихревых токов.

В случае *а* вихревые токи значительно слабее, чем в случае *б*.

с большой угловой скоростью. Если же подвесить кубик в положение  $\delta$ , то прослойки будут параллельны линиям вихревых токов и не будут препятствовать образованию этих токов. Кубик будет вести себя так, как если бы прослоек не было вовсе, и будет поворачиваться очень медленно вследствие тормозящего действия вихревых токов.

### § 147. Трансформатор

Трансформатор представляет собой устройство, предназначенное для преобразования напряжения и силы переменного тока. Он имеет сердечник (обычно замкнутой формы) из мягкого железа или иного магнитно-мягкого ферромагнетика, который несет на себе две обмотки — первичную и вторичную (рис. 286). Концы первичной обмотки (вход трансформатора) подключены к сети питающего переменного тока, а концы вторичной обмотки (выход) — к потребителям электрической энергии. Э. д. с. электромагнитной индукции, возникающая во вторичной обмотке, пропорциональна числу витков в ней, и поэтому, изменяя это число витков, можно изменять в широких пределах напряжение на выходе трансформатора.

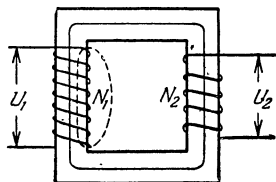


Рис. 286. Трансформатор.

Трансформаторы играют огромную роль в современной электротехнике. В мощных линиях электропередачи в настоящее время почти исключительно применяют высокие напряжения (тысячи и десятки тысяч вольт). Это позволяет уменьшить силу тока в линии, а значит, и сечение проводов, что приводит к сильному снижению стоимости сооружения линий электропередачи. Однако конструировать генераторы (так же как и различные приборы, потребляющие электрическую энергию), рассчитанные на высокие напряжения, весьма трудно, так как необходимо обеспечить хорошую изоляцию обмоток. Поэтому электрические генераторы строят на низкое напряжение и затем это напряжение увеличивают при помощи повышающих трансформаторов. В местах же потребления электроэнергии ток высокого напряжения преобразуют при помощи понижающих трансформаторов в ток низкого напряжения (110, 220 в и др.).

Трансформаторы имеют высокий коэффициент полезного действия, достигающий до 99%, и не содержат никаких движущихся частей, поэтому они являются весьма удобными техническими устройствами.

Трансформатор является хорошим примером технического использования вихревого электрического поля. Именно это поле приводит в движение электроны во вторичной обмотке и является причиной возникновения в ней э. д. с. Отметим, что магнитный поток, создаваемый первичной обмоткой, практически сосредоточен внутри



сердечника трансформатора, в то время как вихревое электрическое поле существует как внутри сердечника, так и снаружи. Поэтому э. д. с. во вторичной обмотке возникает и при наличии зазора между сердечником и обмоткой.

Пользуясь трансформатором, легко проверить на опыте, что в вихревом электрическом поле напряжение между двумя точками

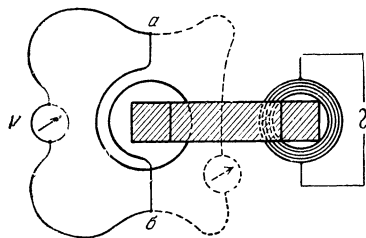


Рис. 287. В вихревом электрическом поле трансформатора напряжение зависит от формы контура.

больше), хотя в обоих случаях вольтметр и приключен к одним и тем же точкам *a* и *б*.

В технических трансформаторах это не проявляется так как, во-первых, в них обычно число витков вторичной обмотки велико и поэтому различие во включении вольтметра, сводящееся к добавлению одного лишнего витка, мало сказывается. Во-вторых, наличие металлического кожуха вообще не позволяет осуществить включение, указанное пунктиром. Тем не менее указанный факт имеет принципиальное значение.

Рассмотрим теперь, как связаны между собой входное напряжение  $U_1$  и выходное напряжение  $U_2$ . Пусть  $\Phi$  — магнитный поток в сердечнике. В случае технического переменного тока, изменяющегося по закону синуса, и намагничивания сердечника, далекого от насыщения, этот магнитный поток будет также изменяться приблизительно по синусоидальному закону:  $\varphi = \Phi_0 \sin \omega t$ , где  $\omega$  — угловая частота переменного тока (число периодов в  $2\pi$  сек.), а  $\Phi_0$  — максимальное значение потока (его амплитуда). В реальных трансформаторах часть линий индукции, создаваемых первичной обмоткой, выходит из сердечника и замыкается вне вторичной обмотки (пунктир на рис. 286), образуя так называемый *поток рассеяния*. Однако в хороших трансформаторах поток рассеяния мал по сравнению с потоком внутри сердечника, и поэтому мы будем считать, что один и тот же поток  $\Phi$  пронизывает обе обмотки. Э. д. с., возникающая в первичной обмотке (э. д. с. самоиндукции), равна

$$\mathcal{E}_1 = - \frac{d\Phi}{dt} N_1,$$

а э. д. с. во вторичной обмотке

$$\mathcal{E}_2 = - \frac{d\Phi}{dt} N_2,$$

где  $N_1$  и  $N_2$  — число витков в первичной и во вторичной обмотках. Применяя к обмоткам трансформатора закон Ома для участка с э. д. с. (§ 77), находим напряжение на входе трансформатора

$$U_1 = r_1 i_1 - \mathcal{E}_1 = r_1 i_1 + \frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt} N_1$$

и напряжение на выходе

$$U_2 = r_2 i_2 - \mathcal{E}_2 = r_2 i_2 + \frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt} N_2.$$

Здесь  $r_1$  и  $r_2$  — сопротивления первичной и вторичной обмоток, а  $i_1$  и  $i_2$  — силы тока в них.

Мы ограничимся только случаем разомкнутой вторичной обмотки и поэтому положим  $i_2 = 0$ . Далее, мы будем считать (что обычно выполняется для всех технических трансформаторов), что  $r_1 i_1 \ll \mathcal{E}_1$ . Тогда, деля почленно два последних уравнения, находим:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (147.1)$$

Отношение  $K = N_2/N_1$  называют *коэффициентом трансформации*. Он показывает, во сколько раз вторичное напряжение больше первичного напряжения в режиме холостого хода.

Если трансформатор нагружен (вторичная обмотка замкнута), то падением напряжения  $ri$  нельзя пренебрегать по сравнению с э. д. с. индукции, и вместо формулы (147.1) получается более сложное соотношение.

Иногда вторичной обмоткой трансформатора служит часть первичной обмотки или, наоборот, часть вторичной обмотки — в качестве первичной. В этом случае трансформатор называют *автотрансформатором* (рис. 288). Один из контактов автотрансформатора часто делают передвижным, что позволяет плавно изменять выходное напряжение (лабораторные автотрансформаторы ЛАТР).

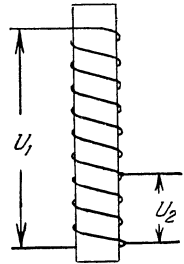


Рис. 288. Автотрансформатор.

## § 148. Вытеснение переменного тока (скин-эффект)

Если в однородном проводнике с постоянным поперечным сечением имеется постоянный ток, то плотность тока одинакова в разных точках сечения проводника. Иное наблюдается при переменном токе. В этом случае плотность тока оказывается не одинаковой по сечению: она наибольшая на поверхности и наименьшая на оси проводника. Эта неравномерность тем больше, чем толще проводник и чем

больше частота переменного тока, и при очень больших частотах ток практически существует только в тонком поверхностном слое, отчего явление и получило название *скин-эффекта* (от англ. skin — кожа, поверхностный слой).

Указанное любопытное явление также объясняется возникновением вихревого электрического поля электромагнитной индукции. Рассмотрим проводник с переменным током, и пусть в данный момент

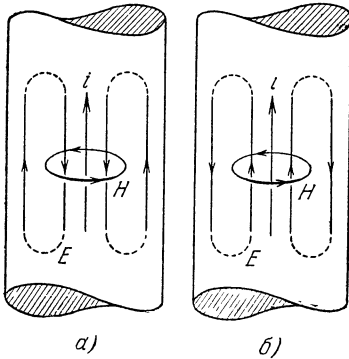


Рис. 289. Объяснение вытеснения переменного тока на поверхность проводника.

$H$  — магнитное поле тока,  $E$  — вызываемое им вихревое электрическое поле;  $a$  — ток нарастает,  $b$  — ток убывает.

с первым случаем (рис. 289, б), т. е. будет у поверхности противоположно току, а на оси — совпадать с током. В обоих случаях, и при усилении, и при ослаблении тока, вихревое электрическое поле будет на оси проводника препятствовать, а на поверхности способствовать *изменениям* тока, а значит, на оси проводника переменный ток будет слабее, а на поверхности сильнее.

Закон распределения плотности тока по сечению проводника особенно прост, если проводник имеет форму плоского слоя, толщина которого  $2D$  значительно меньше ширины (пластина). Расчет показывает, что это распределение зависит от величины

$$d = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} \omega \mu \mu_0 \lambda}}}, \quad (148.1)$$

которая получила название *глубины проникновения тока*. Здесь  $\mu$  — магнитная проницаемость вещества проводника,  $\mu_0$  — магнитная постоянная,  $\lambda$  — удельная электропроводность,  $\omega = 2\pi\nu$  — круговая частота переменного тока. Выражая эти величины в единицах системы СИ, мы получим  $d$  в м.

Если  $d \gg D$ , то плотность тока практически постоянна по сечению проводника. Если  $d \ll D$  (сильный скин-эффект), то закон распределения

приблизительно имеет вид

$$j(y) = j_{\text{пов}} e^{-\frac{y}{d}}, \quad (148.2)$$

где  $j(y)$  — плотность тока на расстоянии  $y$  от поверхности проводника,  $j_{\text{пов}}$  — плотность тока у поверхности. Из (148.2) видно, что глубина проникновения  $d$  есть такое расстояние от поверхности проводника, на котором плотность тока уменьшается в  $e = 2,71$  раза.

Вследствие скин-эффекта электрический ток при больших частотах течет преимущественно сквозь поверхностный слой проводника. Это приводит к уменьшению действующего сечения проводника и, как следствие, к *увеличению сопротивления* проводника. При больших частотах или толстых проводах это увеличение сопротивления может быть значительным.

Благодаря неравномерному распределению тока в проводнике изменяется не только его сопротивление, но и индуктивность. Действительно, при постоянном токе магнитное поле возникает как во внешнем пространстве, так и внутри проводника. При наличии сильного скин-эффекта ток существует практически только в поверхностном слое, и магнитного поля внутри проводника нет. Магнитная энергия становится меньше на величину энергии поля внутри проводника, а следовательно, *индуктивность проводника уменьшается*.

Существование скин-эффекта всегда учитывают в технике быстропеременных токов. Так как такие токи практически не идут в глубине проводника, то линии для них собирают из полых труб. В современной радиотехнике сверхвысоких частот многие детали (волноводы, коаксиальные линии) покрывают тонким, хорошо проводящим слоем серебра, так как их сопротивление практически обусловлено только поверхностным слоем.

Скин-эффект в сочетании с нагревом вихревыми токами в настоящее время используют с большим успехом для *поверхностной закалки стали*. В этом методе закаливаемые детали подвергают действию магнитного поля переменных токов, получаемых от специальных машин, и затем быстро охлаждают. Вследствие скин-эффекта разогрев и последующая закалка возникают только в поверхностном слое, а вся основная масса остается незакаленной. Это позволяет получить изделия с высокой стойкостью к истиранию поверхности, но не обладающие хрупкостью, как при обычной закалке.

## § 149. Индукционный ускоритель

Вихревое электрическое поле получило замечательное применение в *индукционных ускорителях*, или бетатронах, предназначенных для получения пучков электронов большой скорости.

Схема устройства индукционного ускорителя изображена на рис. 290. Основной его частью является мощный электромагнит *ММ*.

Создаваемое им в зазоре магнитное поле симметрично относительно оси  $OO$ . Это поле имеет также плоскость симметрии  $AA$ , проходящую в середине зазора. Обмотка электромагнита питается переменным током, частота которого имеет порядок сотни герц. Для усиления

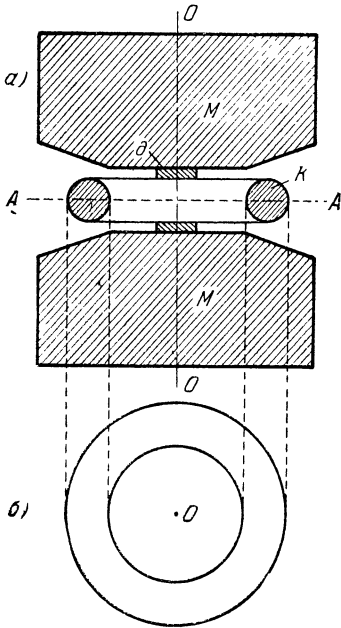


Рис 290. Схема устройства индукционного ускорителя.

$a$  — полюсы электромагнита и ускорительная камера,  $b$  — ускорительная камера в плане.

одного витка играет камера. Различие заключается в том, что в проводах обмотки обычного трансформатора электроны движутся с трением, и поэтому накапливаемая ими энергия непрерывно расходуется на выделение тепла; в индукционном же ускорителе электроны движутся в вакууме, практически без сопротивления, и работа сил электрического поля превращается в кинетическую энергию электронов.

На протяжении первой четверти периода магнитное поле нарастает и вызывает появление электрического поля определенного направления. В это время и происходит ускорение электронов. Во второй четверти периода магнитное поле убывает, и направление электрического поля изменяется на обратное. Для ускорения может быть использована лишь одна четверть периода, начинающаяся при  $V \cong 0$ , т. е. либо первая, либо третья.

тока в обмотке электромагнита параллельно ей присоединяют большую батарею конденсаторов и используют явление электрического резонанса (см. гл. XXI). Между полюсами электромагнита находится камера  $K$  в форме тороида (рис. 290), откачиваемая до высокого вакуума. В определенные промежутки времени, когда  $V \cong 0$ , в камеру попадает пучок электронов, получаемых при помощи термоэлектронной эмиссии в специальном источнике, расположенном внутри камеры.

При изменении магнитного потока в соответствии с основным положением теории Максвелла появляется вихревое электрическое поле  $E$  и на каждый из электронов в камере ускорения действует сила  $eE$ . Так как силовые линии электрического поля замкнуты, то направление силы будет все время совпадать с направлением движения, и электроны, обращаясь в магнитном поле, будут непрерывно увеличивать свою энергию.

Таким образом, индукционный ускоритель подобен трансформатору, у которого роль вторичной обмотки из

Когда энергия электронов становится близкой к максимальной (к концу периода ускорения), электроны выводят с орбиты ускорения и бомбардируют ими мишень, укрепленную внутри камеры. Это осуществляют разными способами.

Один из них заключается в том, что в центре полюсных наконечников электромагнита укрепляют диски  $d$  (рис. 290), изготовленные из магнитного материала, в котором при  $B = B_{\text{макс}}$  уже достигается насыщение. Поэтому к концу периода ускорения изменяется пространственное распределение магнитного поля, радиус электронной орбиты изменяется и электронный пучок попадает на мишень или в специальное окошко, через которое он выходит из камеры наружу.

В настоящее время строят индукционные ускорители весьма различных размеров. Малые их образцы умещаются на небольшом столе и ускоряют электроны до нескольких сотен тысяч электронвольт. Большие ускорители дают электроны с энергией в сотни  $Mэв$  и выше. Ускоритель на 100  $Mэв$  имеет электромагнит весом более 100  $t$ . Электронная орбита в нем имеет диаметр около 1,5  $m$  и в процессе ускорения электрон проходит путь более 1000  $км$ . Мощность питания ускорителя — около 500  $квт$ .

Индукционные ускорители применяются главным образом в исследованиях по ядерной физике. Они позволяют получить потоки быстрых электронов, т. е. искусственное  $\beta$ -излучение. При бомбардировке различных мишеней этими электронами возникает электромагнитное излучение (искусственные  $\gamma$ -лучи), гораздо более проникающее, чем  $\gamma$ -излучение естественных радиоактивных препаратов. Небольшие ускорители начинают применять для получения жестких рентгеновских лучей (возникающих при бомбардировке мишеней электронами), используемых для рентгеновской дефектоскопии в промышленности и для других целей.

## § 150. Ток смещения

В предыдущих параграфах мы видели, что всякое переменное магнитное поле вызывает вихревое электрическое поле. Анализируя различные электромагнитные процессы, Максвелл пришел к заключению, что должно существовать и обратное явление: *всякое изменение электрического поля вызывает появление вихревого магнитного поля*. Это утверждение выражает важнейшее свойство электромагнитного поля и является вторым основным положением теории Максвелла.

Так как магнитное поле есть основной, обязательный признак всякого тока, то Максвелл назвал переменное электрическое поле *током смещения*, в отличие от тока проводимости, обусловленного движением заряженных частиц (электронов и ионов).

Следует отметить, что этот термин не является удачным. Он имеет некоторое основание в случае диэлектриков, так как в них действительно смещаются заряды в атомах и молекулах. Однако понятие тока смещения мы применяем и к вакууму, где никаких зарядов, а следовательно и никакого их «смещения» нет. Тем не менее этот термин сохранился в силу исторических традиций.

Понятие тока смещения можно пояснить при помощи опыта, изображенного на рис. 291. Составим контур, содержащий металлический проводник, конденсатор, батарею и переключатель. Для суждения о токе в контуре включим в него небольшую лампочку накаливания, играющую роль демонстрационного амперметра. Мы имеем здесь *разомкнутый* контур, который разрывается конденсатором. Как мы знаем, через такой разомкнутый контур постоянный ток не проходит и при длительном включении батареи лампочка не обнаруживает никакого накала.

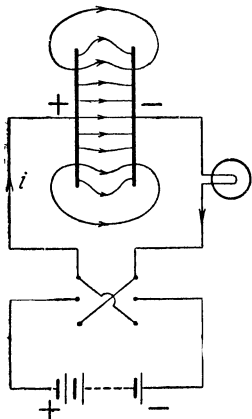


Рис. 291. Изменяющийся во времени ток проводимости  $i$  в металлическом проводе замыкается в диэлектрике током смещения.

Иное будет в первые моменты после включения батареи. Конденсатор будет заряжаться, и в металлическом проводе возникнет кратковременный зарядный ток. Если после окончания зарядки переключить батарею при помощи переключателя, то конденсатор перезарядится, и в процессе перезарядки в проводе опять возникнет ток, но теперь *обратного* направления. При каждом переключении батареи в проводе будет возникать импульс тока и лампочка будет давать кратковременную вспышку.

Если концы провода, присоединенные к переключателю, включить в осветительную цепь переменного тока, то перезарядки конденсатора будут следовать непрерывно друг за другом с частотой 100 раз в секунду и в контуре длительно будет существовать переменный ток. В этом случае отдельные вспышки лампочки уже не будут заметны и она будет накаливаться равномерно.

Мы видим, что, в отличие от постоянного тока, изменяющиеся или переменные токи могут существовать и в разомкнутых контурах. При этом всякий раз, когда в разомкнутом контуре имеется ток, между его концами (обкладками конденсатора) имеется *изменяющееся во времени электрическое поле* или *ток смещения*. Таким образом, токи проводимости в металлическом проводнике замыкаются токами смещения в диэлектрике.

Согласно Максвеллу *электрическое поле в конденсаторе в любой момент времени создает такое же магнитное поле, как если бы между обкладками существовал ток проводимости*.

Согласно Максвеллу *электрическое поле в конденсаторе в любой момент времени создает такое же магнитное поле, как если бы между обкладками существовал ток проводимости*.

мости, имеющий силу, равную силе тока в металлических проводках. Или, иными словами, магнитное поле нашего разомкнутого контура оказывается таким же, как если бы контур был замкнут.

Это позволяет найти количественную связь между изменяющимся электрическим полем и вызываемым им магнитным полем. Действительно, если электрическое смещение в конденсаторе есть  $D$ , то согласно § 47 поверхностная плотность заряда  $\sigma$  на обкладках

$$\sigma = D.$$

Поэтому полный заряд  $q$  на каждой из обкладок

$$q = SD,$$

где  $S$  — площадь обкладок. Если за время  $dt$  заряд конденсатора изменяется на  $dq$ , то сила тока в проводе

$$i = \frac{dq}{dt} = S \frac{dD}{dt}.$$

Она однозначно связана с быстротой изменения индукции электрического поля. Отсюда следует, что меняющееся поле конденсатора вызывает такое же магнитное поле, как ток, имеющий силу  $S \frac{dD}{dt}$  или плотность

$$j_c = \frac{dD}{dt}. \quad (150.1)$$

Эта величина получила название *плотности тока смещения*.

Пользуясь этим понятием, можно выразить второе положение Максвелла в следующей количественной форме: *переменное во времени электрическое поле вызывает такое же магнитное поле, как и ток проводимости с плотностью  $j_c$ , определяемой формулой (150.1)*.

В общем случае электрическое поле может быть неоднородным и может зависеть не только от времени, но и от координат. В этом случае выражение для плотности тока смещения будет:

$$j_c = \frac{\partial D}{\partial t}, \quad (150.2)$$

где знак частной производной указывает на то, что магнитное поле зависит от быстроты изменения индукции *во времени* в каждой точке поля.

Следует подчеркнуть, что ток смещения определяется *производной* вектора  $D$ , но не самим этим вектором. Так, например, в поле плоского конденсатора вектор  $D$  направлен от положительной пластины к отрицательной. Если электрическое поле увеличивается, то  $\frac{\partial D}{\partial t}$ , а следовательно, и ток смещения направлены так, как показано на рис. 292, а. Если же электрическое поле убывает, то



$\frac{\partial D}{\partial t}$  направлено от отрицательной пластины к положительной, и магнитное поле противоположно по сравнению с первым случаем (рис. 292, б).

Если в каком-либо проводнике имеется переменный ток, то внутри проводника существует переменное электрическое поле.

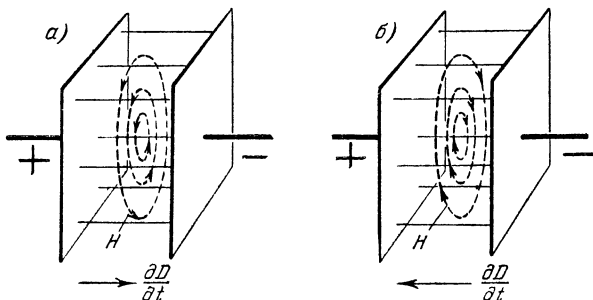


Рис. 292. Изменяющееся во времени электрическое поле вызывает появление (вихревого) магнитного поля.

Поэтому внутри проводника имеются и ток проводимости, и ток смещения и магнитное поле проводника определяется их суммой, т. е. *полным током*. Плотность полного тока

$$j_{\text{полн}} = j + \frac{\partial D}{\partial t}. \quad (150.3)$$

В зависимости от электропроводности среды и быстроты изменения поля (частоты переменного тока) оба слагаемых в (150.3) играют разную роль. В хорошо проводящих веществах (металлах) и при низких частотах плотность тока смещения мала и током смещения можно пренебречь по сравнению с током проводимости. Поэтому, например, в явлении вытеснения переменного тока в металлах (§ 148) ток смещения не играет заметной роли. Напротив, в плохо проводящих средах (изоляторах) и при высоких частотах ток смещения играет основную роль.

Оба члена в формуле (150.3) могут иметь и одинаковые знаки, и противоположные. Поэтому полный ток может быть как больше, так и меньше тока проводимости и в частном случае может обращаться в нуль.

Такой пример приведен на рис. 293, где изображен сферический конденсатор, заполненный проводящей средой. Если заряд обкладок есть  $q$ , то индукция  $D$  на расстоянии  $r$  от центра равна

$$D = \frac{q}{4\pi r^2}.$$

Плотность тока смещения

$$j_c = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dq}{dt},$$

а сила тока смещения

$$i_c = 4\pi r^2 j_c = \frac{dq}{dt}.$$

При разряде конденсатора этот ток направлен от внутренней обкладки к наружной. Ток же проводимости направлен противоположно (от плюса к минусу) и его сила есть

$$i = -\frac{dq}{dt}.$$

Поэтому полный ток

$$i_{\text{полн}} = i + i_c = 0$$

и, несмотря на движение зарядов между обкладками, магнитное поле равно нулю.

Таким образом, в общем случае меняющихся токов магнитное поле определяется не током проводимости, а *полным* током. Если мы имеем разомкнутый контур, то на концах проводника обрывается лишь ток проводимости. В диэлектрике же между концами проводника имеется ток смещения, который замыкает ток проводимости. Поэтому, если под электрическим током понимать полный ток, определяемый формулой (150.3), то окажется, что *в природе все электрические токи замкнуты*. Этот важный вывод также был получен Максвеллом.

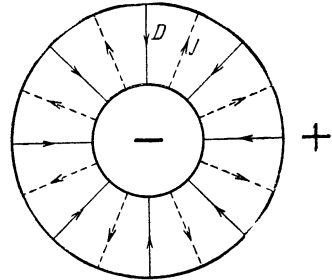


Рис. 293. Движение зарядов, не сопровождающееся магнитным полем.

## § 151. Уравнения Максвелла

Полученный в предыдущем параграфе вывод о магнитном поле тока смещения можно выразить в виде уравнения. Для этого рассмотрим проводник, в котором имеется изменяющийся ток, и выделим внутри него произвольную площадку  $S$ , ограниченную контуром  $l$  (рис. 294). Применим к этому контуру теорему о магнитном напряжении (§ 88), учитывая, однако, что в общем случае изменяющегося тока магнитное поле определяется *полным* током. Это дает:

$$\oint_l H_s ds = i_{\text{полн}},$$

где  $i_{\text{полн}}$  — сила полного тока через площадку  $S$ .

Вычислим теперь  $i_{\text{полн}}$ . На основании формулы (150.3) имеем:

$$i_{\text{полн}} = \int_S j_{\text{полн}} dS = \int_S j_n dS + \int_S \frac{\partial D_n}{\partial t} dS.$$

Но первое слагаемое есть сила тока проводимости  $i$ . Во втором слагаемом можно изменить последовательность интегрирования и дифференцирования. Это дает:

$$\int_S \frac{\partial D_n}{\partial t} dS = \frac{\partial}{\partial t} \int_S D_n dS = \frac{\partial N}{\partial t},$$

где  $N$  — поток вектора электрического смещения сквозь площадку  $S$ . Поэтому

$$i_{\text{полн}} = i + \frac{\partial N}{\partial t},$$

и окончательно получаем следующее соотношение:

$$\oint H_s dS = i + \frac{\partial N}{\partial t}. \quad (151.1)$$

Оно является вторым основным уравнением теории Максвелла и выражает в математической форме положение Максвелла о магнитном поле тока смещения.

Выпишем теперь основные уравнения, определяющие электрическое и магнитное поля. В § 145 мы установили одно из уравнений Максвелла

$$\oint E_s dS = - \frac{\partial \Phi}{\partial t}. \quad (151.2)$$

Здесь  $\Phi$  — поток магнитной индукции через площадку  $S$ , ограниченную контуром  $l$ , причем, так же как и в (151.1), мы пользуемся символом частной производной по времени, так как  $\mathbf{B}$ , а следовательно и  $\Phi$ , могут еще зависеть от координат (от положения площадки  $S$ ).

К этим уравнениям нужно добавить еще два уравнения, выражающие теорему Остроградского — Гаусса для электрического (§ 50) и магнитного полей (§ 117):

$$\int D_n dS = q, \quad (151.3)$$

$$\int B_n dS = 0. \quad (151.4)$$

Наконец, следует напомнить, что различные величины, входящие в эти уравнения, не независимы и между ними существуют следующие связи:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{B} &= \mu \mu_0 \mathbf{H}, \\ \mathbf{D} &= \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E}, \end{aligned} \right\} \quad (151.5)$$

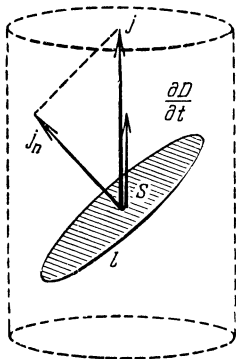


Рис. 294. В общем случае внутри проводника имеются и ток проводимости, и ток смещения.

где  $\mu$  и  $\epsilon$  — магнитная и диэлектрическая проницаемости вещества. Сила же тока проводимости  $i$  в (151.1) определяется плотностью тока  $j$ , которая связана с  $E$  законом Ома:

$$j = \lambda E, \quad (151.6)$$

где  $\lambda$  — удельная электропроводность вещества.

Уравнения (151.1) — (151.6) составляют систему уравнений Максвелла. Они являются наиболее общими уравнениями для электрических и магнитных полей в покоящихся средах.

Отметим, что величины  $\epsilon$ ,  $\mu$  и  $\lambda$  входят в уравнения Максвелла как *материальные постоянные*, т. е. как заданные величины, характеризующие свойства среды.

## § 152. Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

Уравнения Максвелла (151.1) — (151.4) применимы к поверхности любой величины и поэтому входящие в них величины относятся к *разным* точкам поля. Так, например, в правой части уравнения (151.1)  $H$  есть напряженность магнитного поля в точках контура, ограничивающего рассматриваемую площадку, в то время как поток  $N$  в левой части зависит от значений  $D$  в точках самой площадки.

Можно, однако, преобразовать эти уравнения в такую форму, чтобы все величины относились к *одной и той же* точке поля. Для этого уравнения Максвелла нужно применить к площадкам бесконечно малой величины.

Обратимся сначала к уравнению Максвелла (151.1). Введем правостороннюю прямоугольную систему координат  $XYZ$  и рассмотрим прямоугольную площадку 1—2—3—4 (рис. 295) со сторонами  $du$  и  $dz$ , параллельными осям  $Y$  и  $Z$ . Вершину площадки 1 поместим в произвольную точку поля  $(x, y, z)$  и обозначим составляющие напряженности магнитного поля в этой точке через  $H_x$ ,  $H_y$  и  $H_z$ . В соответствии с правосторонним характером координатной системы выберем, далее, положительное направление обхода по контуру 1—2—3—4 против часовой стрелки и вычислим магнитное напряжение по этому контуру. Оно распадается на четыре слабые, соответствующие четырем отрезкам контура. Магнитное

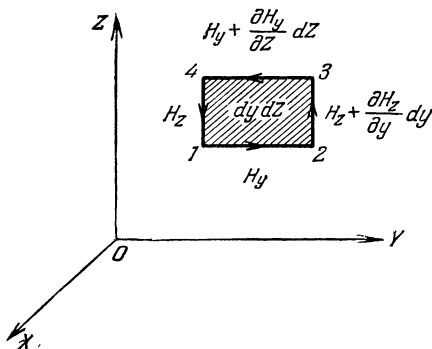


Рис. 295. Бесконечно малая площадка  $du dz$  и значения составляющих магнитного поля на ограничивающем ее контуре.

напряжение на отрезке 1—2 равно  $H_y dy$ . На отрезке 3—4 составляющая напряженности поля вдоль отрезка равна  $\left(H_y + \frac{\partial H_y}{\partial z} dz\right)$ . Направление обхода здесь противоположно положительному направлению  $H_y$  (оси  $Y$ ) и поэтому магнитное напряжение равно  $-\left(H_y + \frac{\partial H_y}{\partial z} dz\right) dy$ . Аналогично, напряжение на отрезке 2—3 есть  $\left(H_z + \frac{\partial H_z}{\partial y} dy\right) dz$ , а на отрезке 4—1 равно  $-H_z dz$ . Поэтому

$$\oint H_s ds = H_y dy + \left(H_z + \frac{\partial H_z}{\partial y} dy\right) dz - \left(H_y + \frac{\partial H_y}{\partial z} dz\right) dy - H_z dz = \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}\right) dy dz.$$

Вычислим теперь слагаемые левой части уравнения (151.1). Для потока  $N$  существенна лишь нормальная к площадке составляющая электростатической индукции  $D_x$ . Поэтому поток через  $dy dz$  равен  $D_x dy dz$  и, следовательно,

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial D_x}{\partial t} dy dz.$$

Точно так же ток проводимости через площадку определяется лишь нормальной составляющей плотности тока  $j_x$  и равен

$$j_x dy dz.$$

Подставляя все эти величины в формулу (151.1) и сокращая обе части равенства на  $dy dz$ , находим:

$$\frac{\partial D_x}{\partial t} + j_x = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}.$$

Приведенные рассуждения можно применить к двум другим площадкам  $dz dx$  и  $dx dy$ , перпендикулярным соответственно к осям  $Y$  и  $Z$ . Поэтому вместо уравнения (151.1) мы получим три уравнения, образующие первую группу уравнений Максвелла:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial D_x}{\partial t} + j_x &= \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}, \\ \frac{\partial D_y}{\partial t} + j_y &= \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}, \\ \frac{\partial D_z}{\partial t} + j_z &= \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}. \end{aligned} \right\} \quad (152.1)$$

Подобным образом мы можем применить к указанным трем площадкам второе уравнение Максвелла (151.2). Это приведет нас

ко второй группе уравнений Максвелла:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial B_x}{\partial t} &= \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}, \\ -\frac{\partial B_y}{\partial t} &= \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}, \\ -\frac{\partial B_z}{\partial t} &= \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}. \end{aligned} \right\} \quad (152.2)$$

Выражение потока вектора через замкнутую поверхность мы уже преобразовали в дифференциальную форму в § 16. Пользуясь полученным там результатом, можно записать уравнения (151.3) и (151.4) в следующем виде:

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho, \quad (152.3)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0. \quad (152.4)$$

Уравнения (152.1) — (152.4) совместно с уравнениями (151.5), (151.6) и представляют собой полную систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме, в которых все входящие величины относятся к одной и той же точке поля.

В векторном анализе показывают, что выражения

$$\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}, \quad \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}, \quad \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y},$$

где  $A_x$ ,  $A_y$  и  $A_z$  — прямоугольные составляющие любого вектора  $\mathbf{A}$ , являются составляющими нового вектора, называемого *вихрем* вектора  $\mathbf{A}$ . Этот вектор обозначают символами  $\text{curl } \mathbf{A}$  или  $\text{rot } \mathbf{A}$ . Пользуясь понятием вихря вектора, можно уравнения Максвелла (152.1) и (152.2) записать короче в виде векторных формул:

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j} = \text{rot } \mathbf{H}, \quad (152.1a)$$

$$-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot } \mathbf{E}. \quad (152.2a)$$

Если среда является диэлектриком, то в первой группе уравнений Максвелла нужно положить  $j_x = j_y = j_z = 0$ .

### § 153. Значение теории Максвелла

Теория Максвелла сыграла выдающуюся роль в развитии наших знаний об электричестве. Для того чтобы лучше понять значение этой теории, необходимо вспомнить историческую последовательность основных открытий в области электричества до работ Максвелла.

Как уже упоминалось, количественное изучение электрических явлений началось с работ Кулона (1785 г.), установившего сначала

закон взаимодействия электрических зарядов и распространившего его позднее на взаимодействие «магнитных зарядов». Однако вплоть до 1820 г. электрические и магнитные явления рассматривали как различные явления, не связанные между собой.

Открытие Эрстедом в 1820 г. магнитного действия тока показало, что между магнитными и электрическими явлениями существует связь и что магнитные действия можно получить при помощи электрических токов. Магнитное действие токов было детально изучено Ампером, который пришел к заключению, что все магнитные явления в природе, в том числе и связанные с постоянными магнитами, вызваны электрическими токами (теория молекулярных токов Ампера).

Дальнейшими важными результатами того периода мы обязаны Фарадею. Из них особое значение имело открытие электромагнитной индукции. Фарадей исходил из основной идеи о взаимной связи явлений природы. Он считал, что если ток способен вызывать магнитные явления, то и, наоборот, при помощи магнитов или других токов можно получить электрические токи. В результате настойчивых и многочисленных попыток Фарадей действительно открыл в 1831 г. это явление, которое еще более укрепило представление о связи между электричеством и магнетизмом.

Второй важнейшей идеей в работах Фарадея было признание основной, определяющей роли промежуточной среды в электрических явлениях. Фарадей не допускал действия на расстоянии, которое, как мы сейчас хорошо знаем, физически бессодержательно, и считал, что электрические и магнитные взаимодействия передаются промежуточной средой и что именно в этой среде разыгрываются основные электрические и магнитные процессы.

В работах Максвелла идеи Фарадея подверглись дальнейшему углублению и развитию и были превращены в строгую математическую теорию. В теории Максвелла мысль о тесной связи электрических и магнитных явлений получила окончательное оформление в виде двух основных положений теории, рассмотренных нами в §§ 145 и 150, и была в строгой форме выражена в виде уравнений Максвелла (§§ 151, 152). Поэтому теория Максвелла явилась завершением важного этапа в развитии учения об электричестве и привела к классическому представлению об *электромагнитном поле*, содержащем в общем случае и электрическое, и магнитное поля, связанные между собой и способные взаимно превращаться друг в друга.

Уравнения Максвелла содержат в себе все основные законы электрического и магнитного полей, включая электромагнитную индукцию, и поэтому являются *общими* уравнениями электромагнитного поля в покоящихся средах.

Теория Максвелла не только объяснила уже известные факты, но и предсказала новые и важные явления. Совершенно новым в этой

теории явилось предположение Максвелла о магнитном поле токов смещения (§ 150). На основе этого предположения Максвелл теоретически предсказал существование *электромагнитных волн*, т. е. переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью. Теоретическое исследование свойств электромагнитных волн привело затем Максвелла к созданию *электромагнитной теории света*, согласно которой свет представляет собой также электромагнитные волны. В дальнейшем электромагнитные волны действительно были получены на опыте, а еще позднее электромагнитная теория света, а с нею и вся теория Максвелла получили полное и блестящее подтверждение.

Однако мы отложим рассмотрение электромагнитных волн до гл. XXII, так как для понимания методов их получения и исследования необходимо изучение электронных явлений и электрических колебаний.

### § 154. Электромагнитное поле в движущихся телах

До сих пор в настоящей главе мы рассматривали взаимные превращения электрических и магнитных полей, вызванные изменением полей *во времени*. Аналогичные явления имеют место и при *движении* электромагнитного поля относительно наблюдателя.

Рассмотрим заряд, движущийся в магнитном поле в вакууме. С точки зрения наблюдателя, неподвижного относительно магнитного поля, на заряд действует сила Лорентца (§ 98)

$$F = qvB \sin(\nu, \mathbf{B}). \quad (154.1)$$

Здесь  $q$  — величина заряда,  $B = \mu_0 H$  — индукция магнитного поля, а  $v$  — скорость движения заряда относительно магнитного поля. Направление этой силы перпендикулярно к  $v$  и  $B$  и подчиняется правилу правого буравчика (совпадает с направлением векторного произведения  $[vB]$ ).

Представим себе теперь второго наблюдателя, движущегося вместе с зарядом. Для этого наблюдателя заряд будет неподвижным, а между тем на заряд будет действовать та же сила  $F$ . Но если на неподвижный заряд действует сила, пропорциональная величине заряда, то это значит, что имеется электрическое поле. Напряженность этого поля имеет значение

$$E = \frac{F}{q} = vB \sin(\nu, \mathbf{B}), \quad (154.2)$$

а направление поля совпадает с направлением силы  $F$ , т. е. оно перпендикулярно к  $v$  и  $B$  (рис. 296).

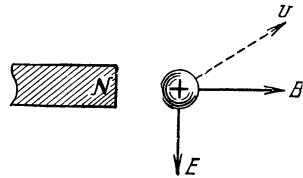


Рис. 296. При движении относительно магнитного поля появляется электрическое поле.



Таким образом, *электромагнитное поле зависит от системы отсчета*. Если в какой-либо системе отсчета существует одно маг-

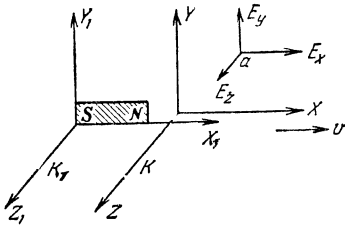


Рис. 297. Если в системе отсчета  $K_1$  имеется только магнитное поле, то в системе  $K$ , движущейся относительно  $K_1$ , появляется еще и электрическое поле.

$E_x, E_y, E_z$ . Применяя к отдельным составляющим поля формулу (154.2), получаем:

$$E_x = 0, \quad E_y = -vB_{1z}, \quad E_z = +vB_{1y}.$$

Если в системе  $K_1$  имеется еще и электрическое поле, то полное электрическое поле в системе  $K$  имеет составляющие

$$E_x = E_{1x}, \quad E_y = E_{1y} - vB_{1z}, \quad E_z = E_{1z} + vB_{1y}. \quad (154.3)$$

Отметим еще раз, что  $v$  есть скорость системы  $K$  относительно системы  $K_1$ .

Совершенно аналогично при движении относительно электрического поля появляется магнитное поле. Чтобы определить это поле, рассмотрим заряд  $+q$ , движущийся относительно наблюдателя со скоростью  $v$ . Такой заряд создает магнитное поле (§ 96)

$$H = \frac{1}{4\pi} \frac{qv}{r^2} \sin(\mathbf{v}, \mathbf{r}), \quad (154.4)$$

где  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор, проведенный из заряда в данную точку. Но в выражении (154.4)  $q/4\pi r^2$  есть электрическое смещение  $D = \epsilon_0 E$ , создаваемое зарядом в рассматриваемой точке  $a$ .

Поэтому, учитывая еще, что  $D$  направлено вдоль  $\mathbf{r}$ , можно написать:

$$H = vD \sin(\mathbf{v}, \mathbf{D}). \quad (154.5)$$

Поле  $H$  перпендикулярно к  $\mathbf{v}$  и  $D$  (совпадает с направлением векторного произведения  $[\mathbf{v}D]$ ).

нитное поле, то в других системах, движущихся относительно первой, мы имеем и магнитное поле, и электрическое.

Полученные результаты можно представить в другом виде. Пусть имеются две системы отсчета  $K$  и  $K_1$ , причем  $K$  движется относительно  $K_1$  с постоянной скоростью  $v$  параллельно оси  $X_1$  (рис. 297). Пусть, далее, в  $K_1$  существует магнитное поле, которое в произвольной точке  $a$  имеет составляющие  $H_{1x}, H_{1y}$  и  $H_{1z}$ . Тогда в той же точке, но в системе  $K$  появится вследствие движения электрическое поле

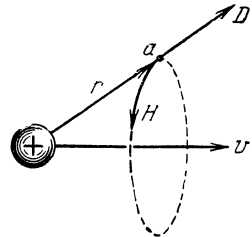


Рис. 298. При движении электрического поля  $E$  появляется магнитное поле  $H$ .

Для наблюдателя, движущегося вместе с зарядом, существовало бы только электрическое поле  $D$ . Если же это электрическое поле движется относительно наблюдателя, то появляется еще и магнитное поле, выражаемое формулой (154.5) (рис. 298).

Введем, как и раньше, две системы отсчета, одна из которых ( $K$ ) движется относительно другой ( $K_1$ ) в направлении  $X_1$  (рис. 299), и положим, что заряд покоится в системе  $K_1$ . Следовательно, электрическое поле этого заряда будет двигаться относительно  $K$  со скоростью  $v$ . Тогда, применяя формулу (154.5) к отдельным составляющим поля и изменяя в ней знак у скорости  $v$ , получим:

$$H_x = 0, \quad H_y = +vD_{1z}, \\ H_z = -vD_{1y}.$$

Если в системе  $K_1$  имеется еще и магнитное поле ( $H_{1x}, H_{1y}, H_{1z}$ ), то полное магнитное поле в системе  $K$  имеет составляющие

$$H_x = H_{1x}, \quad H_y = H_{1y} + vD_{1z}, \\ H_z = H_{1z} - vD_{1y}. \quad (154.6)$$

Здесь, как и раньше,  $v$  есть скорость движения системы  $K$  (в которой наблюдается поле  $H_x, H_y, H_z$ ) относительно системы  $K_1$ .

Напомним в заключение, что формулы (154.1) и (154.4), из которых мы исходили в наших рассуждениях, были получены в конечном счете из опытов с магнитным взаимодействием проводов с током. Но в проводах мы имеем всегда лишь *медленные* движения зарядов. Поэтому и написанные выше формулы преобразования полей можно считать обоснованными только для *медленных* движений (по сравнению со скоростью света). Для быстрых движений эти формулы должны быть заменены на более общие (см. § 157).

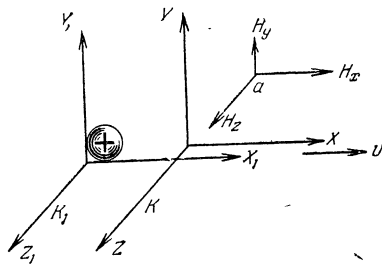


Рис. 299. Если в системе  $K_1$  имеется только электрическое поле, то в системе  $K$ , движущейся относительно  $K_1$ , существует еще магнитное поле.

### § 155. Для электромагнитных явлений важно относительное движение

В предыдущем параграфе мы говорили, что скорость  $v$ , входящая в формулы преобразования электромагнитного поля, есть скорость *относительного движения*. Совершенно так же опыт дает, что и для всех других электрических явлений важно только относительное движение: в явлении электромагнитной индукции — движение провода относительно магнита, в магнитных действиях движущихся зарядов — движение этих зарядов относительно наблюдателя (магнитной стрелки) и т. д.

Однако вопрос о том, какая скорость входит в законы электрических явлений, не был сразу самоочевидным. Примерно с конца XVII в. для объяснения электрических и световых явлений в физике начали пользоваться зародившимся еще гораздо раньше представлением об эфире, т. е. представлением о некоторой всепроникающей среде, заполняющей все мировое пространство. Так как физика XVIII—XIX вв. была по преимуществу физикой механистической, то и эфир считали также хотя и особой, но некоторой механической средой, а электрические и магнитные явления рассматривали как различные процессы деформаций и движений эфира. В соответствии с этим можно было сделать два предположения: либо электромагнитные явления обусловлены движением относительно эфира («абсолютное» движение), либо они определяются движением относительно наблюдателя (относительное движение).

Легко видеть, что оба эти предположения приводят к совсем различным следствиям. В качестве примера рассмотрим заряженный плоский конденсатор, неподвижно установленный на земной поверхности. Так как Земля движется по орбите со скоростью около  $30 \text{ км/сек}$ , то с такой же скоростью должно было бы двигаться и электрическое поле относительно эфира (оптические явления, например, так называемая абберрация света, требуют допущения, что эфир не увлекается Землей при движении; см. Оптику). Если бы важно было движение относительно эфира, то такой конденсатор должен был бы создавать еще и магнитное поле, напряженность которого определилась бы формулой (154.5). Так, например, если расстояние между пластинами равно  $1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м}$ , напряжение между ними  $10000 \text{ в}$ , а направление поля перпендикулярно к скорости Земли ( $\sin(\nu, D) = 1$ ), то

$$D = \epsilon_0 E = 8,85 \cdot 10^{-6} \text{ к/м}^2 \text{ и } H = \nu D = 30 \cdot 10^3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-6} \approx 1/3 \text{ а/м},$$

что нетрудно обнаружить на опыте. Если же важно движение относительно наблюдателя, то никакого магнитного поля быть не должно. Поэтому, исследуя, имеется ли магнитное поле возле заряженного конденсатора, можно решить поставленный вопрос.

Такие опыты были действительно произведены Рентгеном и А. А. Эйхенвальдом. Они показали, что магнитометр, расположенный вблизи конденсатора, не обнаруживает никакого магнитного поля.

Другой вариант подобного опыта был осуществлен Трутоном и Ноблем в 1904 г. Идея опыта заключалась в следующем. Представим себе заряженный конденсатор, электрическое поле которого  $E$  составляет угол  $\vartheta$  с направлением орбитальной скорости Земли  $\nu$  (рис. 300). Если бы было важно движение относительно эфира, то внутри конденсатора имелось бы, кроме электрического, магнитное поле

$$H = \nu \epsilon_0 E \sin \vartheta.$$

Поэтому в каждой единице объема поля заключалась бы не только энергия электрического поля  $\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$ , но еще и энергия магнитного поля  $\frac{1}{2}\mu_0 H^2$  и полная энергия конденсатора была бы равна

$$W = \frac{1}{2} (\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2) \tau = W_E (1 + \epsilon_0 \mu_0 v^2 \sin^2 \vartheta),$$

где  $W_E = \tau \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$  — энергия электрического поля,  $\tau$  — объем поля. Следовательно, энергия конденсатора зависела бы от угла  $\vartheta$ , а значит, на конденсатор действовала бы пара сил с моментом

$$M = - \frac{dW}{d\vartheta} = - W_E \epsilon_0 \mu_0 \cdot v^2 \sin 2\vartheta.$$

Под действием этой пары конденсатор должен был бы повернуться так, чтобы силовые линии его электрического поля сделались параллельными скорости  $v$  ( $\vartheta = 0$ ), причём его энергия стала бы минимальной.

В опытах небольшой конденсатор подвешивали на тонкой нити, заряжали его до высокой разности потенциалов и с помощью светового указателя наблюдали крутильные колебания конденсатора. Отсюда можно было определить положение равновесия конденсатора. Так как направление пред-

полагаемого движения Земли относительно эфира не известно, то наблюдения производили в различное время суток. При этом вследствие вращения Земли направление скорости относительно эфира должно было изменяться, а следовательно, должно было меняться и положение равновесия конденсатора. Эти опыты не обнаружили никаких систематических отклонений конденсатора в течение суток. Подобные опыты впоследствии повторялись с большей точностью и также дали отрицательный результат.

Описанные опыты показывают, что магнитное поле зависит от *относительного* движения электрического поля.

Попытки обнаружить абсолютное движение Земли в эфире производились и оптическими методами, которые отличаются особенно большой точностью (см. Оптику, опыт Майкельсона). Однако *все* подобные опыты неизменно давали один и тот же *отрицательный* результат. Так как свет представляет собой тоже электромагнитное явление, то, суммируя результаты всех опытов, можно заключить, что *с помощью электромагнитных явлений, так же как и с помощью механических, невозможно обнаружить абсолютное движение*. Или иначе: *для электромагнитных явлений важно только относительное движение*.

Неизменные отрицательные результаты различных и многочисленных опытов, имевших целью обнаружить движение относительно эфира, привели также к безнадежному крушению всех теорий эфира. В результате этих опытов в теориях эфира возникло принципиальное и неустраняемое противоречие, заключающееся в том, что, с одной

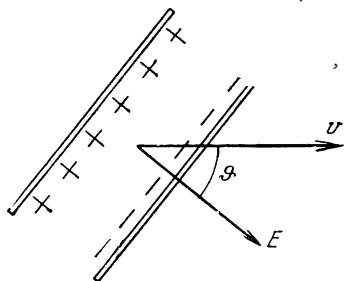


Рис. 300. Опыт Трутона и Нобля.

стороны, эфир трактовался как механическая среда, а с другой, — эфир оказался лишенным основного свойства всякой механической системы — свойства служить системой отсчета. Указанное, а также и другие противоречия привели постепенно к выводу, что их причина лежит в самой исходной предпосылке теорий, т. е. что эфира вообще не существует. Поэтому современная физика рассматривает электрические явления как особый класс явлений природы, не сводимый к механическим явлениям.

### § 156. Электромагнитная индукция в движущихся проводниках

Мы знаем, что в случае *неподвижных* (относительно магнитов и токов) проводников причина электромагнитной индукции заключается в возникновении вихревого электрического поля (§ 145). Спросим себя теперь, чем обусловлено возникновение э. д. с. индукции в проводниках, *движущихся* в магнитном поле?

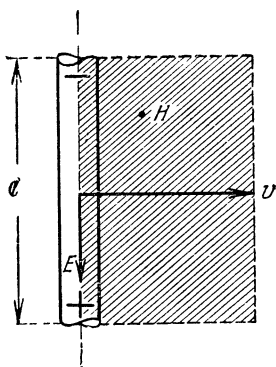


Рис. 301. Объяснение электромагнитной индукции при движении проводника.

Магнитное поле  $H$  направлено от чертежа к читателю.

Ответ на этот вопрос дают законы преобразования электромагнитного поля, рассмотренные в § 154. Когда проводник перемещается относительно магнитного поля, то в нем (т. е. в системе отсчета, связанной с проводником) тоже появляется *электрическое поле* (но не электростатическое!). Это поле и является той *сторонней силой*, которая обуславливает возникновение э. д. с. и приводит в движение электроны внутри проводника.

Вычислим величину э. д. с. индукции, исходя из этих соображений. Рассмотрим отрезок прямого провода длиной  $l$ , расположенный в плоскости, перпендикулярной к магнитному полю  $H$ , и движущийся в этой плоскости с постоянной скоростью  $v$  (рис. 301). Электрическое поле, возникающее в проволоке вследствие движения, определяется формулой (154.2):

$$E = v\mu_0 H = vB.$$

Так как это поле в данном случае является *сторонней силой*, то э. д. с. равна (ср. § 71)

$$\mathcal{E} = \int_0^l E ds = vlB.$$

Но  $vl$  есть площадь, описываемая проводом в единицу времени, а  $vlB$  — магнитный поток через эту площадь, или, иначе, число

пересекаемых в единицу времени линий магнитной индукции, т. е. мы получили закон электромагнитной индукции Фарадея (§ 101). Направление индукционного тока совпадает с направлением поля  $E$ . На рис. 309 видно, что оно удовлетворяет правилу правой руки.

Таким образом, причина электромагнитной индукции в движущихся проводниках заключается в появлении электрического поля при движении относительно магнитного поля.

Рассмотрим один специальный случай индукции, являющийся хорошей иллюстрацией сказанному. Пусть имеется цилиндрический постоянный магнит, вращающийся вокруг своей оси (рис. 302). Половина магнита включена в электрическую цепь при помощи двух скользящих контактов, один из которых касается оси магнита, а другой — самого магнита в нейтральной линии. Такой опыт был осуществлен еще Фарадеем («униполярная индукция») и показал, что в цепи действительно появляется индукционный ток.

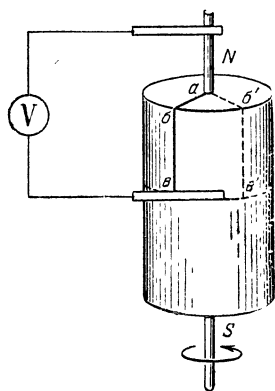


Рис. 302. Схема униполярной машины Фарадея.

Э. д. с. индукции оказывается такой же, как если бы магнит находился в покое, но двигался контур  $aVb$  с такой же угловой скоростью, но в обратном направлении.

Для объяснения этого опыта иногда представляют себе, что силовые линии магнитного поля скреплены с магнитом наподобие жестких спиц, и

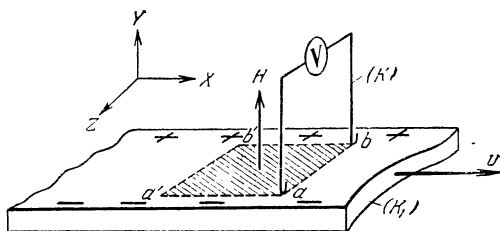


Рис. 303. К объяснению униполярной индукции.

рассматривают возникающую э. д. с. как следствие пересечения линиями магнитной индукции волоочного контура  $aVb$ . Однако это объяснение совершенно неверно. Ведь линии магнитной индукции — это введенный нами способ изображения поля (а не магнита). При вращении же магнита все его положения неотличимы, а создаваемое им поле постоянно и не зависит вовсе от скорости вращения магнита. Поэтому и говорить о движении силовых линий вместе с магнитом нет никаких оснований.

Истинная сущность этого явления опять заключается в законах преобразования электромагнитного поля при движении системы отсчета (§ 154). Чтобы сделать рассуждения наиболее ясными, заменим вращательное движение поступательным и представим себе бесконечную равномерно намагниченную ленту, движущуюся с постоянной скоростью  $v$  вдоль оси  $X$  (рис. 303). В системе отсчета, связанной с магнитом ( $K_1$ ) мы имеем только магнитное поле. Но в системе отсчета ( $K_2$ ), связанной с контуром  $aVb$ , движущейся относительно магнита со скоростью  $-v$ , появляется электрическое поле, которое и вызывает индукционный ток.

Полагая в формулах (154.3)  $E_{1x} = E_{1y} = E_{1z} = 0$ ,  $B_{1x} = B_{1z} = 0$ ,  $B_{1y} = B$  и заменяя в них  $v$  на  $-v$ , имеем:

$$E = -vB.$$

Следовательно, э. д. с. равна

$$\mathcal{E} = \int_a^b E ds = -v l B.$$

В этой формуле  $v l B$  есть магнитный поток через площадь  $abv'a'a$ , описываемую линией  $av$  в единицу времени. В случае вращательного движения войдет поток через боковую поверхность магнита  $abv'v'b'a$ , заматаемую линией  $abv$  (тоже в единицу времени).

### § 157. Преобразования Лорентца

Как известно, механические явления в различных системах отсчета, движущихся друг относительно друга прямолинейно и равномерно, протекают одинаково (см. Механику). С помощью механических измерений невозможно установить, какая из этих систем покоится, а какие — движутся, и поэтому можно лишь говорить об *относительном* движении этих систем друг по отношению к другу (принцип относительности для механических явлений).

Совершенно то же мы имеем в электромагнитных явлениях. В § 155 мы видели, что с помощью электромагнитных явлений, так же как и с помощью явлений механических, нельзя получить никаких указаний на существование абсолютного движения и поэтому нельзя указать никакой привилегированной системы отсчета. Все системы отсчета, движущиеся друг относительно друга прямолинейно и равномерно, равноправны между собой и во всех этих системах законы электромагнитных явлений одинаковы. В этом заключается *принцип относительности для электромагнитных явлений*.

Вернемся теперь опять к формулам преобразования электромагнитных полей (154.3) и (154.6) и посмотрим, удовлетворяют ли они принципу относительности. Для простоты будем считать, что в системе отсчета  $K_1$  электрическое поле направлено вдоль оси  $Y$  ( $E_{1y} = E_1$ ,  $E_{1x} = E_{1z} = 0$ ), а магнитное поле — вдоль оси  $Z$  ( $H_{1z} = H_1$ ,  $H_{1x} = H_{1y} = 0$ ). Тогда формулы преобразования принимают вид:

$$E = E_1 - vB_1, \quad H = H_1 - vD_1. \quad (157.1)$$

Они выражают поле в системе  $K$ , движущейся относительно  $K_1$  со скоростью  $v$ . Но согласно принципу относительности мы с таким же правом можем считать, что система  $K_1$  движется относительно системы  $K$  со скоростью  $-v$ , и исходить в своих рассуждениях из полей  $E$  и  $H$  в системе  $K$ . Мы должны были бы получить те же формулы (157.1), только с измененным знаком у скорости  $v$ :

$$E_1 = E + vB, \quad H_1 = H + vD.$$

Однако если мы с помощью формул (157.1) выразим  $E_1$  и  $H_1$  через  $E$  и  $H$ , то получим выражения

$$(1 - \epsilon_0 \mu_0 v^2) E_1 = E + vB, \quad (1 - \epsilon_0 \mu_0 v^2) H_1 = H + vD,$$

которые отличаются от написанных выше. Эти выражения можно представить в более удобном виде. Произведение  $\epsilon_0 \mu_0$  имеет размерность, обратную размерности квадрата скорости. Поэтому

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

есть некоторая скорость. Она равна  $c = 3 \cdot 10^8$  м/сек, т. е. скорости света в вакууме. Такой результат не является случайным совпадением, а непосредственно следует из электромагнитной теории света (ср. § 269). Учтывая это обстоятельство, последние два соотношения можно записать в следующем виде:

$$(1 - \beta^2) E_1 = E + vD, \quad (1 - \beta^2) H_1 = H + vD,$$

где  $\beta \equiv \frac{v}{c}$  есть скорость относительного движения, выраженная в долях скорости света в вакууме.

Таким образом, формулы (157.1) не удовлетворяют принципу относительности. Хотя величина  $\beta^2$  обычно бывает весьма мала по сравнению с единицей (даже для орбитального движения Земли  $\beta^2 \cong 10^{-4}$ ), это обстоятельство имеет принципиальное значение и указывает на то, что формулы (157.1) не вполне точны. Они справедливы только для медленных движений, для которых  $\beta^2 \ll 1$  (т. е.  $v^2 \ll c^2$ ). Однако для быстрых движений (например, для движений электронов и ионов в ускорителях, где мы имеем  $\beta \sim 1$ ) они уже не применимы и должны быть заменены другими.

Формулы преобразования полей, пригодные для любых скоростей (вплоть до  $v = c$ ), были впервые найдены Лорентцем (преобразования Лорентца для электромагнитных полей) и имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= E_{1x}, & H_x &= H_{1x}, \\ \sqrt{1 - \beta^2} E_y &= E_{1y} - vB_{1z}, & \sqrt{1 - \beta^2} H_y &= H_{1y} + vD_{1z}, \\ \sqrt{1 - \beta^2} E_z &= E_{1z} + vB_{1y}, & \sqrt{1 - \beta^2} H_z &= H_{1z} - vD_{1y}. \end{aligned} \right\} \quad (157.2)$$

Они позволяют найти электромагнитное поле  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  в системе отсчета  $K$ , движущейся относительно другой системы  $K_1$  в направлении положительной оси  $X_1$  со скоростью  $v$ , если известно электромагнитное поле  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{H}_1$  в системе отсчета  $K_1$ . Позднее эти формулы были строго обоснованы как следствие принципа относительности в теории относительности Эйнштейна.

Легко убедиться, что преобразования Лорентца (157.2) удовлетворяют принципу относительности. Если формулы (157.2) разрешить относительно полей  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{H}_1$ , то получатся те же самые выражения, с той только разницей, что знак у скорости изменится на обратный. Если  $\beta^2 \ll 1$ , то преобразования Лорентца переходят в формулы (154.3) и (154.6), установленные на опыте для медленных движений.

В качестве примера применения преобразований Лорентца исследуем, как изменяется электрическое поле заряда при движении. Для наблюдателя, относительно которого заряд покоится (система  $K_1$ ), силовые линии электрического поля расходятся во всех направлениях с одинаковой густотой (рис. 304, а). Для наблюдателя же, относительно которого заряд движется (система  $K$ ), электрическое поле заряда будет другим. Разложим это поле на две составляющие:  $E_v$ , параллельную скорости  $v$ , и  $E_n$ , перпендикулярную к скорости. Так как в нашем случае  $H_{1x} = H_{1y} = H_{1z} = 0$ , то преобразования Лорентца дают:

$$E_x = E_{1x}, \quad \sqrt{1 - \beta^2} E_y = E_{1y}, \quad \sqrt{1 - \beta^2} E_z = E_{1z}.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} E_t &= E_x = E_{1t}, \\ E_n &= \sqrt{E_y^2 + E_z^2} = \frac{E_{1n}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \end{aligned}$$



Для угла  $\alpha$ , составляемого в какой-либо точке поля силовой линией с направлением скорости  $v$ , мы имеем:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{E_n}{E_t} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{E_{1n}}{E_{1t}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \operatorname{tg} \alpha_1,$$

где  $\alpha_1$  — соответствующий угол наклона в случае покоящегося заряда. Так как  $\sqrt{1-\beta^2} < 1$ , то  $\alpha > \alpha_1$ , т. е. при движении заряда силовые линии поворачиваются, стремясь стать перпендикулярно к направлению движения

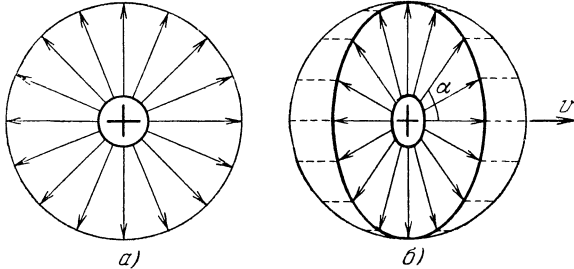


Рис. 304. Электрическое поле неподвижного (а) и движущегося (б) заряда.

(рис. 304, б). Нетрудно показать, что рис. 304, б можно получить из рис. 304, а путем сжатия всех линейных размеров в направлении движения в отношении  $1:\sqrt{1-\beta^2}$ .

Таким образом, при движении электрического заряда относительно наблюдателя не только появляется магнитное поле, но и первоначальное электрическое поле также изменяется. Впрочем, это изменение становится заметным только при очень быстрых движениях, так как оно зависит от  $\beta^2$  (в то время как магнитное поле пропорционально первой степени  $\beta$ ).

## РАЗДЕЛ ТРЕТИЙ

# ЭЛЕКТРОННЫЕ И ИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ

---

### ГЛАВА XIV

## ПРИРОДА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА В МЕТАЛЛАХ И ПОЛУПРОВОДНИКАХ

### § 158. Измерение величины элементарного заряда

Заряд электрона представляет собой наименьшее известное количество заряда и поэтому может быть назван *атомом* электрического заряда.

Наиболее убедительное доказательство атомной природы электрического заряда было получено в опытах А. Ф. Иоффе и Милликена, произведенных по сходной методике. В этих опытах измеряли весьма малые заряды, возникавшие на мелких частицах. Идея опытов заключалась в следующем. Если электрические заряды не имеют атомной природы, то заряд каждой частицы может изменяться непрерывно и принимать произвольные значения. В случае же существования атомов электричества величина заряда должна изменяться только *скачкообразно* и притом такими порциями, которые равны или кратны наименьшему возможному заряду (*элементарному* заряду).

Понятно, что в подобных опытах измеряемые заряды должны быть очень малыми и состоять лишь из небольшого числа элементарных зарядов. В противном случае добавление или отнятие одного электрона будет приводить только к небольшому в процентном отношении изменению общего заряда и поэтому может легко ускользнуть от наблюдателя вследствие неизбежных ошибок при измерении заряда.

В опытах А. Ф. Иоффе употреблялись мельчайшие металлические крупинки. В опытах Милликена измерялись заряды мелких капелек масла. В обоих опытах было обнаружено, что заряд частичек действительно изменяется скачками, причем изменение заряда всегда были кратны определенному конечному заряду. В опытах Милликена оказалось возможным также измерить величину элементарного заряда и притом с большой точностью.

Схема опытов Милликена показана на рис. 305. Основной частью прибора является тщательно изготовленный плоский конденсатор, пластины которого присоединяются к источнику напряжения в несколько тысяч вольт. Напряжение между пластинами можно изменять и точно измерять. Мелкие капельки масла, получаемые с помощью специального пульверизатора, попадают через отверстие в верхней пластине в пространство между пластинами. Движение отдельной капельки масла наблюдают в микроскоп. Конденсатор заключен в защитный кожух, поддерживаемый при неизменной температуре, предохраняющей капельку от конвекционных токов воздуха.

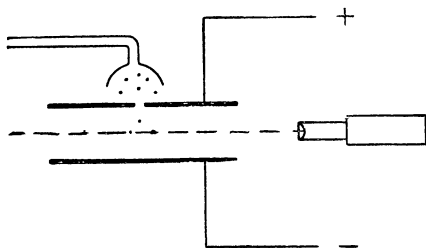


Рис. 305. Схема опытов Милликена.

Капельки масла при распылении заряжаются, и поэтому на каждую капельку действуют две силы: сила тяжести и сила, вызванная электрическим полем. Если  $U$  — напряжение между пластинами конденсатора, а  $d$  — расстояние между ними, то напряженность поля в конденсаторе есть  $E = \frac{U}{d}$ . Поэтому на капельку с зарядом  $q$  действует сила поля

$$F_E = qE = q \frac{U}{d}.$$

Вторая сила складывается из веса капельки и гидростатической силы со стороны окружающего воздуха (силы Архимеда):

$$F_g = \frac{4}{3} \pi a^3 (\delta - \delta_0) g,$$

где  $a$  — радиус капельки,  $\delta$  — плотность масла,  $\delta_0$  — плотность воздуха при условиях опыта,  $g$  — ускорение силы тяжести.

Подбирая должным образом знак заряда на пластинах конденсатора, можно сделать направление силы  $F_E$  противоположным направлению  $F_g$ . Если при этом  $F_E > F_g$ , то капелька будет двигаться вертикально вверх. Если  $F_E < F_g$ , то капелька будет опускаться. Изменяя напряжение на конденсаторе, можно, очевидно, добиться и такого положения, чтобы обе силы были равны друг другу:

$$\frac{4}{3} \pi a^3 (\delta - \delta_0) g = q \frac{U}{d}. \quad (158.1)$$

В этом случае капелька не будет ни опускаться, ни подниматься, а будет находиться в равновесии. Поэтому, определяя на опыте напряжение  $U$ , соответствующее равновесию капельки, и зная ее радиус  $a$ , можно по формуле (158.1) найти заряд капельки,

Для определения радиуса капельки наблюдают скорость ее движения в отсутствии электрического поля. Как известно из механики, на шар, движущийся с малой скоростью в вязкой среде, действует сила трения, пропорциональная скорости (закон Стокса):

$$F_{\text{тр}} = 6\pi\eta a \cdot v.$$

Здесь  $v$  — скорость движения шара,  $\eta$  — коэффициент вязкости среды. При установившемся движении шар приобретает постоянную скорость, при которой сила трения равна движущей силе  $F_g$ :

$$\frac{4}{3}\pi a^3(\delta - \delta_0)g = 6\pi\eta av. \quad (158.2)$$

Измеряя скорость равномерного падения капельки  $v$ , можно по формуле (158.2) определить радиус капельки  $a$ .

Практически удобнее не уравнивать капельку, а измерять скорость ее движения. Если при наличии поля капелька приобретает скорость  $v_1$ , направленную вверх, то

$$q \frac{U}{a} - \frac{4}{3}\pi a^3(\delta - \delta_0)g = 6\pi\eta av_1.$$

Скорость равномерного падения капельки  $v$  в отсутствие электрического поля определяется уравнением (158.2). Из этих двух уравнений можно исключить радиус капельки  $a$ , и тогда для заряда  $q$  получается выражение:

$$q = \frac{4\pi}{3} \left( \frac{9}{2} \eta \right)^{\frac{3}{2}} \frac{(v_1 + v) \sqrt{v} d}{V(\delta - \delta_0) g U}. \quad (158.3)$$

Поэтому, измеряя скорость равномерного движения капельки при наличии поля ( $v_1$ ) и без поля ( $v$ ), можно найти ее заряд по формуле (158.3).

При точных измерениях заряда приходится еще учитывать, что для очень малых капель (радиус которых невелик по сравнению со средним свободным пробегом атомов газа) закон Стокса требует поправки. Более точное выражение для силы трения имеет вид:

$$F_{\text{тр}} = \frac{6\pi\eta av}{1 + \frac{b}{ap}}, \quad (158.4)$$

где  $p$  — давление газа,  $b$  — постоянная. Если давление  $p$  измерено в *см* рт. ст.,  $a$  — в *см*, то для воздуха при температуре 23° С  $b = 0,000617$ . Из формулы (158.4) видно, что для введения необходимой поправки в выражение

(158.3) нужно заменить в нем коэффициент вязкости  $\eta$  на  $\frac{\eta}{1 + \frac{b}{ap}}$ .

В опытах Милликена сначала определяли заряд капельки  $q_0$ , полученный ею при распылении. Затем в пространстве между обкладками создавались ионы, для чего воздух в конденсаторе подвергался действию рентгеновских лучей, ультрафиолетовых лучей или излучения радиоактивных препаратов. Ионы оседали на капельку, ее заряд

изменялся и принимал новые значения  $q_1$ ,  $q_2$  и т. д. Сравнивая затем между собой найденные величины зарядов, а также их изменения  $(q_1 - q_0)$ ,  $(q_2 - q_1)$ , ..., можно было определить общий наибольший делитель этих количеств, который, очевидно, и является элементарным зарядом.

Наряду с рассмотренным существуют и другие методы определения элементарного заряда. На основании сопоставления всех экспериментальных данных в настоящее время считают, что наиболее точное значение элементарного заряда равно

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ кулонов.}$$

### § 159. Природа носителей заряда в металлах

Выше мы неоднократно говорили, что электрический ток в металлах есть движение *электронов* и что ионы металла не принимают участия в переносе электрического заряда. Сейчас мы рассмотрим опытные доказательства этого.

Прежде всего отметим, что если бы при электрическом токе имело место движение ионов, то электрический ток в металлах должен был бы обязательно сопровождаться *переносом вещества* металла. Чтобы проверить, имеет ли место это явление, Рике произвел специальные опыты, в которых электрический ток проходил в течение года через три поставленных друг на друга цилиндра — медный, алюминиевый и медный. Несмотря на то, что общий заряд, прошедший через цилиндры, достигал огромного значения около 3,5 миллионов

кулонов, никакого проникновения металлов друг в друга обнаружено не было и вес цилиндров сохранялся с точностью до  $\pm 0,03 \text{ мг.}$

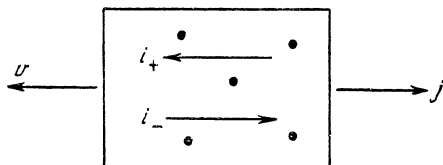


Рис. 306. Идея опытов с инерцией электронов.

Наиболее убедительное доказательство электронной природы тока в металлах было получено в опытах с *инерцией* электронов. Идею этих опытов разъясняет рис. 306. Представим себе кусок незаряженного металла, движущийся с постоянной скоростью  $v$ . Вместе с металлом будут двигаться с той же скоростью и электроны, и поэтому никакого движения электронов относительно кристаллической решетки, а следовательно, и электрического тока не будет. Однако электроны, помимо заряда, обладают еще и массой и поэтому им присуща определенная инерция. При всяком изменении скорости движения металла электроны будут либо отставать от движения решетки, либо его опережать, отчего возникнет электрический ток. Это явление можно

сравнить с толчками, испытываемыми пассажирами трамвая при резкой остановке вагона или резком трогании с места.

Легко видеть, что направление этого тока зависит от знака заряда подвижных частиц в металле. Так например, при торможении металла (ускорение  $j$  направлено слева направо, рис. 306) частицы будут опережать решетку и двигаться относительно нее справа налево. Если частицы несут положительный заряд, то и возникающий ток  $i_+$  будет направлен также справа налево. Если же частицы заряжены отрицательно, то направление тока  $i_-$  будет противоположно. Поэтому, исследуя на опыте *направление* возникающего тока, можно определить *знак* носителей заряда в металлах. Измеряя же еще и величину заряда перенесенного этим током, можно определить отношение заряда к массе  $\frac{e}{m}$  носителей заряда, а следовательно, и установить их природу.

Идея этого опыта была высказана в 1913 г. Л. И. Мандельштамом и Н. Д. Папалекси. Они произвели качественные опыты и установили, что в катушке с проволокой, совершающей вращательные колебания вокруг своей оси, действительно возникает переменный ток. Затем этот опыт был предложен вновь Г. Лорентцом и осуществлен с количественными результатами Толменом и Стюартом в 1916 г.

Схема опыта Толмена и Стюарта показана на рис. 307. Катушка с большим числом витков тонкой проволоки приводилась в быстрое вращение вокруг своей оси. Концы обмотки были присоединены к чувствительному баллистическому гальванометру при помощи длинных гибких проводов, скручивающихся при вращении катушки. После раскручивания катушки она резко тормозилась специальным приспособлением. Общая длина обмотки составляла примерно 500 м, а линейная скорость движения проволоки достигала 300 м/сек. При измерениях тщательно устранялось действие магнитного поля Земли, которое могло бы вызвать появление индукционных токов.

Опыты показали, что при торможении катушки в цепи действительно возникает кратковременный ток, а его направление соответствует *отрицательно* заряженным частицам. В этих опытах было определено отношение заряда к массе носителей заряда,  $\frac{e}{m}$ . При помощи простых рассуждений легко показать, что заряд  $q$ , протекающий по цепи за время торможения катушки, выражается формулой

$$q = \frac{m}{e} \frac{v_0 l}{R}, \quad (159.1)$$

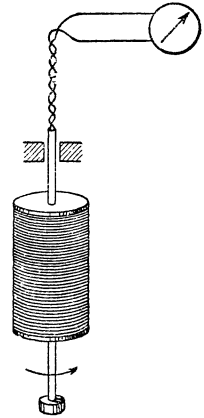


Рис. 307. Схема опыта Толмена и Стюарта.

где  $v_0$  — начальная линейная скорость проволоки,  $l$  — ее длина,  $R$  — сопротивление цепи. Поэтому, измеряя заряд  $q$  баллистическим гальванометром и зная остальные (легко определяемые) величины  $v_0$ ,  $l$  и  $R$ , можно найти значение  $\frac{e}{m}$ .

Было найдено, что для меди  $\frac{e}{m} = 1,60 \cdot 10^{11}$  к/кг, для серебра  $1,49 \cdot 10^{11}$  к/кг, а для алюминия  $1,54 \cdot 10^{11}$  к/кг. Расхождение между приведенными данными не превышает неизбежных экспериментальных ошибок этих трудных опытов, и поэтому можно заключить, что природа носителей заряда во всех металлах — одна и та же.

Зная величину элементарного заряда  $e$ , отсюда можно было найти массу  $m$  носителей заряда в металлах. Она оказалась порядка  $10^{-30}$  кг, примерно в 2000 раз меньше массы самого легкого атома — водорода ( $m_H = 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг). Это показало, что носителями заряда в металлах никоим образом не могут быть заряженные атомы (ионы). С другой стороны, найденное значение  $\frac{e}{m}$  близко к значению  $\frac{e}{m}$  для электронов, получаемому другими методами, в частности по отклонению электронов в электрических и магнитных полях.

Формула (159.1) легко выводится следующим образом. При торможении катушки на электроны действует сила инерции, которая и является в данном случае сторонней силой (§ 71). При ускорении проволоки  $\frac{dv}{dt}$  на один электрон действует сила

$$F = -m \frac{dv}{dt}.$$

Сила, отнесенная к единице заряда, т. е. напряженность поля сторонних сил  $E^*$ , равна

$$E^* = -\frac{m}{e} \frac{dv}{dt}.$$

Отсюда, пользуясь формулой (78.2), находим э. д. с., развивающуюся в цепи при торможении катушки:

$$\mathcal{E} = -\frac{m}{e} \frac{dv}{dt} l,$$

где  $l$  — длина проволоки катушки. Если  $R$  — сопротивление цепи, то сила тока, вызываемого этой э. д. с., равна

$$i = -\frac{m}{e} \frac{l}{R} \frac{dv}{dt}.$$

Поэтому величина заряда, прошедшего по цепи за полное время торможения катушки, определяется формулой

$$q = \int_{v_0}^0 i dt = -\frac{m}{e} \frac{l}{R} \int_{v_0}^0 dv = \frac{m}{e} \frac{lv_0}{R}.$$

## § 160. Причина электрического сопротивления

Результаты опытов, описанных в предыдущем параграфе, показывают, что в металлах имеются электроны, способные перемещаться по металлу. Такие электроны получили название *электронов проводимости*. Наличием подвижных электронов и обусловлена электропроводность металлов.

Так как в отсутствии тока объемных зарядов в металлах нет (в проводнике постоянного сечения их нет и при наличии тока), то отсюда можно заключить, что в металлах имеются еще и положительные заряды, которые, однако, не принимают участия в образовании тока. Положительные заряды металла представляют собой ионы, находящиеся в определенных положениях равновесия и образующие

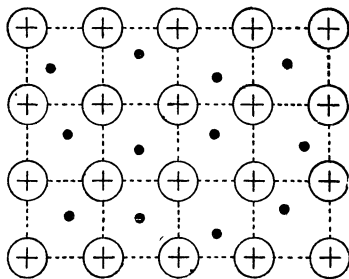


Рис. 308. Схематическое изображение строения металла.

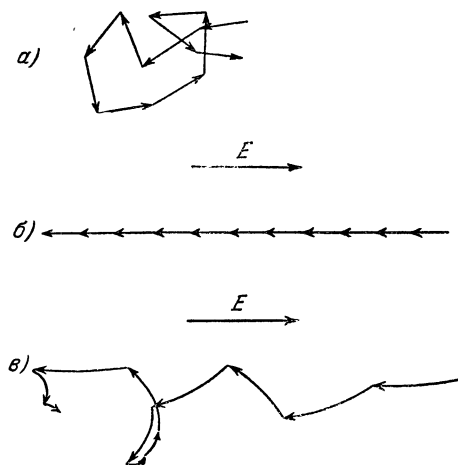


Рис. 309. Движение электронов в металле.

*а* — беспорядочное тепловое движение в отсутствие электрического поля (отрезки пути между столкновениями показаны для простоты одинаковыми), *б* — составляющая движения электронов под действием электрического поля, *в* — фактическое движение электронов.

Поэтому в отсутствии внешнего поля суммарный заряд, переносимый электронами в любом направлении, равен нулю, т. е. в металле нет тока.

*кристаллическую решетку* металла. Строение металлов схематически изображено на рис. 308.

Электроны проводимости движутся в металлах не свободно, но испытывают *соударения* с ионами решетки. В отсутствие внешнего электрического поля электроны совершают только беспорядочное тепловое движение. При этом каждый электрон описывает сложную траекторию, подобную траектории атома газа или частицы, совершающей броуновское движение (см. Молекулярную физику) (рис. 309, *а*). Вследствие беспорядочности теплового движения количество электронов, движущихся в любом направлении, в среднем всегда равно числу электронов, перемещающихся в противоположном направлении.



При наложении внешнего электрического поля электроны получают дополнительное *упорядоченное* движение в направлении, противоположном направлению поля (так как заряд электронов отрицательный; рис. 309, б). Поэтому при наличии внешнего поля фактическое движение электронов представляет собой сумму беспорядочного и упорядоченного движений, а следовательно, появляется преимущественное направление движения электронов (рис. 309, в). В этом случае количество электронов, движущихся противоположно полю, будет больше количества электронов, перемещающихся в направлении поля, так что возникнет перенос электрического заряда, т. е. электрический ток.

Рассмотренная картина движения электронов приводит также к объяснению электрического сопротивления металлов. Между двумя последовательными соударениями электроны движутся под действием поля с *ускорением* и приобретают определенную энергию. Эта энергия упорядоченного движения передается полностью или частично положительным ионам при соударениях и превращается в энергию беспорядочного колебания ионов, т. е. в *тепло*. Поэтому при наличии тока металлы нагреваются. Точно так же после исчезновения внешнего поля упорядоченное движение электронов вследствие соударений быстро превращается в беспорядочное тепловое движение, и электрический ток прекращается. Таким образом упорядоченное движение

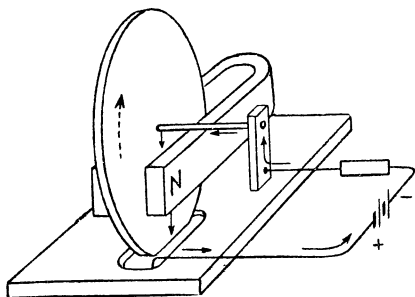


Рис. 310. Демонстрация существования трения электронов в металлах.

электронами проводимости и решеткой металла. Это можно продемонстрировать на опыте, изображенном на рис. 310. Металлический диск, способный вращаться с малым трением вокруг горизонтальной оси, помещен между полюсами магнита. Диск включен в электрическую цепь, так что в нем имеется ток, идущий между осью и краем диска, погруженным в чашку со ртутью. При наличии тока диск приходит во вращение, направление которого изменяется при перемене направления тока.

На электроны, движущиеся в нижней половине диска, действует сила Лорентца (§ 98), направленная перпендикулярно к току и

электронов в металлах происходит с *трением*, которое вызвано соударениями и подобно внутреннему трению в газах (см. Молекулярную физику). Мы видим, что *причина электрического сопротивления электронов с положительными ионами решетки металла*.

Трение электронов в металлах приводит не только к выделению тепла Ленца — Джоуля, но и к обмену количеством движения между

к магнитному полю. Если бы электроны двигались без трения, то сила Лорентца лишь искривляла бы траекторию электронов внутри металла, но диск оставался бы в покое. Вследствие же трения электронов получаемое ими количество движения передается диску и поэтому он приходит во вращение.

### § 161. Классическая электронная теория металлов

Объяснение различных свойств вещества существованием и движением в нем электронов составляет содержание *электронной теории*.

В классической электронной теории металлов предполагается, что движение электронов подчиняется законам классической механики Ньютона. Далее, в этой теории пренебрегают взаимодействием электронов между собой, а взаимодействие электронов с положительными ионами сводят только к соударениям. Иными словами, электроны проводимости рассматривают как *электронный газ*, подобный идеальному атомарному газу молекулярной физики.

Такой электронный газ должен подчиняться всем законам идеального газа и, в частности, закону равномерного распределения энергии по степеням свободы (см. Молекулярную физику), согласно которому средняя кинетическая энергия теплового движения, приходящаяся на каждую степень свободы, равна  $\frac{1}{2} kT$  ( $k$  — постоянная Больцмана, равная  $1,38 \cdot 10^{-23}$  дж/град, а  $T$  — абсолютная температура газа). Так как свободный электрон обладает тремя степенями свободы, то средняя энергия беспорядочного теплового движения, приходящаяся на один электрон, равна

$$\frac{1}{2} m \overline{v_T^2} = \frac{3}{2} kT, \quad (161.1)$$

где  $\overline{v_T^2}$  — среднее значение квадрата скорости теплового движения.

Несмотря на эти допущения, которые, как мы увидим ниже, являются только весьма приближенными, классическая электронная теория объясняет основные законы электрического тока в металлах, и не только качественно, но в известной степени и количественно.

**Объяснение закона Ома в классической электронной теории.** Чтобы выяснить физическую сущность этого объяснения и упростить соответствующие расчеты, будем предполагать, что все электроны проходят между двумя последовательными соударениями одинаковые пути, равные средней длине свободного пути электронов  $\bar{l}$ . Далее, будем считать, что при каждом соударении электрон передает решетке накопленную энергию полностью и поэтому после соударения начинает движение без начальной скорости.

Вычислим плотность тока  $j$ , возникающего в металле под действием электрического поля с напряженностью  $E$ . Согласно сказанному в § 59 имеем:

$$j = ne\bar{v}, \quad (161.2)$$

где  $n$  — концентрация электронов проводимости,  $e$  — заряд электрона, а  $\bar{v}$  — средняя скорость упорядоченного движения электронов.

На каждый электрон действует сила, равная  $eE$ , и электрон приобретает ускорение  $\frac{eE}{m}$ . Поэтому к концу свободного пробега скорость электрона равна

$$v_{\text{макс}} = \frac{eE}{m} \bar{t},$$

где  $\bar{t}$  — среднее время между двумя соударениями. Так как электрон между соударениями движется равноускоренно, то среднее значение скорости равно половине ее максимального значения:

$$\bar{v} = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} \bar{t}.$$

Далее, если  $\bar{v}_T$  — средняя скорость теплового движения, то число ударов, испытываемых одним электроном в 1 сек, равно  $\bar{v}_T/\bar{l}$ , а следовательно, среднее время между соударениями

$$\bar{t} = \frac{\bar{l}}{\bar{v}_T}.$$

Отметим, что при вычислении  $\bar{t}$  мы пренебрегли скоростью упорядоченного движения  $\bar{v}$  по сравнению с тепловой скоростью  $\bar{v}_T$ . Это действительно можно сделать, так как в обычных условиях  $\bar{v} \ll \bar{v}_T$ .

Подставляя выражение для  $\bar{t}$  в формулу для  $\bar{v}$ , находим:

$$\bar{v} = \frac{e\bar{l}}{2m\bar{v}_T} E.$$

Средняя скорость упорядоченного движения электронов оказывается пропорциональной напряженности поля  $E$ . Поэтому можно положить:

$$\bar{v} = bE, \quad (161.3)$$

где  $b = \frac{e\bar{l}}{2m\bar{v}_T}$  не зависит от поля  $E$ . Величина  $b$  называется подвижностью электронов. Она равна скорости упорядоченного движения электронов в поле с напряженностью, равной единице. Если измерять скорость в м/сек, а напряженность поля — в в/м, то подвижность будет выражена в м<sup>2</sup>/в · сек.

Подставляя найденное значение  $\bar{v}$  в (161.2), находим окончательно:

$$j = \frac{ne^2\bar{l}}{2m\bar{v}_T} E. \quad (161.4)$$

Мы видим, что плотность тока  $j$  оказывается пропорциональной напряженности поля  $E$ , а это и выражается законом Ома (§ 68). При этом для удельной электропроводности  $\lambda$  получается выражение:

$$\lambda = \frac{ne^2\bar{l}}{2m\bar{v}_T}. \quad (161.5)$$

Оно показывает, что электропроводность тем больше, чем выше концентрация электронов проводимости и чем больше длина свободного пробега  $\bar{l}$ . Это и понятно, так как чем больше  $\bar{l}$ , тем меньшую помеху представляют соударения для упорядоченного движения электронов. Далее, электропроводность  $\lambda$  оказывается зависящей от тепловой скорости  $\bar{v}_T$ , которая в свою очередь зависит от температуры. Поэтому формула (161.5) объясняет также факт уменьшения электропроводности с повышением температуры.

**Объяснение закона Джоуля — Ленца.** К концу свободного пробега электроны приобретают под действием поля кинетическую энергию

$$\frac{1}{2} m v_{\text{макс}}^2 = \frac{e^2 \bar{l}^2 E^2}{2m} = \frac{e^2 \bar{l}^2 E^2}{2m\bar{v}_T^2}.$$

Согласно сделанному предположению вся эта энергия передается решетке при соударении и переходит в тепло.

В единицу времени каждый электрон испытывает  $\frac{\bar{v}_T}{\bar{l}}$  соударений, а следовательно, выделяет тепла во столько же раз больше. Так как в каждой единице объема имеется  $n$  электронов, то количество тепла  $Q_1$ , выделяемое в единице объема металла в 1 сек, будет равно

$$Q_1 = \frac{ne^2\bar{l}}{2m\bar{v}_T} E^2.$$

Воспользовавшись формулой (161.5), получаем:

$$Q_1 = \lambda E^2 = \frac{1}{\rho} E^2, \quad (161.6)$$

где  $\rho = \frac{1}{\lambda}$  — удельное сопротивление металла.

Формула (161.6) выражает закон Джоуля — Ленца в дифференциальной форме.

**Связь между теплопроводностью и электропроводностью металлов.** Уже давно было замечено, что металлы, обладающие более высокой электропроводностью, имеют и лучшую теплопроводность, и наоборот. Видеман и Франц на основании опытных данных пришли к заключению, что отношение коэффициента теплопроводности  $K$  к удельной электропроводности  $\lambda$  для всех металлов при одинаковой температуре одинаково и увеличивается пропорционально абсолютной температуре (закон Видемана и Франца):

$$\frac{K}{\lambda} = aT, \quad (161.7)$$

где  $a$  не зависит от рода металла.

Классическая электронная теория легко объясняет и эту закономерность. Действительно, электроны проводимости, перемещаясь в металле, переносят с собой не только свой электрический заряд, но и присущую им энергию беспорядочного теплового движения, т. е. осуществляют перенос тепла. В металлах концентрация электронов весьма велика (см. § 165), и все тепло практически переносится электронами, а ионная решетка принимает лишь небольшое участие в этом процессе. Поэтому те металлы, которые хорошо проводят электричество, являются и хорошими проводниками тепла.

Как известно из молекулярной физики, кинетическая теория газов дает для коэффициента теплопроводности идеального одноатомного газа выражение:

$$K = \frac{1}{2} nk\bar{v}_T\bar{l}, \quad (161.8)$$

где  $n$  — число атомов в единице объема,  $k$  — постоянная Больцмана,  $\bar{v}_T$  — средняя скорость теплового движения,  $\bar{l}$  — средняя длина свободного пути атомов. Такая же формула должна быть справедлива и для коэффициента теплопроводности электронного газа, только в этом случае  $n$ ,  $\bar{v}_T$  и  $\bar{l}$  должны обозначать концентрацию, тепловую скорость и средний пробег электронов в металле. Поэтому, из формул (161.8) и (161.5), находим:

$$\frac{K}{\lambda} = \frac{\frac{1}{2} nk\bar{v}_T\bar{l}}{\frac{ne^2\bar{l}}{2m\bar{v}_T}} = \frac{m(\bar{v}_T)^2 k}{e^2}.$$

Полагая приближенно, как и выше,  $(\bar{v}_T)^2 \cong \bar{v}_T^2$  и пользуясь соотношением (161.1), мы получаем:

$$\frac{K}{\lambda} = 3 \left( \frac{k}{e} \right)^2 T,$$

т. е. закон Видемана и Франца. При этом постоянная  $a$  оказывается равной  $a = 3 \left( \frac{k}{e} \right)^2$ . Она определяется только универсальными постоянными  $k$  и  $e$  и поэтому не зависит от природы металла. Если выразить коэффициент теплопроводности в  $\text{кал/град} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}$ , а удельную электропроводность в  $\text{ом}^{-1} \text{см}^{-1}$ , то  $a = 5,3 \cdot 10^{-7}$ , что хорошо согласуется с опытными данными.

Таким образом, классическая электронная теория хорошо объясняет существование электрического сопротивления металлов, законы Ома и Джоуля — Ленца, позволяет выразить удельную электропроводность через атомарные постоянные металла, объясняет (по крайней мере качественно) зависимость электропроводности от температуры и позволяет понять связь между теплопроводностью и электропроводностью

металлов. Эта теория объясняет и другие электрические и оптические свойства вещества, что явилось в свое время ее крупным успехом.

Однако в некоторых вопросах классическая электронная теория приводит к выводам, находящимся в противоречии с опытом. Наиболее ярким примером является сверхпроводимость.

### § 162. Сверхпроводимость

Согласно классической электронной теории, удельное сопротивление металлов должно монотонно уменьшаться при охлаждении, оставаясь при всех температурах конечным. Такая температурная зависимость сопротивления действительно и наблюдается на опыте при сравнительно высоких температурах. Однако если сделать температуру достаточно низкой (несколько градусов К), то эта зависимость становится совсем иной. Прежде всего оказывается, что удельное сопротивление перестает зависеть от температуры и достигает некоторого предельного значения. Оно различно для разных веществ и даже для разных образцов одного и того же вещества. Это *остаточное сопротивление* особенно велико у сплавов, но существует и в чистых металлах. Опыт показывает, что остаточное сопротивление тем меньше, чем чище металл и чем меньше структурных дефектов содержит исследуемый образец.

Если понижать температуру еще больше, то в некоторых веществах наблюдается удивительное явление *сверхпроводимости*, открытое Каммерлинг-Оннесом в 1911 г. При некоторой определенной температуре, различной для разных веществ, удельное сопротивление внезапно, *скачком* уменьшается практически до нуля. Температурная зависимость удельного сопротивления в этих случаях имеет вид, показанный на рис. 311. В таблице приведены температуры перехода в сверхпроводящее состояние для некоторых веществ.

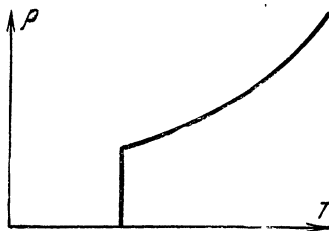


Рис. 311. Зависимость удельного сопротивления  $\rho$  от температуры  $T$  для сверхпроводников.

Вещество	Температура перехода в сверхпроводящее состояние, °К	Вещество	Температура перехода в сверхпроводящее состояние, °К
Титан . . . . .	0,49	Ртуть . . . . .	4,1
Кадмий . . . . .	0,56	Ванадий . . . . .	5,1
Цинк . . . . .	0,91	Свинец . . . . .	7,2
Алюминий . . . . .	1,20	Ниобий . . . . .	8,0
Олово . . . . .	3,7	Нитрид ниобия . .	15,2

Сверхпроводимость наблюдается не только у элементов, но и во многих химических соединениях и сплавах. При этом сами элементы, входящие в состав сверхпроводящего соединения, могут и не являться сверхпроводниками. Примерами могут служить сплавы  $NiBi$ ,  $Au_2Bi$ ,  $PdTe$ ,  $PtSb$  и другие.

Вещества в сверхпроводящем состоянии обладают исключительно необычными свойствами. Во-первых, в сверхпроводниках однажды возбужденный электрический ток может длительно существовать без источника тока. Это происходит по той причине, что вследствие исчезновения сопротивления время затухания тока  $\tau = L/r$  (ср. § 107) становится огромным. Такое явление наблюдали в первых же опытах со сверхпроводниками: небольшой замкнутый контур из сверхпроводника погружали в сосуд с жидким гелием и возбуждали в контуре ток с помощью электромагнитной индукции. Этот ток обнаруживали по отклонению магнитной стрелки, помещенной вблизи сосуда. При этом стрелка оставалась в отклоненном состоянии в течение многих суток.

На рис. 312 показана схема другого опыта со сверхпроводниками. Здесь сверхпроводник  $C$  соединен с гальванометром  $\Gamma$ , но замкнут в точках  $a$  и  $b$  проволокой, находящейся также в сверхпроводящем состоянии. После возбуждения тока в сверхпроводнике с помощью электромагнитной индукции этот ток циркулирует лишь по замкнутой цепи  $abca$  из сверхпроводника и не ответвляется в гальванометр, который поэтому не показывает никакого отклонения. Если же через некоторое время разорвать при помощи нити  $H$  перемычку  $ab$ , то ток устремляется по единственно возможному пути — через гальванометр, который обнаруживает кратковременный отброс.

Второе важное свойство сверхпроводников заключается в том, что *внутри вещества в сверхпроводящем состоянии нельзя создать магнитное поле*. Если на сердечник из сверхпроводника поместить, наподобие трансформатора, две обмотки и одну из них (1) включить в цепь тока, а другую (2) присоединить к гальванометру, то при высоких температурах всякое включение и выключение тока в катушке 1 вызывает в катушке 2 появление индукционных импульсов напряжения противо-

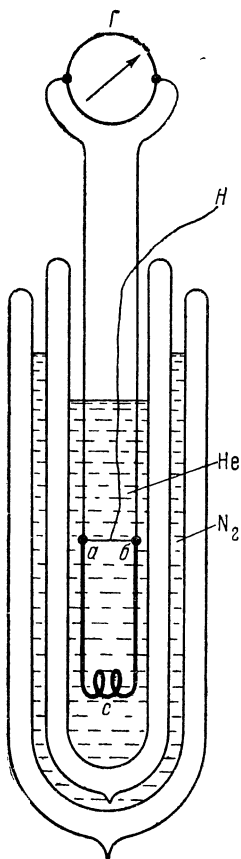


Рис. 312. Опыт для обнаружения длительного тока в сверхпроводнике.

положных знаков. Если же сердечник с помощью глубокого охлаждения перевести в состояние сверхпроводимости, то импульсы напряжения в катушке 2 не возникают, а следовательно, и магнитный поток внутри сердечника не появляется.

Причина того, что внешнее магнитное поле не проникает внутрь сверхпроводников, заключается в том, что при всяком изменении магнитного потока в сверхпроводниках возникают индукционные токи, которые в соответствии с законом Ленца компенсируют эти изменения. В обычном проводнике индукционные токи быстро затухают и остается лишь поток, обусловленный намагничивающими катушками. В случае же сверхпроводника индукционные токи не затухают и поэтому все время компенсируют изменения внешнего потока.

В § 88 мы видели, что при равномерном распределении тока по сечению проводника магнитное поле существует не только вне, но и внутри провода (рис. 154). Так как внутри сверхпроводника магнитное поле равно нулю, то ток в сверхпроводящем проводе не может быть равномерно распределен по сечению провода, а сосредоточен только в тонком поверхностном слое некоторой толщины  $d$ . Распределение же магнитного поля для случая прямого провода имеет вид, показанный на рис. 313. В § 88 мы также видели, что напряженность магнитного поля во внешнем пространстве зависит от полной силы тока в проводе  $i$ , но не зависит вовсе от его распределения по сечению. Поэтому и для сверхпроводящего провода она выражается прежней формулой (88.5). В частности, у поверхности прямого провода напряженность магнитного поля  $H_S$  равна

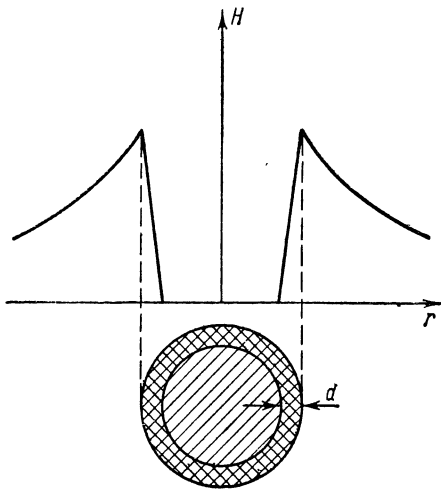


Рис. 313. Магнитное поле прямого провода в сверхпроводящем состоянии.

$$H_S = \frac{i}{2\pi a},$$

где  $a$  — радиус провода.

Третья важная особенность сверхпроводимости состоит в том, что *магнитное поле разрушает состояние сверхпроводимости*. Чем сильнее охлажден сверхпроводник ниже температуры перехода в сверхпроводящее состояние, тем больше и «критическое» магнитное поле,



при котором исчезает сверхпроводимость. При температуре перехода в сверхпроводящее состояние критическое поле равно нулю.

Магнитным полем, разрушающим сверхпроводимость, может быть и поле самого тока в сверхпроводнике. Когда сила тока становится такой, что магнитное поле у поверхности провода достигает критического значения, сверхпроводимость исчезает. Из сказанного ясно, что эта максимальная (критическая) сила тока при температуре перехода равна нулю, но увеличивается по мере понижения температуры. Кроме этого для данного вещества и данной температуры она прямо пропорциональна диаметру провода. Укажем для примера, что у олова при  $1^\circ\text{K}$   $H_{\text{кр}}$  составляет около  $2 \cdot 10^4$  а/м. Поэтому для оловянной проволоки диаметром  $2a = 3$  мм критическая сила тока при этой температуре равна

$$i_{\text{кр}} = 2 \cdot \pi a H_{\text{кр}} = 2\pi \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^4 \approx 180 \text{ а.}$$

При охлаждении вещества до температуры перехода в сверхпроводимость это новое состояние возникает не сразу во всем объеме образца, а лишь в отдельных его частях, которые постепенно увеличиваются при дальнейшем отводе тепла от образца. Такие участки в сверхпроводящем состоянии представляют собой *новую фазу* данного вещества, до некоторой степени подобную жидкой фазе при конденсации пара, или твердой фазе при кристаллизации жидкости. При переходе в сверхпроводящее состояние удельная теплоемкость вещества скачкообразно увеличивается. Теплопроводность вещества, напротив, уменьшается, и притом постепенно, по мере охлаждения ниже температуры перехода. Это показывает, что теплопроводность металлов обусловлена главным образом электронами проводимости в нормальном состоянии, число которых постепенно уменьшается по мере увеличения объема сверхпроводящей фазы.

### § 163. Пределы применимости классической электронной теории металлов

Вторым примером несостоятельности классической электронной теории может служить теория теплоемкости металлов.

Согласно основному допущению классической электронной теории (§ 161) средняя тепловая энергия каждого электрона равна  $\frac{3}{2}kT$ . Если  $N'$  есть число электронов проводимости в 1 килограмм-атоме металла, то тепловая энергия этих электронов должна быть равна

$$W' = N' \cdot \frac{3}{2}kT.$$

Число электронов проводимости в металлах по порядку величины равно числу атомов (см. § 165), а значит,  $N'$  равно приблизительно

числу Авогадро  $N = 6,02 \cdot 10^{26}/\text{кг-атом}$ . Поэтому

$$W' \cong \frac{3}{2} NkT = \frac{3}{2} RT,$$

где  $R = 1,99 \text{ ккал/град}$  есть газовая постоянная, рассчитанная на один килограмм-атом. Отсюда следует, что электронный газ в 1 килограмм-атоме металла должен иметь теплоемкость при постоянном объеме  $C'_v = \frac{dW'}{dT} \cong \frac{3}{2} R \cong 3 \text{ ккал/град}$ , т. е. такую же, как и килограмм-атом идеального одноатомного газа.

Теплоемкость всего металла складывается из теплоемкости его кристаллической решетки и теплоемкости электронного газа. Согласно кинетической теории тепла (см. Молекулярную физику) атомная (т. е. рассчитанная на 1 килограмм-атом) теплоемкость одноатомных кристаллов равна  $C_v = 3R \cong 6 \text{ ккал/град}$ . Поэтому следовало бы ожидать, что атомная теплоемкость металлов будет близка к  $9 \text{ ккал/град}$ . Однако опыт показывает, что она равна приблизительно  $6 \text{ ккал/град}$ , т. е. для металлов, так же как и для диэлектрических кристаллов, хорошо выполняется закон Дюлонга и Пти. Таким образом, наличие электронов проводимости практически не сказывается на величине теплоемкости, что непонятно с точки зрения классической электронной теории.

Помимо указанных, имеются и другие расхождения между выводами классической электронной теории и опытом.

Одна из причин этих расхождений заключается в неправильности предположения о том, что электроны проводимости подчиняются, так же как и атомы газа, законам статистики Максвелла — Больцмана и что для них справедлив закон распределения энергий Максвелла. В действительности же для электронов внутри металла справедлива иная, так называемая *квантовая статистика*, и они подчиняются другому закону распределения энергий (закону Ферми — Дирака). В частности, средняя кинетическая энергия, приходящаяся на один электрон, в квантовой статистике уже не выражается формулой (161.1) и более сложно зависит от температуры: при обычных температурах она почти не зависит от температуры и лишь при очень высоких температурах становится пропорциональной абсолютной температуре.

Это обстоятельство разъясняет указанную выше аномалию в теплоемкости металлов. Так как энергия электронов в металлах при обычных температурах весьма слабо зависит от температуры, то теплоемкость электронного газа оказывается близкой к нулю, и поэтому наличие электронного газа в металлах практически не сказывается на их теплоемкости.

Далее, в классической электронной теории, как и в классической теории идеальных газов, не учитывается *взаимодействие электронов друг с другом*, а их взаимодействие с решеткой металла

описывается с помощью представления о кратковременных соударениях. При низких температурах взаимодействие между электронами начинает играть решающую роль. Кроме этого оказывается важным, что взаимодействие электронов с решеткой имеет иной характер, а именно в действительности электроны *движутся в периодическом поле электрического потенциала решетки*. И, наконец, движение электронов в металлах подчиняется не законам классической механики, а более сложным законам *квантовой механики*.

Электронная теория, учитывающая указанные особенности, получила название *квантовой теории твердых тел*. Она гораздо лучше объясняет различные электронные явления в твердых телах, и ее выводы находятся в лучшем согласии с опытом, нежели выводы классической электронной теории. В частности, с помощью квантовой теории твердых тел в последние годы оказалось возможным дать объяснение сверхпроводимости, что явилось одним из самых блестящих успехов этой теории.

Было бы, однако, ошибкой считать, что классическая электронная теория утратила свое значение вовсе. Она позволяет во многих случаях быстро найти правильные *качественные* результаты и притом в наглядной форме. Более того, оказывается, что расхождения между обеими теориями тем меньше, чем меньше концентрация электронов проводимости и чем выше температура. В металлах, где концентрация электронов велика, эти различия имеют существенное значение. В ряде же других случаев, где концентрация электронов мала (электронные явления в газах, многие явления в полупроводниках), классическая электронная теория применима не только качественно, но и количественно. Поэтому, не имея возможности в настоящей книге пользоваться квантовой теорией, мы ограничимся в дальнейшем только классической электронной теорией, оговаривая там, где это будет нужно, необходимость соответствующих поправок.

### § 164. Явление Холла

Согласно сказанному в § 162 электропроводность металлов зависит от концентрации электронов проводимости  $n$  и от их подвижности  $b$ . Обе эти величины, являющиеся важными характеристиками металла, могут быть определены из опыта.

Для измерения концентрации электронов чаще всего пользуются *явлением Холла*. Рассмотрим проводник в форме прямоугольной пластинки, в которой имеется ток с плотностью  $j$  (рис. 314). Эквипотенциальными поверхностями внутри такой пластинки будут плоскости, перпендикулярные к направлению тока, и поэтому разность потенциалов между двумя металлическими зондами 1 и 2, лежащими в одной из этих плоскостей, будет равна нулю. Если, однако, создать в образце магнитное поле, перпендикулярное к току и к зондам, то

между зондами возникает разность потенциалов, указывающая на то, что при наличии магнитного поля эквипотенциальные плоскости в пластинке становятся наклонными. В возникновении этой поперечной разности потенциалов и заключается явление Холла.

Для наблюдения явления Холла образец помещают между полюсами сильного электромагнита, создающего индукцию порядка  $1 \text{ вб/м}^2$ , а возникающую разность потенциалов измеряют либо с помощью чувствительного гальванометра, либо компенсационным методом с помощью потенциометра. Опыт показывает, что поперечная разность потенциалов  $U$  пропорциональна плотности тока  $j$ , магнитной индукции  $B$  и расстоянию между зондами  $d$ :

$$U = R djB, \quad (164.1)$$

где  $R$  — постоянная, зависящая от рода вещества. Она получила название *постоянной Холла*.

Явление Холла просто объясняется электронной теорией и является следствием существования силы Лорентца (§ 98). Чтобы лучше выяснить физическую сущность этого явления, мы ограничимся только упрощенной его теорией и будем приближенно считать, что все электроны движутся с постоянной скоростью, равной средней скорости их упорядоченного движения  $v$ . Тогда на каждый электрон действует сила Лорентца, перпендикулярная к направлению тока и к магнитному полю, равная

$$evB.$$

Под действием этой силы электроны будут смещаться, так что одна из граней пластинки зарядится отрицательно, а другая — положительно, и внутри пластинки возникнет поперечное (к току и к магнитному полю) электрическое поле  $E$ . При равновесии сила, действующая на электроны со стороны электрического поля, равна силе Лорентца:

$$evB = eE.$$

Поэтому поперечная разность потенциалов равна

$$U = Ed = v dB.$$

В этом выражении среднюю скорость электронов  $v$  можно выразить через плотность тока  $j$ , так как

$$j = nev,$$

и поэтому

$$U = \frac{1}{ne} djB.$$

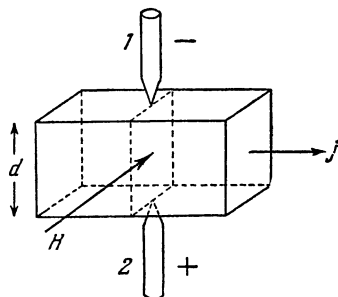


Рис. 314. Явление Холла.

Полученное выражение совпадает с формулой (164.1), и, таким образом, электронная теория объясняет явление Холла не только качественно, но и количественно. Постоянная Холла оказывается равной

$$R = \frac{1}{ne}. \quad (164.2)$$

Она зависит от концентрации электронов  $n$ , и поэтому, измеряя постоянную Холла, можно определить концентрацию электронов внутри проводника.

Легко также видеть, что *знак* поперечной разности потенциалов зависит от знака заряда подвижных частиц, обуславливающих электропроводность. Действительно, пусть в проводящей пластинке ток течет слева направо (рис. 315, а). Если подвижные частицы в проводнике несут положительный заряд, то скорость этих частиц имеет то же

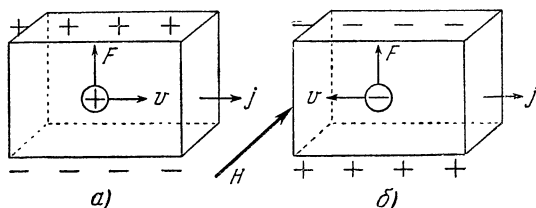


Рис. 315. Знак поперечной разности потенциалов в явлении Холла зависит от знака носителей заряда проводника.

направление, что и ток, и при указанном направлении магнитного поля сила Лорентца будет направлена снизу вверх. В этом случае верхняя грань пластинки будет заряжаться положительно, а нижняя — отрицательно. Если же частицы заряжены отрицательно, то их скорость направлена противоположно току (рис. 315, б). Так как сила Лорентца зависит и от заряда частиц, и от их скорости, то ее направление не изменится, и поэтому заряженные частицы будут также накапливаться у верхней грани. Однако, так как частицы заряжены отрицательно, верхняя грань в этом случае будет заряжаться отрицательно, а нижняя — положительно, т. е. явление Холла будет иметь обратный знак.

### § 165. Концентрация и подвижность электронов в металлах

Измеряя постоянную Холла, можно найти концентрацию носителей заряда  $n$ . Зная же электропроводность  $\lambda = enb$ , можно найти произведение  $nb$  и, следовательно, определить концентрацию  $n$  и подвижность  $b$  порознь,

Подобные определения, однако, в действительности сложнее, чем это может показаться на первый взгляд. Причина усложнений заключается в том, что изложенная выше простая теория явления Холла основана на классической электронной теории, имеющей ограниченную применимость в металлах. Поэтому формула (164.2) справедлива для металлов только приближенно. Более того, для некоторых металлов наблюдается обратный знак явления Холла, т. е. соответствующий движению положительных носителей заряда, в то время как в действительности и в этих металлах носителями заряда являются отрицательные электроны (*аномальное* явление Холла). Это явление объясняется современной квантовой теорией твердых тел и связано с существованием так называемых *положительных дырок* (ср. § 167).

Во всяком случае измерения постоянной Холла и электропроводности позволяют найти порядок величины концентрации и подвижности, что уже позволяет сделать важные выводы о природе электропроводности.

Величина концентрации электронов проводимости в металлах, определенная из значения постоянной Холла, имеет порядок величины  $10^{28} \text{ м}^{-3}$  и оказывается близкой к концентрации атомов (см. таблицу).

Металл	Ag	Cu	Al	Au	Pt	Li	Na
Число электронов проводимости на 1 атом металла . . .	0,75	0,8	2,0	0,9	2,7	0,53	0,65

Подвижности электронов в металлах, напротив, весьма малы. Выражая их в единицах  $\text{м}^2/\text{сек} \cdot \text{в}$  (т. е. выражая среднюю скорость, приобретаемую в поле 1  $\text{в/м}$ , в  $\text{м/сек}$ ), мы получаем для подвижностей величины порядка  $10^{-3} - 10^{-4} \text{ м}^2/\text{сек} \cdot \text{в}$ .

Металл	Ag	Na	Be	Cu	Au	Li	Al	Cd	Zn
Подвижность электронов, $10^{-4} \text{ м}^2/\text{сек} \cdot \text{в}$	56	48	44	35	30	19	10	7,9	5,8

Низкие значения подвижностей указывают на то, что электроны испытывают большое число соударений с кристаллической решеткой.

## § 166. Полупроводники и изоляторы

До сих пор мы ничего не говорили о процессах, приводящих к образованию электронов проводимости в проводниках. Для выяснения этого вопроса большое значение имеет исследование зависимости концентрации электронов проводимости от температуры.

Эти данные, как мы знаем (§ 165), можно получить, измеряя, например, значение постоянной Холла при различных температурах.

Опыт показывает, что в *металлах* концентрация электронов практически *не зависит от температуры*. Даже при самых низких температурах в металлах уже имеется большое количество подвижных электронов. Это показывает, что в образовании электронов проводимости в металлах тепловое движение не играет существенной роли.

Атомы типичных металлов характеризуются тем, что в них имеется один или несколько электронов, связанных с ядром слабо. При сближении атомов металла такие электроны *под действием сил взаимодействия с соседними атомами* отщепляются от своих атомов. Они принадлежат уже не какому-либо определенному атому, а всему металлу в целом и движутся по металлу в результирующем поле всех ионов и электронов. Эти отщепившиеся электроны и являются электронами проводимости.

Наряду с металлами мы встречаемся с проводниками и другого типа. Эти проводники являются, так же как и металлы, электронными (проводниками первого класса) и в них электрический ток не сопровождается никакими химическими изменениями. Однако концентрация носителей заряда в таких проводниках чрезвычайно сильно увеличивается с увеличением температуры. Подобные проводники при низких температурах имеют весьма большое удельное сопротивление и практически являются изоляторами, но с увеличением температуры их удельное сопротивление сильно уменьшается и при достаточно высоких температурах становится весьма малым. Вещества такого типа получили название электронных *полупроводников*.

Полупроводниками являются многие элементы (кремний, германий, селен и др.), закись меди  $\text{Cu}_2\text{O}$ , сернистый свинец  $\text{PbS}$  и многие другие химические соединения. Так, например, по данным опыта можно заключить, что концентрация электронов в чистейшем кремнии при комнатных температурах  $< 10^{17} \text{ м}^{-3}$ , а его удельное сопротивление должно быть  $> 10^3 \text{ ом} \cdot \text{м}$ ; но при температуре  $700^\circ \text{C}$  концентрация электронов в нем возрастает до  $10^{24} \text{ м}^{-3}$ , а удельное сопротивление падает до  $0,001 \text{ ом} \cdot \text{м}$ , т. е. больше чем в миллион раз.

Сильная зависимость концентрации носителей заряда в полупроводниках от температуры показывает, что в этом случае электроны проводимости возникают *под действием теплового движения*. В полупроводниках атомное взаимодействие само по себе еще не достаточно для отщепления электронов от атомов и превращения их в электроны проводимости. Для этого даже наиболее слабо связанным электронам нужно сообщить некоторую добавочную энергию  $W$  — *энергию ионизации*, которая и заимствуется из энергии теп-

лового движения тела. Чем выше температура, тем большее число электронов будет иметь тепловую энергию, равную или превышающую  $W$ , тем бóльшая часть электронов будет существовать в полупроводнике в отщепленном состоянии, т. е. в виде электронов проводимости.

Если величина энергии ионизации  $W$  велика по сравнению со средней энергией теплового движения (имеющей порядок  $kT$ ) при всех температурах в области существования данного кристалла, то электроны проводимости в заметном количестве не образуются и такой кристалл будет *изолятором*.

### § 167. Собственная электропроводность полупроводников

Остановимся подробнее на процессе образования электронов проводимости в полупроводниках. Для конкретности дальнейших рассуждений рассмотрим кремний, являющийся типичным полупроводником.

Атом кремния имеет порядковый номер в периодической системе Менделеева  $Z = 14$ . Поэтому заряд ядра атома кремния равен  $+14e$  и в состав его атома входит 14 электронов. Однако из них только четыре являются слабо связанными. Именно эти слабо связанные электроны участвуют в химических реакциях и обуславливают четыре валентности кремния, отчего они и получили название *валентных* электронов. Остальные десять электронов вместе

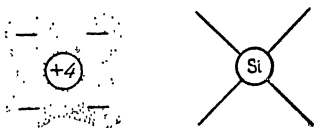


Рис. 316. Атом кремния и четыре его валентные связи.

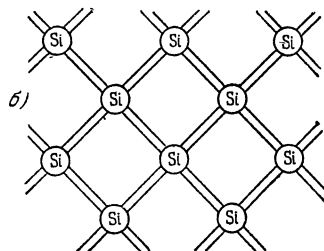
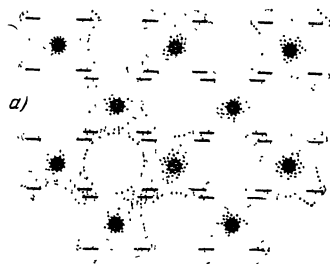


Рис. 317. Парно-электронные связи в кристалле кремния.

с ядром составляют *остов* атома, имеющий заряд  $+14e - 10e = +4e$ . Он окружен четырьмя валентными электронами, которые движутся вокруг остова и образуют облако отрицательного заряда (рис. 316).

В решетке кремния расположение атомов таково, что каждый атом окружен четырьмя ближайшими соседями. Упрощенная плоская схема расположения его атомов показана на рис. 317. Связь



двух соседних атомов обусловлена парой электронов, образующих так называемую *парно-электронную*, или *валентную*, связь.

Картина, изображенная на рис. 317, соответствует чистому кремнию (о влиянии примесей будет сказано ниже) и очень низкой температуре. В этом случае все валентные электроны участвуют в образовании связей между атомами, являются *структурными* элементами и не участвуют в электропроводности.

При повышении температуры кристалла тепловые колебания решетки приводят к разрыву некоторых валентных связей. В результате этого часть электронов, ранее участвовавших в образовании валентных связей, отщепляется и становится электронами проводимости. При наличии электрического поля они перемещаются против поля и образуют электрический ток.

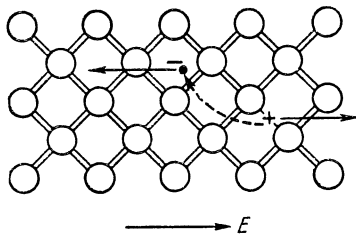


Рис. 318. Возникновение электрона проводимости и дырки в решетке кремния.

«пустые» места с отсутствующими электронами связи получили название «дырок» (рис. 318). Легко видеть, что возникновение дырок в кристалле полупроводника создает дополнительную возможность для переноса заряда. Действительно, при наличии дырки какой-либо из электронов связи может перейти на место дырки. В результате на этом месте будет восстановлена нормальная связь, но зато появится дырка в другом месте. В эту новую дырку в свою очередь сможет перейти какой-либо из других электронов связи и т. д. Такой процесс будет происходить многократно, в результате чего в образовании тока будут принимать участие не только электроны проводимости, но и электроны связи, которые будут постепенно перемещаться, так же как и электроны проводимости, против электрического поля. Сами же дырки будут двигаться противоположно, в направлении электрического поля, т. е. так, как двигались бы *положительно* заряженные частицы (рис. 319).

Рассмотренный процесс получил название *дырочной проводимости*. Следовательно, в полупроводниках возможны два различных процесса электропроводности: электронный, осуществляемый движением электронов проводимости, и дырочный, обусловленный движением дырок.

На первый взгляд может показаться, что представление об электропроводности с помощью дырок является весьма искусственным и даже неоправданным, так как дырки, т. е. «пустые» места, естественно, не могут пере-

носить электрический заряд, а в действительности, как мы видели, перенос заряда осуществляется перемещением электронов связи. Дело, однако, заключается в том, что движение электронов, как уже упоминалось (§ 163), подчиняется законам не классической, а квантовой механики. А законы квантовой механики показывают, что если только концентрация дырок мала по сравнению с концентрацией электронов связи, то простые законы движения полагают лишь для дырок, но не для электронов связи. А именно, оказывается, что дырки в электрических и магнитных полях движутся так же, как двигались бы *положительно* заряженные частицы, обладающие зарядом  $+e$  и некоторой определенной массой (вообще не равной массе электрона). Поэтому и все электрические процессы при наличии дырок происходят так, как если бы наряду с отрицательными электронами проводимости имелись еще и положительно заряженные частицы — дырки.

Наряду с переходами электронов из связанного состояния в свободное существуют обратные переходы, при которых электрон проводимости улавливается на одно из вакантных мест электронов связи. Этот процесс называют *рекомбинацией электрона и дырки*. В состоянии равновесия устанавливается такая концентрация электронов (и равная ей концентрация дырок), при которой число прямых и обратных переходов в единицу времени одинаково.

Рассмотренный процесс проводимости в совершенно чистых полупроводниках, лишенных вовсе химических примесей и других дефектов решетки, получил название *собственной* проводимости.

### § 168. Примесная электропроводность полупроводников

При наличии примесей электропроводность полупроводников сильно изменяется. Укажем в качестве примера, что кремний с добавкой фосфора в количестве всего около 0,001 атомного процента имеет удельное сопротивление при комнатной температуре около 0,006 *ом·м*, т. е. его сопротивление уменьшается более чем в 100 000 раз по сравнению с совершенно чистыми кристаллами.

Такое влияние примесей вполне объясняется изложенными выше представлениями о строении полупроводников. Вернемся опять к конкретному примеру кремния и предположим, что в нем имеются атомы химической примеси, замещающие некоторые атомы кремния. В качестве примеси рассмотрим сначала какой-либо элемент пятой группы, например мышьяк. Атом мышьяка как элемент пятой группы имеет

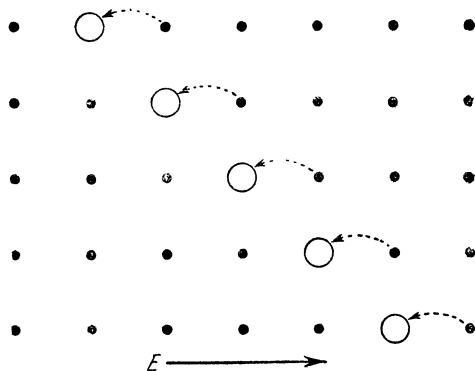


Рис. 319. Схема дырочной проводимости.

● — связанные электроны, ○ — вакантные места (дырки).

пять валентных электронов. Но для осуществления парно-электронных связей в решетке кремния, как мы видели, необходимы всего четыре электрона. Поэтому пятый электрон атома мышьяка оказывается связанным особенно слабо и может быть легко отщеплен при тепловых колебаниях решетки. При этом возникает один электрон проводимости, а атом мышьяка превращается в положительно заряженный ион. Образование же дырки не происходит. Подобный процесс схематически изображен на рис. 320, а.

Посмотрим теперь, как будет вести себя атом примеси какого-либо элемента, стоящего левее в периодической системе, нежели кремний; пусть это будет бор, стоящий в третьей группе. Атом

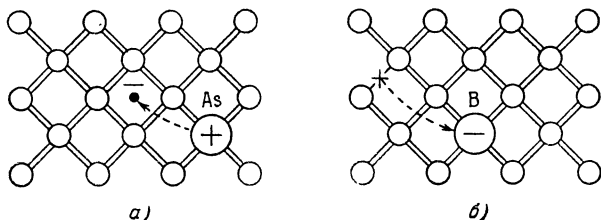


Рис. 320. Атомы мышьяка (а) и бора (б) в решетке кремния.

бора имеет всего три валентных электрона, в то время как для нормальной валентной связи в решетке кремния необходимы четыре электрона. Недостающий четвертый электрон будет захвачен из соседних мест кристалла, в соответствующем месте образуется дырка, а атом бора превратится в отрицательный ион (рис. 320, б). Таким образом, и при наличии бора в кристалле кремния окажется возможным возникновение тока, но, в отличие от случая мышьяка, электрический ток здесь будет обусловлен движением дырок, а не электронов.

Следовательно, электропроводность полупроводников может быть обусловлена также примесями (*примесная* проводимость). Примеси, вызывающие появление электронов проводимости (например, мышьяк в кремнии), получили название *донорных* примесей, а примеси, вызывающие появление дырок (например, бор в кремнии), названы *акцепторными*.

Резюмируя сказанное, мы видим, что полупроводники обладают той особенностью, что электропроводность в них может быть обусловлена как подвижными электронами, так и дырками. Если концентрация электронов в полупроводнике значительно больше концентрации дырок, то мы говорим, что полупроводник имеет *электронную* проводимость, или проводимость *n*-типа (от *negativ* — отрицательный). Если же значительно преобладают положительные дырки, то электропроводность называется *дырочной*, или *p*-типа

(от *positiv* — положительный). Носители заряда, представленные в большинстве (электроны в полупроводнике *n*-типа и дырки в полупроводнике *p*-типа), получили название *основных* носителей заряда, а представленные в меньшинстве — *неосновных*. Если же концентрации электронов и дырок сравнимы между собой, то мы имеем *смешанную* проводимость.

Так, например, кремний с примесью мышьяка при низких температурах имеет только примесную проводимость и является полупроводником *n*-типа. Основные носители заряда в нем — электроны, а неосновные — дырки. Последние возникают лишь в результате разрыва валентных связей и их количество при низких температурах мало. Но при увеличении температуры количество таких процессов увеличивается и появляется заметная собственная проводимость. При этом увеличивается и количество дырок, и электропроводность по типу делается смешанной. При достаточно высоких температурах примесная проводимость, напротив, делается гораздо меньше, нежели собственная, и концентрация дырок становится практически равной концентрации электронов.

## ГЛАВА XV

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ТОКИ В ВАКУУМЕ

#### § 169. Работа выхода

В гл. XIV мы видели, что в металлах имеются электроны проводимости, образующие своеобразный электронный газ и участвующие в тепловом движении. Так как электроны проводимости удерживаются внутри металла, то, значит, вблизи поверхности существуют силы, действующие на электроны и направленные внутрь металла. Чтобы электрон мог выйти из металла за его пределы, должна быть совершена определенная работа  $A$  против этих сил, которая получила название *работы выхода* электрона из металла. Эта работа, естественно, различна для разных металлов.

Так как электрон является заряженной частицей, то существование работы выхода показывает, что в поверхностном слое металла существует *электрическое поле*, а следовательно, электрический потенциал при переходе через этот поверхностный слой изменяется на некоторую величину  $\varphi$ , которая, так же как и работа выхода, является характеристикой металла. Эта *поверхностная разность потенциала* связана с работой выхода очевидным соотношением:

$$A = e\varphi, \quad (169.1)$$

где  $e$  — заряд электрона.

Изменение потенциала внутри металла в отсутствие тока можно наглядно представить при помощи диаграммы рис. 326, *a*. По вертикальной оси отложена потенциальная энергия электрона, т. е. произведение из заряда электрона на потенциал, причем значение потенциала вне металла принято равным нулю. Потенциальная энергия электрона вне металла постоянна, в поверхностном слое она быстро изменяется, а именно уменьшается на величину работы выхода (что соответствует силам, направленным внутрь металла), а внутри металла опять становится постоянной. Потенциальная энергия электрона в металле отрицательна относительно вакуума, а следовательно (так как заряд электрона отрицательный), потенциал внутри металла имеет относительно вакуума положительное значение. Таким образом, распределение потенциальной энергии электрона внутри металла можно представить в виде некоторого потенциального ящика или потенциальной ямы.

Картина изменения потенциальной энергии, изображенная на рис. 321, *a*, является приближенной. В решетке металла мы имеем периодическое распределение зарядов в виде положительных ионов и окружающих их облаков

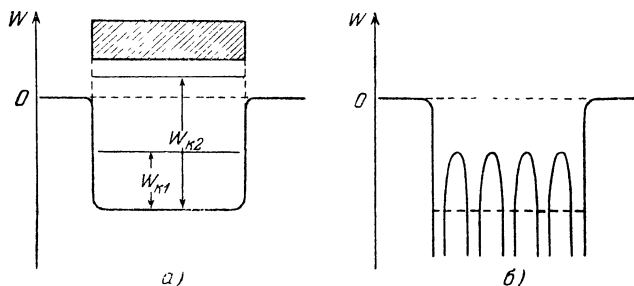


Рис. 321. Потенциальная энергия электрона в металле. *a* — приближенная схема, *b* — более точная. Пунктир на рис. *b* представляет среднее значение потенциальной энергии и соответствует дну потенциального ящика на рис. *a*.

отрицательного заряда, и поэтому потенциальная энергия периодически изменяется в пространстве. Она принимает наименьшие значения в местах нахождения положительных ионов и наибольшие — в промежутке между ними (рис. 321, *b*). Изображая металл в виде потенциального ящика с гладким дном, мы заменяем периодический потенциал его средним значением, что оказывается, однако, вполне допустимым приближением при рассмотрении явлений электронной эмиссии.

Остановимся теперь на происхождении работы выхода. В настоящее время можно указать две наиболее вероятные причины ее возникновения. Одна из них заключается в индукционном действии удаляемого электрона на металл. Такой электрон вызывает на поверхности металла положительный индуцированный заряд, отчего между электроном и металлом возникает сила притяжения, препят-

ствующая удалению электрона. Эту силу можно рассчитать по методу зеркальных изображений (§ 40). Работа против этой «силы зеркального изображения» представляет собой часть работы выхода электрона.

Вторая причина заключается в следующем. Электроны металла при своем тепловом движении способны пересекать поверхность металла и удаляться от нее на малые расстояния. Поэтому над поверхностью металла существует электронная атмосфера, плотность которой очень быстро убывает по мере удаления от поверхности металла. В результате у поверхности металла образуется как бы заряженный конденсатор (двойной электрический слой), отрицательной обкладкой которого является электронная атмосфера, а положительной — слой ионов металла. Такой двойной слой не вызывает электрического поля во внешнем пространстве, но прохождение электрона через него сопровождается совершением определенной работы. Полная работа выхода электрона обуславливается обеими причинами, т. е. и двойным электрическим слоем и силами зеркального изображения.

Если электрон внутри металла имеет кинетическую энергию  $W_{к1}$ , меньшую, чем глубина потенциального ящика (рис. 321, а), то такой электрон не сможет покинуть металл. Если же кинетическая энергия электрона  $W_{к2}$  больше глубины потенциального ящика, то электрон вылетает из металла. Условие вылета электрона из металла:

$$\frac{1}{2} m v^2 \geq e\phi, \quad (169.2)$$

где  $m$  — масса электрона,  $v$  — его скорость.

Работа выхода для металлов имеет порядок нескольких электрон-вольт. Произведение же  $kT$ , определяющее порядок величины энергии теплового движения, при комнатной температуре ( $300^\circ\text{K}$ ) равно только  $kT = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 = 4,15 \cdot 10^{-21} \text{ дж}$  или  $\frac{4,15 \cdot 10^{-21}}{1,60 \cdot 10^{-19}} = 0,026 \text{ эв}$ .

Поэтому при комнатных температурах подавляющее большинство электронов проводимости связано в пределах металла.

Однако электронам можно сообщить различными способами дополнительную энергию. В этом случае часть электронов металла получает возможность покинуть металл и мы наблюдаем явления *испускания* электронов, или *электронной эмиссии*, которые и рассматриваются в настоящей главе.

В зависимости от того, каким способом сообщена электронам энергия, мы различаем разные типы электронной эмиссии. Если электроны получают энергию за счет тепловой энергии тела при повышении температуры этого тела, мы говорим о *термоэлектронной эмиссии*; при подведении энергии светом мы имеем явление *фотоэмиссии* или фотоэлектрический эффект; если энергия сообщается электронам при бомбардировке извне какими-либо другими

частицами (электронами, ионами), мы наблюдаем *вторичную электронную эмиссию*.

Отметим, что в рассмотренной выше трактовке работа выхода электрона равна глубине потенциального ящика. Это соответствует классической электронной теории металлов, в которой предполагается, что кинетическая энергия электронного газа в металле распределена по закону Максвелла и при температуре абсолютного нуля равна нулю. Однако в действительности это не так, и даже при абсолютном нуле кинетическая энергия электронов проводимости не равна нулю. Она различна для разных электронов и имеет некоторое максимальное значение  $\epsilon_0$  («энергия Ферми»). Квантовая теория металлов учитывает это обстоятельство, и поэтому трактовка работы выхода в ней иная. А именно, если  $\Phi$  есть среднее значение потенциала (положительное) внутри металла (так называемый *внутренний потенциал металла*), то глубина ящика потенциальной энергии есть  $e\Phi$ . Работа выхода равна *разности* высоты потенциального барьера  $e\Phi$  и энергии Ферми  $\epsilon_0$ , т. е.

$$A = e\Phi - \epsilon_0.$$

## § 170. Термоэлектронная эмиссия

Для наблюдения термоэлектронной эмиссии может служить пустотная лампа, содержащая два электрода: один — в виде проволоки из тугоплавкого материала (вольфрам, молибден и др.), раскаливаемой током (катод), и другой, холодный электрод, собирающий термоэлектроны (анод). Подобные лампы получили широкое применение в современной радиотехнике для выпрямления переменных токов (так называемые *вакуумные диоды*, см. § 173). Аноду диода чаще всего придает форму цилиндра, внутри которого расположен накаливаемый катод.

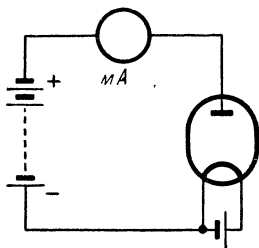


Рис. 322. Схема для наблюдения термоэлектронной эмиссии.

Если составить электрическую цепь, содержащую вакуумный диод, источник напряжения и миллиамперметр (рис. 322), то при холодном катоде ток в цепи не возникнет, так как сильно разреженный газ внутри диода (вакуум) не содержит заряженных частиц, и потому электропроводность диода практически равна нулю.

Если же раскалить катод диода при помощи дополнительного источника тока до высокой температуры, то миллиамперметр обнаруживает появление тока.

Ток в цепи диода появляется только в том случае, если положительный полюс батареи соединен с анодом, а отрицательный — с катодом. Если же изменить знак разности потенциалов, приложенной к диоду, то тока в цепи не будет, как бы сильно мы ни раскаляли катод. Это обстоятельство показывает, что катод испускает отрицательные частицы, т. е. электроны, и что положительные ионы не покидают металл в заметном количестве.

Сила термоэлектронного тока в диоде зависит от величины потенциала анода относительно катода (при этом мы считаем, что падение напряжения на самом катоде достаточно мало, и поэтому не уточняем, относительно какой точки катода измеряется анодный потенциал). Кривая, изображающая зависимость силы тока в диоде от анодного напряжения (*вольт-амперная характеристика*), изображена на рис. 323 (кривая 014). Когда потенциал анода равен нулю, сила тока через диод мала. При увеличении положительного потенциала анода сила тока возрастает в соответствии с кривой 01. При дальнейшем возрастании анодного напряжения сила тока достигает некоторого максимального значения  $i_s$ , называемого *током насыщения* диода, и почти перестает зависеть от анодного напряжения (участок характеристики 14).

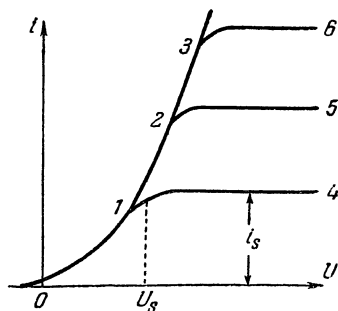


Рис. 323. Вольт-амперные характеристики диода при различных температурах катода.

При увеличении температуры катода характеристика изображается кривыми 0125, 01236 и т. д. При значениях тока, меньших  $i_s$ , зависимость силы тока от напряжения при всех температурах изображается одной и той же кривой 0123. Различными при разных температурах оказываются значения тока насыщения  $i_s$ , которые быстро увеличиваются при возрастании температуры катода. При этом увеличивается и то анодное напряжение  $U_s$ , при котором устанавливается ток насыщения.

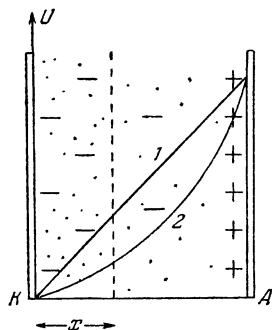


Рис. 324. Пространственный заряд в диоде и вызываемое им перераспределение потенциала.

1 — распределение потенциала в отсутствие пространственного заряда, 2 — распределение потенциала при наличии пространственного заряда.

Мы видим, что вольт-амперная характеристика электронной лампы оказывается *нелинейной*, а следовательно, электронная лампа представляет собой пример проводника, не подчиняющегося закону Ома.

Зависимость тока диода от напряжения имеет простое объяснение. При наличии термоэлектронной эмиссии в пространстве между катодом и анодом в любой момент времени находятся электроны, движущиеся от катода к аноду, которые образуют облако отрицательного заряда (*пространственный заряд*). Этот пространственный заряд изменяет распределение потенциала в диоде. Если катод и анод представляют собой плоские пластины, параллельные друг другу (рис. 324), то в отсутствие пространственного заряда (при



холодном катоде) распределение потенциала между катодом и анодом, образующими плоский конденсатор, изображается прямой линией 1. При наличии термоэлектронного тока (накаливание катода) между катодом и анодом возникает пространственный заряд и распределение потенциала изменяется; оно выражается теперь кривой 2. При этом значение потенциала в любой плоскости  $x$  оказывается меньше, чем в отсутствие пространственного заряда, а следовательно, и скорости движения электронов при наличии пространственного заряда уменьшаются. С увеличением анодного напряжения концентрация электронов в облаке пространственного заряда уменьшается. Поэтому и тормозящее действие пространственного заряда делается меньше, и анодный ток увеличивается.

Отметим, что распределение потенциала, изображенное кривой 2, получается в том случае, когда начальные скорости вылета электронов из катода достаточно малы, что обычно и имеет место. В тех же случаях, когда начальными скоростями нельзя пренебрегать, распределение потенциала имеет более сложный вид.

С. А. Богуславский и Лэнгмюр независимо друг от друга показали, что зависимость тока диода  $i$  от потенциала анода  $U$  имеет вид:

$$i = CU^{\frac{3}{2}}, \quad (170.1)$$

где  $C$  зависит от формы и размеров электродов.

Для плоского диода

$$C = \frac{4}{9} \epsilon_0 \frac{S}{d^2} \sqrt{\frac{2e}{m}}, \quad (170.2)$$

где  $\frac{e}{m}$  — удельный заряд электрона,  $d$  — расстояние между катодом и анодом,  $S$  — поверхность катода (равная поверхности анода),  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная (см. Добавление 6).

Формула (170.1) выражает уравнение кривой 0 1 2 3 рис. 324. Она носит название закона Богуславского — Лэнгмюра или «закона  $\frac{3}{2}$ ».

Когда потенциал анода становится настолько большим, что все электроны, испускаемые катодом за каждую единицу времени, попадают на анод, ток достигает своего максимального значения и перестает зависеть от анодного напряжения. Плотность тока насыщения  $j_s$ , т. е. сила тока насыщения на каждую единицу поверхности катода, характеризует *эмиссионную способность* катода, которая зависит от природы катода и его температуры.

## § 171. Зависимость тока насыщения от температуры

Посмотрим теперь, каким образом ток насыщения диода зависит от температуры.

Как уже говорилось в § 169, термоэлектронная эмиссия заключается в том, что наиболее быстрые электроны металла, обладающие

кинетической энергией теплового движения, большей, чем работа выхода, встречая поверхность металла, преодолевают потенциальный барьер на поверхности и выходят за пределы металла. Это явление можно рассматривать как *испарение* электронов из металла.

Обозначим число электронов, испаряющихся с каждой единицы поверхности металла в единицу времени через  $n_1$ . Тогда плотность тока насыщения, очевидно, равна

$$j_s = n_1 e,$$

где  $e$  — заряд электрона.

Чтобы вычислить число испаряющихся электронов  $n_1$ , рассмотрим кусок металла, который раскален до высокой температуры  $T$  и заключен в замкнутый сосуд, поддерживаемый при той же температуре. С поверхности металла будет происходить испарение электронов, и обратно, часть этих электронов, находящихся *вне* металла, при тепловом движении будет встречать поверхность металла и конденсироваться на ней. В состоянии термодинамического равновесия над металлом будет существовать электронный пар, подобный насыщенному пару над жидкостью; концентрация электронного пара  $\nu$  определяется условием, что скорость конденсации электронов как раз равна скорости испарения.

Скорость конденсации электронного пара можно просто вычислить, а отсюда найти и скорость испарения. Так как тепловое движение совершенно хаотично, то можно считать, что из  $\nu$  электронов, находящихся в каждой единице объема электронного пара, лишь  $1/3$  движется перпендикулярно к поверхности металла, а из этого количества только  $1/2$  движется по направлению к металлу. Поэтому, если  $\bar{v}$  есть средняя скорость теплового движения, то

$$n_1 = \frac{1}{6} \nu \bar{v}.$$

Концентрацию  $\nu$  электронного пара можно выразить через концентрацию  $n$  электронов в металле. Действительно, различие обеих концентраций обусловлено тем, что при переходе электрона из металла в пар энергия электрона возрастает на величину работы выхода  $e\phi$ . Поэтому отношение обеих концентраций определяется той же формулой, что и отношение концентраций атомов газа в поле тяжести (закон Больцмана), а именно:

$$\frac{\nu}{n} = e^{-\frac{e\phi}{kT}},$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  дж/град есть постоянная Больцмана.

Учитывая, наконец, что тепловая скорость электронов  $\bar{v}$  пропорциональна  $\sqrt{T}$ , находим:

$$j_s = CT^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{e\phi}{kT}}, \quad (171.1)$$

Здесь  $C$  — постоянная, различная для разных металлов. Эта формула выражает зависимость плотности тока насыщения катода от температуры и известна в литературе под названием *формулы Ричардсона*.

Приведенный выше вывод был основан на представлениях классической электронной теории. Квантовая теория металлов приводит к несколько иному соотношению, а именно:

$$j_s = AT^2 e^{-\frac{e\varphi}{kT}}, \quad (171.2)$$

в которое вместо  $T^{\frac{1}{2}}$  входит  $T^2$ . Однако это различие не существенно, так как зависимость  $j_s$  от  $T$  определяется главным образом

экспоненциальным множителем  $e^{-\frac{e\varphi}{kT}}$ , чрезвычайно сильно изменяющимся с изменением температуры, и поэтому обе формулы дают практически совпадающие результаты. Постоянная  $A$  оказывается одинаковой для всех металлов и равной  $A = 6,02 \cdot 10^5 \text{ а/м}^2 \cdot \text{град}^2$ .

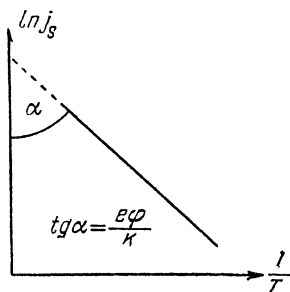
Логарифмируя обе части формулы (171.2), имеем:

$$\ln j_s = \ln A + \ln T^2 - \frac{e\varphi}{k} \cdot \frac{1}{T}.$$

Так как  $\ln T^2$  изменяется очень медленно по сравнению с третьим членом формулы, то с большой степенью приближения можно положить:

$$\ln j_s = \text{const} - \frac{e\varphi}{k} \frac{1}{T}.$$

Рис. 325. Зависимость термоэлектронного тока насыщения от температуры.



Это значит, что на графике, изображающем зависимость  $\ln j_s$  от обратной величины абсолютной температуры катода  $\frac{1}{T}$ , мы должны получить

прямую линию (рис. 325). Этот вывод хорошо оправдывается на опыте. Угол наклона  $\alpha$  этой прямой к оси  $\frac{1}{T}$  выражается соотношением

$$\alpha = \text{arctg} \frac{e\varphi}{k}.$$

Измеряя на опыте зависимость тока насыщения от температуры, можно определить работу выхода  $e\varphi$  для данного металла. Работа выхода для некоторых металлов приведена в таблице. Для всех металлов она имеет величину порядка нескольких электрон-вольт.

Металл	W	Mo	Pt	Fe	Mg	Na
Работа выхода, эв	4,50	4,27	5,29	4,36	3,46	2,27

Отметим, что наряду с термоэлектронной эмиссией существуют и другие явления, позволяющие определить работу выхода (фотоэлектрический эффект, контактная разность потенциалов). Значения работы выхода, определенные различными методами, удовлетворительно совпадают друг с другом.

## § 172. Сложные катоды

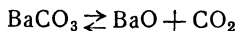
Плотность тока насыщения  $j_s$  в соответствии с формулами (171.1) и (171.2) чрезвычайно сильно зависит от температуры. Так, например, для вольфрама при температуре  $1000^\circ\text{C}$   $j_s$  менее  $10^{-4}$   $\text{a}/\text{m}^2$ , при  $2000^\circ\text{C}$  — уже около  $10^3$   $\text{a}/\text{m}^2$ , а при температуре  $2500^\circ\text{C}$  достигает весьма большой величины — приблизительно  $10^5$   $\text{a}/\text{m}^2$ . Приведенные цифры одновременно показывают, что для получения заметного термоэлектронного тока с вольфрамового катода его необходимо накаливать до очень высокой температуры.

С другой стороны, для целей практики очень важно по возможности снизить рабочую температуру катода электронной лампы, так как при этом уменьшается мощность, расходуемая на накал катода, и увеличивается срок службы лампы. Поэтому в настоящее время наряду с катодами из чистых тугоплавких металлов (вольфрам, молибден) широко применяются катоды более сложного устройства.

Большое техническое применение получил так называемый *оксидный катод*. Он содержит металлическую подложку (кern) (рис. 326), на которую нанесен слой окислов щелочноземельных металлов (BaO, SrO, CaO или их смесь).

Для накаливания катода через kern пропускают ток («катоде прямого нагрева») или нагревают катод при помощи вспомогательной металлической спирали («подогревные катоды»). Для придания катоду высокой эмиссионной способности его подвергают дополнительной обработке (*активирование*), состоящей в том, что через электронную лампу при температуре катода около  $1000^\circ\text{C}$  в течение некоторого времени пропускают термоэлектронный ток. Согласно современным воззрениям при активировании катода на его поверхности возникает одноатомный слой положительных ионов щелочноземельного металла (рис. 332), который сильно понижает работу выхода и этим увеличивает эмиссионную способность катода.

При изготовлении оксидных катодов на kern сначала наносят углекислые соединения щелочноземельных металлов ( $\text{BaCO}_3$ ,  $\text{SrCO}_3$ ,  $\text{CaCO}_3$ ) и затем прокалывают катод перед активированием в вакууме. При этом углекислые соединения разлагаются согласно реакции



и kern оказывается покрытым окислами.

Современные оксидные катоды отличаются высокими качествами. Их рабочая температура равна  $800\text{--}900^\circ\text{C}$ , а иногда и ниже. Их нормальная эмиссионная способность достигает  $10^4$   $\text{a}/\text{m}^2$ . Для сравнения укажем, что рабочая температура вольфрамовых катодов лежит около  $2200^\circ\text{C}$ , а снимаемые с них термоэлектронные токи на практике не превышают  $10^3$   $\text{a}/\text{m}^2$ . При очень кратковременных токах (импульсы тока длительностью

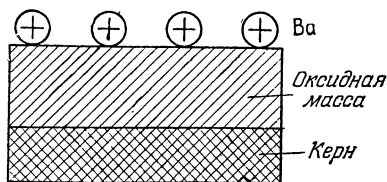


Рис. 326. Структура оксидного катода (схематически).

$10^{-6} - 10^{-5}$  сек.) оксидные катоды способны давать эмиссию до  $10^6 \text{ а/м}^2$  и выше.

Отметим, что, несмотря на широкое техническое использование оксидных катодов, многие детали происходящих в них процессов еще окончательно не выяснены.

### § 173. Электронная лампа как выпрямитель

Так как раскаленный катод электронной лампы испускает только электроны, но не положительные ионы, лампа пропускает ток только тогда, когда ее катод соединен с отрицательным полюсом источника.

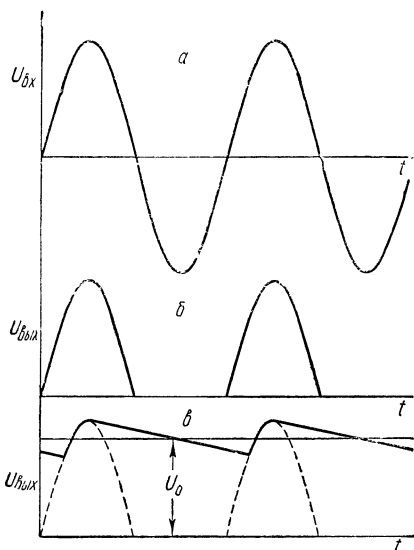
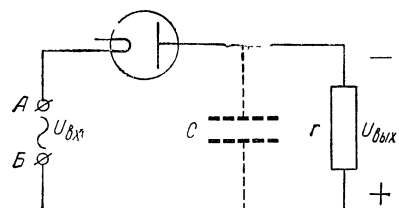


Рис. 327. Выпрямитель с электронной лампой.

включенный параллельно нагрузке (пунктир на рис. 327). При нарастании напряжения конденсатор быстро заряжается, но затем, при уменьшении входного напряжения, медленно разряжается. Он разряжается только через нагрузочное сопротивление  $r$ , так как

При перемене полярности приложенного напряжения все термоэлектроны возвращаются в катод и ток через лампу не проходит. Поэтому лампа обладает *односторонней* проводимостью и является *вентилем*, пропускающим ток только в одном направлении.

Вентильное действие диодов широко используют для устройства *выпрямителей*, предназначенных для превращения переменного тока в постоянный. Простейшая схема выпрямителя с электронной лампой показана на рис. 327. Переменное напряжение между точками  $A$  и  $B$  (входное напряжение  $U_{вх}$ ) изменяется во времени согласно кривой  $a$ . Вследствие вентильного свойства лампы ток в нагрузочном сопротивлении  $r$  имеет только в те полупериоды, когда лампа пропускает ток. Поэтому выходное напряжение  $U_{вых}$  на сопротивлении  $r$  изображается кривой  $b$  и мы получаем пульсирующее напряжение *одного* знака.

Чтобы избавиться от пульсаций, между диодом и нагрузкой включают фильтры. Простейший из них представляет собой конденсатор.

электроны в диоде не могут идти от анода к катоду. В результате получается выходное напряжение, изображаемое кривой *в*. Пульсации напряжения тем меньше, чем больше постоянная времени цепи *rC*. При увеличении *r* постоянная составляющая напряжения  $U_0$  стремится к максимальному (пиковому) значению входного напряжения.

На рис. 328 показана схема *двухполупериодного* выпрямителя. В каждый момент времени работает лишь одна из ламп, а именно та, напряжение на которой соответствует пропускному направлению, и заряжает соединенный с нею конденсатор. Оба конденсатора соединены последовательно, и поэтому выходное напряжение выпрямителя (при отсутствии нагрузки) равно удвоенному пиковому значению входного напряжения.

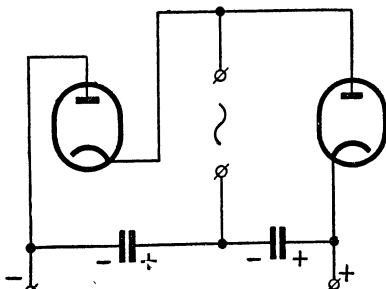


Рис. 328. Схема двухполупериодного выпрямителя.

### § 174. Трехэлектродные электронные лампы (триоды)

Основное техническое значение электронных ламп определяется тем, что электронным током в лампе можно легко управлять. Для этого внутрь лампы вводят один или несколько дополнительных

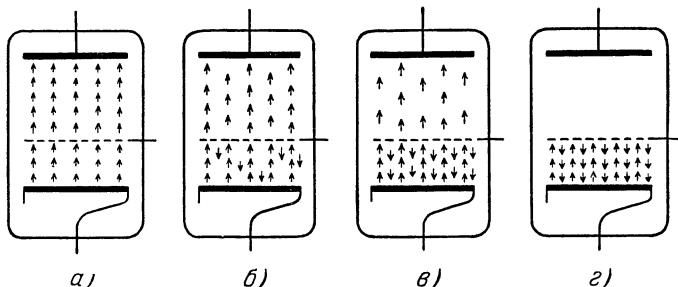


Рис. 329. Управляющее действие сетки.

*а* — потенциал сетки равен нулю, *б* — потенциал сетки отрицателен, *в* — отрицательный потенциал сетки больше, чем в случае *б*, *г* — запирающее напряжение.

металлических электродов; их чаще всего делают в виде проволочных спиралей и помещают между катодом и анодом. Эти дополнительные электроды получили название *сеток*.

Рассмотрим *трехэлектродную* лампу, или *триод*. Она имеет накаливаемый катод, анод и единственную сетку (рис. 329).

Электронный ток в такой лампе зависит не только от потенциала анода, но и от потенциала сетки относительно катода. Если потенциал сетки равен нулю, то количество электронов, достигающих анода, будет практически то же, что и в отсутствие сетки (*a*). При положительном потенциале сетки пространственный заряд в лампе уменьшится и ток анода будет больше. Напротив, при отрицательном потенциале сетки пространственный заряд увеличится; вследствие этого часть термоэлектронов будет возвращена обратно в катод и ток анода будет меньше, чем в отсутствие сетки (*b*). При увеличении отрицательного потенциала сетки анодный ток будет уменьшаться (*в*) и при некотором потенциале сетки ток в лампе будет заперт вовсе (*г*). Этот запирающий отрицательный потенциал, очевидно, будет тем

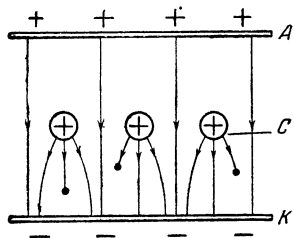


Рис. 330. Электрическое поле внутри триода (схематически).

больше, чем выше положительный потенциал анода. Из сказанного ясно, что, изменяя потенциал сетки, мы можем изменять и ток анода, т. е. им управлять. Так как масса электронов ничтожна, то инерция триода очень мала и его управляющее действие сохраняется даже при очень быстрых изменениях потенциала сетки. Рассмотрим подробнее, от чего и как зависит сила термоэлектронного тока в трех-электродной лампе. Картина электрического поля триода схематически представлена на рис. 330. При наличии сетки силовые линии, которые заканчиваются частично на катоде, а частично на электронах пространственного заряда, исходят не только из анода *A*, но и из проволок сетки *C*. Поэтому электрическое поле вблизи катода, а значит, и пространственный заряд зависят как от потенциала анода  $U_a$ , так и от потенциала сетки  $U_c$ . Однако, так как анод частично экранируется сеткой, влияние потенциала анода слабее, чем влияние потенциала сетки, и поэтому можно положить, что полный ток с катода определяется некоторым результирующим или *управляющим напряжением*

$$U_y = U_c + D U_a. \quad (174.1)$$

Здесь  $D$  — величина, зависящая от устройства лампы, причем  $D < 1$ . Ее значение тем меньше, чем гуще сетка и чем ближе она расположена к катоду. Она получила название *проницаемости* сетки, а обратную ей величину

$$K = \frac{1}{D} \quad (174.2)$$

называют *коэффициентом усиления* лампы (см. ниже). Из сказанного следует, что ток с катода, или полный ток лампы  $i$ , есть

функция управляющего напряжения:

$$i = f(U_c + DU_a). \quad (174.3)$$

Часть электронного потока лампы попадает на сетку, и в цепи сетки возникает некоторый ток  $i_c$ . Очевидно, что полный ток лампы есть сумма токов анода и сетки:

$$i = i_a + i_c, \quad (174.4)$$

Отметим, что появление заметного тока сетки представляет собой нежелательное явление, так как приводит к бесполезному расходу мощности в цепи сетки. Однако в большинстве случаев ток сетки мал по сравнению с током анода, и поэтому можно положить:

$$i_a \cong i = f(U_c + DU_a). \quad (174.5)$$

Свойства триода можно вполне определить, задавая кривые зависимости анодного тока  $i_a$  от напряжения сетки  $U_c$  при различных значениях напряжения на аноде  $U_a$  в качестве параметра. Такие кривые называют *сеточными характеристиками* триода; они приведены на рис. 331. Из этих кривых видно, что одно и то же значение  $i_a$  можно получить при разных значениях напряжения  $U_c$ . Чем выше потенциал анода  $U_a$ , тем ниже должен быть потенциал сетки  $U_c$  для получения одного и того же тока; или, иначе, при повышении потенциала анода сеточные характеристики смещаются в сторону уменьшения потенциала сетки. Величина

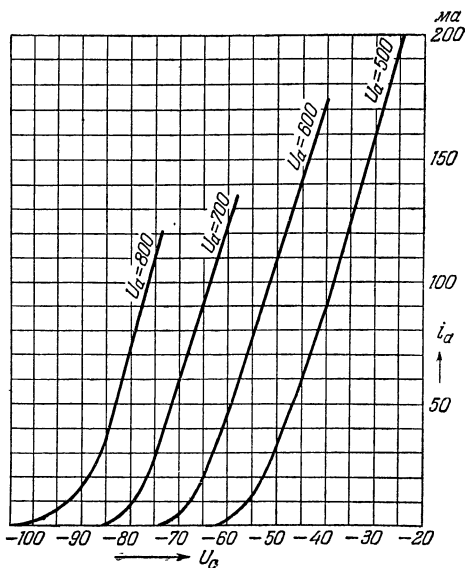


Рис. 331. Сеточные характеристики мощного триода.

$$S = \left( \frac{\partial i_a}{\partial U_c} \right)_{U_a} \quad (174.6)$$

характеризует быстроту изменения анодного тока при изменении потенциала сетки или *крутизну* характеристики. Индекс  $U_a$  обозначает, что потенциал анода остается постоянным. Крутизна характеристики  $S$  равна, очевидно, тангенсу угла наклона сеточной характеристики в рассматриваемой точке.



Если бы мы изображали зависимость анодного тока  $i_a$  от анодного напряжения  $U_a$  при различных постоянных значениях  $U_c$ , то получили бы семейство кривых, называемых *анодными характеристиками* триода. Такие кривые для того же триода, к которому относится рис. 331, изображены на рис. 332. При повышении сеточного потенциала анодные характеристики смещаются в сторону уменьшения потенциала анода.

Мы видим, что триоды, так же как и диоды, представляют при мер проводников с *нелинейной*

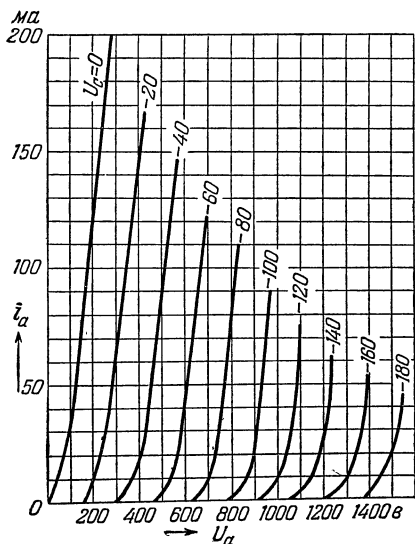


Рис. 332. Анодные характеристики триода.

вают его *внутренним сопротивлением*. Из формулы (174.7) видно, что внутреннее сопротивление триода равно тангенсу угла наклона анодной характеристики к оси токов в данной точке. Оно характеризует быстроту изменения анодного напряжения при изменении анодного тока.

Крутизна характеристики  $S$  и внутреннее сопротивление  $R_i$  триода в рабочей точке, а также проницаемость сетки  $D$  являются важнейшими величинами, характеризующими триод.

Отметим, что эти величины не являются независимыми. Продифференцируем обе части (174.5) по  $i_a$ , считая  $U_c = \text{const}$ . Получим:

$$1 = \frac{\partial f}{\partial U_y} \left( \frac{\partial U_y}{\partial U_a} \right)_{U_c} \left( \frac{\partial U_a}{\partial i_a} \right)_{U_c}.$$

Однако достаточно малый отрезок характеристики можно считать отрезком прямой линии и говорить о сопротивлении при данном значении напряжения (или тока). Поэтому проводники, не подчиняющиеся закону Ома (*нелинейные* сопротивления), характеризуют, задавая их *дифференциальное* сопротивление  $R = \frac{\partial U}{\partial i}$ . Применяя это понятие к триоду и обозначая его дифференциальное сопротивление через  $R_i$ , мы имеем, следовательно:

$$R_i = \left( \frac{\partial U_a}{\partial i_a} \right)_{U_c}, \quad (174.7)$$

где индекс  $U_c$  указывает на то, что потенциал сетки поддерживается постоянным. Дифференциальное сопротивление триода часто называют

Но

$$\left(\frac{\partial U_y}{\partial U_a}\right)_{U_c} = D, \quad \frac{\partial f}{\partial U_y} = \left(\frac{\partial f}{\partial U_c}\right)_{U_a} = S, \quad \left(\frac{\partial U_a}{\partial i_a}\right)_{U_c} = R_i.$$

Поэтому

$$SDR_i = 1. \tag{174.8}$$

### § 175. Усиление электрических сигналов

Управляющее действие сетки, рассмотренное в предыдущем параграфе, позволяет использовать триоды для усиления электрических сигналов и переменных токов.

Принципиальная схема усилителя с трехэлектродной лампой показана на рис. 333. Анодная цепь лампы содержит источник тока с э. д. с.  $\mathcal{E}$  и нагрузочное сопротивление, величину которого обозначим через  $R_a$ . Усиливаемое переменное напряжение  $U_c$  прикладывается между сеткой и катодом лампы.

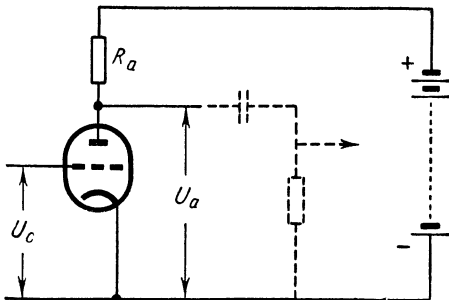


Рис. 333. Схема усилителя на сопротивлениях.

Сила тока  $i_a$  в анодной цепи определяется как напряжением на сетке  $U_c$ , так и напряжением на аноде  $U_a$  и может быть представлена как некоторая функция управляющего напряжения (174.5):

$$i_a = f(U_c + DU_a). \tag{175.1}$$

Поэтому всякое изменение сеточного напряжения  $\Delta U_c$  вызывает определенное изменение анодного тока  $\Delta i_a$ .

Но напряжение между анодом и катодом согласно закону Ома для участка цепи с э. д. с. выражается соотношением:

$$U_a = \mathcal{E} - R_a i_a.$$

Поэтому изменение анодного тока  $\Delta i_a$  вызовет изменение анодного напряжения:

$$\Delta U_a = -R_a \Delta i_a, \tag{175.2}$$

и если к сетке приложено переменное напряжение, то и на аноде лампы (на нагрузочном сопротивлении  $R_a$ ) появится также переменное напряжение.

Легко видеть, что изменение анодного напряжения  $\Delta U_a$  может быть больше, чем  $\Delta U_c$ . Чтобы проще всего в этом убедиться, рассмотрим важный частный случай, когда нагрузочное сопротивление намного больше внутреннего сопротивления лампы,  $R_a \gg R_i$ . В этом

случае ток через лампу будет практически определяться только сопротивлением  $R_a$ , а значит, будет оставаться постоянным. Но согласно (175.1) это значит, что

$$U_c + DU_a = \text{const.}$$

Поэтому

$$\Delta U_c + D \Delta U_a = 0,$$

а следовательно,

$$\frac{\Delta U_a}{\Delta U_c} = -\frac{1}{D} = -K. \quad (175.3)$$

Так как всегда проницаемость сетки  $D < 1$ , то  $\Delta U_a > \Delta U_c$ , и мы имеем *усиление напряжения*. Из (175.3) видно, что отношение обоих напряжений в этом случае равно  $K = \frac{1}{D}$ , чем и объясняется название «коэффициент усиления» для величины  $K$ .

Знак минус в формуле (175.3) показывает, что *увеличение* потенциала сетки (положительного) вызывает *уменьшение* потенциала на аноде. При наличии колебательного сеточного напряжения это обозначает, что колебания анодного напряжения *противоположны по фазе* колебаниям напряжения на сетке.

Рассмотрим теперь второй предельный случай:  $R_a \ll R_i$ . В этом случае напряжение на аноде лампы будет равно э. д. с. источника  $\mathcal{E}$ , а следовательно, здесь, в противоположность предыдущему примеру, постоянным будет оставаться анодное напряжение  $U_a$ . Напротив, изменения анодного тока в этом случае будут наибольшими.

Обращаясь вновь к формуле (175.1), можно написать для малых изменений тока:

$$\Delta i_a = \left( \frac{\partial i_a}{\partial U_c} \right)_{U_a} \cdot \Delta U_c.$$

Но производная в правой части есть крутизна  $S$  сеточной характеристики, и поэтому

$$\Delta i_a = S \Delta U_c.$$

Так как  $\Delta U_c = \Delta i_c r$ , где  $\Delta i_c$  — изменение тока сетки, а  $r$  — сопротивление между сеткой и катодом, то для коэффициента усиления по току находим:

$$\frac{\Delta i_a}{\Delta i_c} = Sr. \quad (175.4)$$

Усиление по току тем больше, чем больше крутизна характеристики  $S$ .

В общем случае, когда нагрузочное сопротивление  $R_a$  сравнимо с внутренним сопротивлением  $R_i$ , для малого изменения анодного тока можно написать:

$$\Delta i_a = \left( \frac{\partial i_a}{\partial U_c} \right)_{U_a} \Delta U_c + \left( \frac{\partial i_a}{\partial U_a} \right)_{U_c} \Delta U_a.$$

Но

$$\left( \frac{\partial i_a}{\partial U_c} \right)_{U_a} = S, \quad \left( \frac{\partial i_a}{\partial U_a} \right)_{U_c} = \frac{1}{R_i}.$$

Кроме того, согласно (175.2)

$$\Delta U_a = -R_a \Delta i_a.$$

Поэтому

$$\Delta i_a = S \Delta U_c - \frac{R_a}{R_i} \Delta i_a,$$

или

$$\Delta i_a = \frac{R_i S}{R_a + R_i} \Delta U_c.$$

Отсюда находим изменение анодного напряжения:

$$\Delta U_a = -R_a \Delta i_a = -\frac{R_a}{R_a + R_i} R_i S \Delta U_c.$$

Согласно (174.8) заменяем в этом выражении  $R_i S$  на  $\frac{1}{D} = K$  и получаем окончательно:

$$\Delta U_a = -\frac{R_a}{R_a + R_i} K \Delta U_c. \quad (175.5)$$

Если бы мы имели цепь (рис. 334), содержащую генератор с э. д. с.  $K \Delta U_c$  и внутренним сопротивлением  $R_i$ , который замкнут на нагрузку с сопротивлением  $R_a$ , то согласно закону Ома напряжение на нагрузочном сопротивлении выражалось бы как раз формулой (175.5). Поэтому можно сказать, что если к сетке электронной лампы подводится переменное напряжение  $\Delta U_c$ , то действие лампы в анодной цепи подобно действию генератора переменного тока с э. д. с.  $K \Delta U_c$  и внутренним сопротивлением  $R_i$ , замкнутого на внешнюю цепь с сопротивлением  $R_a$ .

Это положение является основным для понимания усиленного действия электронных ламп. Рассмотренный выше первый частный случай ( $R_a \gg R_i$ , усиление напряжения) соответствует, очевидно, режиму холостого хода генератора, а второй частный случай ( $R_a \ll R_i$ , усиление тока)—режиму короткого замыкания.

**Ламповые усилители.** Усиление сигналов можно производить многократно. Для этого напряжение, усиленное электронной лампой, подают на сетку второй лампы, а усиленное ею напряжение — на сетку третьей лампы и т. д. Одна из схем *усилительного каскада* или *многолампового усилителя* изображена на рис. 335. Здесь анодные цепи всех ламп соединены параллельно и питаются одной и той же анодной батареей. Накаливание катодов производится также от единственной батареи накала.

Следует обратить внимание на то, что напряжение на сетку каждой лампы подается не непосредственно, а через разделительный конденсатор  $C$ . Он не препятствует прохождению переменных усиливаемых сигналов, но не допускает попадания на сетку высокого постоянного напряжения анодной батареи. Между сеткой и катодом каждой лампы включено еще сопротивление  $r$  (*утечка сетки*),

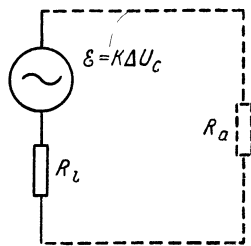


Рис. 334. Эквивалентная схема триода в режиме усиления.

роль которого заключается в следующем. В те периоды времени, когда на сетке имеется положительный потенциал, на нее попадают электроны. Если бы утечки сетки не было, то сетка в конце концов зарядилась бы до отрицательного запирающего потенциала и ток через лампу прекратился бы. Но по сопротивлению  $r$  отрицательные заряды непрерывно стекают с сетки и запираения тока в лампе не происходит. Подбирая должным образом соотношение между  $C$  и  $r$ , можно добиться, чтобы колебания напряжения на сетке происходили

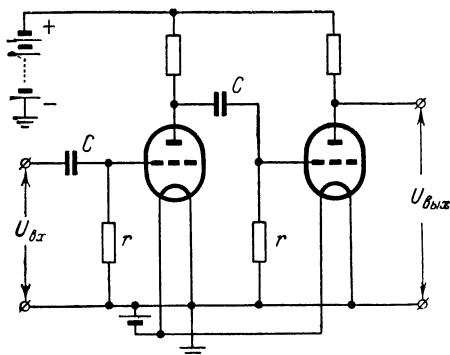


Рис. 335. Схема усилительного каскада на сопротивлениях.

Они широчайшим образом применяются в радиотехнике, современное развитие которой было бы невозможно без использования электронных ламп. Ламповые усилители применяются в телеграфии, телефонии, автоматике и телемеханике, а также для многих других технических и научных целей.

## § 176. Электрические флуктуации

Общий коэффициент усиления лампового усилителя может быть как угодно велик. Если, например, одна лампа дает усиление напряжения 10, то усилитель из трех подобных ламп позволит получить усиление  $10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$ , из шести ламп —  $10^6$  и т. д. Поэтому для получения на выходе усилителя определенной амплитуды напряжения, например в 1 в, сигнал на входе при трех лампах должен иметь амплитуду  $10^{-3}$  в (1 милливольт), при шести лампах — только  $10^{-6}$  в (1 микровольт), а при большем количестве ламп — еще меньшее значение.

Однако было бы ошибкой считать, что при достаточном увеличении числа ламп можно зарегистрировать любой, произвольно малый сигнал. При увеличении общего коэффициента усиления на выходе усилителя появляются быстрые и неправильные колебания

возле небольшого отрицательного значения, при котором еще сохраняется управляющее действие сетки, но ток на сетку практически равен нулю.

Мы рассмотрели только одну из наиболее распространенных схем усилителей (*усилитель на сопротивлениях*). Существуют и другие многочисленные схемы усилителей, описание которых можно найти в радиотехнической литературе.

Усилители с электронными лампами играют в современной технике исключительную роль.

напряжения, которые затушевывают усиливаемый сигнал. Если в качестве выходного прибора служит телефон, то в нем возникают шумы. Указанные хаотические колебания напряжения получили название *электрических шумов*.

Электрические шумы обусловлены *атомистической природой электрического заряда*. Они возникают как внутри электронных ламп, так и в тех сопротивлениях, которые входят в схему усилителя.

Остановимся сначала на шумах электронной лампы. Количество термоэлектронов, испускаемых катодом за каждую единицу времени, хотя и очень велико, однако конечно. Вследствие хаотичности теплового движения это количество остается постоянным только *в среднем*. Число же электронов, вылетающих из катода за малые промежутки времени, различно в разные моменты времени; оно то больше, то меньше среднего значения. Эта неравномерность термоэлектронной эмиссии и является одной из причин появления электрических шумов. Она получила название *дробового эффекта*.

Дробовой эффект проявляется особенно сильно в том случае, когда *все* термоэлектроны достигают анода, т. е. когда электронная лампа работает в *режиме насыщения* (§ 170). В тех же случаях, когда ток в лампе ограничен пространственным зарядом (что и имеет место в усилительном режиме), колебания тока, вызываемые дробовым эффектом, сильно подавляются.

Гораздо большее значение имеют шумы, возникающие в сопротивлениях. Для того чтобы понять происхождение этих шумов, представим себе металлический проводник, отключенный от источника тока. Электроны проводимости в таком проводнике, участвуя в тепловом движении, перемещаются вследствие диффузии. Эта диффузия не приводит к появлению тока, так как при тепловом движении нет никаких преимущественных направлений, и число электронов, перемещающихся в любом направлении, в среднем равно числу перемещающихся в прямо противоположном направлении. Однако это равенство обоих диффузионных потоков имеет место только для достаточно большого промежутка времени. В отдельные же моменты времени вследствие беспорядочности теплового движения в проводнике существуют слабые токи, направление и сила которых беспорядочно изменяются, а между концами проводника появляется хаотически изменяющееся напряжение.

Мы видим, что электрические шумы имеют то же происхождение, что и хаотические отступления (флуктуации) давления, плотности, температуры и других макроскопических величин от их равновесных значений, наблюдаемые в атомарных системах и обусловленные тепловым движением (см. Молекулярную физику). Шумы в сопротивлениях и дробовой эффект представляют собой *электрические флуктуации*.

Электрические флуктуации можно наглядно продемонстрировать, если приключить ко входу усилителя с коэффициентом усиления  $10^5$  —  $10^6$  сопротивление в несколько тысяч ом, а выход усилителя присоединить к осциллографу (рис. 336). Тогда на экране

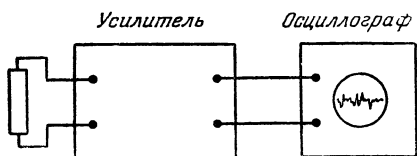


Рис. 336. Схема для наблюдения электрических флуктуаций.

осциллографа вместо ровной нулевой линии, видимой при отключенном усилителе, можно наблюдать совершенно хаотические колебания луча, вызванные флуктуациями напряжения. При нагревании сопротивления интенсивность флуктуаций увеличивается. Из сказанного ясно, что для усиления и регистрации электрического сигнала необходимо, чтобы он превосходил уровень собственных шумов усилителя или, по крайней мере, был сравним с ним. В современных хороших ламповых усилителях минимальная величина сигнала, еще заметного на фоне шумов, может быть доведена до  $10^{-7}$  в и ниже.

### § 177. Вторичная электронная эмиссия

Эмиссия электронов из металла наблюдается также при бомбардировке металла извне электронами. Это явление «выбивания» электронов из металла получило название *вторичной электронной эмиссии*. Его причина заключается в том, что приходящие извне электроны, проникая в глубь металла, передают электронам проводимости часть своей энергии. При этом некоторая доля электронов металла приобретает скорости, достаточные для преодоления поверхностного потенциального барьера, и вылетает из металла.

Отношение количества выбитых вторичных электронов  $n$  к количеству первичных  $n_0$

$$\delta = \frac{n}{n_0}$$

называется *коэффициентом вторичной эмиссии*. Он зависит от рода металла и скорости первичных электронов. С увеличением скорости первичных электронов коэффициент вторичной эмиссии сначала возрастает, затем достигает размытого максимума и снова уменьшается. Скорость первичных электронов, соответствующая максимальному  $\delta$ , различна для разных металлов и имеет порядок немногих сотен вольт. Значение  $\delta$  в максимуме для всех чистых металлов не превышает 2. Так, например, для никеля  $\delta_{\text{макс}} = 1,25$ , для серебра 1,47, для платины 1,78. Для некоторых же металлов (литий, бериллий) коэффициент вторичной эмиссии даже в максимуме меньше единицы.

Гораздо более сильная вторичная эмиссия наблюдается у многих полупроводников, для которых  $\delta_{\text{макс}}$  может достигать 10 и более. Поэтому для получения сильной вторичной эмиссии употребляют сложные катоды (*эмиттеры*), состоящие из металлической подложки, на которой путем соответствующей химической обработки создан тонкий слой полупроводника. Таковы, например, применяемые на практике сурьмяно-цезиевые эмиттеры, получаемые обработкой сурьмы в парах цезия, серебряно-цезиевые эмиттеры, изготавливаемые путем окисления серебра и последующей обработки цезием и другие, полученные аналогичными способами, эмиттеры.

Вторичная электронная эмиссия используется на практике для устройства *электронных умножителей*, предназначенных для усиления слабых электронных токов. Схема их устройства показана на рис. 337. Умножитель представляет собой хорошо эвакуированную

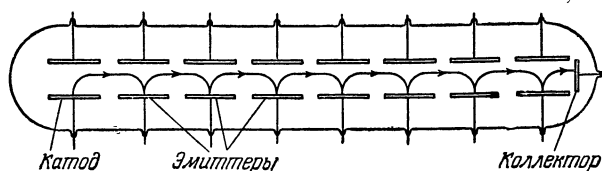


Рис. 337. Электронный умножитель с магнитным управлением.

трубку, в которой расположен ряд плоских конденсаторов. Одна из пластин каждого конденсатора является вторично-электронным эмиттером, а другая служит лишь для создания электрического поля, ускоряющего вторичные электроны. Трубка помещается между полюсами постоянного магнита (на рисунке не показан), создающего магнитное поле, перпендикулярное к электрическому полю (перпендикулярное к плоскости чертежа).

Если из катода (например, под действием света) вышло небольшое количество электронов, то эти электроны будут ускоряться электрическим полем. Благодаря магнитному полю траектория электронов искривляется, как показано на рисунке, и электроны попадут на первый эмиттер. Здесь возникнет вторичная эмиссия и с эмиттера выйдет электронный поток, более сильный, чем поток с катода. Этот усиленный поток отклонится магнитным полем ко второму эмиттеру и т. д. В результате электронный поток, приходящий на собирающий электрод (коллектор), будет гораздо более сильным, нежели первичный поток, вышедший с катода, т. е. мы получим *усиление тока* с помощью вторичной эмиссии.

Наряду с электронными умножителями с магнитным управлением в настоящее время (и притом гораздо шире) применяют умножители с электрическим управлением, не требующие постоянных магнитов.



Схема устройства и включения такого умножителя показана на рис. 338. Его действие понятно из рисунка.

В настоящее время электронные умножители применяются главным образом для усиления слабых фотоэлектрических токов. Они находят успешное применение в астрофизике для регистрации слабого свечения звезд, а также в других областях науки и техники.

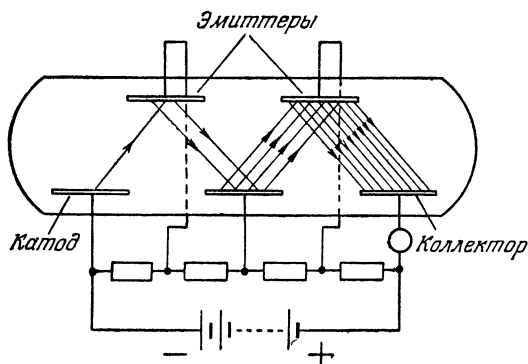


Рис. 338. Электронный умножитель с электрическим управлением.

Электронными умножителями токи могут усиливаться в миллионы раз. Однако, как и в ламповых усилителях, усиление не может быть сделано произвольно большим. Оно ограничивается теми токами, которые самопроизвольно возникают

внутри умножителя, даже без воздействия света на фотокатод («темновые токи» умножителя). Вторичная электронная эмиссия происходит не только при бомбардировке мишени электронами, но и при бомбардировке ее тяжелыми частицами — положительными и отрицательными ионами. Количество вторичных электронов, выбиваемых одной первичной частицей, в этом случае меньше, чем при бомбардировке электронами. Вторичная электронная эмиссия, вызываемая положительными ионами, играет важную роль в некоторых формах газового разряда (см. гл. XVI).

## § 178. Многосеточные лампы

Наряду с трехэлектродными электронными лампами (триодами) в современной радиотехнике широко применяются электронные лампы, имеющие несколько сеток. Рассмотрим кратко, в чем заключается смысл применения дополнительных сеток.

В § 175 мы видели, что усиление напряжения, даваемое триодом, тем больше, чем меньше проницаемость сетки  $D$ , т. е. чем меньше влияние потенциала анода по сравнению с потенциалом сетки. Чтобы уменьшить влияние потенциала анода на ток лампы, между управляющей сеткой и анодом помещают вторую сетку, на которую накладывают положительный относительно катода потенциал, несколько меньший потенциала анода. Такая лампа с четырьмя электродами, или *тетрод*, схематически изображена на рис. 339. Роль дополнительной сетки тетрода заключается в том, что она перехватывает часть силовых линий поля, которые раньше достигали анода, т. е. частично экранирует анод, поэтому эта сетка и получила название *экранной сетки*. Экранная сетка вызывает то же действие, что и уменьшение проницаемости управляющей сетки, и поэтому коэффициент

усиления у тетрода при прочих равных условиях гораздо больше, чем у триода.

Однако тетроды обладают тем недостатком, что в них может легко возникнуть вторичная электронная эмиссия с анода, вызванная бомбардировкой термоэлектронами. В случае триода в обычном усилительном режиме сетка находится под небольшим (а часто и под отрицательным) потенциалом, поэтому электрическое поле возле анода направлено так, что возвращает вторичные электроны обратно в анод, и вторичная эмиссия не происходит. Она, впрочем, может возникнуть и в триоде, если на сетке имеется положительный потенциал, более высокий, нежели на аноде.

В тетроде же возле анода имеется экранная сетка, все время заряженная положительно, и поэтому, если потенциал анода делается ниже потенциала экранной сетки (что может легко произойти при наличии колебаний напряжения на аноде), в тетроде возникает вторичная эмиссия. В результате этого уменьшается анодный ток лампы и на вольт-амперной анодной характеристике тетрода появляются провалы, ухудшающие свойства тетрода (*динатронный эффект*).

Для устранения динатронного эффекта в электронные лампы вводят еще одну сетку и располагают ее между экранной сеткой и анодом. Эту сетку, называемую *защитной* (или *противодинатронной*), соединяют с катодом (рис. 340) так, что между защитной сеткой и анодом образуется электрическое поле, тормозящее вторичные электроны и устраняющее вторичную эмиссию с анода. Подобные лампы с пятью электродами, или *пентоды*, имеют высокий коэффициент усиления, «гладкую» анодную характеристику и ряд других достоинств и поэтому широко применяются в современных радиотехнических схемах.

Триод, тетрод и пентод представляют собой типы ламп с *одной* управляющей сеткой. Наряду с ними существуют лампы с *несколькими* управляющими сетками. Однако на разборе этих более сложных ламп мы не будем останавливаться.

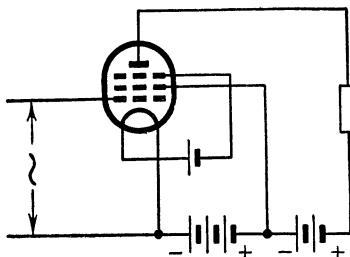


Рис. 340. Пентод.

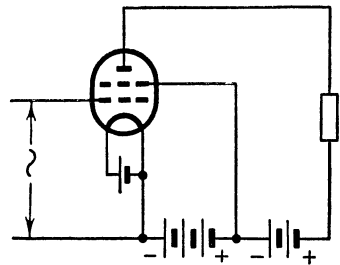


Рис. 339. Тетрод.

## § 179. Автоэлектронная эмиссия

Эмиссия электронов из металлов происходит также под действием очень сильного электрического поля.

Для наблюдения этого явления может служить хорошо откачанная трубка, содержащая два металлических электрода — катод и анод (рис. 341). В качестве катода применяют электрод с очень маленькой поверхностью (острие), а анод, напротив, делают большим. В этом случае силовые линии электрического поля сильно сгущаются возле катода и напряженность поля у поверхности катода, даже при умеренных напряжениях, становится очень большой.

Поясним это на примере. Пусть анод имеет форму сферы с радиусом  $b$ , а катод представляет собой маленький шарик с радиусом  $a$ , помещенный в центре сферы. Тогда значение потенциала на расстоянии  $r$  от центра катода (вне катода) выражается формулой (30.2), а напряженность поля в этой точке

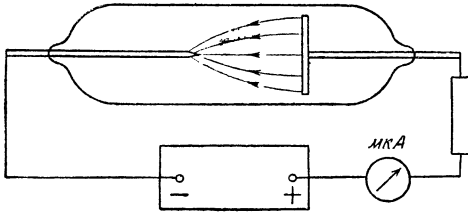


Рис. 341. Схема наблюдения автоэлектронной эмиссии.

$$E = - \frac{dU}{dr} = \frac{U_0}{a} \frac{1}{r^2}.$$

Полагая  $r = a$  и учитывая, что  $b \gg a$ , находим напряженность поля у самой поверхности катода:

$$E_a \cong \frac{U_0}{a}.$$

Если, например, радиус катода  $a = 10^{-2} \text{ мм} = 10^{-5} \text{ м}$ , то уже при напряжении  $U_0 = 1000 \text{ в}$  у катода будет громадная напряженность поля  $10^8 \text{ в/м}$ .

Если постепенно повышать напряжение между катодом и анодом, то при напряженности поля у катода  $10^7 - 10^8 \text{ в/м}$  в трубке возникает слабый ток, который обусловлен электронами, испускаемыми катодом; сила этого тока быстро увеличивается с увеличением напряжения. Ток возникает даже при холодном катоде, поэтому описанное явление получило название *холодной эмиссии* (его называют также *автоэлектронной эмиссией*). При дальнейшем повышении напряжения катод начинает сильно нагреваться и испаряться и в трубке возникает газовый разряд.

Возникновение автоэлектронной эмиссии объясняется тем, что сильное электрическое поле у катода изменяет потенциальный барьер на поверхности металла. Это изменение сводится, во-первых, к понижению высоты барьера (уменьшению работы выхода) и, во-вторых, к уменьшению толщины барьера. Оба эти обстоятельства приводят к увеличению вероятности прохождения электронов через поверхностный потенциальный барьер. Если деформация потенциального барьера достаточно велика, то уже при низкой температуре заметная доля электронов проводимости оказывается в состоянии выйти из металла, и тогда возникает автоэлектронная эмиссия. Более детальное объяснение этого явления, однако, возможно только на основе квантовой теории, что лежит за пределами настоящей книги.

## ГЛАВА XVI РАЗРЯДЫ В ГАЗАХ

### § 180. Ионизация газов

Газы в естественном состоянии не проводят электричества. Если поместить в сухом атмосферном воздухе хорошо изолированное заряженное тело, например заряженный электромметр с хорошей изоляцией, то заряд электромметра долгое время практически остается неизменным.

Однако, подвергая газ различным внешним воздействиям, можно вызвать в нем электропроводность. Так, например, помещая вблизи заряженного электрометра пламя горелки, можно видеть, что заряд электрометра быстро уменьшается (рис. 342). В данном случае мы сообщили газу электропроводность, создавая в нем высокую температуру. Если бы вместо пламени горелки мы поместили вблизи электрометра подходящий источник света, например ртутную дуговую лампу (см. ниже), дающую много ультрафиолетовых лучей, то мы также наблюдали бы утечку зарядов с электрометра. Такое же действие на газ оказывают рентгеновские лучи и излучения радиоактивных препаратов.

Описанные опыты показывают, что в газах под действием высокой температуры и различных излучений появляются заряженные частицы (ионы и электроны) и газы приобретают электропроводность.

Процесс образования ионов в газах мы называем *ионизацией* газов, а возбудителей ионизации — *ионизаторами*. Ионизаторами, следовательно, являются рентгеновские и ультрафиолетовые излучения, радиоактивные излучения, высокая температура. Процесс ионизации газов заключается в том, что под действием ионизаторов от атомов газа отщепляется один или несколько электронов. В результате этого вместо нейтрального атома возникают *положительный ион* и электроны. Часть образовавшихся электронов может быть при этом захвачена другими нейтральными атомами, и тогда появятся еще отрицательно заряженные атомы или *отрицательные ионы*.

Отрыв электрона от атома (ионизация атома) требует затраты определенной энергии — *энергии ионизации*. Она зависит от строения атома и поэтому различна для разных веществ.

Энергию ионизации можно определить на опыте различными методами. Один из них рассматривается ниже.

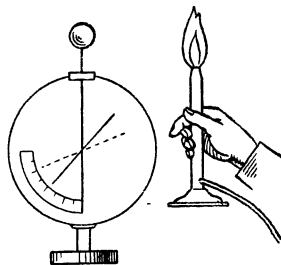


Рис. 342. Ионизация воздуха пламенем.

## § 181. Ионизация электронными ударами

Процесс ионизации электронными ударами заключается в том, что свободный движущийся электрон, обладающий достаточной кинетической энергией, при соударении с нейтральным атомом выбивает один (или несколько) из атомных электронов. В результате этого нейтральный атом превращается в положительный ион и, кроме первичного, появляются новые электроны.

Ионизация электронными ударами была впервые подробно исследована в опытах Франка и Герца. Схема одного из типичных опытов этого рода показана на рис. 343. Исследуемый газ при

давлении порядка  $0,1 - 1$  мм рт. ст. вводится в стеклянную трубку, которая сначала откачивается до высокого вакуума (для удаления других газов). Трубка имеет накаливаемый катод  $K$ , сетку  $C$  и коллектор ионов  $Kл$ . На сетку подается положительный (относительно катода) потенциал, который можно изменять при помощи делителя напряжения  $D_1$  и измерять вольтметром  $B$ . На коллектор ионов накладывается отрицательный потенциал, на  $0,5 - 1,0$  в больший, чем потенциал катода. Эта небольшая разность потенциалов порядка  $1$  в снимается с делителя напряжения  $D_2$ , положительный конец которого соединен с катодом.

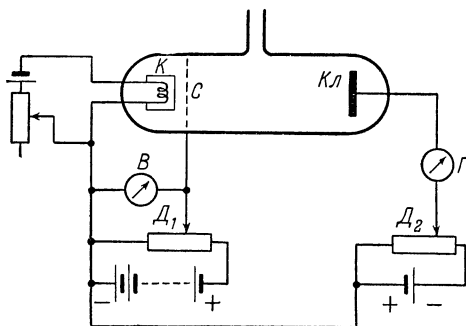


Рис. 343. Схема опытов Франка и Герца.

няется изменение потенциала вдоль катода, вызываемое током накала, и поэтому все точки такого катода имеют один и тот же потенциал (катоде косвенного нагрева или *эквипотенциальные катоды*).

Расстояние катод — сетка в таких трубках делают значительно меньшим, чем расстояние сетка — коллектор, и подбирают давление газа таким, чтобы средняя длина свободного пробега электронов в газе была больше расстояния между сеткой и катодом. Поэтому электроны, испущенные катодом, движутся в пространстве катод — сетка практически без соударений, и если разность потенциалов между сеткой и катодом равна  $U$  в, то каждый электрон приобретает кинетическую энергию

$$\frac{1}{2} mv^2 = eU \quad (181.1)$$

( $e$  — заряд электрона) или  $U$  электронвольт. Электроны, ускоренные сеткой, испытывают затем соударения с атомами газа в пространстве между сеткой и коллектором.

Так как потенциал коллектора более низкий, чем потенциал катода, то в отсутствие ионизации все электроны тормозятся, не долетая до коллектора, и поэтому ток через гальванометр равен нулю. Если, однако, постепенно повышать разность потенциалов  $U$  между сеткой и катодом, то, когда энергия электронов делается равной энергии ионизации, в пространстве сетка — коллектор появятся положительные ионы. Они будут двигаться к коллектору, и гальванометр обнаружит ток. Поэтому, измеряя наименьший потен-

Отметим, что в подобных опытах катод обычно нагревают излучением вспомогательной спирали, помещенной внутри катода, а не непосредственно пропусканием тока через катод. Этим устраняется

циал сетки  $U$ , при котором впервые появляется ток коллектора, можно найти энергию ионизации атомов исследуемого газа.

В точных измерениях приходится еще учитывать то обстоятельство, что если катод и сетка сделаны из разных металлов, то между ними существует электрическое поле при нулевом показании вольтметра  $V$ , а следовательно, на отрезке катод — сетка уже имеется некоторая разность потенциалов  $U_a$ . Это — так называемая *контактная разность потенциалов*, возникающая всегда между двумя различными металлами (§ 223). Поэтому более точное выражение для энергии электронов имеет вид:

$$\frac{1}{2} mv^2 = eU + eU_a. \quad (181.1a)$$

Контактную разность потенциалов можно всегда определить на опыте и ввести соответствующую поправку к показаниям вольтметра.

Метод Франка и Герца не является единственным методом измерения энергии ионизации. Она может быть определена также из исследования линейчатых спектров свечения разреженных газов и паров и притом с очень большой точностью (см. Атомную физику). Значения энергии ионизации, найденные по спектрам, хорошо совпадают с ее значениями, определенными методом электронных ударов.

В приводимой таблице даны значения энергии ионизации в электрон-вольтах для некоторых атомов. Отметим, что разность потенциалов, которую должен пройти свободный электрон для приобретения энергии ионизации, называют *ионизационным потенциалом* атома.

Элемент	He	Ne	Ar	Hg	Na	K	Rb
Энергия ионизации, эв	24,5	21,5	13,9	10,4	5,12	4,32	4,68

## § 182. Рекомбинация ионов в газах

После прекращения действия ионизатора ионы в газе исчезают не сразу. В этом можно убедиться при помощи опыта, изображенного на рис. 344. Если расположить пламя газовой горелки на некотором расстоянии от заряженного электрометра и направить струю воздуха от маленькой воздуходувки — фёна — на электрометр так, чтобы она проходила предварительно через пламя, то электрометр разряжается. Ионы, созданные в пламени, сохраняются в газе в течение времени, необходимого для прохождения воздуха от пламени до электрометра. Однако, если постепенно увеличивать расстояние между пламенем и электрометром, то скорость разрядки электрометра делается все меньше и меньше и при расстоянии 1—2 м электрометр практически перестает разряжаться. Это показывает, что после прекращения действия ионизатора количество ионов в газе с течением времени уменьшается и в конце концов ионы исчезают вовсе.

Исчезновение ионов в газе объясняется тем, что ионы участвуют в тепловом движении и поэтому соударяются друг с другом. При столкновении положительного иона и электрона они могут воссоединяться в нейтральный атом. Точно также при столкновении положительного и отрицательного ионов отрицательный ион может отдать свой избыточный электрон положительному иону и оба иона превратятся в нейтральные атомы. Этот процесс взаимной нейтрализации ионов называется *рекомбинацией ионов*.

Выше мы видели, что для отрыва электрона от атома (ионизации атома) необходима затрата определенной энергии. При рекомбинации положительного иона и электрона эта энергия, напротив, освобождается. Чаще всего она излучается в виде света, и поэтому

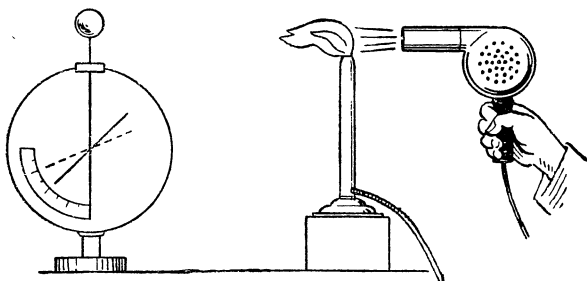


Рис. 344. Количество ионов, созданных пламенем в струе воздуха, уменьшается с течением времени вследствие рекомбинации.

рекомбинация ионов сопровождается свечением (*свечение рекомбинации*). Если концентрация положительных и отрицательных ионов велика, то и число ежесекундно происходящих актов рекомбинации также будет большим, и свечение рекомбинации может быть очень сильным. Излучение света при рекомбинации является одной из причин свечения многих форм газового разряда (например, свечения в газосветных рекламных трубках).

### § 183. Движение ионов в газах

Если в ионизированном газе создать электрическое поле, то наряду с беспорядочным тепловым движением возникнет направленное, упорядоченное движение ионов, т. е. электрический ток в газе. При этом положительные ионы движутся в направлении электрического поля, а отрицательные ионы — в противоположном направлении.

Остановимся прежде всего на зависимости скорости упорядоченного движения ионов от напряженности электрического поля. В §§ 160, 161 мы видели, что причина электрического сопротивления металлов заключается в соударениях электронов с кристалличе-

ской решеткой. Эти соударения приводят к тому, что при движении электронов появляется определенная сила трения, пропорциональная скорости, и поэтому скорость упорядоченного движения электронов  $v$  оказывается пропорциональной напряженности поля  $E$ . Этот закон оказывается применимым и к газовым ионам, если газовые ионы испытывают много соударений с окружающими атомами, и поэтому можно считать:

$$v_{\pm} = b_{\pm} E. \quad (183.1)$$

Здесь  $b_{\pm}$  — подвижность газовых ионов, аналогичная подвижности электронов в металлах. Она равна средней скорости, приобретаемой ионами в поле с напряженностью, равной единице, и в системе единиц СИ выражается в  $\text{м}^2/\text{сек} \cdot \text{в}$ . Индексы «+» и «-» обозначают, что подвижности положительных и отрицательных ионов различны, и поэтому скорость, приобретаемая ими в одном и том же поле, также не одинакова.

Соотношение (183.1) справедливо в том случае, если число соударений достаточно велико, т. е. если средняя длина свободного пути  $\bar{l}$  ионов газа значительно меньше расстояния  $d$  между электродами. Обычно это условие выполняется, начиная с давлений газа в несколько десятых мм рт. ст. и выше. Если же  $\bar{l} \gg d$ , то мы говорим, что ионы движутся в вакууме. В этом случае движение ионов будет происходить без сопротивления и ионы в электрическом поле будут двигаться с ускорением.

Подвижность ионов данного типа тем больше, чем меньше сила трения, испытываемая ими со стороны окружающих атомов газа. А сила трения тем меньше, чем меньше число соударений, которое в свою очередь пропорционально давлению газа. Поэтому в очень широком интервале изменения давлений подвижность ионов обратно пропорциональна давлению газа, т. е.

$$bp = \text{const}. \quad (183.2)$$

Существуют различные экспериментальные способы, которые позволяют измерить подвижность ионов в газах. Не останавливаясь на разборе этих способов, приводим значения подвижностей некоторых ионов.

Газ	Подвижность ионов, $10^{-4} \frac{\text{м}^2/\text{сек} \cdot \text{в}}{\text{в}}$ , при $p = 700 \text{ мм рт. ст.}$ и $T = 18^{\circ} \text{С}$	
	$b_{+}$	$b_{-}$
Водород . . . . .	5,91	8,26
Кислород . . . . .	1,29	1,79
Азот . . . . .	1,27	1,84
Окись углерода . . . . .	1,10	1,14
Хлор . . . . .	0,65	0,51



Движение ионов в газах более сложно, чем движение электронов в металлах. В металлах, даже при очень сильных токах, концентрация электронов не изменяется и постоянна в разных точках металла. В газовых же разрядах часто наблюдается *неравномерное* распределение ионов между электродами, при котором градиент концентрации ионов  $\frac{dn}{dx}$  не равен нулю, и поэтому возникает заметный *поток диффузии* ионов.

Заряд, переносимый положительными ионами вследствие диффузии через единицу поверхности в единицу времени, равен

$$-qD_+ \frac{dn_+}{dx},$$

где  $D_+$  — коэффициент диффузии ионов,  $q$  — заряд иона. Количество электричества, проходящее через ту же площадку за единицу времени вследствие упорядоченного движения ионов под действием поля, есть

$$qn_+b_+E.$$

Поэтому плотность тока  $j_+$  равна:

$$j_+ = qn_+b_+E - qD_+ \frac{dn_+}{dx}. \quad (183.3)$$

Аналогичное выражение получится и для плотности тока  $j_-$ , вызванного движением отрицательных ионов. При этом только нужно учесть, что направление тока, обусловленного диффузией, вследствие отрицательного знака заряда ионов изменяется на обратное, и поэтому

$$j_- = qn_-b_-E + qD_- \frac{dn_-}{dx}. \quad (183.3a)$$

Полная плотность тока в ионизованном газе

$$j = j_+ + j_-. \quad (183.4)$$

Концентрации  $n_+$  и  $n_-$  в ионизованном газе могут быть не равны друг другу. Поэтому, в отличие от металлов, в газовых проводниках при наличии тока появляются *объемные заряды*, которые обуславливают сложное распределение электрического поля между электродами.

Второе обстоятельство, сильно отличающее газовые проводники от металлов, заключается в следующем. В металлах концентрация электронов есть величина *постоянная*, не зависящая от напряженности поля и плотности тока и определяемая только природой данного металла. В ионизованном же газе носители заряда (ионы и электроны) могут возникать в процессе разряда, например в результате ионизации электронными ударами. Поэтому *концентрации ионов  $n_+$  и  $n_-$  могут зависеть от напряженности поля* и притом сложным образом.

Указанные причины приводят к тому, что зависимость силы тока от напряжения для газовых проводников, вообще говоря, не выражается прямой линейной вольт-амперной характеристикой. Иными словами, газовые проводники, как правило, не подчиняются закону Ома.

## § 184. Несамостоятельные и самостоятельные разряды

Рассмотрим цепь, содержащую источник напряжения, газовый промежуток и переменное сопротивление  $r$ , величину которого можно изменять в широких пределах (рис. 345). Цепь содержит также токоизмерительный прибор  $A$  и вольтметр  $B$ . Предположим сначала,

что на газовый промежуток воздействует какой-либо ионизатор, например ультрафиолетовые лучи, падающие на отрицательный электрод и освобождающие из него фотоэлектроны. От этого газ приобретет некоторую электропроводность и в цепи появится ток. Если плавно уменьшать сопротивление  $r$  в цепи газового промежутка, то сила тока будет сначала увеличиваться. Это связано с увеличением напряжения между электродами и объясняется уменьшением пространственного заряда между электродами. При дальнейшем уменьшении сопротивления напряжение на электродах достигнет такого значения, при котором все образующиеся ионы достигают положительного электрода, и мы получим ток насыщения  $i_s$ , сила которого зависит только от интенсивности ионизатора (рис. 346). Наблюдаемые при этом токи очень малы (обычно микроамперы и меньше, в зависимости от интенсивности ионизатора).

Если в одном из режимов разряда, изображаемых ветвью характеристики  $Oa$ , прекратить действие ионизатора, то и разряд прекращается. Подобные разряды, существующие только при действии внешнего ионизатора, получили название *несамостоятельных* газовых разрядов.

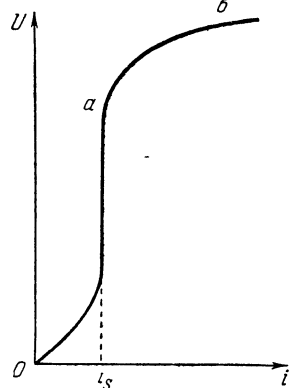


Рис. 346. Вольт-амперная характеристика несамоостоятельного газового разряда.

Если продолжать уменьшать сопротивление цепи  $r$ , то ток через разрядный промежуток начинает сильно возрастать, хотя напряжение повышается сравнительно мало. Это соответствует участку характеристики  $ab$  (рис. 346). Возрастание тока на участке характеристики  $ab$  показывает, что в газовом промежутке появляются *новые ионы*.

Если еще уменьшить сопротивление  $r$ , то разряд приобретает совсем другой характер. Сила тока в разряде резко возрастает, в сотни и тысячи раз, и в газе появляются сильно выраженные световые и тепловые эффекты. Если теперь прекратить действие ионизатора, то разряд продолжается. Это

значит, что *ионы, необходимые для поддержания электропроводности газа, создаются самим разрядом*, в результате процессов, происходящих в разряде. Такие газовые разряды называются *самостоятельными* разрядами. Напряжение, при котором возникает

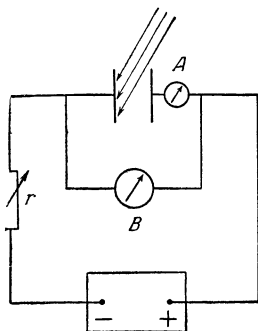


Рис. 345. Принципиальная схема для определения вольт-амперной характеристики газового промежутка.

самостоятельный разряд, называется *напряжением пробоя* газового промежутка или *напряжением зажигания* газового разряда.

В зависимости от того, какие именно процессы образования ионов в разряде играют главную роль, мы говорим о различных *формах* или *типах* самостоятельных разрядов. Так, например, мы различаем *коронный*, *искровой*, *дуговой*, *тлеющий* и другие разряды. Эти формы разряда отличаются друг от друга как по свойствам, так и по внешнему виду. Ниже мы рассмотрим главнейшие формы самостоятельных разрядов.

### § 185. Электронные лавины

Посмотрим теперь, каким образом несамостоятельный разряд в газе может перейти в самостоятельный.

Одна из первых количественных теорий возникновения самостоятельного разряда в газах была предложена Таунсендом. Как выяснилось впоследствии, эта теория имеет ограниченную применимость и приложима только к некоторым формам газового разряда, она хорошо разъясняет самую возможность превращения несамостоятельного разряда в самостоятельный.

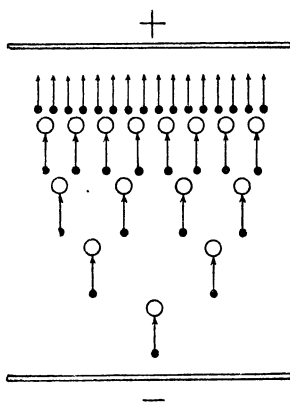


Рис. 347. Схема образования электронной лавины.

● — электроны, ○ — нейтральные атомы. Положительные ионы не изображены.

Таунсенд прежде всего обратил внимание на то, что при некоторых обстоятельствах ионизация электронным ударом может привести к обильному образованию ионов в газоразрядном промежутке. Представим себе, что под действием какого-либо внешнего ионизатора, например ультрафиолетовых лучей, из катода вылетел электрон. Этот электрон на длине свободного пробега будет двигаться в электрическом поле ускоренно и перед столкновением приобретет определенную кинетическую энергию. Если эта энергия равна или больше энергии ионизации атомов газа, то при соударении атом будет ионизован, в результате чего появятся один новый электрон и один положительный ион.

Положительные ионы будут двигаться по направлению к катоду, а электроны — к аноду.

После соударения электроны будут опять набирать энергию, и при следующем соударении появятся уже *четыре* электрона. После третьей ионизации их будет *восемь*, после четвертой — *шестнадцать* и т. д. (рис. 347), поэтому общее количество электронов и ионов будет быстро возрастать по мере продвижения электронов к аноду. Описанный процесс имеет сходство с образованием снежной лавины в горах

и поэтому получил в физической литературе название *электронных* или *ионных лавин*.

Развитие электронной лавины можно представить в количественной форме. Для этого, следуя Таунсенду, обозначим через  $\alpha$  количество пар электронов и ионов, образуемых одним электроном на единице длины пути (*коэффициент объемной ионизации*). Так как энергия, приобретаемая электронами на одном свободном пробеге, тем больше, чем больше напряженность электрического поля  $E$  в газе, то и коэффициент  $\alpha$  зависит от напряженности поля. Этот коэффициент меняется также с изменением давления газа  $p$ , так как количество актов ионизации зависит от числа соударений, испытываемых электроном на единице длины пути, а это последнее пропорционально давлению газа.

Путем простых теоретических рассуждений можно легко установить, что для данного газа частное  $\alpha/p$  есть функция *отношения* напряженности поля к давлению газа, т. е.

$$\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{E}{p}\right), \quad (185.1)$$

где вид функции  $f$  зависит от рода газа. Эта формула хорошо согласуется с опытом и оказывается весьма полезной, так как позволяет выразить зависимость  $\alpha$  от *двух* переменных,  $E$  и  $p$ , при помощи *одной* кривой, определяемой уравнением (185.1).

Рассмотрим теперь столб газа, заключенный между плоскими электродами, и найдем ионизацию в слое газа толщиной  $dx$ , находящемся на расстоянии  $x$  от катода (рис. 348). Один электрон на пути  $dx$  создает  $\alpha dx$  пар ионов. Если в рассматриваемый слой влетают со стороны катода не один, а  $n$  электронов, то увеличение числа электронов на пути  $dx$  будет:

$$dn = n\alpha dx. \quad (185.2)$$

В дальнейшем для простоты мы будем считать, что возникающие ионы не изменяют существенно электрическое поле, которое таким образом остается однородным и при ионизации. Поэтому и коэффициент  $\alpha$  мы будем считать величиной постоянной, не зависящей от  $x$ . Тогда, интегрируя (185.2), находим:

$$n = Ce^{\alpha x},$$

где  $C$  — постоянная интегрирования.

При  $x=0$ , т. е. на самом катоде,  $n$  равно количеству электронов  $n_0$ , производимых внешним ионизатором. Поэтому  $C = n_0$ .

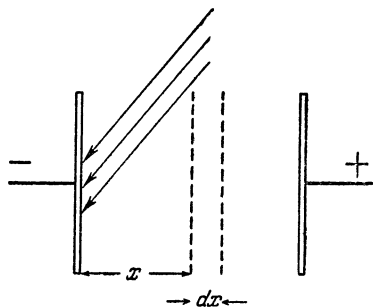


Рис. 348. К расчету электронной лавины.

Полагая  $x = d$ , где  $d$  — расстояние между катодом и анодом, мы находим окончательно число электронов  $n_a$ , попадающих на анод:

$$n_a = n_0 e^{\alpha d}. \quad (185.3)$$

Легко видеть, что  $n_a$  может на много порядков превышать  $n_0$ . Пусть, например, на 1 м пути возникают 300 пар ионов ( $\alpha = 300 \text{ м}^{-1}$ ). Если при этом расстояние между катодом и анодом равно 3 см  $= 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ , то один первичный электрон, вылетающий с катода, вызовет появление у анода

$$e^{300 \cdot 3 \cdot 10^{-2}} = e^9 \approx 10^4$$

электронов, т. е. произойдет огромное размножение электронов вследствие образования электронной лавины.

### § 186. Возникновение самостоятельных разрядов

Возникновение электронных лавин в газе, однако, еще не представляет собой самостоятельный разряд. Так, например, полагая в формуле (185.3)  $n_0 = 0$ , мы получаем и  $n_a = 0$ , т. е. при выключении внешнего ионизатора исчезает и ток анода. Чтобы разряд был самостоятельным, нужно, чтобы электронные лавины *поддерживали сами себя*, т. е. чтобы в газе происходил еще и другой процесс (или процессы), непрерывно производящий новые электроны взамен ушедших на анод.

Один из важных процессов такого рода заключается в образовании *вторичной электронной эмиссии с катода* под действием бомбардировки положительными ионами. Если положительный ион при своем движении к катоду приобретает достаточную энергию, то он может выбить из катода некоторое количество электронов (ср. § 177). Этот процесс можно охарактеризовать *коэффициентом поверхностной ионизации*  $\gamma$ , который показывает, сколько вторичных электронов выбивает с катода один положительный ион. Величина  $\gamma$  зависит от скорости ионов, их природы и материала катода.

Таунсенд показал, что одновременное существование *обоих* процессов, т. е. и объемной, и поверхностной ионизаций, может привести к самостоятельному разряду. Вернемся опять к рис. 348 и предположим сначала, что между электродами имеется установившийся несамостоятельный газовый разряд. Обозначим полное число электронов, выходящих за 1 сек с катода (образованных и внешним ионизатором, и вторичной эмиссией), через  $n_1$ . Согласно формуле (185.3) в результате объемной ионизации количество электронов, попадающих на анод, возрастет до величины

$$n_a = n_1 e^{\alpha d}. \quad (186.1)$$

Следовательно, количество новых электронов, возникших в лавине:

$$n_a - n_1 = n_1 (e^{\alpha d} - 1).$$

Таким же будет и количество произведенных в лавине положительных ионов. Положительные ионы, обрушиваясь на катод, выбьют

$$\gamma n_1 (e^{\alpha d} - 1)$$

вторичных электронов. Это количество электронов, сложенное с количеством электронов  $n_0$ , производимых за 1 сек внешним ионизатором, равно, очевидно, полному числу  $n_1$  электронов, вышедших с катода, и поэтому

$$n_0 + \gamma n_1 (e^{\alpha d} - 1) = n_1.$$

Или, иначе:

$$n_1 = \frac{n_0}{1 - \gamma (e^{\alpha d} - 1)}.$$

Подставляя это выражение в (186.1), мы можем выразить число электронов, ежесекундно приходящих на анод, в следующем виде:

$$n_a = \frac{n_0 e^{\alpha d}}{1 - \gamma (e^{\alpha d} - 1)}. \quad (186.2)$$

Полученное выражение разъясняет возникновение самостоятельного разряда. Действительно, предположим, что мы постепенно увеличиваем напряженность электрического поля. При этом будут возрастать значения  $\alpha$  и  $\gamma$ , и  $n_a$  будет непрерывно увеличиваться. При некоторой напряженности поля будет выполнено условие

$$\gamma (e^{\alpha d} - 1) = 1, \quad (186.3)$$

и знаменатель формулы (186.2) обратится в нуль. При этом  $n_a$  будет неограниченно возрастать даже при любом, сколь угодно малом, значении  $n_0$ . Следовательно, внешний ионизатор здесь уже не нужен, и мы имеем превращение несамостоятельного разряда в самостоятельный. Условие (186.3) есть условие *пробоя* газового промежутка (условие *зажигания* газового разряда).

Отметим, что в действительности, конечно, никакого бесконечного возрастания числа электронов  $n_a$  не будет. Так как цепь разряда имеет определенное сопротивление, то при значительном увеличении тока разряда будет уменьшаться напряжение на газоразрядном промежутке, а следовательно, и электрическое поле, и поэтому в газе установится *конечный ток*, зависящий от э. д. с. источника и сопротивления цепи.

Теория Таунсенда в дальнейшем подверглась многочисленным дополнениям и уточнениям. Так, например, выше мы предполагали, что электроны на катоде возникают только под действием положительных ионов. Между тем в разряде могут происходить и другие процессы, приводящие к возникновению электронов. Таким процессом может быть освобождение электронов с катода, вызванное излучением самого разряда (так называемый *фотоэлектрический эффект*; см. Оптику). Электроны, необходимые для поддержания лавины,

могут возникнуть также в *объеме* газа при соударении атомов с положительными ионами (это было учтено уже самим Таунсендом) или в результате фотоэффекта на атомах газа (*фотоионизация*). Далее нужно учесть и то изменение электрического поля, которое вызывается объемными зарядами при ионизации газа. Эти процессы часто имеют место в газовом разряде одновременно, и поэтому точная теория самостоятельных газовых разрядов весьма сложна и не завершена по настоящее время. В силу этих причин мы ограничиваемся самым простым вариантом теории, который, однако, хорошо передает основную сущность возникновения самостоятельного разряда.

### § 187. Тлеющий разряд

Процессы, рассмотренные в предыдущем параграфе, играют важную роль в возникновении и поддержании так называемого *тлеющего разряда*.

Эту форму газового разряда удобно наблюдать при пониженном давлении газа. Если к электродам, впаянным в стеклянную трубку длиной 30—50 см, приложить постоянное напряжение в несколько сот вольт и затем постепенно откачивать воздух из трубки, то наблюдаются следующие явления. При атмосферном давлении приложенное напряжение недостаточно для пробоя газа и трубка остается темной. При уменьшении давления газа в некоторый момент в трубке возникает разряд, имеющий вид светящегося шнура, соединяющего анод и катод трубки. При дальнейшем уменьшении давления этот шнур расширяется и заполняет все сечение трубки, а свечение вблизи катода ослабевает.

При давлениях газа порядка 0,1—0,01 мм рт. ст. разряд имеет вид, изображенный на рис. 349. Непосредственно к катоду прилегает тонкий светящийся слой (*первое катодное свечение* или *катодная пленка*), за которым следует темный слой, получивший название *катодного темного пространства*. Это темное пространство затем переходит в светящийся слой (*тлеющее свечение*), который имеет резкую границу со стороны катода и постепенно исчезает со стороны анода. За тлеющим свечением наблюдается опять темный промежуток, называемый *вторым* или *фарадеевым темным пространством*. Указанные части называются *катодными частями* разряда. За вторым темным пространством лежит светящаяся область, простирающаяся до анода, или *положительный столб*. В некоторых случаях этот столб распадается на ряд слоев, или *страт*.

Особое значение в тлеющем разряде имеют только две его части — катодное темное пространство и тлеющее свечение, в которых и происходят основные процессы, поддерживающие разряд. Если в газоразрядной трубке сделать анод подвижным и постепенно придвигать его к катоду (рис. 349), то все катодные части остаются

неизменными, а укорачивается только положительный столб. При дальнейшем уменьшении длины разрядного промежутка начинает укорачиваться второе катодное темное пространство, и когда анод попадает в тлеющее свечение, оно исчезает вовсе. Однако при этом разряд продолжает существовать. Когда же анод при дальнейшем

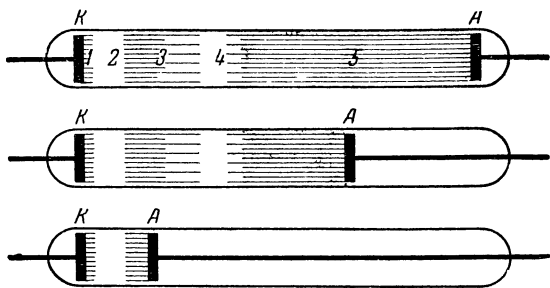


Рис. 349. Основные части тлеющего разряда.

1 — катодная пленка, 2 — катодное темное пространство, 3 — тлеющее свечение, 4 — второе катодное темное пространство, 5 — положительный столб.

уменьшении расстояния подходит к границе между первым катодным пространством и тлеющим свечением, разряд гаснет.

Характерным для тлеющего разряда является особое распределение потенциала по длине трубки. Его можно определить, впаивая в трубку ряд дополнительных электродов — зондов, расположенных в различных местах трубки, и присоединяя между катодом и соответствующим зондом вольтметр с большим сопротивлением. Тогда получается кривая распределения потенциала, изображенная на рис. 356. Она показывает, что почти все падение потенциала в разряде приходится на область катодного темного пространства. Эта разность потенциалов между катодом и границей тлеющего свечения получила название *катодного падения потенциала*.

Опыт показывает, что если сила тока в разряде не очень велика, то величина катодного падения потенциала не зависит от силы тока (*нормальное* катодное падение потенциала). Изменение силы тока изменяет лишь величину светящейся поверхности на катоде, которая увеличивается с увеличением силы тока. Когда же сила тока достигает такой величины, что катодная пленка покрывает всю поверхность катода, катодное падение потенциала начинает возрастать с увеличением силы тока (*аномальное* катодное падение потенциала).

Существенным для понимания процессов в тлеющем разряде является то обстоятельство, что величина нормального катодного падения потенциала зависит лишь от материала катода и рода газа. При этом катодное падение потенциала оказывается пропорциональным работе выхода электронов из катода.



Рассмотренные свойства тлеющего разряда, а также и другие, на которых мы не останавливаемся, приводят к следующей картине процессов, поддерживающих разряд. Положительные ионы, образующиеся в результате ионизации электронными ударами (в тлеющем свечении и в положительном столбе), движутся к катоду и, проходя через область катодного падения потенциала, приобретают значительную энергию. Под действием интенсивной бомбардировки быстрыми положительными ионами (а также вследствие фотоэффекта, вызванного излучением разряда) с катода вылетают электроны, которые движутся к аноду. Эти электроны в области катодного падения потенциала сильно ускоряются и при последующих соударениях с атомами газа их ионизуют. В результате этого опять появляются положительные ионы, которые снова, устремляясь на катод, производят новые электроны и т. д. Таким образом, основными процессами, поддерживающими разряд, являются *ионизация электронными ударами в объеме и вторичная электронная эмиссия на катоде*.

Существование катодного темного пространства объясняется тем, что электроны начинают сталкиваться с атомами газа не сразу, а лишь на некотором расстоянии от катода. Ширина катодного темного пространства приблизительно равна средней длине свободного пробега электронов: она увеличивается с уменьшением давления газа. В катодном темном пространстве электроны, следовательно, движутся практически без соударений.

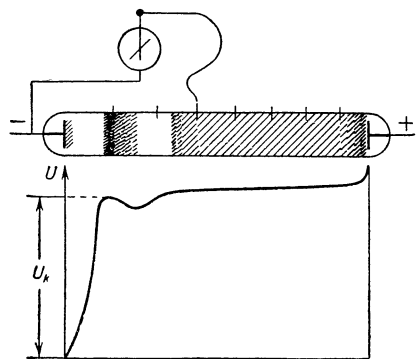


Рис. 350. Распределение потенциала в тлеющем разряде.

Распределение концентрации положительных ионов и электронов в различных частях разряда весьма неодинаково. Так как положительные ионы движутся гораздо медленнее, нежели электроны, то у катода концентрация ионов значительно больше, чем концентрация электронов. Поэтому вблизи катода возникает сильный пространственный положительный заряд, который и вызывает появление катодного падения потенциала. Напротив, в области положительного столба концентрации положительных ионов и электронов почти одинаковы и здесь пространственного заряда не имеется. Благодаря большой концентрации электронов положительный столб обладает хорошей электропроводностью и поэтому падение напряжения на нем весьма мало (рис. 350).

Так как в положительном столбе имеются и положительные ионы, и электроны, то здесь происходит интенсивная рекомбинация ионов,

чем и объясняется свечение положительного столба (свечение рекомбинации; ср. § 182).

Мы видим, что катодное падение потенциалов необходимо для поддержания тлеющего разряда. Именно благодаря его наличию положительные ионы приобретают необходимую энергию для образования интенсивной вторичной электронной эмиссии с катода, без которой тлеющий разряд не мог бы существовать. Поэтому *катодное падение потенциала есть наиболее характерный признак тлеющего разряда*, отличающий эту форму газового разряда от всех других форм.

**Применение тлеющего разряда.** В настоящее время тлеющий разряд широко используют в качестве источника света в различных *газосветных трубках*. В *лампах дневного света* разряд обычно происходит в парах ртути. Излучение ртутного пара поглощается слоем специальных веществ, нанесенных на внутреннюю поверхность трубки, которые под действием поглощенного излучения в свою очередь начинают светиться видимым светом иного спектрального состава. Подходящим подбором этих веществ (*люминофоров*) испускаемое ими излучение можно сделать близким к дневному свету. Такие трубки оказываются в несколько раз более экономичными, нежели обычные лампы накаливания.

Газосветные трубки применяются также для рекламных и декоративных целей, для чего им придают очертания различных фигур и букв. Наполняя трубки различными газами, можно получить свечение различной окраски (красное у неона, синевато-зеленое у аргона).

Пользуясь тем, что катодное падение потенциала зависит от материала катода, можно сделать газосветные трубки с очень малым напряжением зажигания. На рис. 351 показана неоновая лампа тлеющего света, у которой электродами служат два железных листочка, покрытых слоем бария. Вследствие малости работы выхода электронов у бария катодное падение потенциала в этом случае составляет только около 70 в, и поэтому подобная лампочка зажигается уже при включении в обычную осветительную сеть. Такие лампы употребляют для целей сигнализации в различной аппаратуре (индикаторные лампы).

В лабораторной практике используют тлеющий разряд для *катодного распыления металлов*, так как вещество катода в тлеющем разряде постепенно переходит в парообразное состояние и оседает в виде металлического налета на стенках трубки. Причина катодного распыления, по всей вероятности, заключается в том, что каждый

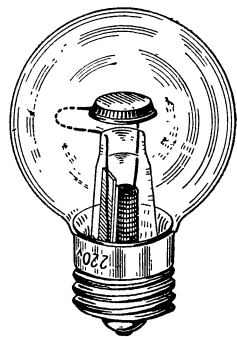


Рис. 351. Неоновая лампа.

положительный ион при соударении с катодом передает свою энергию сначала небольшой группе атомов катода. Это приводит к сильному местному повышению температуры, возникающему в отдельных микроскопических областях катода, которое и приводит к испарению металла в этих местах. Помещая в тлеющем разряде против катода различные предметы, оказывается возможным покрыть их равномерным и прочным слоем металла. Этим способом, в частности, пользуются для изготовления металлических зеркал высокого качества.

### § 188. Катодные лучи

В § 187 мы видели, что при тлеющем разряде с катода вылетает большое число электронов, выбитых положительными ионами. Эти электроны в катодном темном пространстве практически не испытывают соударений, и здесь мы имеем, следовательно, поток электронов, свободно движущихся в вакууме.

Электронные потоки в вакууме исторически были впервые открыты Круксом в конце прошлого века именно в тлеющем разряде и получили название *катодных лучей*. Хотя катодные лучи ничем не отличаются от любого потока быстрых электронов, полученного, например, при помощи термоэлектронной эмиссии или каким-либо другим путем, этим термином пользуются иногда и до сих пор в том случае, когда источником электронов служит холодный катод в тлеющем разряде.

Если давление газа в трубке относительно велико (выше 0,1 мм рт. ст.), то катодное темное пространство очень узко и катодные лучи существуют только в этой малой части трубки. При уменьшении давления газа средняя длина свободного пробега электронов увеличивается и катодное темное пространство расширяется. При давлениях 0,01—0,001 мм рт. ст. (в зависимости от размера трубки) оно заполняет почти всю трубку и катодные лучи получают возможность достигнуть стенок трубки. При этом объемное свечение тлеющего разряда почти исчезает, но зато появляется интенсивное свечение стенок трубки, вызываемое бомбардировкой электронами катодных лучей. При дальнейшем уменьшении давления, когда катодное темное пространство захватит и анод, тлеющий разряд в трубке прекращается; при этом исчезают и катодные лучи, а вместе с ними и свечение стенок трубки.

### § 189. Рентгеновские трубки

Наиболее важное техническое применение катодных лучей заключается в их использовании в рентгеновских трубках для получения рентгеновских лучей. Устройство рентгеновской трубки показано на рис. 352. Она имеет вогнутый катод *K* и два положительных элект-

трода *A* и *Ак*. Один из них (*A*), называемый анодом, более удален от катода и расположен в области тлеющего свечения; он служит для поддержания тлеющего разряда в трубке. Другой электрод (*антикатод Ак*) расположен в темном пространстве, значительно

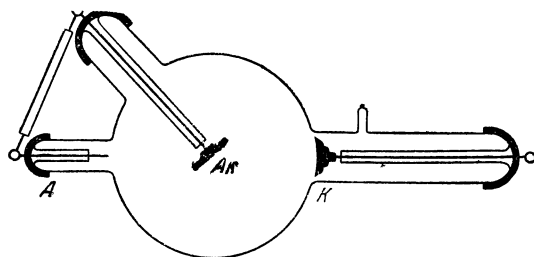


Рис. 352. Ионная рентгеновская трубка.

ближе к катоду, таким образом, чтобы электроны фокусировались на его плоской поверхности. Рентгеновские лучи возникают при торможении электронов на антикатоде и распространяются во все стороны от места падения катодных лучей (*фокуса*), свободно проходя сквозь стеклянные стенки трубки наружу. Они представляют собой электромагнитные волны, подобные волнам света, но только с гораздо меньшей длиной волны (подробнее см. Оптику).

Так как на антикатоде выделяется большое количество тепла, то та часть антикатада, на которую приходится фокус катодных лучей,

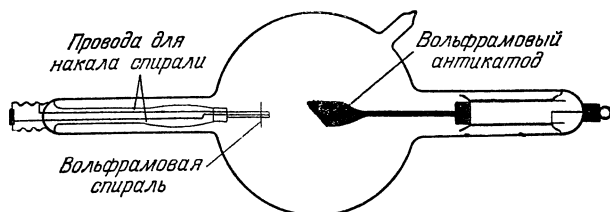


Рис. 353. Электронная рентгеновская трубка.

обычно делается из тугоплавких металлов (вольфрам, молибден и др.). В мощных трубках, кроме этого, тело антикатада еще охлаждается проточной водой.

Рентгеновские трубки описанной конструкции (так называемые *ионные* рентгеновские трубки) обладают тем недостатком, что количество газа в них под влиянием различных процессов в трубке уменьшается с течением времени. Когда давление газа в трубке делается слишком малым (меньше 0,001—0,0001 мм рт. ст.), тлеющий разряд не зажигается и трубка перестает работать. Поэтому подобные трубки

часто снабжаются различными приспособлениями для впуска в трубку малых количеств газа (*регенераторы*).

От указанного недостатка свободны *электронные* рентгеновские трубки (рис. 353). Они имеют катод в виде вольфрамовой спирали, накаливаемой током. Так как в этом случае электронный пучок возникает в результате термоэлектронной эмиссии, то здесь уже тлеющий разряд не нужен, и поэтому подобные трубки откачиваются до предельно высокого вакуума. Точно так же в них оказывается излишним и вспомогательный анод (служивший ранее для поддержания тлеющего разряда), и поэтому в них имеется всего один положительный электрод, являющийся одновременно анодом и антикатодом. В настоящее время применяют почти исключительно электронные рентгеновские трубки, так как они обладают большей устойчивостью работы, чем ионные трубки.

### § 190. Каналовые лучи

Мы говорили, что при тлеющем газовом разряде катод энергично бомбардируется положительными ионами газа, содержащегося в трубке. Поэтому, если в катоде сделать отверстия, то часть ионов, устремляющихся к катоду, будет проскакивать через эти отверстия и выйдет в закатодное пространство.

Такой опыт был действительно произведен еще в самом начале изучения газовых разрядов. Служившая для этого трубка изображена

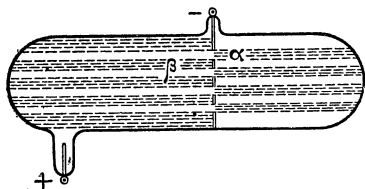


Рис. 354. Каналовые лучи.

на рис. 354. Выходившие из каналов катода положительные ионы были заметны в виде слабо светящихся пучков; они получили название *каналовых* (т. е. выходящих из каналов катода) или *положительных лучей*. Каналовые лучи, подобно катодным лучам, вызывают люминесценцию стекла и других веществ. Они отклоняются магнитным полем; направление этого отклонения соответствует положительному заряду частиц.

Существование катодных и каналовых лучей является хорошим подтверждением правильности наших представлений о процессах, происходящих в тлеющем разряде. Катодные лучи доказывают существование интенсивной вторичной электронной эмиссии с катода, а каналовые лучи показывают, что катод действительно находится под градом бомбардирующих его положительных ионов.

Каналовые лучи являются удобным источником положительных ионов и в качестве такового довольно часто используются в различных физических исследованиях.

Каналовые лучи являются удобным источником положительных ионов и в качестве такового довольно часто используются в различных физических исследованиях.

### § 191. Искровой разряд

Если постепенно увеличивать напряжение между двумя электродами, находящимися в атмосферном воздухе и имеющими такую форму, что электрическое поле между ними не слишком сильно отличается от однородного (например, два плоских электрода с закругленными краями или два достаточно больших шара), то при некотором напряжении возникает *электрическая искра*. Она имеет вид ярко светящегося тонкого канала, соединяющего оба электрода, который обычно бывает сложным образом изогнут и разветвлен (рис. 355).

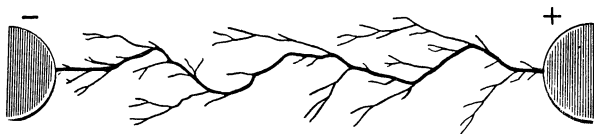


Рис. 355. Искровой разряд.

Электрическая искра возникает в том случае, если электрическое поле в газе достигает некоторой определенной величины  $E_k$  (*критическая напряженность поля* или *напряженность пробоя*), которая зависит от рода газа и его состояния. Для воздуха при нормальных условиях  $E_k \cong 3 \cdot 10^6$  в/м.

Величина  $E_k$  увеличивается с увеличением давления. Отношение критической напряженности поля к давлению газа  $p$  для данного газа остается приблизительно постоянным в широкой области изменения давлений:

$$\frac{E_k}{p} \cong \text{const.} \quad (191.1)$$

Этот закон, который можно обосновать в теории Таунсенда, оказывается во многих случаях весьма полезным и позволяет определить  $E_k$  при разных давлениях, если известно его значение при каком-либо одном давлении.

Если, оставляя напряжение постоянным, уменьшать расстояние между электродами, то напряженность поля в газовом промежутке будет увеличиваться, и когда она достигнет  $E_k$ , произойдет искровой разряд. Чем выше будет приложенное напряжение, тем больше будет расстояние между электродами, при котором впервые проскочит искра. На этом основан *искровой вольтметр*, являющийся общепринятым прибором для измерения очень высоких напряжений (от нескольких до многих сотен киловольт). Он состоит из двух изолированных металлических шаров, расстояние между которыми можно плавно изменять и точно измерять. Шары присоединяют к источнику напряжения и, сближая шары, измеряют то расстояние, при котором между шарами возникает искра.

Напряжение пробоя понижается при воздействии на газ внешнего ионизатора. Если приложить к газовому промежутку напряжение,

несколько меньшее пробойного, и внести в пространство между электродами зажженную газовую горелку, то возникает искра. Такое же действие оказывает и освещение отрицательного электрода ультрафиолетовым светом, а также и другие ионизаторы.

Рассмотрим теперь процессы, происходящие при искровом разряде.

Для объяснения искрового разряда вначале казалось наиболее естественным предположить, что основными процессами в искре являются, в соответствии с теорией Таунсенда, ионизация электронными ударами в объеме и ионизация положительными ионами (в объеме или на катоде). Однако впоследствии выяснилось, что эти процессы не могут объяснить многие особенности образования искры. Остановимся для примера на вопросе о *скорости развития* искрового разряда. Если бы в искре существенную роль играла ионизация положительными ионами, то время развития искры было бы по крайней мере того же порядка, что и время перемещения положительных ионов от анода до катода. Это время легко оценить; оно оказывается порядка  $10^{-4}$ — $10^{-5}$  сек. Между тем опыт дает совсем другое. Согласно осциллографическим исследованиям искры фактическое время ее развития —  $10^{-7}$  сек. и меньше, т. е. на несколько порядков меньше указанного значения.

Объяснение большой скорости развития искры, так же как и других особенностей этой формы разряда, дано так называемой *стримерной теорией* искры, в настоящее время надежно обоснованной прямыми экспериментальными данными. Согласно этой теории возникновению ярко светящегося канала искры предшествует появление слабо светящихся скоплений ионизированных частиц (*стримеров*). Пронизывая газоразрядный промежуток, стримеры образуют проводящие мостики, по которым в последующие стадии разряда и устремляются мощные потоки электронов. Причиной возникновения стримеров является не только образование электронных лавин посредством ударной ионизации, но еще и ионизация газа излучением, возникающим в самом разряде (фотоионизация).

Схема развития стримера изображена на рис. 356. В виде конусов на этом рисунке показаны электронные лавины, зарождающиеся в точках вершин конусов и распространяющиеся от катода к аноду. Существенным

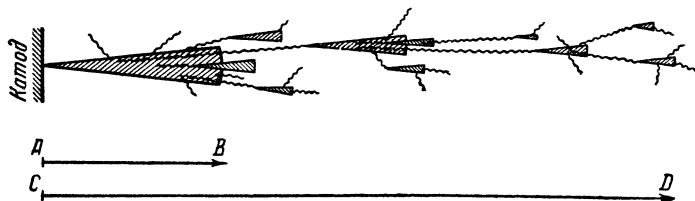


Рис. 356. Развитие отрицательного стримера.

в этой схеме является то обстоятельство, что, помимо первоначальной электронной лавины, зародившейся непосредственно у катода, происходит образование новых лавин в точках, расположенных далеко впереди от головки первоначальной лавины. Эти новые лавины возникают вследствие появления электронов в объеме газа в результате фотоионизации излучением, исходящим из лавин, возникших ранее (на рисунке это излучение показано схематически в виде волнистых линий). В процессе своего развития отдельные лавины нагоняют друг друга и сливаются вместе, в результате чего возникает хорошо проводящий канал стримера. Из приведенной схемы ясно, что

вследствие возникновения многих лавин общий путь  $CD$ , проходимый стримером, намного больше расстояния  $AB$ , проходимого одной первоначальной лавиной (различие в длинах  $AB$  и  $CD$  в действительности намного больше, чем показано на рис. 356).

Наряду со стримерами, рассмотренными выше, распространяющимися от катода к аноду (*отрицательные стримеры*), существуют также стримеры, движущиеся от анода к катоду (*положительные стримеры*).

Стримерная теория развития искры позволяет качественно объяснить основные особенности возникновения искрового разряда, хотя в количественном отношении теория искры не может считаться завершенной.

## § 192. Коронный разряд

Разряд, получивший такое название, наблюдается при сравнительно высоких давлениях газа (например, при атмосферном давлении) и сильно неоднородном поле. Для получения значительной неоднородности поля электроды должны иметь очень неодинаковую поверхность, т. е. один электрод — очень большую поверхность, а другой — очень малую. Так, например, коронный разряд можно легко получить, располагая тонкую проволоку внутри металлического цилиндра, радиус которого значительно больше радиуса проволоки (рис. 357); следует отметить, что наличие внешнего цилиндра не обязательно и его роль могут играть окружающие заземленные предметы.

Силовые линии электрического поля сгущаются по мере приближения к проволоке, а следовательно, напряженность поля возле проволоки имеет наибольшее значение. Когда она достигает приблизительно  $3 \cdot 10^6$  в/м (при атмосферном давлении и нормальной температуре), между проволокой и цилиндром загорается разряд и в цепи появляется ток. При этом возле проволоки возникает свечение, имеющее вид оболочки или короны, окружающей проволоку, откуда и произошло название разряда. Внешний вид короны показан на рис. 358.

Коронный разряд возникает как при отрицательном потенциале на проволоке (отрицательная корона), так и при положительном (положительная корона), а также и при переменном напряжении между проволокой и цилиндром. При увеличении напряжения между проволокой и цилиндром растет и ток в коронном разряде. При этом увеличивается толщина светящегося слоя короны.

Процессы *внутри* короны сводятся в основном к следующему. Если проволока заряжена отрицательно, то по достижении напряженности пробоя у поверхности проволоки зарождаются электронные

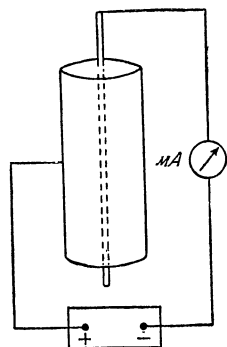


Рис. 357. Схема получения коронного разряда.



лавины, которые распространяются от проволоки к цилиндру. Так как напряженность поля уменьшается по мере удаления от проволоки, то на некотором расстоянии от проволоки электронные лавины обрываются. Расстояние, на которое распространяются электронные лавины, и есть толщина короны. Следовательно, в коронном разряде электронные лавины не пронизывают целиком слой газа, т. е. мы имеем *неполный пробой* газового промежутка.

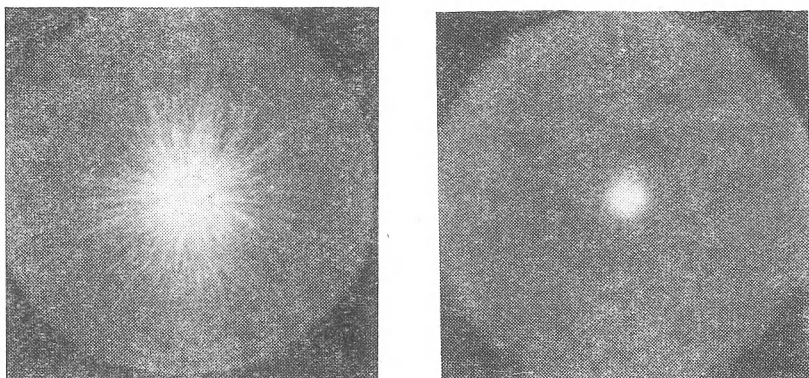


Рис. 358. Фотографии короны вокруг проволоки.

Слева — положительная корона, справа — отрицательная.

В случае положительной короны электронные лавины зарождаются на внешней поверхности короны и движутся по направлению к проволоке.

Таким образом, внутри короны мы имеем и положительные и отрицательные ионы. Отрицательные ионы (при отрицательной короне) движутся к аноду и выходят за пределы короны. Положительные ионы движутся к проволоке.

Электроны, вышедшие за пределы короны, присоединяются к нейтральным атомам газа, отчего возникают отрицательные ионы. За пределами короны мы имеем только ионы *одного* знака (отрицательные при отрицательной короне и положительные при положительной короне). В этой области разряд имеет несамостоятельный характер.

Коронный разряд может возникнуть не только возле проволок, но и возле любых проводников с малой поверхностью, каковыми являются всякого рода заострения. В частности, рассмотренные ранее в электростатике свойства острий (§ 33) объясняются зажиганием возле них микроскопической короны. Корона возникает также иногда в природе под влиянием атмосферного электрического поля и проявляется на верхушках деревьев, корабельных мачт и т. В старину

это явление получило название *огней св. Эльма* и вызывало суеверный ужас у мореплавателей.

С возможностью возникновения коронного разряда приходится всегда считаться в технике высоких напряжений. При зажигании короны возле проводов высоковольтных линий электропередачи окружающий воздух сильно ионизируется и появляются вредные токи утечки. Чтобы коронный разряд не мог возникнуть, провода высоковольтных линий должны иметь достаточно большой диаметр, тем больший, чем выше напряжение линии. По этой же причине и в лабораторной практике все подводы высокого напряжения (к рентгеновским установкам и другим высоковольтным устройствам) осуществляются обычно с помощью труб достаточно большого диаметра.

Коронный разряд используют в технике для устройства *электрофильтров*, предназначенных для очистки промышленных газов от твердых и жидких примесей. Рис. 359 иллюстрирует принцип устройства одного из типов электрофильтра. Установка имеет одну или несколько труб, по оси которых расположены коронирующие проволоки. Очищаемый газ движется по трубам снизу вверх. Так как газ внутри трубы сильно ионизован, то часть ионов оседает на частицах примеси и сообщает им заряд того же знака, что и на коронирующей проволоке. Заряженные частицы движутся под действием электрического поля к внешнему цилиндру, где и оседают. При периодических ударах по трубе образовавшийся осадок отделяется и в виде крупных хлопьев оседает в специальном сборнике. Подобные электрофильтры в настоящее время применяются для очистки дыма, в производстве серной кислоты, в литейных цехах заводов цветных металлов и для других целей. С их помощью из отходящих газов извлекаются многие тонны ценных продуктов.

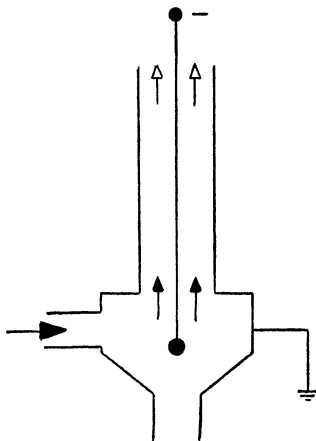


Рис. 359. Схема электрофильтра.

## § 193. Молния

Молния представляет собой гигантскую электрическую искру. Электрическая природа молнии была впервые доказана известными опытами Франклина с воздушным змеем и многочисленными исследованиями М. В. Ломоносова и Рихмана.

Наблюдая за показаниями электроскопа, соединенного с высоким металлическим шестом, Ломоносов обнаружил, что электрическое

поле у поверхности земли существует и в отсутствие грозы, сильно увеличиваясь в предгрозовые периоды. Он создал первую теорию возникновения электрических зарядов в атмосфере, указав на важную роль восходящих и нисходящих потоков воздуха, и этим положил начало науке об атмосферном электричестве.

Не вдаваясь в сложный и интересный вопрос о происхождении атмосферного электричества, что относится уже к области геофизики, мы укажем только, что причиной сильного увеличения атмосферного электрического поля во время грозы являются электрические заряды облаков. В облаках имеются и положительные и отрицательные заряды, расположенные в разных частях облака. Наиболее часто отрицательные заряды расположены на той стороне облака, которая обращена к земле, а положительные заряды — на противоположной, хотя иногда наблюдается и более сложное распределение зарядов. Когда во время грозы электрическое поле в атмосфере делается достаточно большим, возникает искровой разряд, т. е. молния.

Молнии возникают либо между облаками, либо между облаком и землей. Сила тока в молнии огромна и колеблется обычно от 10 000 до 500 000  $a$ , а напряжение между облаком и землей перед возникновением молнии достигает  $10^8$ — $10^9$   $v$ . Длительность отдельного разряда молнии очень мала, порядка микросекунды. Поэтому общий заряд, переносимый отдельной молнией, невелик (0,1—200  $\kappa$ ).

Очень часто молния представляет собой ряд искровых разрядов, следующих друг за другом по одному пути (*кратные молнии*). Число таких разрядов может достигать нескольких десятков, а общая длительность молнии — до 1 *сек.*

Особенно интересные результаты получаются при фотографировании молнии камерой с вращающимся объективом. Подобные фотографии позволяют проследить за последовательными стадиями развития молнии. Они показывают, что молнии предшествует развитие слабо светящегося канала — *лидера*, распространяющегося обычно от облака к земле и аналогичного стримеру (§ 191) в коротких лабораторных искрах. Когда лидер достигает земли, по пути, пробитому лидером, устремляются большие заряды и развивается ярко светящийся главный канал молнии, распространяющийся с огромной скоростью  $10^7$ — $10^8$   $m/сек$  от земли к облаку. При этом происходит сильное разогревание воздуха в главном канале и возникает ударная звуковая волна — гром. Раскаты грома объясняются многократными отражениями звука от облаков и других предметов.

Хотя основные процессы в молнии, по-видимому, такие же, как в коротких лабораторных искрах, особенности развития обоих типов разрядов все же несколько различны. Это видно, например, из следующего любопытного факта. Как говорилось выше (§ 192), искровой разряд (короткий) в воздухе при нормальных условиях возникает при напряженности поля  $E_k \cong 3000$   $кв/м$ . Многочисленные же измере-

ния напряженности поля в атмосфере показывают, что даже во время грозы она значительно меньше и не превышает 200—400 кв/м. Такое снижение пробойной напряженности поля наблюдается и в очень длинных лабораторных искрах (длиной до 10 м). Оно объясняется, по-видимому, тем, что в очень длинных разрядных промежутках могут возникать случайные большие *местные* усиления электрического поля, в которых и зарождаются стримеры искрового разряда.

Кроме обычных молний, наблюдаются, хотя и редко, так называемые *шаровые молнии*. Они имеют вид светящихся шаров диаметром 10—20 см, которые либо медленно движутся, либо прикрепляются к неподвижным предметам. Шаровые молнии зарождаются обычно при ударе очень сильных молний и через несколько секунд, а иногда и минут исчезают с сильным взрывом. Сущность этого явления окончательно еще не понята.

На всем земном шаре происходит в среднем одновременно около 1800 гроз, и около 100 молний проскакивает в 1 сек. Часть из них попадает в землю и нарушает правильную работу линий связи и электропередачи, вызывает пожары зданий, а иногда и поражает людей. Поэтому еще со времени Франклина и Ломоносова для защиты различных сооружений применяют *громоотводы* (которые правильнее было бы назвать *молниеотводами* или *грозоотводами*), представляющие собой заостренные металлические стержни, хорошо соединенные с землей и укрепленные выше самой высокой точки защищаемого здания (рис. 360). Статистика показывает, что защитное действие громоотвода распространяется на расстояние, примерно равное удвоенной его высоте. Действие громоотвода основано на явлении стекания зарядов с острий (§ 33).

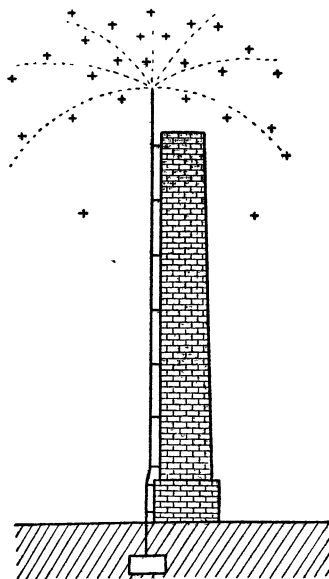


Рис. 360. Громоотвод.

Однако это действие не так просто, как может сразу показаться. Долгое время считалось, что роль громоотвода заключается в том, что заряды, индуцированные облаком на земле, стекают с острия громоотвода и, достигая облака, разряжают последнее. В действительности же этот процесс, по-видимому, не может играть существенную роль, так как высота громоотвода (десятки метров) весьма мала по сравнению с расстоянием до облаков (сотни метров и километры). Гораздо более вероятно следующее объяснение (Я. И. Френкель). Когда напряженность поля в атмосфере делается большой, то вследствие зажигания коронного разряда у острия и возникновения

электрического ветра воздух вблизи громоотвода сильно ионизируется. Поэтому и напряженность поля в этом объеме воздуха делается меньше (как внутри любого проводника), что и уменьшает вероятность возникновения молнии.

При очень сильных грозах молния может все же ударить в громоотвод. Однако и в этом случае заряды молнии уходят через громоотвод в землю, не причиняя вреда защищаемому зданию.

### § 194. Дуговой разряд

Если после зажигания искрового разряда постепенно уменьшать сопротивление цепи, то сила тока в искре будет увеличиваться. Когда сопротивление цепи станет достаточно малым, возникает новая форма газового разряда, называемая *дуговым разрядом*. При этом сила тока резко увеличивается, достигая десятков и сотен ампер, а напряжение на разрядном промежутке уменьшается до нескольких десятков вольт. Это показывает, что в разряде возникают новые процессы, сообщаящие газу очень большую электропроводность.



Рис. 361. Фотография дугового разряда между угольными электродами при атмосферном давлении.

Дуговой разряд можно получить, минуя стадию искры. Профессор физики Петербургской медико-хирургической академии В. В. Петров, открывший в 1802 г. эту важную форму газового разряда, получил электрическую дугу, раздвигая два кусочка древесного угля, предварительно приведенные в соприкосновение и присоединенные к мощной батарее гальванических элементов. Он обнаружил, что при этом между концами углей возникает ярко светящийся столб газа, а сами угли раскаляются до ослепительного свечения.

В настоящее время электрическую дугу, горящую при атмосферном давлении, чаще всего получают между специальными угольными

электродами, изготовленными прессованием порошкообразного графита и связующих веществ (дуговые угли). Фотография подобной дуги приведена на рис. 361. Наиболее горячим местом дуги является углубление, образующееся на положительном угле и называемое

*кратером* дуги. Его температура при атмосферном давлении равна около  $4000^{\circ}\text{C}$ , а при давлении в 20 *атм* превышает  $7000^{\circ}\text{C}$ , т. е. больше температуры внешней поверхности Солнца ( $\sim 6000^{\circ}\text{C}$ ).

Что же является основной причиной большой электропроводности газа в дуговом разряде? Установлено, что хорошая электропроводность дуги поддерживается за счет высокой температуры *отрицательного* электрода вследствие интенсивной *термоэлектронной эмиссии*. Это хорошо подтверждается тем фактом, что во многих случаях устойчивую дугу можно получить только при условии, что катод имеет высокую температуру, температура же анода не имеет существенного значения. Так, например, если одним из электродов дуги сделать угольный стержень, а другим — массивную, хорошо охлаждающуюся медную пластину и перемещать угольный стержень возле пластины (чтобы она не могла разогреться), то устойчивая дуга возникает только при отрицательном угле. Если же отрицательным полюсом служит пластина, то дуга периодически зажигается и снова гаснет, а получить ее устойчивое горение нельзя.

Дуговой разряд возникает во всех случаях, когда вследствие разогревания катода основной причиной ионизации газа становится термоэлектронная эмиссия. Так, например, в тлеющем разряде положительные ионы, бомбардирующие катод, не только вызывают вторичную эмиссию электронов, но и нагревают катод. Поэтому, если увеличивать силу тока в тлеющем разряде, то температура катода увеличивается, и когда она достигает такой величины, что начинается заметная термоэлектронная эмиссия, тлеющий разряд переходит в дуговой разряд. При этом исчезает и катодное падение потенциала. Дуговой разряд мы получим и в том случае, если введем в разреженный газ в качестве катода металлическую спираль, раскаливаемую током.

Наряду с рассмотренными выше термоэлектронными дугами наблюдаются и дуговые разряды другого типа. Примером может служить дуговой разряд в так называемой *ртутной дуговой лампе*, изображенной на рис. 362. Такая лампа предварительно откачивается и электрическая дуга в ней возникает в ртутном паре. Electroдами же являются столбики жидкой ртути. Так как температура электродов в этом случае не превышает немногих сотен градусов, то и термоэлектронная эмиссия здесь не может играть заметной роли.

Отметим, что дуга, горящая в ртутном паре, является мощным источником ультрафиолетовых лучей. Поэтому ртутные лампы широко

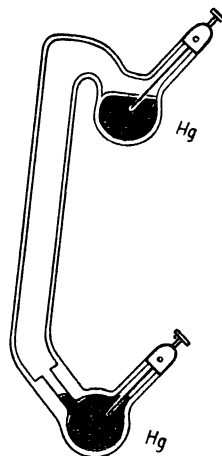


Рис. 362. Схема устройства ртутной дуговой лампы.

применяются в медицине («искусственное горное солнце») и в научных исследованиях, а баллоны таких ламп делают из кварца или специальных сортов стекла, хорошо пропускающих ультрафиолетовое излучение.

Многочисленные исследования электрических дуг с холодными электродами показывают, что источником мощной электронной эмиссии с катода является небольшое, ярко светящееся и непрерывно движущееся пятнышко на катоде, всегда возникающее в подобных дугах (*катодное пятно*). Плотность тока в катодном пятне огромна и может достигать  $10^{10}$ — $10^{11}$   $a/m^2$ . Согласно современным воззрениям причина образования катодного пятна заключается в сильном увеличении концентрации положительных ионов у катода, которое создает очень сильное местное электрическое поле, вызывающее мощную автоэлектронную эмиссию (§ 179). Поэтому электрические дуги с холодными катодами иногда называются *автоэлектронными дугами*. Катодное пятно может возникнуть не только у поверхности ртути, но и у любого металлического твердого электрода.

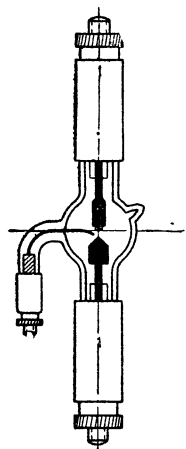


Рис. 363. Дуго-  
вая лампа  
сверхвысокого  
давления  
(СВД).

**Применения дугового разряда.** Дуговой разряд находит многочисленные и важные технические применения. Электрическая дуга является мощным источником света и широко применяется в проекционных (кино), прожекторных и других установках. Расходуемая ею удельная мощность может быть доведена до 0,2—0,3 *вт* на свечу, и поэтому она является более экономичной, нежели лампы накаливания.

Помимо дуг, горящих между угольными электродами при атмосферном давлении, в настоящее время в качестве источников света широко применяются дуговые «лампы сверхвысокого давления» (лампы СВД, рис. 363). Дуговой разряд в этих лампах происходит в парах ртути при давлении до 100 атмосфер или же в инертном газе при высоком давлении (десятки атмосфер). Зажигание дуги производится разрядом от источника высокого напряжения с помощью третьего электрода.

Вследствие высокой температуры дуги она широко используется для сварки и резания металлов.

Высокую температуру дуги используют также при устройстве дуговых электрических печей, играющих важную роль в современной электрометаллургии.

Важное техническое значение имеет применение автоэлектронных дуг с ртутным катодом для выпрямления переменного электрического

тока.

Важное техническое значение имеет применение автоэлектронных дуг с ртутным катодом для выпрямления переменного электрического

тока. Схема устройства ртутного выпрямителя и его включение показаны на рис. 364. Он состоит из большого стеклянного (а иногда металлического) сосуда, заполненного ртутным паром, и содержит ртутный катод  $K$  и три анода  $A$ ,  $A_1$  и  $A_2$  (число анодов часто бывает больше). Аноды  $A_1$  и  $A_2$  («дежурные» аноды) питаются от вспомогательного трансформатора  $T_1$  таким образом, что один из них в любой полупериод положителен относительно катода. Роль анодов  $A_1$  и  $A_2$  заключается в непрерывном поддержании катодного пятна. Анод  $A$  («главный» анод) и катод входят в цепь вторичной обмотки силового трансформатора  $T$ , содержащую также сопротивление нагрузки  $R$ . Так как ток на главный анод  $A$  существует только в те полупериоды, когда анод положителен относительно катода, то в нагрузке  $R$  появляется пульсирующий ток *одинакового* направления, соответствующий движению электронов от катодного пятна к главному аноду.

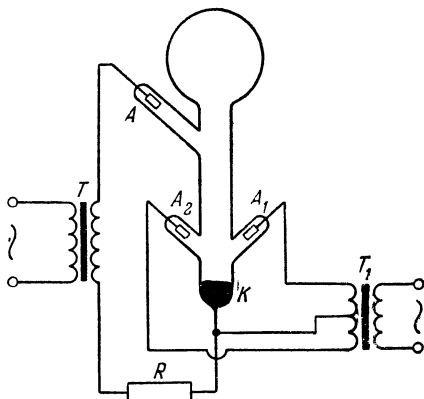


Рис. 364. Ртутный выпрямитель.

Если напряжение между анодом и катодом делается слишком большим, то катодное пятно может возникнуть и на аноде («обратное зажигание» ртутных выпрямителей), нарушая правильную работу выпрямителя.

Дуговые разряды применяются и для других целей.

## § 195. Устойчивость электрических разрядов

Как уже говорилось выше, многие формы электрических разрядов не подчиняются закону Ома и поэтому обладают нелинейной вольт-амперной характеристикой (электрические токи в вакууме, разряды в газах и другие). При этом может даже оказаться, что увеличение силы тока через проводник сопровождается уменьшением падения напряжения на нем, т. е. в этих случаях вольт-амперная характеристика имеет падающий участок (рис. 365). Характеристику такого типа имеет, например, участок цепи, содержащий электрическую дугу и последовательное постоянное сопротивление.

Сопротивлением любого проводника мы называем отношение напряжения между концами проводника к силе тока в нем  $U/I$ . Для проводников, подчиняющихся закону Ома, это отношение не зависит от силы тока (и напряжения), и поэтому их вольт-амперная характеристика прямолинейна. В случае нелинейной вольт-амперной



характеристики мы можем рассматривать каждый малый ее участок как отрезок прямой линии и ввести *дифференциальное сопротивление* в данной точке характеристики

$$R_i = \frac{dU}{di}.$$

Если характеристика имеет падающий участок, то на этом участке  $R_i$  отрицательно.

Конечно, это не значит, что в проводниках с отрицательным дифференциальным сопротивлением не происходит выделения (а имеется, наоборот, поглощение) тепла Джоуля — Ленца. Тепловой эффект тока определяется не дифференциальным, а полным сопротивлением проводника  $U/i$ , которое всегда положительно.

Каждая точка вольт-амперной характеристики соответствует определенному состоянию электрического разряда, а вся кривая изображает совокупность возможных состояний разряда в данном проводнике. Однако если проводник имеет отрицательное дифференциальное сопротивление, то может оказаться, что не все эти состояния разряда можно получить в действительности.

Рассмотрим простую цепь, содержащую наш проводник и источник тока с э. д. с.  $\mathcal{E}$  (рис. 366).

Обозначим через  $r$  сопротивление

Рис. 365. Вольт-амперная характеристика S-типа.

всей остальной части цепи, через  $i$  — ток в цепи и через  $U$  — напряжение на проводнике. Тогда, согласно закону Ома для участка цепи с э. д. с. (§ 75):

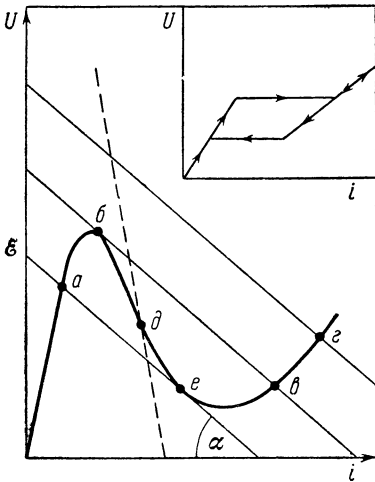
$$U = \mathcal{E} - ir. \quad (195.1)$$

С другой стороны,  $U$  и  $i$  связаны уравнением характеристики:

$$U = f(i),$$

где  $f$  — функция, зависящая от свойств проводника. Поэтому при данных  $\mathcal{E}$  и  $r$  в проводнике окажутся возможными только те состояния разряда, при которых  $U$  и  $i$  одновременно удовлетворяют обоим уравнениям.

Нахождение возможных состояний разряда удобно производить графически. Для этого на графике вольт-амперной характеристики



проведем прямую, уравнение которой есть (195.1) («линия нагрузки»). Она отсекает на оси  $U$  отрезок, равный э. д. с. источника  $\mathcal{E}$ , и наклонена к оси  $i$  на угол  $\alpha = \text{arctg } r$ . Тогда возможные при этих условиях состояния разряда будут определяться точками пересечения характеристики и линии нагрузки.

Положим, что состояние разряда характеризуется точкой характеристики  $a$  (рис. 365). Если теперь увеличивать э. д. с. источника, то линия нагрузки будет перемещаться вверх, оставаясь параллельной самой себе, и разряд будет плавно менять свое состояние в соответствии с участком характеристики  $ab$ . Если после достижения точки  $b$  увеличивать э. д. с. еще больше, то разряд *скачком* перейдет в новое состояние, описываемое точкой  $v$ . При этом напряжение на проводнике уменьшится, а сила тока увеличится. Если же мы захотим поддерживать то же самое напряжение, которое было в точке  $b$ , то нам придется еще увеличить э. д. с. источника. При этом мы будем двигаться по ветви характеристики  $vg$  вверх, и сила тока увеличится еще больше. Если исходить из правой ветви характеристики, например из точки  $g$ , и постепенно уменьшать э. д. с. источника, то мы пройдем все состояния разряда, изображаемые ветвью  $gve$ . При этом будут существовать и состояния, соответствующие отрезку  $ve$ , которые нельзя было получить при увеличении э. д. с. При достижении точки  $e$  произойдет опять скачкообразное изменение разряда, и он перейдет в новое устойчивое состояние  $a$ . При этом сила тока скачкообразно уменьшится, а напряжение возрастет. Если же мы захотим сохранить напряжение таким, каким оно было в точке  $e$ , то мы должны будем уменьшить э. д. с. источника, отчего скачок тока еще увеличится. Таким образом, наблюдаемая на опыте зависимость  $i$  от  $U$  не будет воспроизводить истинную вольт-амперную характеристику, а будет иметь вид петлеобразной кривой, показанной в верхнем правом углу рис. 365 («гистерезис» разряда). При некотором значении напряжения, разном при прямом и обратном ходе, *сила тока* будет делаться *неустойчивой* и скачком изменять свою величину.

Из сказанного ясно, что для устойчивости тока нужно, чтобы линия нагрузки при любом значении э. д. с. пересекла вольт-амперную характеристику, только один раз, а это значит, что она должна идти *более круто*, чем характеристика (пунктир на рис. 365). Или, иначе, внешнее сопротивление  $r$  должно быть *больше* абсолютного значения дифференциального сопротивления  $R_i$  в любой точке характеристики:

$$r > |R_i| \quad (S\text{-тип}). \quad (195.2)$$

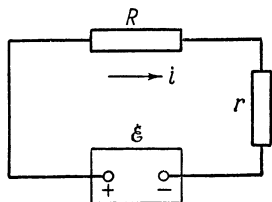


Рис. 366. К вопросу об устойчивости электрических разрядов.

Наряду с характеристиками такого типа, как показанная на рис. 365 («характеристики S-типа»), существуют и характеристики другого типа, показанного на рис. 367 («характеристики N-типа»). Примером проводника с характеристикой N-типа может служить туннельный полупроводниковый диод (§ 231). Она может также возникнуть в вакуумных лампах вследствие динаatronного эффекта (§ 178).

Если проводник имеет вольт-амперную характеристику N-типа, то при постепенном увеличении э. д. с. мы сначала будем двигаться по участку характеристики  $ab$  (рис. 367). В точке  $b$  произойдет скачкообразное изменение разряда. Однако в данном случае увеличится не ток, а напряжение, а сила тока станет меньше. Для поддержания тока неизменным нам придется сместиться вдоль ветви характеристики  $bc$ , отчего напряжения сделается еще больше. При обратном уменьшении тока мы сумеем дойти до состояния разряда  $e$ , после чего опять произойдет скачок, и т. д. Поэтому наблюдаемая на опыте зависимость  $U$  от  $i$  может иметь вид, показанный в правом верхнем углу рис. 367. Отличие от предыдущего случая S-характеристики заключается в том, что здесь неустойчивым может оказаться *напряжение*, а не ток. Для устойчивости разряда необходимо, чтобы линия нагрузки проходила *более полого*, чем вольт-амперная характеристика, т. е. чтобы выполнялось условие

Рис. 367. Вольт-амперная характеристика N-типа.

для устойчивости разряда необходимо, чтобы линия нагрузки проходила *более полого*, чем вольт-амперная характеристика, т. е. чтобы выполнялось условие

$$r < |R_i| \quad (N\text{-тип}). \quad (195.3)$$

Из сказанного также ясно, что если вольт-амперная характеристика не имеет падающего участка (т. е.  $R_i$  всюду положительно), то линия нагрузки при любом значении  $r$  пересекает характеристику только один раз, и поэтому разряд в таком проводнике будет всегда устойчив.

В предыдущих рассуждениях мы не учитывали емкость и индуктивность цепи. Поэтому формулы (195.2) и (195.3) выражают условие устойчивости для *постоянного* тока. Оно является необходимым, но может оказаться недостаточным. Чтобы разряд в данном состоянии был устойчивым, нужно еще, чтобы при случайных малых изме-

нениях тока и напряжения в цепи возникали такие процессы, которые препятствовали бы этим изменениям, а для этого необходимо выполнение дополнительных условий, которые рассмотрены в Добавлении 9 (его следует читать после гл. XX).

### § 196. Плазма

В различных формах газового разряда иногда образуется сильно ионизированный газ, в котором концентрация электронов приблизительно равна концентрации положительных ионов. Такая система из электронов и положительных ионов, распределенных с одинаковой концентрацией, получила название *электронно-ионной плазмы* или просто *плазмы*.

Плазму мы имеем в положительном столбе тлеющего разряда. Она образуется также в главном канале искрового разряда.

Так как концентрация электронов и ионов в плазме одинакова, то объемный заряд в ней, как и в металлах, равен нулю. Кроме того, при значительной ионизации газа электропроводность плазмы может быть очень большой. Поэтому по характеру своей электропроводности ионная плазма приближается к металлам.

Если плазма находится в электрическом поле, то в ней возникает электрический ток и выделяется тепло. При этом энергию в поле получают сначала электроны как более подвижные частицы, которые затем передают энергию ионам при соударениях. Однако при соударениях, вследствие большой разницы масс обеих частиц, электрон передает иону не всю энергию, а только ее часть. При низких давлениях, когда число соударений относительно мало, это приводит к тому, что средняя кинетическая энергия электронов оказывается больше средней кинетической энергии ионов. Или, иными словами, температура электронного газа в плазме выше температуры ионного газа (*неизотермическая плазма*). Эти температуры можно измерить косвенными методами, причем оказывается, что, например, в положительном столбе тлеющего разряда при давлениях порядка 0,1 мм рт. ст. температура электронов может достигать 50 000° С и выше, в то время как температура ионов не превышает нескольких сотен градусов.

При повышении давления увеличивается число соударений и улучшается теплообмен между электронным и ионным газами, отчего разность между их температурами уменьшается. При достаточно высоком давлении электроны и ионы имеют одинаковую температуру (*изотермическая плазма*). Изотермическую плазму мы имеем всегда при ионизации с помощью высокой температуры, например, в искровом канале.

В лабораторных условиях плазма получается не только в газовых разрядах. В электропроводящих твердых телах (металлы, полупроводники) мы имеем подвижные электроны проводимости и непо-

движные положительные ионы с общим объемным зарядом, равным нулю, т. е. тоже электронно-ионную плазму.

Однако наиболее часто плазма встречается в космических телах. Основная масса вещества космоса практически полностью ионизирована вследствие высокой температуры и действия различных излучений и находится в состоянии сильно ионизированной плазмы. В частности, наше Солнце полностью состоит из плазмы. Верхние ионизированные слои атмосферы Земли (ионосфера) тоже представляют собой плазму.

Плазма как сильно ионизированный газ имеет некоторое сходство с обычными газами и подчиняется многим газовым законам. Однако между плазмой и обычными газами имеются и радикальные отличия. Они особенно резко проявляются тогда, когда имеется магнитное поле. В этом случае на частицы плазмы (ионы и электроны) действуют большие силы (силы Лорентца), не существующие в газе нейтральных атомов. При движении частиц вдоль магнитного поля эти силы равны нулю. При движении же поперек магнитного поля они максимальны и препятствуют этому движению. Второе отличие заключается в том, что ионы и электроны в плазме сильно взаимодействуют между собой с помощью кулоновских сил. Оба эти обстоятельства в сочетании с большой электропроводностью сильной ионизированной плазмы приводят к тому, что свойства плазмы и уравнения ее движения при наличии электрических и магнитных полей оказываются резко отличающимися от таковых для обычных газов и жидкостей. Изучение законов движения плазмы, рассматриваемой как особого рода жидкость с большой электропроводностью, составляет предмет *магнитной гидродинамики* плазмы и имеет большое значение для понимания многих астрофизических процессов.

Исследование свойств плазмы имеет исключительное практическое значение, так как с помощью использования плазмы открывается принципиальная возможность осуществления искусственных *управляемых термоядерных реакций*.

Такие термоядерные реакции происходят самопроизвольно внутри звезд и, в частности, внутри Солнца и являются источником колоссальной излучаемой энергии. Во внутренних частях Солнца температура плазмы превышает  $10^7$  градусов. При этой температуре кинетическая энергия ядер водорода оказывается достаточной, чтобы заметная доля ядер при взаимных соударениях могла преодолеть силы отталкивания и вступить в ядерную реакцию слияния двух ядер водорода. В результате ряда последовательных ядерных реакций при этом получаются ядра гелия и освобождается огромная энергия.

Существование самоподдерживающихся ядерных реакций внутри Солнца облегчается большой плотностью плазмы и огромной массой Солнца. Расчеты показывают, что для осуществления термоядерных реакций в лабораторных условиях, даже если вместо обычного водорода воспользоваться его изотопами с массой 2 (дейтерием) или с массой 3 (тритием) (в которых термоядерные реакции начинаются при более низких температурах), необходимо разогревание плазмы до температур порядка  $10^8$  градусов.

Основная задача, которая возникает при этом, состоит в осуществлении очень совершенной тепловой изоляции плазмы от стенок камеры, так как

в природе не существует материалов, которые могли бы выдерживать температуры даже на несколько порядков меньше. Однако здесь на помощь приходят особые свойства плазмы в магнитном поле. Так как заряженные частицы горячей плазмы практически совершенно не могут двигаться поперек магнитного поля, для термоизоляции плазмы ее помещают в магнитное поле с подобранной должным образом формой линий индукции. Таким образом удается получить плазму в некотором ограниченном объеме, отделенном от стенок камеры прослойкой очень высокого вакуума, так что частицы плазмы практически вовсе не сталкиваются со стенками камеры (*магнитные ловушки*). Пропуская через такую плазму сильные электрические токи (импульсные или стационарные), оказывается возможным повысить температуру плазмы до нескольких миллионов градусов.

Однако достигнутые в настоящее время огромные температуры плазмы еще недостаточны для осуществления термоядерных реакций. Основная трудность получения достаточно высоких температур заключается в том, что на определенной стадии разогрева появляется *неустойчивость плазмы* в магнитном поле. Эта неустойчивость, которая имеет несколько различных причин и хорошо объясняется в современной теории плазмы, приводит к тому, что плазма деформируется и распадается на отдельные части и термическая изоляция плазмы нарушается. Однако можно надеяться, что эта основная и очень большая трудность в конце концов когда-либо будет преодолена.

Исследование свойств плазмы, законов ее движения, методов ее получения и изучения составляет содержание важного раздела современной физики — физики плазмы, более детальное изложение которого выходит за пределы данной книги.

### § 197. Газотрон и тиратрон

Хорошую электропроводность ионной плазмы используют при устройстве различных *газоразрядных приборов*. Мы рассмотрим два таких прибора — *газотрон* и *тиратрон*, особенно часто применяемые в различных схемах.

*Газотрон* представляет собой *двухэлектродную* лампу (диод) с накаливаемым катодом, однако, в отличие от вакуумного диода, внутри его баллона имеется газ (обычно ртутный пар или аргон, давление которых в различных газотронах изменяется от нескольких тысячных мм до нескольких см рт. ст.). На рис. 368 изображен один из типов газотрона, позволяющий пропускать ток 5 а.

Действие газотрона заключается в следующем. Когда на аноде имеется положительный потенциал, то электроны движутся от катода к аноду и на своем пути ионизуют атомы газа. В результате этого между катодом и анодом образуется ионная плазма и пространственный заряд (как в вакуумном диоде) не возникает. Поэтому газотроны позволяют получать большие токи при очень малых анодных напряжениях и в этом заключается их преимущество по сравнению с вакуумными диодами. Укажем для сравнения, что падение напряжения на

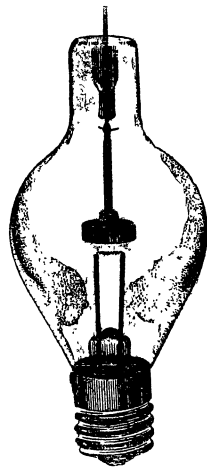


Рис. 368. Газотрон.

газотроне, изображенном на рис. 380, при токе  $5 a$  равно всего  $10 v$ , в то время как для такого же вакуумного диода оно составило бы много тысяч вольт.

Если к аноду газотрона приложен отрицательный потенциал, то электроны не смогут вылетать с катода и тока через газотрон нет.

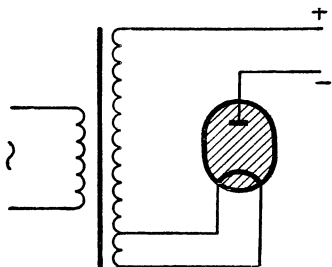


Рис. 369. Схема однополупериодного выпрямителя с газотроном.

Поэтому газотроны, так же как и вакуумные диоды, обладают односторонней проводимостью и применяются для выпрямления переменного тока. Простейшая схема выпрямителя с газотроном изображена на рис. 369.

Из сказанного видно, что основным процессом, приводящим к образованию электронов в газотроне, является термоэлектронная эмиссия. Поэтому и газовый разряд в нем есть разряд *дугового* типа.

*Тиратрон* есть трехэлектродная газонаполненная лампа, содержащая, подобно вакуумному триоду, накаливаемый катод, сетку и анод. Так же как и в газотроне, внутри тиратрона образуется ионная плазма, возникающая вследствие ионизации, газа электронными ударами. Однако назначение тиратрона совсем другое.

Тиратрон используют в качестве быстродействующего включателя тока. Для этого пользуются схемой, изображенной на рис. 370 (или ей подобной). В нормальном состоянии на сетке тиратрона имеется отрицательный потенциал, запирающий электронный ток с катода. Поэтому нет и газового разряда внутри тиратрона, и ток в цепи анода равен нулю. Если же на сетку попадает даже

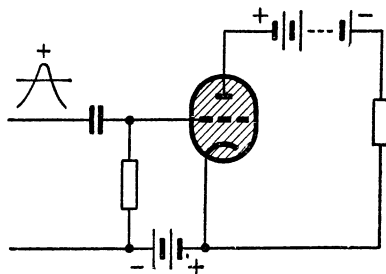


Рис. 370. Тиратрон и его включение.

кратковременный положительный импульс напряжения, то электроны получают возможность выйти с катода; внутри тиратрона зажигается разряд и образуется ионная плазма, и в цепи анода появляется ток.

Начиная с этого момента, сетка теряет свои управляющие свойства и изменения ее потенциала уже не оказывают влияния на ток анода. Это происходит потому, что электрическое поле в хорошо проводящей плазме, так же как и в металлах, проникает только на весьма небольшую глубину. Иными словами, плазма *экранирует* поле сетки, и изменения потенциала сетки не вызывают никакого изменения электрического поля у катода. Поэтому раз возникший

разряд в тиратроне продолжается и после того, как положительный импульс напряжения на сетке исчез.

Включение тока с помощью тиратронов происходит весьма быстро (за время порядка  $10^{-7}$  сек). Кроме того, тиратроны позволяют пропускать большие токи, достигающие сотен и тысяч ампер, причем коммутация таких токов не сопровождается шумом и обгоранием контактов, как в механических переключателях. Поэтому тиратроны в настоящее время широко применяются в различных радиотехнических устройствах, а также в автоматике и телемеханике.

## Г Л А В А XVII

### ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Явления электронной эмиссии (гл. XV) и газовых разрядов (гл. XVI) позволяют получить потоки электронов и ионов, движущихся в вакууме практически без соударений. Попадая в электрические и магнитные поля, эти частицы оказываются под действием определенных сил и изменяют свое первоначальное движение.

Изучая движение различных заряженных частиц в электрических и магнитных полях, оказывается возможным определить отношение их заряда к массе  $e/m$  и отсюда получить ценные сведения о природе этих частиц и о тех процессах, в которых они возникают. Воздействуя на потоки электронов и ионов электрическими и магнитными полями, можно *управлять* этими потоками, т. е. изменять их силу и направление движения; это лежит в основе действия различных важных электронных приборов (осциллографов, электронных микроскопов, ускорителей заряженных частиц, телевизионных трубок и др.).

#### § 198. Движение заряженных частиц в однородном электрическом поле

Если частица, обладающая зарядом  $e$ , движется в пространстве, где имеется электрическое поле с напряженностью  $E$ , то на нее действует сила  $eE$ . Если, кроме электрического, имеется магнитное поле, то на частицу действует еще сила Лорентца (§ 99), равная  $e[\mathbf{v}B]$ , где  $v$  — скорость движения частицы относительно поля,  $B$  — магнитная индукция. Поэтому согласно второму закону Ньютона уравнение движения частицы имеет вид:

$$m \frac{dv}{dt} = eE + e[\mathbf{v}B]. \quad (198.1)$$



Написанное векторное уравнение распадается на три скалярных уравнения, каждое из которых описывает движение вдоль соответствующей координатной оси.

В дальнейшем мы будем интересоваться только некоторыми частными случаями движения. Предположим, что заряженные частицы, двигавшиеся первоначально вдоль оси  $X$  (рис. 371) со скоростью  $v_0$ ,

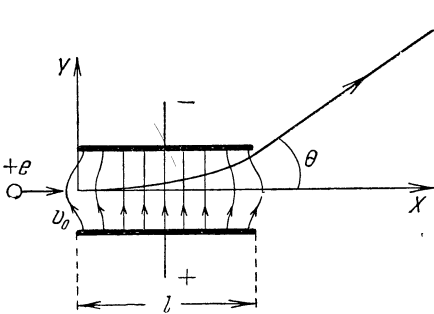


Рис. 371. Движение заряженной частицы в однородном электрическом поле.

электрического поля, которая при выбранном направлении координатных осей целиком направлена по оси  $Y$ . Поэтому траектория движения частиц лежит в плоскости  $XY$  и уравнения движения принимают вид:

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= 0, \\ \frac{dv_y}{dt} &= \frac{e}{m} E. \end{aligned} \quad (198.2)$$

Движение частиц в этом случае происходит под действием *постоянной* силы и подобно движению горизонтально брошенного тела в поле тяжести. Поэтому ясно без дальнейших расчетов, что частицы будут двигаться по *параболам*.

Вычислим угол  $\theta$  (рис. 371), на который отклонится пучок частиц после прохождения через конденсатор. Интегрируя первое из уравнений (198.2), находим:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \text{const} = v_0. \quad (198.3)$$

Интеграция второго уравнения дает:

$$v_y = \frac{e}{m} Et + C,$$

попадают в электрическое поле плоского конденсатора. Если зазор между пластинами мал по сравнению с их длиной  $l$ , то краевыми эффектами можно пренебречь и считать электрическое поле между пластинами *однородным*. Направляя ось  $Y$  параллельно полю, мы имеем:  $E_x = E_z = 0$ ,  $E_y = E$ . Так как магнитного поля нет, то  $B_x = B_y = B_z = 0$ .

В рассматриваемом случае на заряженные частицы действует только сила со стороны

где

$$t = \frac{l}{v_0}$$

есть время нахождения частицы в электрическом поле, а  $C$  — постоянная интегрирования. Так как при  $t = 0$  (момент вступления частицы в конденсатор)  $v_y = 0$ , то  $C = 0$ , и поэтому

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{e}{m} E \frac{l}{v_0}. \quad (198.4)$$

Отсюда получаем для угла отклонения  $\theta$ :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} : \frac{dx}{dt} = \frac{e}{m} \frac{lE}{v_0^2}. \quad (198.5)$$

Мы видим, что отклонение пучка существенно зависит от величины удельного заряда частиц  $e/m$ .

### § 199. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле

Рассмотрим теперь другой частный случай, когда нет электрического поля, но имеется магнитное поле. Предположим, что частица, обладающая начальной скоростью  $v_0$ , попадает в магнитное поле с индукцией  $B$ . Это поле мы будем считать *однородным* и направленным перпендикулярно к скорости  $v_0$  (рис. 372).

Основные особенности движения в этом случае можно выяснить, не прибегая к полному решению уравнений движения. Прежде всего отметим, что действующая на частицу сила Лорентца всегда *перпендикулярна к скорости движения частицы*. Это значит, что работа силы Лорентца всегда равна нулю; следовательно, абсолютное значение скорости движения частицы, а значит, и энергия частицы остаются *постоянными* при движении. Так как скорость частицы  $v$  не изменяется, то величина силы Лорентца

$$F = evB$$

остается постоянной. Эта сила, будучи перпендикулярной к направлению движения, является *центростремительной* силой (см. Механику). Но движение под действием постоянной по величине центростремительной силы есть движение по *окружности*. Радиус  $r$  этой окружности определяется уравнением

$$\frac{mv^2}{r} = evB,$$

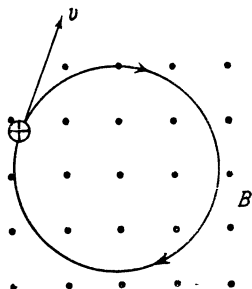


Рис. 372. Движение заряженной частицы в однородном магнитном поле.

откуда

$$r = \frac{v}{\frac{e}{m} B}. \quad (199.1)$$

Если энергия электрона выражена в эв и равна  $U$ , то

$$\frac{1}{2} m v^2 = eU, \quad v = \left(2 \frac{e}{m} U\right)^{1/2}$$

и поэтому

$$r = \left(\frac{2}{\frac{e}{m}}\right)^{1/2} \frac{U^{1/2}}{B}. \quad (199.1a)$$

Так, например, если электрон с энергией 100 эв движется в магнитном поле с индукцией 0,01 вб/м<sup>2</sup>, то он описывает окружность с радиусом около  $3,4 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 3,4 \text{ мм}$ . Если бы вместо электрона с той же энергией и в том же поле двигался ион атомного водорода, масса которого  $M = 1837 m$ , то радиус соответствующей окружности был бы в  $\sqrt{\frac{M}{m}}$  раз больше, т. е. был бы равен  $3,4 \sqrt{1837} = 147 \text{ мм}$ . Для более тяжелых ионов этот радиус будет соответственно еще больше.

Кругообразное движение заряженных частиц в магнитном поле обладает важной особенностью: время полного обращения частицы по окружности (*период* движения) *не зависит от энергии частицы*. Действительно, период обращения равен

$$T = \frac{2\pi r}{v}.$$

Подставляя сюда вместо  $r$  его выражение по формуле (199.1), имеем:

$$T = \frac{2\pi}{\frac{e}{m} B}. \quad (199.2)$$

Частота же  $\omega$  (число оборотов за  $2\pi$  сек) оказывается равной

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T} = \frac{e}{m} B. \quad (199.2a)$$

Для данного типа частиц и период, и частота зависят только от индукции магнитного поля.

Выше мы предполагали, что направление начальной скорости перпендикулярно к направлению магнитного поля. Нетрудно сообразить, какой характер будет иметь движение, если начальная скорость частицы составляет некоторый угол  $\alpha$  с направлением поля (рис. 373). В этом случае удобно разложить скорость  $v_0$  на две составляющие, одна из которых  $v_x = v_0 \cos \alpha$  параллельна полю, а другая  $v_n = v_0 \sin \alpha$  перпендикулярна к полю. На частицу дей-

ствует сила Лорентца, обусловленная составляющей  $v_n$ , и частица движется по окружности, лежащей в плоскости, перпендикулярной к полю. Составляющая  $v_t$  не вызывает появления добавочной силы, так как сила Лорентца при движении параллельно полю равна нулю. Поэтому в направлении поля частица движется по инерции, равномерно, со скоростью  $v_t = v_0 \cos \alpha$ . В результате сложения обоих

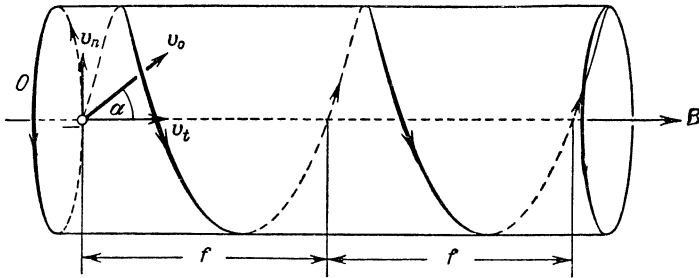


Рис. 373. Если начальная скорость заряженной частицы направлена под углом к магнитному полю, то частица движется по цилиндрической спирали.

движений частица будет двигаться по цилиндрической *спирали*, изображенной на рис. 373. Шаг винта этой спирали равен

$$f = v_t T = v_0 T \cos \alpha.$$

Подставляя вместо  $T$  его выражение (199.2), имеем:

$$f = \frac{2\pi v_0 \cos \alpha}{\frac{e}{m} B}. \quad (199.3)$$

## § 200. Циклотрон

Независимость частоты обращения в магнитном поле (§ 199) от энергии частиц используют для устройства ускорителя заряженных частиц — циклотрона. Он предназначен для ускорения тяжелых частиц (ионов) без применения высокого напряжения. Ускоряемые в циклотроне ионы используются для расщепления атомных ядер.

Принцип действия циклотрона схематически изображен на рис. 374. Ускорение ионов происходит между двумя полукруглыми полыми металлическими электродами  $D$ , имеющими вид коробок и называемыми дуантами. К дуантам приложено переменное напряжение в несколько десятков киловольт, создаваемое мощным ламповым генератором  $G$ . Поэтому в щели между дуантами возникает электрическое поле, ускоряющее ионы. Сами ионы получают в газовом разряде низкого давления в специальном источнике ионов  $I$  и вводятся в центре

щели между дуантами. Дуанты находятся внутри вакуумной камеры, которая помещается между полюсами большого электромагнита.

В циклотроне происходит ступенчатое ускорение ионов. Каждый ион, попавший в щель между дуантами, ускоряется электрическим полем и вступает внутрь одного из дуантов. Здесь под действием магнитного поля он описывает полуокружность и через время, равное половине обращения, вновь попадает в щель между дуантами. Если частота генератора  $\omega$  равна «циклотронной» частоте обращения иона  $\omega_c$

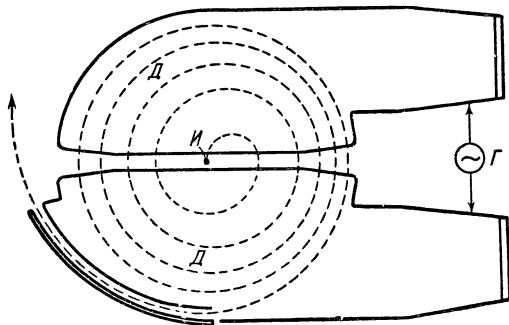


Рис. 374. Принцип циклотрона.

*ДД* — дуанты, *Г* — генератор переменного электрического напряжения, *И* — источник ионов. Магнитное поле перпендикулярно к плоскости чертежа.

раскручивающейся спирали, непрерывно увеличивая свою энергию. В периферической части магнитного поля либо помещают мишень, подлежащую бомбардировке, либо отклоняют пучок с помощью дополнительного электрода, имеющего отрицательный потенциал, и выпускают пучок из камеры через специальное окошко, закрытое тонкой металлической фольгой.

Из сказанного ясно, что условие ускорения ионов в циклотроне есть

$$\omega = \omega_c = \frac{e}{m} B. \quad (200.1)$$

Если амплитуда переменного напряжения между дуантами равна  $U_0$ , а число прохождения ионов через щель равно  $n$ , то максимальная энергия, приобретаемая ионами, есть  $nU_0$ .

Максимальная энергия частиц зависит от магнитной индукции  $B$  и максимального возможного радиуса орбиты, т. е. от радиуса магнита  $R$ . Полагая в формуле (199.1)  $r = R$ , находим, что максимальная энергия ионов (в эв), которую можно получить в данном циклотроне, равна

$$U_{\max} = \frac{1}{2} \frac{e}{m} B^2 R^2.$$

(§ 199), то к этому времени электрическое поле изменит направление на обратное и ион получит повторное ускорение и во втором дуанте будет двигаться по окружности большего радиуса. Так как время обращения иона по окружности не зависит от его энергии, то при следующем прохождении щели фаза напряжения опять изменится на  $\pi$  и опять произойдет ускорение иона, и т. д. Поэтому ион будет двигаться по

Так, например, если ускоряются ионы водорода, то

$$\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11}/1837 = 0,96 \cdot 10^8 \text{ кл/кг.}$$

Для типичного циклотрона средней величины можно принять

$$B \approx 1 \text{ вб/м}^2, \quad R \approx 0,5 \text{ м.} \quad \text{Это дает } U_{\max} \approx 12 \cdot 10^6 \text{ эв} = 12 \text{ Мэв.}$$

Такой циклотрон представляет собой большую и сложную установку. Вес его магнита равен около 100 т. Общая мощность питания (высоко-частотного генератора, магнита и вакуумных насосов) приближается к 100 квт. Сила тока в пучке ускоренных ионов имеет порядок 1 ма.

Отметим еще, что при практическом осуществлении ускорения необходимо обеспечить хорошую *фокусировку* пучка ионов, т. е. удержание пучка вблизи центральной плоскости дуантов и предотвращение его попадания на крышки дуантов. Это достигается главным образом тем, что магнитное поле магнита делают слабо неоднородным, уменьшающимся от центра магнита к его периферии. Возникающая при этом радиальная составляющая магнитной индукции вызывает появление дополнительных сил Лорентца (по сравнению с однородным полем), отклоняющих расходящийся пучок ионов обратно к центральной плоскости.

Однако, увеличивая радиус магнита, нельзя увеличить неограниченно максимальную энергию ионов. Предел ускорению кладет зависимость массы частиц от их скорости (ср. § 205). При достаточном увеличении энергии ионов их масса увеличивается и частота обращения  $\omega_c$  уменьшается. Поэтому условие резонанса (200.1) нарушается и ускорение в конце концов прекращается.

Отношение массы движущейся частицы к ее массе покоя  $m/m_0$  зависит от отношения  $v/c$  — скорости частицы, выраженной в долях скорости света в вакууме (ср. § 205). С другой стороны, при данной энергии частиц их скорости обратно пропорциональны  $\sqrt{m}$ . Вследствие этого эффект изменения массы для легких частиц (электронов) проявляется при значительно меньших энергиях, нежели для тяжелых частиц (ионов), и поэтому циклотроны практически непригодны для ускорения электронов.

## § 201. Определение удельного заряда электронов по методу магнитной фокусировки

В §§ 198, 199 мы видели, что отклонение, испытываемое заряженными частицами в электрическом и магнитном полях, существенно зависит от величины удельного заряда частиц. Поэтому, измеряя на опыте это отклонение, можно определить удельный заряд частиц  $\frac{e}{m}$ .

В зависимости от того, известна или не известна скорость частиц, приходится поступать по-разному. Если скорость частиц известна или может быть определенным образом задана в эксперименте, то достаточно измерить лишь одно из отклонений — либо в магнитном, либо

в электрическом поле. Если же неизвестными являются и удельный заряд частиц  $\frac{e}{m}$ , и их скорость  $v$ , то требуется применение и электрического, и магнитного отклонений, так как для определения двух неизвестных необходимы два соотношения.

Примером методов первой группы может служить *метод магнитной фокусировки* для определения удельного заряда термоэлектронов. Схема опыта показана на рис. 375. Электроны вылетают

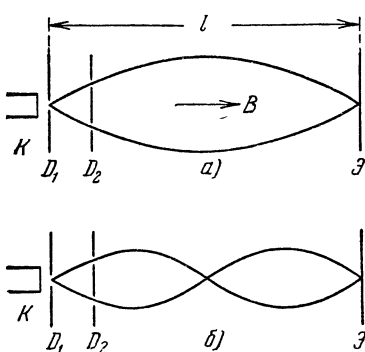


Рис. 375. Определение  $e/m$  для термоэлектронов методом магнитной фокусировки.

из накаливаемой проволоки  $K$  и ускоряются электрическим полем, созданным между проволокой и диафрагмой  $D_1$ . Диафрагма  $D_2$  имеет кольцевую щель, причем центр соответствующей ей окружности лежит на оси пучка. Эта диафрагма пропускает только те электроны, которые движутся по образующим конуса с углом раскрытия  $2\alpha$ . За диафрагмой  $D_1$  электроны движутся в пространстве, свободном от электрического поля, и попадают на люминесцирующий экран  $\mathcal{E}$ . Все указанные части заключены внутри цилиндрической стеклянной трубки, из которой тщательно выкачан воздух. На трубку надевается снаружи длинная катушка (соленоид), создающая внутри трубки однородное магнитное поле с известной напряженностью  $H$ , направленное параллельно оси электронного пучка.

В § 199 мы видели, что в этом случае электроны движутся по цилиндрическим спиральям. Поэтому все электроны, вышедшие из диафрагмы  $D_1$  под одним и тем же углом  $\alpha$ , вновь пересекут ось пучка на расстояниях  $f$ ,  $2f$  и т. д., где  $f$  — ход винта спирали. В этих точках сечение пучка будет наименьшим, т. е. в них электронный пучок будет *фокусироваться*. Следовательно, если изменять магнитное поле или скорость электронов, то первоначально размытое изображение пучка на экране будет периодически стягиваться в ярко светящееся пятнышко. Если расстояние  $l$  между  $D_1$  и экраном  $\mathcal{E}$  равно  $f$ , то сечение пучка будет таким, как показано на рис. 375, а. При  $l = 2f$  пучок имеет вид, изображенный на рис. 375, б, и т. д.

Условие фокусировки пучка на экране есть:

$$l = nf,$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Подставляя вместо  $f$  выражение (199.3), имеем:

$$l = \frac{2\pi v_0 \cos \alpha}{\frac{e}{m} B} n. \quad (201.1)$$

Но скорость электронов  $v_0$  определяется напряжением  $U$ , приложенным между катодом  $K$  и диафрагмой  $D_1$ , так как

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = eU.$$

Выражая отсюда  $v_0$  и подставляя ее в формулу (201.1), находим окончательно:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 n^2 U \cos^2 \alpha}{l^2 B^2}.$$

Поэтому, измеряя на опыте значения  $U$  и  $B$ , при которых происходит фокусировка пучка на экране, можно определить  $\frac{e}{m}$ .

Отметим, что если угол раскрытия пучка  $\alpha$  достаточно мал, то применение диафрагмы  $D_2$  не необходимо. Так как

$$\cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2} + \dots, \quad \cos^2 \alpha \approx 1 - \alpha^2,$$

то  $\cos^2 \alpha \approx 1$  с точностью до малых *второго* порядка. Поэтому при малых углах  $\alpha$  все электроны, независимо от значения  $\alpha$ , имеют общий фокус.

## § 202. Магнетрон

Важный случай движения электронов мы имеем при наличии двух полей — магнитного и электрического, *перпендикулярных* друг к другу. Это осуществляется в специальных вакуумных трубках — *магнетронах*, которые можно использовать для определения удельного заряда электронов.

Магнетрон представляет собой двухэлектродную лампу или диод, содержащую накаливаемый катод и холодный анод и помещаемую во внешнее магнитное поле. Это поле создается либо катушками с током, либо электромагнитом, между полюсами которого помещается магнетрон.

Рассмотрим сначала *плоский* магнетрон, катод и анод которого ограничены плоскостями, параллельными между собой (рис. 376). В этом случае в центральной части магнетрона электрическое поле  $E$  однородно. Магнитное поле, которое мы будем считать также однородным, направлено перпендикулярно к электрическому.

Если бы магнитного поля не было, то электроны, вылетающие из катода практически без начальной скорости, двигались бы в электрическом поле вдоль прямых линий, перпендикулярных к катоду, и все попадали бы на анод. При наличии магнитного поля траектории электронов искривляются силой Лорентца. Если магнитное поле достаточно велико, то траектории электронов не пересекают плоскости анода и имеют вид, изображенный на рис. 376. В этом случае ни один электрон не достигает анода.

В магнетроне траектории электронов уже не являются окружностями, как в случае отсутствия электрического поля (§ 199), а изображаются линиями с меняющейся кривизной. Это происходит потому, что электрон при своем движении попадает на различные эквипотенциальные поверхности электрического поля и поэтому величина его скорости изменяется. Вследствие этого изменяется величина силы Лорентца, а следовательно, и вызываемое ею искривление траектории.



Из сказанного ясно, что для каждого данного напряжения  $U$  между катодом и анодом существует некоторое значение критическое значение магнитной

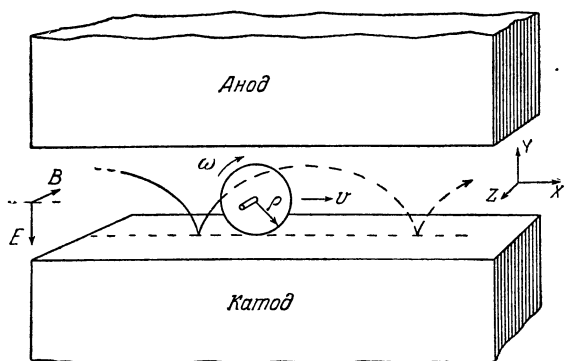


Рис. 376. Движение электрона, вылетевшего с катода с нулевой начальной скоростью, в плоском магнетроне.

Траектория электрона есть циклоида, описываемая точкой, лежащей на окружности круга, равномерно катящегося по катоду.

индукции  $B_K$ , при котором траектории электронов как раз касаются поверхности анода. Если  $B < B_K$ , то все электроны доходят до анода и ток через магнетрон имеет то же значение, что и без магнитного поля. Если же  $B > B_K$ , то ни один электрон не достигает анода и ток через лампу равен нулю. Расчет показывает, что это критическое значение индукции выражается формулой

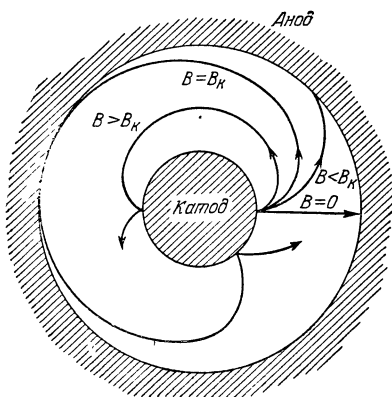


Рис. 377. Пути электронов в цилиндрическом магнетроне.

направлении, перпендикулярном к  $E$  и  $B$  (рис. 377). Действительно, для нашего случая уравнения движения электрона принимают вид:

$$m \frac{dv_x}{dt} = ev_y B, \quad m \frac{dv_y}{dt} = eE - ev_x B. \quad (202.2)$$

$$B_K = \frac{\sqrt{2U}}{d \sqrt{\frac{e}{m}}}, \quad (202.1)$$

где  $d$  — расстояние между катодом и анодом. Поэтому, измеряя на опыте  $B_K$ , начиная с которого запирается ток в магнетроне, можно определить удельный заряд электронов  $\frac{e}{m}$ .

Легко показать, что траектория электрона в плоском магнетроне есть циклоида, т. е. линия, которую описывает точка на окружности круга, равномерно катящегося вдоль катода в направлении, перпендикулярном к  $E$  и  $B$  (рис. 377).

Если электрон вылетел в начале координат (расположенном в плоскости катода) с нулевой начальной скоростью, то в качестве начальных условий задачи имеем:

$$t = 0: \quad x = y = 0, \quad v_x = v_y = 0. \quad (202.3)$$

Нетрудно убедиться непосредственной подстановкой, что решение уравнений движения, удовлетворяющее этим начальным условиям, есть

$$\left. \begin{aligned} x &= vt - \rho \sin \omega_c t \\ y &= \rho (1 - \cos \omega_c t), \end{aligned} \right\} \quad (202.4)$$

что и представляет уравнение циклоиды в параметрической форме. Здесь  $\omega_c$  — циклотронная частота, определяемая формулой (198.2а), а  $v$  и  $\rho$  равны, соответственно:

$$v = \frac{E}{B}, \quad \rho = \frac{v}{\omega}. \quad (202.5)$$

При  $B = B_k$  циклоида касается анода, а следовательно,

$$2\rho = d. \quad (202.6)$$

Подставляя для  $\rho$  его значение (202.5), а также учитывая выражения для  $v$  и  $\omega_c$ , даваемые формулами (198.2а) и (202.5), получаем для  $B_k$  соотношение (202.1), приведенное выше.

На практике применяют *цилиндрические* магнетроны. Их анод представляет собой металлический цилиндр, а катод имеет также цилиндрическую форму и расположен на оси анода. Пути электронов в цилиндрическом магнетроне имеют более сложную форму; они изображены на рис. 377. Соответствующий расчет показывает, что критическое значение магнитной индукции в цилиндрическом магнетроне определяется выражением

$$B_k = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\frac{e}{m}}} \frac{V\bar{U}}{b \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)},$$

где  $a$  — радиус катода,  $b$  — радиус анода. Отметим также, что значение  $B_k$  не изменяется действием пространственного заряда и имеет одно и то же значение как в режиме тока насыщения, так и в режиме пространственного заряда.

Зависимость тока магнетрона от напряженности магнитного поля в действительности имеет вид, изображенный на рис. 378. При  $B < B_k$  ток остается строго постоянным. Однако при  $B = B_k$  вместо совершенно резкого обрыва тока наблюдается более или менее размытый спад кривой. Это объясняется различного рода несовершенствами устройства магнетронов и условий опыта. Сюда относятся: неточная коаксиальность катода и анода, краевые эффекты, наличие остатков газа внутри прибора, падение напряжения вдоль катода и др. Тем не менее при тщательной постановке опытов можно найти  $B_k$  с достаточной точностью и отсюда определить  $\frac{e}{m}$ . Подоб-

ные измерения приводят к тем же самым значениям  $\frac{e}{m}$  для термоэлектронов, что и найденные по методу магнитной фокусировки (§ 201), а также и другими способами.

Отметим, что магнетроны представляют интерес не только для определения удельного заряда электронов. Магнетроны могут быть использованы для генерации мощных электрических колебаний и притом такой высокой

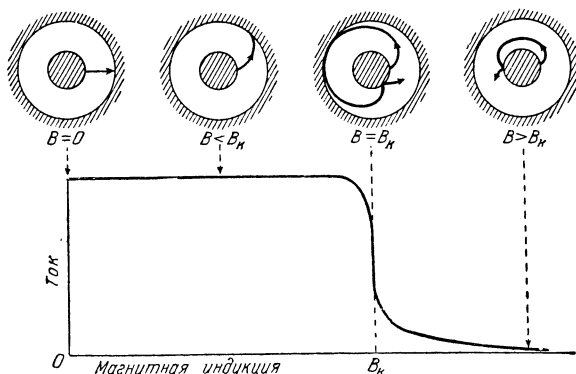


Рис. 378. Зависимость тока через магнетрон от магнитного поля.

частоты, которая недостижима с сеточными электронными лампами. Поэтому магнетроны (правда, несколько измененного устройства) играют выдающую роль в современной радиотехнике сверхвысоких частот.

### § 203. Определение удельного заряда катодных лучей

Первое определение удельного заряда электронов было произведено в 1897 г. Дж. Дж. Томсоном в опытах с катодными лучами. Для этого Томсон измерял отклонение катодных лучей в скрещенных электрическом и магнитном полях, которые были перпендикулярны друг к другу и к направлению пучка катодных лучей.

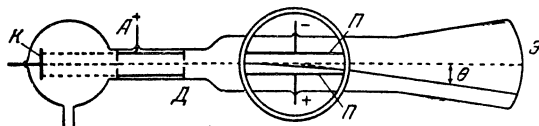


Рис. 379. Прибор Дж. Дж. Томсона для определения удельного заряда катодных лучей.

Прибор, которым пользовался Томсон, схематически изображен на рис. 379. Катодные лучи получались при помощи газового разряда и, распространяясь от катода  $K$ , выходили через щель в аноде  $A$ . Затем пучок сужался при помощи диафрагмы  $D$  и попадал в пространство между пластинами плоского конденсатора  $ПП$ . Магнитное поле создавалось катушками с током, расположенными по бокам

трубки, и действовало на том же отрезке траектории, что и электрическое поле. Отклонение катодного пучка измерялось по смещению светового пятнышка, возникавшего в месте падения пучка на люминесцирующий экран  $\mathcal{E}$ , нанесенный изнутри трубки.

Когда тока в катушках не было, а следовательно, не было и магнитного поля, пучок катодных лучей отклонялся только электрическим полем. При этом направление отклонения всегда было таким, которое соответствует *отрицательному* знаку заряда частиц. Магнитное отклонение, перпендикулярное к направлению магнитного поля и к направлению пучка, было параллельно отклонению электрическим полем.

Так как скорость частиц в катодных лучах заранее не известна, то в опытах нужно было найти и эту скорость, и удельный заряд, что требовало определения двух отклонений — и в электрическом, и в магнитном полях. Для этого Томсон поступал следующим образом. Сначала катодный пучок подвергался одновременному действию обоих полей и подбирались такие значения напряженности электрического поля  $E$  и магнитной индукции  $B$ , чтобы магнитное отклонение как раз компенсировало электрическое. При этом световое пятнышко на экране возвращалось в исходное положение, в котором оно было в отсутствии электрического и магнитного полей. Отсюда можно было найти скорость частиц. Действительно, сила, действующая на каждую частицу в электрическом поле конденсатора, есть  $eE$ , а сила, действующая в магнитном поле, равна  $evB$ . Если пучок находится в неотклоненном положении, то это значит, что полная сила, действующая на частицы, равна нулю, а следовательно,

$$v = \frac{E}{B}. \quad (203.1)$$

Наблюдая затем угол отклонения пучка  $\theta$  в одном электрическом поле, можно при известной скорости частиц  $v$  найти удельный заряд частиц  $\frac{e}{m}$  по формуле (198.5). Можно пользоваться также отклонением в одном магнитном поле (как и делал сам Томсон).

## § 204. Определение удельного заряда $\beta$ -лучей

Многие вещества, называемые радиоактивными, самопроизвольно испускают из недр своих атомов (атомных ядер) различные излучения. Еще в конце XIX в. было установлено, что среди радиоактивных излучений имеются так называемые  $\beta$ -лучи, представляющие собой поток отрицательно заряженных частиц, движущихся с большой скоростью. Изучение отклонения  $\beta$ -лучей в электрических и магнитных полях позволило окончательно установить их природу.

Схема одного из таких опытов показана на рис. 380.  $\beta$ -частицы, испускаемые радиоактивным препаратом  $\Pi$ , движутся в вакууме в узком зазоре между пластинами плоского конденсатора и попадают на фотографическую пластинку  $n$ . Весь прибор помещается в сильное магнитное поле, перпендикулярное к направлению электрического поля и к направлению движения частиц.

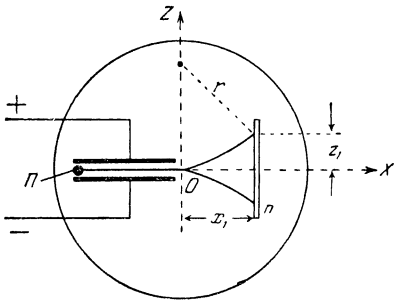


Рис. 380. Определение удельного заряда  $\beta$ -частиц.

Частицы, движущиеся между пластинами конденсатора, находятся под действием электрического и магнитного полей. При этом только те частицы, скорость которых  $v$  удовлетворяет условию (203.1), не испытывают отклонения и проходят через конденсатор. Частицы же, имеющие другие скорости, попадают на пластину и выбывают из пучка, так что за конденсатором получается пучок  $\beta$ -частиц с одинаковой скоростью. За пределами конденсатора на пучок действует только магнитное поле, и пучок изгибается по окружности. Радиус этой окружности определяется формулой (199.1), или, если выразить  $v$  через  $E$  и  $B$ ,

$$r = \frac{E}{\left(\frac{e}{m}\right) B^2}. \quad (204.1)$$

Если изменить направления обоих полей  $E$  и  $H$  на противоположные, то пучок будет искривлен в другую сторону.

Радиус окружности  $r$  можно определить, измеряя смещение пучка  $z_1$  на фотопластинке и зная расстояние  $x_1$  от края конденсатора до пластинки. Действительно, пусть начало координатных осей  $XZ$  находится в точке  $O$  (рис. 380). Тогда уравнение круговой траектории частиц есть

$$(z - r)^2 + x^2 = r^2.$$

Полагая  $x = x_1$ ,  $z = z_1$  и выражая из этой формулы  $r$ , имеем:

$$r = \frac{x_1^2 + z_1^2}{2z_1}. \quad (204.2)$$

Таким образом, зная  $E$  и  $B$ , а также расстояние  $x_1$  до фотопластинки и измеряя отклонение пучка  $z_1$ , можно найти  $\frac{e}{m}$ .

Применяя в качестве источника  $\beta$ -лучей различные радиоактивные препараты, можно было изменять скорость  $\beta$ -частиц. Эти скорости

были очень велики и лежали в пределах от  $0,95 \cdot 10^8$  м/сек до  $2,06 \cdot 10^8$  м/сек. При этом оказалось, что значения  $\frac{e}{m}$  для  $\beta$ -частиц, обладающих разными скоростями, *не одинаковы* и тем меньше, чем больше скорость частиц. Измеренные значения  $\frac{e}{m}$  приведены во втором столбце таблицы.

Зависимость  $\frac{e}{m}$  для  $\beta$ -лучей  
от скорости

$\frac{v}{c}$	$\frac{e}{m} \cdot 10^{-11}$ к/кг	$\frac{e}{m_0} \cdot 10^{-11}$ к/кг
0,3173	1,661	1,752
0,3787	1,630	1,761
0,4281	1,590	1,760
0,5154	1,511	1,763
0,6870	1,283	1,767

В настоящее время нет никаких оснований считать, что заряд частицы может зависеть от скорости ее движения. С другой стороны, согласно теории относительности масса всякого движущегося тела должна зависеть от скорости тела, причем эта зависимость выражается формулой

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (204.3)$$

Здесь  $m$  — масса, определяемая наблюдателем, относительно которого тело имеет скорость  $v$ ,  $m_0$  — так называемая *покоящаяся масса*, т. е. масса того же тела, покоящегося относительно наблюдателя. Поэтому с точки зрения теории относительности для разных  $\beta$ -частиц, движущихся с разными скоростями, постоянной должна оставаться не измеренная величина  $\frac{e}{m}$ , а величина  $\frac{e}{m_0}$ , т. е. удельный заряд для покоящихся частиц, равный

$$\frac{e}{m_0} = \frac{e}{m} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (204.4)$$

Результаты опытов хорошо подтвердили это заключение. В третьем столбце приведенной таблицы даны значения  $\frac{e}{m_0}$ , полученные по формуле (204.4) из измеренных значений  $\frac{e}{m}$ . Как видно из таблицы,  $\frac{e}{m_0}$  действительно остается постоянным и не зависит от скорости

частиц. Поэтому описанные опыты являются одним из прямых экспериментальных подтверждений вывода теории относительности о зависимости массы от скорости. К этому вопросу мы вернемся еще в гл. XXIII.

Численное значение  $\frac{e}{m_0}$  для  $\beta$ -частиц оказалось тем же самым, что и для катодных лучей. Это показало, что  $\beta$ -лучи представляют собой поток электронов, подобный катодным лучам, отличающийся от них только гораздо большей скоростью.

### § 205. Результаты измерений удельного заряда электронов

Помимо методов, рассмотренных в §§ 201—204, имеются и другие многочисленные способы определения удельного заряда электронов. Однако мы ограничимся только приведенными примерами и перейдем к обсуждению основных результатов, полученных в этих опытах.

Прежде всего отметим, что опыты по измерению  $e/m$  заряженных частиц привели к открытию самого существования электронов. А именно, в опытах Томсона с катодными лучами (§ 203) были получены впервые замечательные и совершенно неожиданные в то время результаты. Оказалось, что отношение  $e/m$  в катодных лучах вовсе не зависит от природы газа в разрядной трубке. Оно не зависит также от материала катода и давления газа. Но самое удивительное заключалось в том, что численное значение  $e/m$  частиц катодных лучей оказалось намного больше, нежели это отношение для самого легкого иона водорода, которое было найдено из опытов с электролизом. Эти результаты показали, что частицы в катодных лучах (природа которых в то время была еще неизвестна) не могут быть заряженными атомами газа или материала электродов, и впервые привели к заключению, что эти частицы являются элементарными заряженными частицами, общими для всех веществ, свободно существующими в катодных лучах независимо от атомов и обладающими гораздо меньшей массой, нежели атомы.

Дальнейшие опыты по измерению  $e/m$  подтвердили этот вывод. Они показали, что такое же значение  $e/m$ , как и катодные лучи, имеют  $\beta$ -частицы, испускаемые радиоактивными веществами, отрицательные частицы, возникающие при термоэлектронной эмиссии, фотоэлектрическом эффекте, автоэлектронной эмиссии, а также те частицы, которые обуславливают электрический ток в металлах. Это показало, что все электроны тождественны между собой и что они являются составной частью атомов всех веществ.

Удельный заряд электронов можно определить не только из электрических измерений, но и из оптических (см. Оптику). Совокуп-

ность всех результатов по определению  $e/m$  для электронов приводит к следующему значению:

$$\frac{e}{m_0} = 1,759 \cdot 10^{11} \text{ к/кг.}$$

Так как заряд электрона  $e$  известен из независимых измерений (§ 158), то отсюда можно найти массу электрона:

$$m_0 = 9,107 \cdot 10^{-31} \text{ кг,}$$

что составляет  $1/1837$  массы атома водорода. Приведенное значение есть покоящаяся масса электрона, т. е. масса электрона, скорость которого весьма мала по сравнению со скоростью света.

Укажем в заключение, что по отклонению в электрических и магнитных полях можно найти удельный заряд не только электронов, но и *ионов*. Зная же величину заряда ионов, можно найти и массу атомов исследуемого вещества, и притом с большой точностью. Поэтому измерение  $e/M$  для газовых ионов является важнейшим и наиболее точным методом определения атомных масс и широко применяется в современной физике. Для этой цели разработаны различные приборы, получившие общее название *масс-спектрографов* (если положение пучков определяют фотографическим способом) или *масс-спектрометров* (при регистрации пучков электрическими методами, см. Атомную физику).

### § 206. Циклотронный (диаманитный) резонанс

Современная электроника располагает еще одним замечательным методом определения удельного заряда электронов. Особое достоинство этого метода заключается в том, что он применим не только к электронам в вакууме или в разреженных газах, но и к электронам проводимости в твердых телах. Для этого образец исследуемого вещества помещают в постоянное магнитное поле и одновременно подвергают его воздействию частопеременного электрического поля, перпендикулярного к магнитному полю. При этом происходит явление, аналогичное процессу ускорения ионов в циклотроне (§ 201), но в данном случае ускоряемыми частицами являются электроны проводимости и роль ускоряющего электрического поля между дуантами играет электрическое поле электромагнитной волны.

Рассмотрим качественно поведение свободного электрона в этих условиях. В постоянном магнитном поле (индукцию которого обозначим через  $B_0$ ) электрон движется по окружности, лежащей в плоскости  $\Pi$  (рис. 381), перпендикулярной к магнитному полю, с циклотронной частотой обращения (§ 199):

$$\omega_c = \frac{e}{m} B_0. \quad (206.1)$$



Это круговое движение можно разложить на два взаимно перпендикулярных гармонических колебания в плоскости  $\Pi$  (ср. Механику) и рассматривать электрон в постоянном магнитном поле как два гармонических осциллятора, колеблющиеся вдоль осей  $X$  и  $Y$  с одинаковой частотой  $\omega_c$  и с постоянной разностью фаз  $\pi/2$ .

Положим теперь, что на электрон действует еще электрическое поле  $\mathbf{E}$  электромагнитной волны, лежащее в плоскости  $\Pi$  и изменяющееся с частотой  $\omega$  (длина волны намного больше

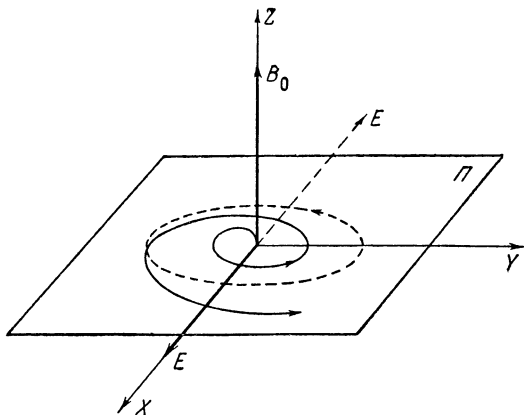


Рис. 381. К объяснению циклотронного резонанса.

радиуса орбиты, так что мгновенное значение  $\mathbf{E}$  одинаково во всех точках орбиты). Тогда на каждый из указанных осцилляторов будет действовать периодическая внешняя сила с частотой  $\omega$ , и поэтому они будут совершать вынужденные колебания с той же частотой  $\omega$ . Отметим, что внешняя сила состоит не только из силы  $e\mathbf{E}$ , создаваемой электрическим полем, но

и из силы Лоренца  $e[\mathbf{v}\mathbf{B}_0]$ , так как в этом случае скорость электрона  $\mathbf{v}$  будет иметь периодическую добавку. Но из механики известно, что при условии

$$\omega = \omega_c \quad (206.2)$$

возникает явление резонанса, при котором амплитуда колебаний осциллятора и его энергия достигают наибольшего значения, а в случае отсутствия затухания (сил трения) неограниченно увеличиваются с течением времени. Поэтому свободный электрон при резонансе будет набирать энергию за счет энергии электромагнитной волны и двигаться по раскручивающейся траектории (рис. 381), а электромагнитная волна при резонансе будет поглощаться (см. Добавление 7).

В действительности электроны испытывают соударения. При соударениях они передают накопленную энергию кристаллической решетке твердого тела, после чего процесс ускорения электронов начинается снова. Поэтому поглощение энергии электромагнитной волны происходит и в отсутствие резонанса. При резонансе же поглощение достигает максимума.

Описанное явление получило название *циклотронного резонанса* или, иначе, *диамагнитного резонанса* (так как его происхождение

тесно связано с искривлением траектории электронов силой Лорентца, т. е. с тем же эффектом, который обуславливает диамагнитные свойства, ср. § 130).

Из сказанного также ясно, что резонансное поглощение будет выражено тем сильнее, чем большее число полных обращений успеет совершить электрон за среднее время свободного пробега  $\tau$ , т. е. чем больше произведение  $\omega\tau$  по сравнению с единицей. Поэтому в эксперименте выгодно увеличивать по возможности частоту  $\omega_c$ , увеличивая магнитную индукцию  $B_0$ . В реальных опытах  $B_0$  обычно имеет порядок  $0,1 \text{ вб/м}^2$ , и поэтому  $\omega_c$  оказывается порядка  $1,76 \cdot 10^{11} \cdot 0,1 \sim 10^{10} \text{ сек}^{-1}$ . Это соответствует радиоволнам сантиметрового диапазона длин волн. Кроме этого выгодно увеличивать  $\tau$ , для чего исследуемое вещество в некоторых случаях охлаждают до низких температур.

Установки для наблюдения циклотронного резонанса подобны установкам для парамагнитного резонанса (§ 130). И здесь исследуемое вещество (например, небольшой кристалл) помещают внутри резонансной полости, в которой создают стоячую электромагнитную волну (§ 270). Резонатор с образцом помещают между полюсами электромагнита, создающего постоянное однородное магнитное поле, и измеряют поглощение электромагнитной энергии в зависимости от отношения  $\omega/\omega_c$ . При этом на опыте оказывается удобным поддерживать неизменной частоту генератора  $\omega$ , а изменять  $\omega_c$  изменением индукции  $B_0$ . Отличие заключается в том, что в случае циклотронного резонанса исследуемый образец должен находиться в пучности электрического поля (а не магнитного поля), и перпендикулярным к направлению  $B_0$  должно быть переменное электрическое поле  $E$  (а не магнитное поле волны). На опыте определяют частоту  $\omega_c$ , соответствующую резонансу. Тогда по формуле (206.1) можно найти удельный заряд  $e/m$ , а зная еще заряд частиц, можно определить их массу.

## § 207. Эффективная масса

Исследование циклотронного резонанса в различных кристаллах привело к важным результатам. Прежде всего, оказалось, что масса электронов проводимости во многих кристаллах (в особенности — в полупроводниках) *не равна* массе свободного электрона в вакууме  $m_0$ . Это — так называемая *эффективная масса* может быть как больше, так и меньше  $m_0$ . На рис. 382 в качестве примера приведены экспериментальные кривые циклотронного поглощения для кристаллов германия *n*-типа. По горизонтальной оси отложено отношение  $\omega_c/\omega$ , где  $\omega_c$  вычислено для  $m = m_0$ . Из рисунка видно, что максимумы поглощения лежат при значениях  $\omega_c/\omega$ , *не равных* 1, а значительно меньших, что соответствует  $m < m_0$ .

Далее оказалось, что значение эффективной массы зависит от направления  $B_0$  (см. рис. 382). Так как в этих опытах направление

электрического поля всегда перпендикулярно к  $B_0$ , то это значит, что *эффективная масса зависит от направления действующей силы* (анизотропия эффективной массы). Так, например, в германии для силы, параллельной кристаллографическому направлению [111] (пространственная диагональ куба), эффективная масса электронов равна  $m_e \approx 1,6 m_0$ , а для силы, действующей в перпендикулярной плоскости,  $m_t \approx 0,08 m_0$ .

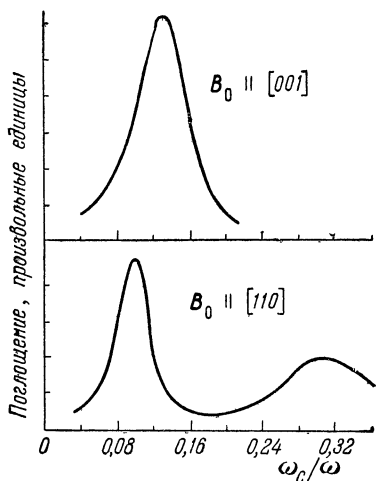


Рис. 382. Циклотронное поглощение в германии  $n$ -типа при двух различных направлениях магнитного поля относительно осей кристалла. Температура  $4,2^\circ \text{K}$ . Частота  $8,9 \cdot 10^9$  герц.

И, наконец, число различных резонансных частот оказывается в ряде случаев больше, нежели ожидаемое теоретически для частиц с одним определенным значением  $m$ . Так, например, в кристаллах германия  $p$ -типа наблюдаются резонансы, соответствующие двум различным типам положительных дырок с сильно различающимися эффективными массами («тяжелые» и «легкие» дырки).

Эти результаты, кажущиеся сначала очень удивительными, имеют полное объяснение. Общая их причина заключается в том, что в классической электронной теории мы учитываем взаимодействие электронов с решеткой кристалла только с помощью соударений и считаем, что между двумя последовательными соударениями электрон движется совершенно свободно. В действительности же электроны находятся все время под действием периодического в пространстве электрического поля кристалла, и их движение определяется не только внешним полем, но и полем самого кристалла. Поэтому, пытаясь вывести движение электронов и учитывая только внешнее электрическое (и магнитное) поле, мы получаем в законах движения вместо истинной массы электрона  $m_0$  некоторую другую, гораздо более сложную величину (эффективную массу). Если же учесть и внутреннее поле самого кристалла и воспользоваться квантовыми законами движения электронов, то оказывается возможным объяснить все важнейшие экспериментальные результаты, и притом не только качественно, но и количественно.

Отметим в заключение, что исследование эффективных масс в различных кристаллах играет важную роль в современной физике твердого тела и позволяет получить ценные сведения об особенностях движения электронов внутри кристаллов.

### § 208. Отражение и преломление электронных пучков. Электронная и ионная оптика

Предположим, что пучок электронов, движущихся в одном направлении, попадает в однородное электрическое поле плоского конденсатора, входя через одну из его пластин (рис. 383). Это можно осуществить, если пластины конденсатора сделать из металлических сеток или из тончайших слоев металла, прозрачных для электронов.

Пусть, далее, направление электрического поля в конденсаторе таково, что оно тормозит электроны. Тогда нормальная к эквипотенциальным поверхностям составляющая скорости электронов  $v_n$  будет уменьшаться, составляющая же  $v_t$ , параллельная эквипотенциальным поверхностям, изменяться не будет. Если электрическое поле достаточно сильно, то в некоторой точке  $в$  составляющая  $v_n$  обратится в нуль, а затем изменит свое направление. Электроны, вошедшие в электрическое поле в точке  $а$ , будут двигаться по изогнутой траектории  $авб$  и выйдут из поля в точке  $б$ . Так как при движении от  $в$  к  $б$  они проходят ту же разность потенциалов, что и между  $а$  и  $в$  (но в обратном направлении), то абсолютное значение скорости  $v_n$  в точке  $б$  будет то же, что и в точке  $а$ , а следовательно, электроны выйдут из конденсатора под тем же углом  $i$ , под которым они вошли в конденсатор.

Мы получим *отражение* электронного пучка, подобное отражению света от плоского зеркала, причем и здесь будет справедлив закон отражения: угол отражения равен углу падения, а направления падающего пучка, отраженного пучка и нормали к эквипотенциальным поверхностям поля лежат в одной плоскости.

Если разность потенциалов между пластинами недостаточна для того, чтобы обратить в нуль скорость  $v_n$ , то пучок выйдет из поля через другую пластину (рис. 384). Однако направление выходящего пучка будет отличаться от направления входящего, и мы получим *преломление* электронного пучка, причем опять направления падающего и выходящего пучков будут лежать в одной плоскости с нормалью к эквипотенциальным поверхностям. Если электроны движутся от более высокого потенциала к более низкому (тормозящее электрическое

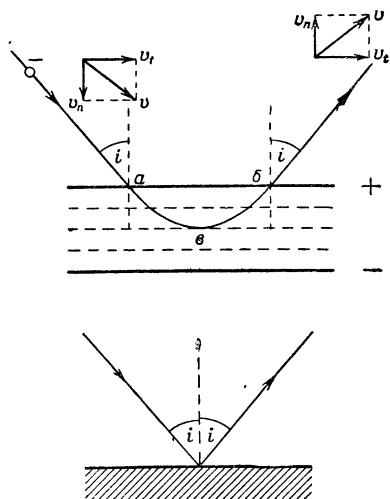


Рис. 383. Зеркало для электронов и его оптическая аналогия.

поле), то угол преломления  $r$  будет больше угла падения  $i$ , и явление будет аналогично преломлению света, распространяющегося из среды с большим показателем преломления  $n_1$  в среду с меньшим показателем преломления  $n_2$  (например, из стекла в воздух, рис. 384, а).

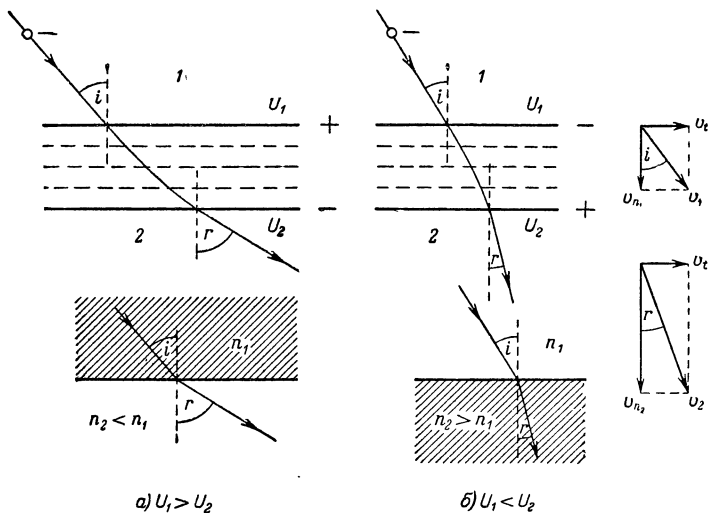


Рис. 384. Преломление электронных пучков.

Если же электроны движутся от низшего потенциала к высшему, то угол преломления  $r$  будет меньше угла падения  $i$  и преломление электронных пучков будет соответствовать преломлению света при условии  $n_2 > n_1$  (например, при переходе из воздуха в стекло, рис. 384, б).

Нетрудно найти и количественную связь между преломлением электронных пучков и изменением потенциала. Показателем преломления среды  $n$  называют отношение

$$n = \frac{\sin i}{\sin r},$$

где  $i$  — угол падения лучей на границу среды, а  $r$  — угол преломления лучей в среде. Переходя к случаю электронов и обращаясь к рис. 384, мы видим, что

$$\begin{aligned} \sin i &= \frac{v_t}{v_1}, \\ \sin r &= \frac{v_t}{v_2}, \\ n &= \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_2}{v_1}. \end{aligned}$$

Здесь  $v_1$  — полная скорость электронов до вступления в электрическое поле (в «среде» 1),  $v_2$  — полная их скорость после выхода из поля (в «среде» 2),

причем учтено, что касательная составляющая скорости  $v_t$  остается постоянной. Если скорость электронов, выраженная в вольтах, в пространстве  $1$  есть  $V$ , то

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = eV.$$

Если, далее, при переходе из пространства  $1$  (в котором потенциал постоянен) в пространство  $2$  (тоже с постоянным потенциалом) потенциал изменится на  $U$ , то

$$\frac{1}{2} m v_2^2 = e(V + U).$$

Деля оба последних равенства друг на друга и подставляя выражение  $\frac{v_2}{v_1}$  в формулу для показателя преломления, находим:

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \sqrt{1 + \frac{U}{V}}. \quad (208.1)$$

Так же как и в оптике,  $n$  не зависит от угла падения и определяется только изменением потенциала пространства  $U$  и начальной скоростью электронов  $V$ .

Таким образом, изменение потенциала пространства оказывает на электронные пучки такое же влияние, как изменение показателя преломления среды на лучи света. Создавая подходяще подобранные электрические поля, можно осуществить системы, которые действуют на электроны подобно тому, как действуют оптические системы на лучи света, и позволяют получать *изображения* объектов. То же можно сделать и с помощью магнитных полей (см. § 210). Поэтому мы говорим об *электронной* (и *ионной*) *оптике*, имея под этим в виду раздел физики, изучающий условия получения изображений с помощью электронов и ионов и способы практического построения таких электронно-оптических систем.

Одним из самых замечательных достижений электронной оптики являются *электронные микроскопы*, позволяющие получать изображения очень малых объектов с помощью электронных пучков (см. Оптику).

## § 209. Электрические линзы

Основными элементами электронно-оптических систем являются линзы для электронов. Рассмотрим сначала принцип устройства *электрических линз*, в которых движение электронов изменяется электрическим полем.

Один из способов осуществления электрической линзы показан на рис. 385. Линза состоит из двух отделенных узкой щелью коаксиальных цилиндров, к которым приложена разность потенциалов. Эквипотенциальные поверхности электрического поля вблизи щели изображены на рисунке. Напряженность электрического поля перпендикулярна к эквипотенциальным поверхностям и имеет составляющую  $E_t$ , параллельную оси линзы, и составляющую  $E_r$ , перпендикулярную к оси. Электроны, вышедшие из некоторой точки  $P$  и вступившие в линзу, в левой половине электрического поля отклоняются полем  $E_r$  к оси линзы, и поэтому *расходящийся* пучок превращается в *сходящийся*. В правой половине поля направление  $E_r$  изменится на противоположное и на электроны действует сила, направленная

от оси наружу. Однако электроны, достигнув центральной плоскости (щели), прошли ускоряющую разность потенциалов  $\frac{U}{2}$  ( $U$  — разность потенциалов между цилиндрами) и увеличили свою скорость. Поэтому электронный

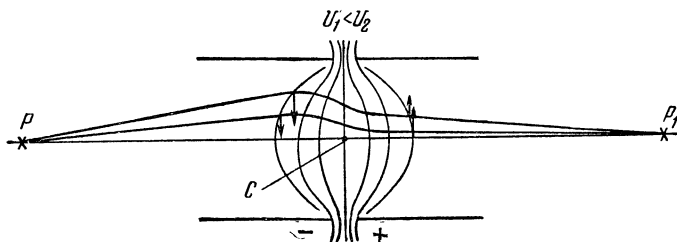


Рис. 385. Электрическая линза в виде двух коаксиальных цилиндров.

пучок во второй части линзы хотя и уменьшает свою сходямость, остается все же *сходящимся* и пересекает ось в некоторой точке  $P_1$ , которая и является изображением точки  $P$ .

Для электрической линзы, так же как и для оптической, существует определенная точка  $F_1$  на оси линзы (рис. 386 сверху), которая отличается тем, что расходящийся электронный пучок, выходящий из этой точки, после преломления в линзе превращается в параллельный. Эта точка называется *главным фокусом* линзы, а ее расстояние от центра линзы (центра щели) —

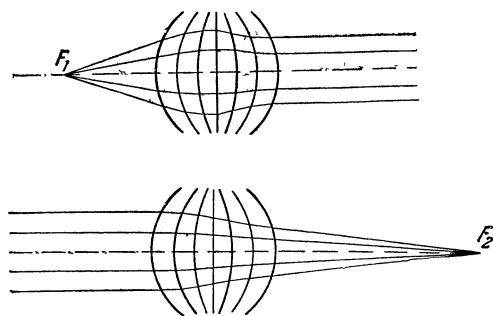


Рис. 386. Фокусы электрической линзы.

главным фокусным расстоянием. С другой стороны линзы расположен ее второй главный фокус (рис. 386 снизу). Легко сообразить, что для рассматриваемой электрической линзы оба фокусных расстояния неодинаковы. Отметим, что такое же положение вещей мы имеем и для оптических линз, если показатели преломления окружающей среды с обеих сторон линзы неодинаковы.

На рис. 387 изображена электрическая линза, для которой оба фокусных расстояния одинаковы. Она состоит из двух диафрагм  $D_1$  и  $D_2$ , соеди-

ненных вместе и находящихся при одинаковом потенциале, и третьей диафрагмы  $D_3$ , помещенной между ними. Если внутренняя диафрагма имеет отрицательный потенциал относительно крайних диафрагм, то линза является для электронов собирательной. Так как потенциал пространства слева и справа от рассматриваемой линзы одинаков, то она соответствует оптической линзе, с обеих сторон которой находится одна и та же среда (рис. 387).

Если толщина электрической линзы мала по сравнению с расстояниями от объекта до центра линзы ( $PC = a$ ) и от центра линзы до изображения ( $CP_1 = b$ ), то электрическая линза соответствует тонкой оптической линзе.

Для тонких электрических линз справедлива та же формула, что и для тонких оптических линз:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F},$$

где  $F$  — фокусное расстояние линзы, зависящее от ее устройства, от приложенной разности потенциалов и от скорости электронов. Так же как для

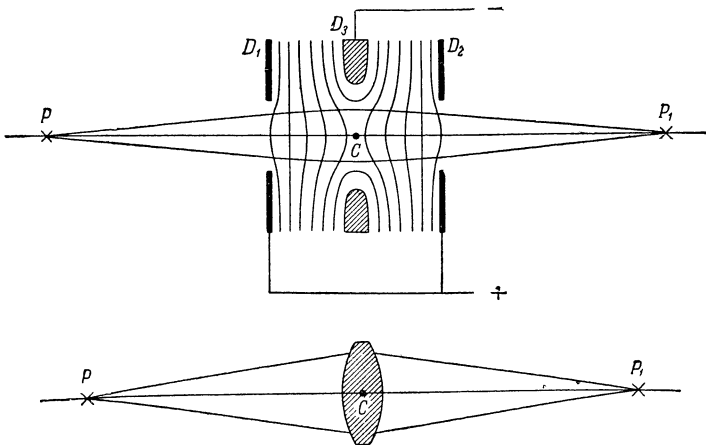


Рис. 387. Однопотенциальная электрическая линза.

тонких оптических линз, положение изображения можно найти графически при помощи построения трех особенно простых лучей: луча, проходящего из любой точки объекта через центр линзы (этот луч проходит не преломляясь), луча, проходящего через передний фокус линзы  $F_1$ , и луча, идущего

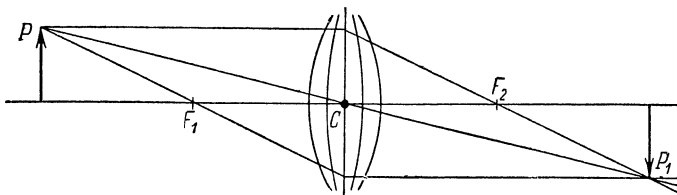


Рис. 388. Построение изображения в тонкой электрической линзе.

через задний фокус  $F_2$ . Это построение показано на рис. 388. Указанные три луча пересекаются в одной точке (в ней пересекаются и все остальные лучи), которая является изображением точки  $P$  объекта.

Линзам для электронов, так же как и оптическим линзам, присущи различные ошибки или аберрации (см. Оптику), которые не позволяют получить абсолютно резкое изображение, при котором каждая точка объекта отображалась бы также точкой в плоскости изображения. Эти аберрации можно лишь уменьшить, но не устранить вовсе.



## § 210. Магнитные линзы

Линзы для электронов (и ионов) можно получить и с помощью *магнитного поля*. В § 199 мы уже видели, что электроны, вышедшие из какой-либо точки внутри длинного соленоида с током, движутся по спиралям и

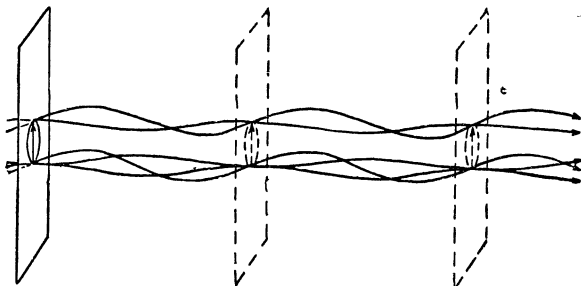


Рис. 389. Получение изображения с помощью длинной магнитной линзы.

вновь собираются вместе на расстояниях  $f$ ,  $2f$  и т. д. от точки выхода. Это расстояние определяется формулой (199.3):

$$f = \frac{2\pi v_0 \cos \alpha}{\frac{e}{m} B},$$

где  $\alpha$  — угол между направлением скорости электронов и направлением поля. Если электронный пучок ограничен достаточно малой диафрагмой, то

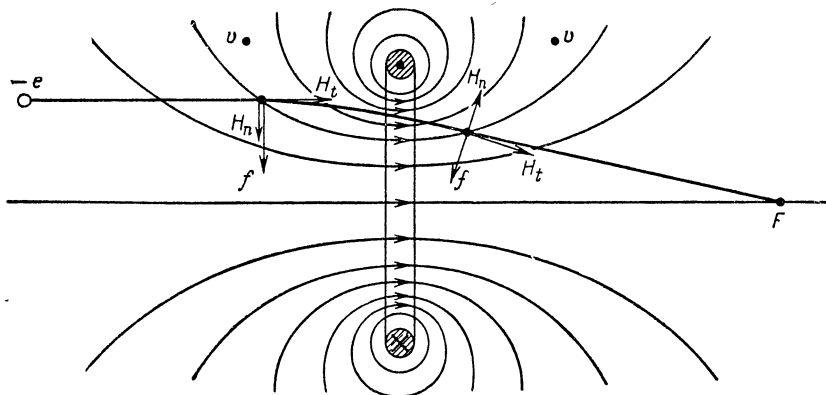


Рис. 390. Виток с током как короткая магнитная линза.

$\cos \alpha \approx 1$ . В этом случае *все* электроны, вышедшие из какой-либо точки источника, соберутся практически в одной точке, которая и будет изображением соответствующей точки источника. Таким образом, длинный соле-

ноид является магнитной линзой для электронов и ионов (*длинная магнитная линза*).

Образование изображения с помощью длинной магнитной линзы разъясняет рис. 389. Из рисунка видно, что в этом случае получается *прямое* изображение, причем линейное увеличение равно единице. Поэтому длинные магнитные линзы применяются редко.

Для получения увеличенных и уменьшенных изображений служат *короткие магнитные линзы*. Рассмотрим принцип действия таких линз на примере одного витка с током (рис. 390). Предположим, что электроны до линзы движутся перпендикулярно к плоскости витка (параллельно оси линзы), и рассмотрим силы, действующие на электрон слева от плоскости витка. Магнитное поле имеет составляющую  $H_z$ , параллельную траектории электрона, и составляющую  $H_r$ , перпендикулярную к ней. Благодаря наличию поля  $H_r$  на электрон действует сила Лорентца, направленная от чертежа к читателю, и электрон приобретает дополнительную скорость  $v$  того же направления. Но наличие скорости  $v$  и составляющей поля  $H_z$  приводит к появлению силы Лорентца  $f$ , направленной к оси линзы, так что траектория электрона изгибается и приближается к оси. Справа от плоскости витка направление поля  $H_r$  изменяется на обратное, и появляется сила Лорентца, уменьшающая скорость  $v$ . Однако эта скорость в правой части поля не равна нулю, и поэтому под действием поля  $H_z$  траектория электронов еще больше загибается к оси линзы. В результате электроны, двигавшиеся параллельно оси линзы, соберутся в малом объеме вблизи некоторой точки  $F$ , которая является главным фокусом линзы. Второй главный фокус расположен симметрично слева от линзы: в нем собираются электроны, падающие на линзу справа и движущиеся до линзы параллельно ее оси.

На практике употребляют не один виток проволоки, а короткие катушки. Для того чтобы сконцентрировать и усилить магнитное поле, эти катушки заключают в панцирь из мягкого железа, в котором прорезана с внутренней стороны узкая кольцевая щель (рис. 391).

Вследствие появления скорости  $v$ , вызванной составляющей  $H_r$  в первой половине поля, изображение поворачивается на некоторый угол вокруг оси линзы. Если магнитное поле линзы сосредоточено в очень узком слое, то этот угол тоже мал. При изменении направления тока в линзе направление вращения изображения изменяется, но фокусирующее свойство линзы сохраняется. Поэтому, комбинируя две подобные линзы и создавая в них магнитные поля противоположных направлений, можно получить магнитную линзу, свободную от поворота изображения.

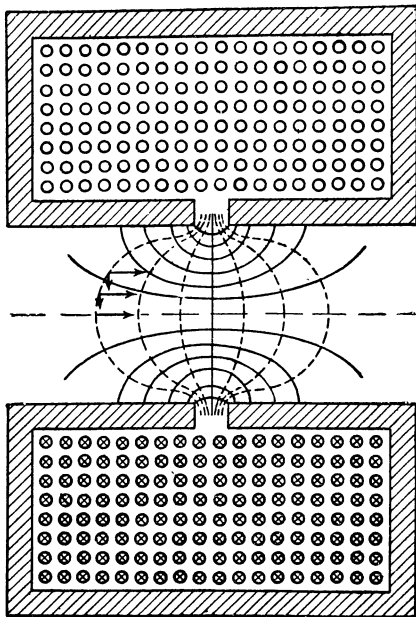


Рис. 391. Короткая магнитная линза с железным панцирем.

## § 211. Электронный осциллограф

В качестве примера применения электронной оптики рассмотрим устройство *электронного осциллографа*, который предназначен для наблюдения быстрых электрических процессов. Основной его частью является *электронно-лучевая трубка*, схематически изображенная на рис. 392. Источник электронов  $I$  с накаливаемым ка-

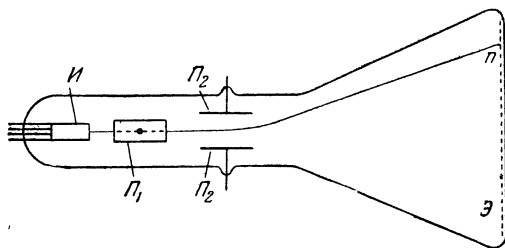


Рис. 392. Осциллографическая электронно-лучевая трубка.

тодом создает узкий пучок электронов (электронный «луч»), сходящийся в очень маленькое пятнышко  $n$  на люминесцирующем экране  $\mathcal{E}$ , нанесенном изнутри на стенке трубки. Трубка откачана до высокого вакуума. Между источником и экраном расположены две пары металлических пластин  $P_1P_1$  и  $P_2P_2$ , которые отклоняют электронный пучок в двух взаимно перпендикулярных направлениях. На одну

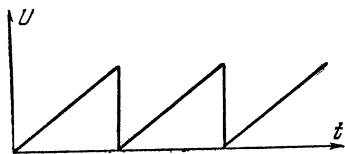


Рис. 393. Пилообразное напряжение, накладываемое на пластины времени осциллографа.

из пар пластин, например  $P_1P_1$ , накладывается электрическое напряжение, изменяющееся во времени, как показано на рис. 393 («пилообразное» напряжение), создаваемое специальным генератором внутри осциллографа. Это напряжение вызывает равномерное движение пятна на экране в горизонтальном направлении («развертка во времени»). На вторую пару пластин накла-

дывают исследуемое напряжение. Под действием обоих электрических полей, создаваемых пластинами  $P_1P_1$  и  $P_2P_2$ , пятно на экране вычерчивает кривую, изображающую зависимость исследуемого напряжения от времени.

Отклонение электронного луча в осциллографе пропорционально приложенному напряжению и поэтому электронный осциллограф представляет собой быстродействующий вольтметр. Так как электроны имеют ничтожную массу, то электронный луч практически не обладает никакой инерцией даже для очень быстро изменяю-

щихся напряжений, в чем и заключается основное достоинство электронных осциллографов.

В некоторых типах электронно-лучевых трубок отклонение электронного пучка производится магнитным полем. В этом случае вместо отклоняющих пластин применяют проволочные катушки, расположенные вне трубки, в непосредственной близости к ней.

Развитие быстродействующей осциллографии и телевидения потребовало создания таких источников электронов, которые позволили бы получить на экране возможно малое пятно с максимальной интенсивностью. Это осуществляют с помощью специальных электронно-оптических систем, получивших название «электронных пушек».

Устройство типичной электронной пушки изображено на рис. 394. Она имеет накаливаемый оксидный катод и три коаксиальных цилиндра: управляющий электрод (иначе называемый *цилиндром Венельта*), первый анод

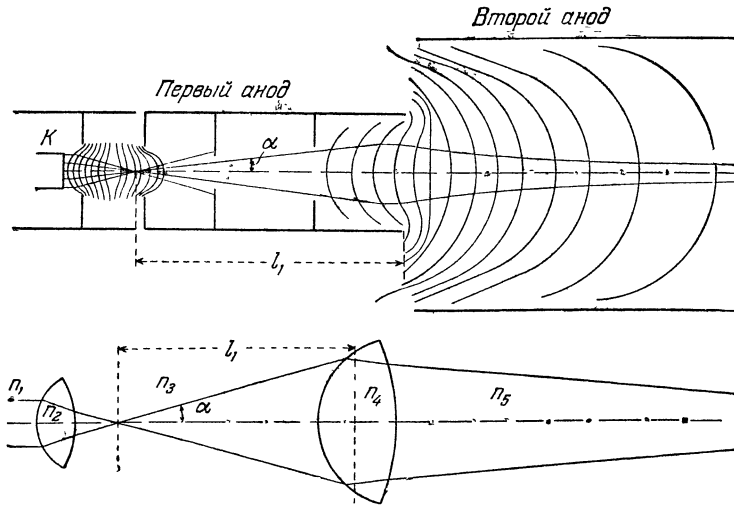


Рис. 394. Типичная электронная пушка и ее оптическая аналогия. Показатели преломления  $n_1 < n_2 < n_3 < n_4 < n_5$ .

и второй анод. Управляющий электрод имеет отрицательный потенциал относительно катода ( $-20-70$  в) и сжимает выходящий из катода электронный пучок. Изменяя этот потенциал, можно изменить количество электронов, проходящих через диафрагмы первого анода, а следовательно, регулировать интенсивность пятна на экране. Потенциал первого анода положителен относительно катода, а потенциал второго анода положителен относительно первого анода. Управляющий электрод и первый анод и соответственно первый и второй аноды образуют две электрические линзы. Их эквипотенциальные поверхности изображены на рисунке. Регулируя потенциалы анодов, можно изменять сходимость электронного пучка и добиться наилучшей фокусировки пятна на экране. Потенциал второго анода относительно катода определяет

также конечную скорость электронов в пучке. В типовых электронно-лучевых трубках потенциал первого анода делают равным  $U_1 = +(250-500) \text{ в}$ , а потенциал второго анода доводят до  $U_2 = +(1000-2000) \text{ в}$ .

На рис. 394 изображена также оптическая система из двух линз, приблизительно соответствующая рассматриваемой электронно-оптической системе.

## Г Л А В А XVIII ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ЭЛЕКТРОЛИТАХ

### § 212. Законы электролиза Фарадея

В настоящей главе мы рассмотрим особенности электрического тока в проводниках второго класса — электролитах.

В § 60 мы уже говорили, что электрический ток в электролитах всегда сопровождается выделением на электродах химических составных частей электролита. Это явление было тщательно исследовано Фарадеем, который установил на опыте два основных закона электролиза. Согласно первому закону Фарадея, *масса  $m$  вещества, выделившаяся на каком-либо из электродов, пропорциональна величине заряда  $q$ , прошедшего через электролит:*

$$m = Kq. \quad (212.1)$$

Здесь  $K$  — электрохимический эквивалент, различный для разных веществ. Он равен массе данного вещества, выделяемой при электролизе зарядом  $q = 1$ . Значения электрохимических эквивалентов для некоторых веществ приведены в таблице.

Вещество	Атомный вес $A$	Валентность $Z$	Электрохимический эквивалент, $\text{кг/кулон}$
Серебро . . . . .	107,9	1	$1,1180 \cdot 10^{-6}$
Медь . . . . .	63,57	2	$3,294 \cdot 10^{-7}$
Водород . . . . .	1,008	1	$1,045 \cdot 10^{-8}$
Кислород . . . . .	16,000	2	$0,8293 \cdot 10^{-7}$
Хлор . . . . .	35,46	1	$3,674 \cdot 10^{-7}$

В справедливости первого закона Фарадея можно убедиться, не прибегая к измерению заряда. Если включить три тождественные электролитические ванны, содержащие одинаковый электролит, так, как показано на рис. 395, то заряд  $q$ , прошедший через ванну 1, разделится поровну между ваннами 2 и 3, так что через каждую из ванн 2 и 3 пройдет заряд  $\frac{q}{2}$ . Опыт показывает, что и масса вещества, выделившаяся в каждой из ванн 2 и 3, равна точно поло-

вине массы, выделившейся в ванне 1. Соединяя параллельно не две ванны, а другое их число (3, 4, ...), можно разделить заряд  $q$  на 3, 4, ... равные части и убедиться, что масса выделившегося вещества в каждой из ванн, соединенных параллельно, равна  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ , ... массы, выделившейся в ванне 1.

Второй закон Фарадея касается величины электрохимического эквивалента. Фарадей обратил внимание на то, что электрохимические эквиваленты  $K$  различных веществ всегда пропорциональны атомному весу  $A$  и обратно пропорциональны химической валентности  $Z$  вещества.

Отношение  $\frac{A}{Z}$  называется в химии

*химическим эквивалентом* вещества. Второй закон Фарадея утверждает, что *электрохимический эквивалент пропорционален химическому эквиваленту данного вещества*:

$$K = C \frac{A}{Z}. \quad (212.2)$$

В этой формуле коэффициент пропорциональности  $C$  имеет *одно и то же* значение для *всех* веществ.

Чтобы проверить правильность второго закона Фарадея, можно соединить *последовательно* несколько электролитических ванн, содержащих *различные* электролиты (рис. 396). Если  $m_1$  есть масса вещества, выделившаяся на любом из электродов ванны 1, причем  $A_1$  и  $Z_1$  — атомный вес и валентность этого вещества, а соответствующие значения для ванны 2 суть  $m_2$ ,  $A_2$  и  $Z_2$ , то по второму закону Фарадея

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{A_2}{A_1} \frac{Z_1}{Z_2}.$$

Рис. 396. Проверка второго закона Фарадея.

Это и наблюдается в действительности. Так, например, если ванна 1 содержит раствор медного купороса  $\text{CuSO}_4$  и на ее катоде в процессе электролиза откладывается 1 мг меди ( $A_1 = 63,57$ ,  $Z_1 = 2$ ), а в ванне 2 имеется азотнокислое серебро и выделяется серебро ( $A_2 = 107,9$ ,  $Z_2 = 1$ ), то количество выделившегося серебра  $m_2 = 1 \cdot \frac{107,9 \cdot 2}{63,57 \cdot 1} \cong \cong 3,4$  мг. В справедливости второго закона Фарадея можно убедиться также, сопоставляя между собой значения  $K$ ,  $A$  и  $Z$ , приведенные в предыдущей таблице,

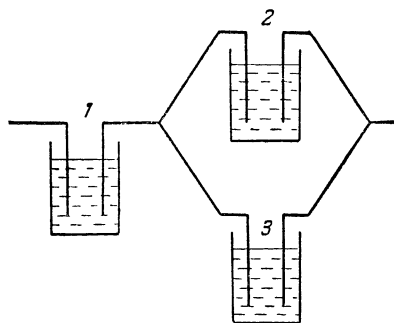
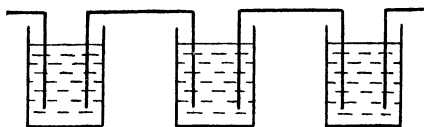


Рис. 395. Проверка первого закона Фарадея.



Оба закона Фарадея можно выразить одной формулой. Подставляя выражение (212.2) для  $K$  в (212.1) и обозначая  $\frac{1}{C} = F$ , находим:

$$m = \frac{A}{Z} \frac{q}{F}. \quad (212.3)$$

Величина  $F$  получила название *числа Фарадея*. Полагая в (212.3)  $q = F$ , имеем:  $m = \frac{A}{Z}$ . Это значит, что если через любой электролит проходит заряд, равный числу Фарадея, то на каждом из электродов выделяется количество килограммов вещества, равное его химическому эквиваленту  $\frac{A}{Z}$  (один *килограмм-эквивалент*). Опыт показывает, что  $F = 9,65 \cdot 10^7$  кулонов.

### § 213. Объяснение законов Фарадея

Таким образом, электрический ток в электролитах всегда сопровождается выделением вещества на электродах. Отсюда можно заключить, что ток в электролитах представляет собой не движение

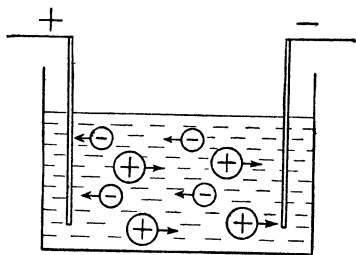


Рис. 397. Схема ионной проводимости.

электронов, как в металлах, а движение заряженных атомов и молекул, т. е. *ионов*. Это значит, что молекулы растворенного вещества в электролитах существуют в виде положительно и отрицательно заряженных частей, которые под действием электрического поля движутся в противоположные стороны: положительные ионы — к катоду, а отрицательные ионы — к аноду (рис. 397). Достигая анода, отрицательный ион передает аноду свой отрицательный заряд, отчего один или несколько электронов

(в зависимости от заряда иона) проходят по внешней цепи, и ион превращается в нейтральный атом или молекулу, выделяющуюся на аноде. Положительный ион, напротив, заимствует от катода один или несколько электронов и, нейтрализуясь, выделяется на катоде.

Ионы, выделяющиеся на аноде, т. е. несущие отрицательный заряд, Фарадей назвал *анионами*, а выделяющиеся на катоде (положительно заряженные) — *катионами*. В § 60 мы видели, что при электролизе раствора  $KBr$  на катоде выделяется  $K$ , а на аноде —  $Br$ . Следовательно, ионы  $Br^-$  являются анионами, а ионы  $K^+$  — катионами. Так как все металлы и водород выделяются всегда на катоде, т. е. являются катионами, то отсюда можно заключить, что в электролитах ионы металлов и водорода всегда заряжены положительно.

Представление об ионной проводимости электролитов позволяет не только качественно понять явление электролиза, но и объяснить

законы Фарадея. Действительно, пусть количество ионов, выделившихся на каком-либо электроде в процессе электролиза, равно  $\nu$ , а заряд каждого иона есть  $q_1$ . Тогда полный заряд  $q$ , прошедший через электролит, есть  $q = q_1\nu$ . Если масса одного иона равна  $M$ , то масса, выделившаяся на электроде, есть  $m = M\nu$ . Исключая из этих равенств  $\nu$ , находим:

$$m = \frac{M}{q_1} q, \quad (213.1)$$

т. е. первый закон Фарадея.

Из (213.1) следует, что электрохимический эквивалент равен  $K = \frac{M}{q_1}$  или (если умножить числитель и знаменатель на число Авогадро  $N$ )  $K = \frac{A}{q_1 N}$ . С другой стороны, согласно второму закону Фарадея (212.2)  $K$  пропорционально химическому эквиваленту  $\frac{A}{Z}$ . Поэтому, чтобы понять второй закон Фарадея, необходимо заключить, что *заряд электролитического иона пропорционален химической валентности  $Z$  вещества*, т. е. ионы двухвалентных веществ имеют вдвое больший заряд, нежели одновалентные ионы, ионы трехвалентных веществ — втрое больший и т. д.

Полученный результат показывает, что заряды ионов *кратны* между собой. Наименьший заряд  $e$  имеют ионы одновалентных веществ, заряд двухвалентного иона равен  $2e$ ,  $Z$ -валентных — равен  $Ze$ , но дробные части  $e$  не наблюдаются. Отсюда Гельмгольц в 1880 г. впервые сделал заключение, что электрические заряды имеют атомистическую природу и что заряд  $e$  одновалентных ионов есть наименьшее известное количество заряда или *элементарный заряд*. Величину этого заряда он определил следующим образом. Согласно (212.3) количество электричества, равное числу Фарадея  $F$ , выделяет 1 килограмм-эквивалент вещества. В случае одновалентного вещества ( $Z = 1$ ) выделяется 1 килограмм-атом, или число частиц, равное числу Авогадро  $N$ . Поэтому  $F = Ne$ , или

$$e = \frac{F}{N} = \frac{9,65 \cdot 10^7}{6,02 \cdot 10^{26}} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ кулонов.}$$

Это значение прекрасно согласуется со значением заряда электрона, полученным позднее другими методами (ср., например, § 158).

## § 214. Электролитическая диссоциация

Рассмотрим теперь, каким образом возникают ионы в электролитах. На первый взгляд можно было бы предположить, что ионы образуются в электролитах под действием самого тока, подобно тому как это происходит в самостоятельных газовых разрядах. Однако если бы это было действительно так, то на расщепление молекул



на ионы должна была бы затрачиваться определенная энергия. Между тем опыт показывает, что для электролитов хорошо выполняется закон Ленца — Джоуля и что вся работа электрического тока целиком превращается в тепло. Поэтому остается единственная возможность предположить, что ионы возникают независимо от электрического тока, т. е. растворенные молекулы в электролитах распадаются (*диссоциируют*) на заряженные части даже в отсутствие тока, под влиянием процессов, происходящих в самом электролите. Это представление лежит в основе теории электролитической диссоциации, заложенной Клаузиусом и Аррениусом (1887) и позволившей объяснить не только явление электролиза, но и другие многочисленные свойства растворов.

Наиболее убедительное доказательство существования электролитической диссоциации дает исследование *осмотического давления* растворов (см. Молекулярную физику). Согласно закону Вант-Гоффа при малой концентрации растворов осмотическое давление подчиняется тем же законам, что и давление идеального газа. А именно, если  $n_1$  есть концентрация частиц растворенного вещества, а  $T$  — абсолютная температура раствора, то осмотическое давление  $p$  равно

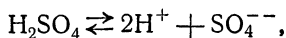
$$p = n_1 kT, \quad (214.1)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана. Поэтому, измеряя осмотическое давление, можно определить и число частиц в каждом  $см^3$  раствора. Представим себе теперь, что мы растворяем  $m$  граммов вещества, молекулярный вес которого есть  $\mu$ . Это количество вещества содержит  $\frac{m}{\mu} N$  молекул, а следовательно, концентрация молекул равна

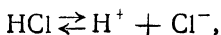
$$n = \frac{m}{\mu} \frac{N}{V}, \quad (214.2)$$

где  $V$  — объем раствора. Опыт показывает, что если мы имеем дело с растворами, которые не являются электролитами (не проводят электричества), например с раствором сахара в воде, то концентрация частиц  $n_1$ , определенная из измерений осмотического давления, всегда равна концентрации молекул  $n$ , вычисленной по (214.2), а следовательно, в непроводящих растворах молекулы не диссоциируют. Напротив, для электролитов опыт всегда дает, что число частиц  $n_1$  *больше* числа растворенных молекул  $n$ , что и доказывает диссоциацию молекул в электролитах.

Молекулы различных веществ диссоциируют по-разному и могут распадаться на два или большее число ионов. Характер диссоциации тесно связан с химическими свойствами вещества. Все кислоты характеризуются тем, что в водном растворе дают положительные ионы водорода  $H^+$ . Так, например, серная кислота диссоциирует по уравнению:

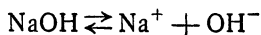


соляная кислота:



и т. д.

Для оснований или щелочей характерно образование ионов гидроксила  $\text{OH}^-$ . Примером может служить диссоциация едкого натра



или нашатырного спирта



Растворы, в которых концентрации ионов водорода и ионов гидроксила одинаковы, называются *нейтральными*. Нейтральной является химически чистая вода, диссоциирующая на положительные ионы водорода  $\text{H}^+$  и отрицательные ионы гидроксила  $\text{OH}^-$ . Однако концентрация ионов в ней весьма мала: при комнатной температуре в тонне воды диссоциировано только около 1,4 мг.

**Коэффициент диссоциации.** Процесс диссоциации молекул можно представить себе следующим образом. Пусть какое-либо вещество, обладающее полярными молекулами (т. е. молекулами, построенными из ионов, например  $\text{NaCl}$ ), растворено в воде. Молекулы воды,

обладающие большим дипольным моментом, будут ориентироваться в электрическом поле растворенной молекулы таким образом, что их положительная сторона (ионы  $\text{H}^+$ ) окажется преимущественно обращенной к иону  $\text{Cl}^-$ , а отрицательная сторона (ион  $\text{O}^{--}$ ) — к иону  $\text{Na}^+$  (как показано схематически на рис. 398). Это приведет к ослаблению связи ионов  $\text{Na}^+$  и  $\text{Cl}^-$  в молекуле. Рассуждая приближенно,

можно сказать, что сила взаимного притяжения ионов  $\text{Na}^+$  и  $\text{Cl}^-$  уменьшится в  $\epsilon$  раз, где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость растворителя. Но молекулы, участвуя в тепловом движении, испытывают непрерывные соударения. Поэтому при встрече с достаточно быстрой молекулой растворителя (или другой молекулой растворенного вещества) молекула  $\text{NaCl}$  может распасться (диссоциировать) на ионы  $\text{Na}^+$  и  $\text{Cl}^-$ .

Наряду с рассмотренными актами диссоциации возможны и обратные процессы, когда при соударении двух разноименных ионов  $\text{Na}^+$  и  $\text{Cl}^-$  они воссоединяются в нейтральную молекулу  $\text{NaCl}$  (*рекомбинация* ионов). В электролитах мы имеем подвижное (*динамическое*) равновесие, при котором число элементарных актов диссоциации в каждую единицу времени равно числу актов рекомбинации. При этом в любой момент оказывается диссоциированной только часть всех молекул, а часть молекул находится в недиссоциированном состоянии.

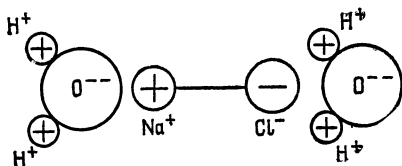


Рис. 398. Молекула хлористого натрия в воде (схематически).

Пусть в каждой единице объема раствора имеется  $n$  молекул растворенного вещества, из которых  $\alpha n$  диссоциированы, а  $(1 - \alpha)n$  не диссоциированы. Коэффициент  $\alpha$  называется *коэффициентом диссоциации*; он показывает, какая доля всех молекул распалась на ионы.

Коэффициент диссоциации зависит от концентрации раствора. Общие черты этой зависимости можно найти из следующих простых соображений. Количество элементарных актов диссоциации в 1 сек в единице объема тем больше, чем больше имеется в наличии нерасщепленных молекул, и поэтому можно положить, что оно равно

$$A(1 - \alpha)n.$$

Здесь  $A$  — некоторый коэффициент, зависящий от природы электролита и его температуры. Число обратных актов рекомбинации пропорционально числу соударений разноименных ионов, а это последнее пропорционально как концентрации положительных ионов  $n\alpha$ , так и концентрации отрицательных ионов, равной также  $n\alpha$  (в предположении, что молекула распадается на две части), т. е. пропорционально  $(n\alpha)^2$ . Поэтому число воссоединяющихся молекул равно

$$B(n\alpha)^2,$$

где  $B$  — некоторый коэффициент. В состоянии равновесия

$$A(1 - \alpha)n = B(n\alpha)^2,$$

откуда следует:

$$\frac{\alpha^2}{1 - \alpha} = \frac{A}{B} \frac{1}{n}.$$

Полученная формула выражает *закон Оствальда*, показывающий, как зависит коэффициент диссоциации  $\alpha$  от концентрации раствора  $n$ . Хотя этот закон и не является очень точным, он правильно передает общий характер зависимости  $\alpha$  от  $n$ . Мы видим, что чем меньше концентрация раствора  $n$ , тем ближе  $\alpha$  к единице, и для очень разбавленных электролитов ( $n \rightarrow 0$ )  $\alpha \rightarrow 1$ . В этом случае все молекулы практически диссоциированы.

Из изложенных представлений также следует, что чем больше диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  растворителя, тем сильнее ослабляются связи ионов в молекулах растворенного вещества, а следовательно, тем больше диссоциация при прочих равных условиях. Это заключение также соответствует данным опыта. Так, например, соляная кислота HCl при растворении в воде ( $\epsilon = 81$ ) дает электролит с хорошей электропроводностью, в то время как ее раствор в этиловом эфире ( $\epsilon = 4,3$ ) проводит электричество очень плохо. Различные вещества хорошо диссоциируют в воде потому, что она имеет большую диэлектрическую проницаемость.

### § 215. Движение ионов в электролитах

Электролитическая диссоциация происходит не только в растворах, но и во многих чистых жидкостях. Так, электролитами являются в расплавленном состоянии многие соли, кристаллы которых построены из ионов. Сюда относятся поваренная соль  $\text{NaCl}$ ,  $\text{KCl}$ ,  $\text{AgCl}$ ,  $\text{AgBr}$ ,  $\text{NaNO}_3$  и многие другие.

Стекло является сильно переохлажденной жидкостью с очень большой вязкостью. Оно представляет собой также электролит, в котором ионы  $\text{Na}^+$  обладают заметной подвижностью.

На рис. 399 показан опыт, доказывающий ионную проводимость стекла. В тигле находится расплавленная чилийская селитра  $\text{NaNO}_3$ , в которую погружен стеклянный баллон лампы накаливания. Для опыта необходимо брать лампу пустотную, а не наполненную инертным газом. Нить лампы раскаляется *постоянным* током, а второй электрод  $a$  (из угля), погруженный в расплав, присоединяется к положительному концу нити. При этом раскаленная середина нити оказывается при *отрицательном* потенциале относительно расплава. При накаливании нити лампы амперметр  $A$  показывает наличие тока в цепи.  $\text{NaNO}_3$  диссоциирует на ионы  $\text{Na}^+$  и  $\text{NO}_3^-$ . Ионы  $\text{Na}^+$  движутся от анода  $a$  к стеклу лампы и *проходят сквозь стекло*. Внутри лампы имеется чисто электронный ток термоэлектронной эмиссии. Термоэлектроны нейтрализуют заряд  $\text{Na}^+$ , отчего эти ионы превращаются в нейтральные атомы  $\text{Na}$ , выделяющиеся на стенке баллона *внутри* лампы. Под влиянием высокой температуры этот натрий затем перегоняется на более холодные части баллона, где образуется ясно видимый зеркальный слой натрия.

Ионы в электролитах испытывают многочисленные соударения с другими молекулами и поэтому их движение происходит с *трением*, которое имеет то же происхождение, что и трение при движении больших макроскопических тел, движущихся в газе или жидкости.

Существование трения при движении электролитических ионов можно продемонстрировать при помощи опыта, изображенного на рис. 400. В стеклянной чашке, поставленной на полюс электромагнита, имеется электролит, в который погружены два электрода в виде коаксиальных цилиндров  $A$  и  $K$ . При соединении электродов с источником тока в электролите возникает ток, при котором в отсутствие

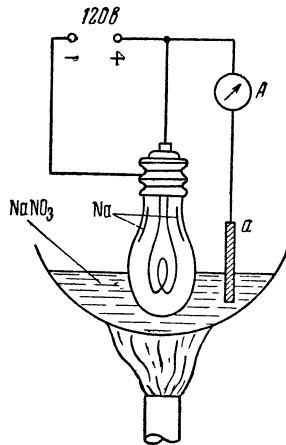


Рис. 399. Прохождение ионов  $\text{Na}^+$  сквозь стекло.

магнитного поля ионы движутся вдоль радиусов. При включении электромагнита на ионы действует сила Лорентца, перпендикулярная к скорости ионов и магнитному полю  $H$ , и у ионов появляется составляющая скорости, перпендикулярная к радиусам. Вследствие трения ионы при движении увлекают с собой и жидкость, которая приходит во вращательное движение. Его можно обнаружить, наблюдая за движением легкого пробкового поплавка, находящегося в чашке.

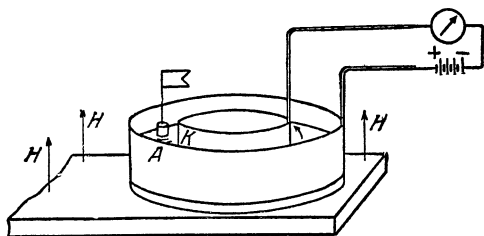


Рис. 400. Демонстрация трения ионов в электролите.

движения и равна  $f v$ , где  $f$  — коэффициент трения, различный для разных ионов и зависящий от рода растворителя и температуры. При наличии электрического поля ион приобретает такую скорость установившегося движения, при которой сумма силы трения и силы  $eE$  со стороны поля равна нулю:

$$eE - f v = 0.$$

Обозначая  $e/f$  через  $b$ , мы имеем:

$$v = bE. \quad (215.1)$$

Таким образом, электролитический ион движется *равномерно*, со скоростью, пропорциональной напряженности поля. Величина  $b$  (так же, как для ионов в газах и электронов в металлах) называется *подвижностью* ионов. Она равна скорости иона в поле с напряженностью, равной единице.

Пользуясь тем, что некоторые ионы сообщают раствору определенную окраску, можно сделать видимым движение ионов и непосредственно измерить скорость их движения. Прибор для наблюдения движения таких «окрашенных» ионов изображен на рис. 401. К U-образной трубке  $A$  припаяна снизу изогнутая тонкая трубка  $B$ , заканчивающаяся сверху воронкой и снабженная краном. В трубку  $A$  сначала наливают при закрытом кране водный раствор азотнокислого калия  $KNO_3$ , который диссоциирует на катионы  $K^+$  и анионы  $NO_3^-$ , а трубку  $B$  заполняют через воронку водным раствором марганцевокислого калия  $KMnO_4$ , диссоциирующим на ионы  $K^+$  и  $MnO_4^-$ . Затем, осторожно открывая кран, впускают в трубку  $A$  раствор  $KMnO_4$ .

При тщательном выполнении этой операции в трубке *A* видна резкая граница между фиолетовым раствором  $\text{KMnO}_4$  и бесцветным  $\text{KNO}_3$ . При пропускании тока ионы  $\text{K}^+$  в обоих растворах движутся от анода к катоду. Однако, так как ионы  $\text{K}^+$  не сообщают раствору окраски, за их движением следить нельзя. Ионы  $\text{MnO}_4^-$  движутся от катода к аноду и вместе с ними перемещается фиолетовая окраска. Поэтому в том колене, где находится катод, видимая граница раздела жидкостей понижается, а в другом колене повышается. Скорость перемещения этой границы равна скорости движения ионов *v*.

Для успеха подобных опытов нужно, чтобы плотность тока была не слишком велика, так как в противном случае будет происходить заметное нагревание растворов и граница раздела будет размываться вследствие конвекции и диффузии.

Скорости движения ионов в электролитах очень малы. Так, например, если в описанном опыте расстояние между электродами составляет 10 см, а напряжение между ними 20 в, то через 5 мин. разность высот обеих границ достигает примерно 6 мм, а следовательно, ионы  $\text{MnO}_4^-$  передвинулись на расстояние около 3 мм или  $3 \cdot 10^{-3}$  м. Так как напряженность поля в электролите при указанных условиях равна  $\frac{20}{0,1} = 2 \cdot 10^2$  в/м, то подвижность ионов *b* ока-

зывается равной около  $\frac{3 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^2 \cdot 5 \cdot 60} = 5 \cdot 10^{-8}$  м<sup>2</sup>/сек · в.

В § 217 указан метод определения подвижности ионов, не связанный с окрашиванием растворов и поэтому пригодный для любых ионов.

Малые значения подвижности ионов в электролитах указывают на то, что силы трения, действующие на ионы, весьма велики. Для приближенной оценки коэффициента трения *f* ионов можно уподобить ион маленькому шару радиусом *r* и применить к нему закон Стокса, согласно которому  $f = 6\pi\eta r$ , где  $\eta$  — коэффициент внутреннего трения (вязкости) растворителя. Отсюда можно заключить, что подвижность ионов, равная  $b = e/f$ , будет тем меньше, чем больше вязкость растворителя; это согласуется с опытом. Так, например, увеличивая температуру электролита, мы уменьшаем его вязкость; опыт показывает, что при этом подвижность ионов увеличивается приблизительно обратно пропорционально вязкости. Далее, измерения подвижности одного определенного сорта иона, но в различных растворителях показывают, что подвижность ионов тем больше, чем меньше вязкость растворителя.

Однако, если по значениям подвижностей вычислить радиусы ионов *r*, то получаются величины, не согласующиеся со значениями, определенными другими методами. Это расхождение легко понять, если учесть, что ионы

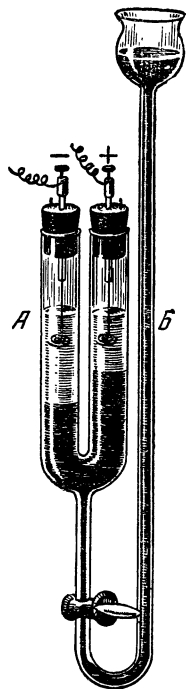


Рис. 401. Прибор для наблюдения движения окрашенных ионов.

вследствие электростатического взаимодействия притягивают к себе окружающие молекулы растворителя, подобно тому как наэлектризованная сургучная или стеклянная палочка притягивает легкие незаряженные предметы. В результате этого ионы в электролитах оказываются окруженными оболочкой из молекул растворителя, которая движется вместе с ионами. Подобные группы молекул получили название *сольватов*, а в случае водных растворов — *гидратов*. Явление сольватации приводит к тому, что размер движущегося иона как бы возрастает, а его подвижность вследствие этого уменьшается.

## § 216. Электропроводность электролитов

Электрический ток в электролитах имеет много сходных черт с током в металлах. В электролитах и металлах, в отличие от газов, носители заряда образуются независимо от электрического тока. Далее, заряд положительных ионов в каждом объеме электролита равен заряду отрицательных ионов, и поэтому *объемный заряд* в электролитах, так же как и в металлах, равен нулю. Наконец, концентрация ионов (положительных и отрицательных), как правило, одинакова в разных точках электролита. Вследствие этого градиент концентрации ионов внутри электролитов везде равен нулю и диффузия ионов не играет никакой роли в образовании тока.

В силу указанных причин выражение для плотности тока в электролитах имеет тот же вид, что и для плотности тока в металлах. Плотность тока, создаваемая движением положительных ионов, равна

$$j_+ = n_+ e v_+,$$

где  $n_+$  — концентрация положительных ионов,  $e$  — заряд иона,  $v_+$  — скорость упорядоченного движения ионов. Аналогично для плотности тока отрицательных ионов можно написать:

$$j_- = n_- e v_-.$$

Полная плотность тока

$$j = j_+ + j_- = n_+ e v_+ + n_- e v_-.$$

Как уже говорилось, концентрации положительных и отрицательных ионов в электролитах одинаковы (мы везде предполагаем, что молекулы диссоциируют на *два* иона), и поэтому

$$n_+ = n_- = n,$$

где  $\alpha$  — коэффициент диссоциации, а  $n$  — число *молекул* в единице объема электролита. Далее, скорости ионов можно выразить через их подвижности и напряженность электрического поля в электролите:

$$v_+ = b_+ E, \quad v_- = b_- E.$$

Поэтому

$$j = ne\alpha(b_+ + b_-)E. \quad (216.1)$$

Плотность тока оказывается пропорциональной напряженности поля, а следовательно, для электролитов, так же как и для металлов,

*справедлив закон Ома.* При этом удельная электропроводность электролита равна

$$\lambda = ne\alpha(b_+ + b_-). \quad (216.2)$$

Она тем больше, чем выше коэффициент диссоциации  $\alpha$  (чем больше концентрация ионов  $na$ ) и чем больше подвижности ионов  $b_+$  и  $b_-$ . Выражение (216.2) более удобно представить в другом виде. Величина  $ne$  в (216.2) есть полный заряд ионов одного знака, который содержался бы в единице объема электролита, если бы все молекулы были диссоциированы. С другой стороны, мы знаем (§ 208), что заряд 1 килограмм-эквивалента ионов есть величина постоянная для всех ионов и равная числу Фарадея  $F$ . Отсюда следует:

$$ne = CF,$$

где  $C$  — эквивалентная концентрация раствора, т. е. число килограмм-эквивалентов растворенного вещества, содержащихся в  $1 \text{ м}^3$  раствора. Вводя эквивалентную концентрацию в (216.2), находим:

$$\lambda = FC\alpha(b_+ + b_-). \quad (216.3)$$

Входящие в эту формулу величины  $F$  и  $C$  известны, а коэффициент диссоциации  $\alpha$  можно определить из независимых измерений, например из опытов с осмотическим давлением. Поэтому, измеряя электропроводность  $\lambda$  электролитов, можно определить сумму подвижностей ионов.

В § 60 мы уже говорили, что сопротивление электролитов при нагревании уменьшается, т. е. электролиты имеют отрицательный температурный коэффициент сопротивления. Это происходит по двум причинам: во-первых, при увеличении температуры увеличивается коэффициент диссоциации  $\alpha$ ; во-вторых, при нагревании вязкость жидкостей уменьшается и поэтому подвижность ионов увеличивается.

Электропроводность электролитов при нагревании может увеличиваться во много тысяч и даже миллионов раз. Это можно очень наглядно продемонстрировать на примере стекла, являющегося, как мы знаем, электролитом (§ 215). Стеклянная палочка  $C$  (рис. 402), на концы которой плотно намотана голая медная проволока, включается в цепь достаточно мощного источника тока (например, через реостат в осветительную цепь). В цепи имеется еще лампочка накаливания  $L$ , которая служит демонстрационным амперметром. Если палочка находится при комнатной температуре, то ее сопротивление очень велико (многие миллионы омов) и поэтому ток в цепи ничтожно

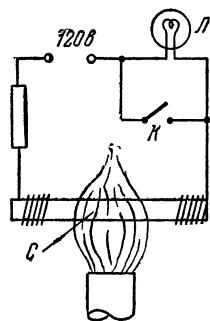


Рис. 402. Демонстрация отрицательного температурного коэффициента сопротивления у стекла.



мал (микроамперы или еще меньше). В соответствии с этим и лампочка не дает никакого накала. Если же с помощью газовой горелки нагреть палочку до  $300\text{--}400^\circ\text{C}$ , ее сопротивление упадет до нескольких десятков омов и нить лампочки раскалится. Если теперь замкнуть лампочку при помощи ключа  $K$  и убрать горелку, то дальнейшее нагревание палочки будет производиться уже самим током. Палочка раскалится до яркого свечения и распадется на капли.

### § 217. Числа переноса. Подвижности электролитических ионов

При электролизе положительные ионы (катионы) уходят от анода к катоду, а отрицательные ионы (анионы) удаляются от катода. Поэтому концентрация электролита в приэлектродных областях изменяется. Гитторф еще в середине прошлого века показал, что, определяя эти изменения концентрации, можно найти относительные подвижностей ионов обоих знаков.

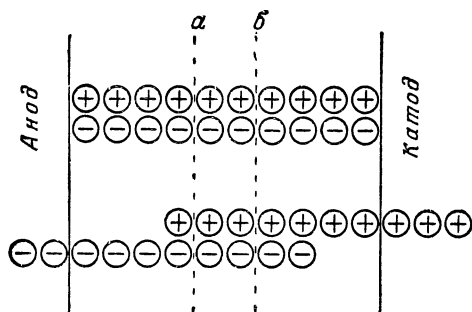


Рис. 403. Объяснение изменения концентрации электролита у электродов.

справа налево. Положим, что скорость движения катионов  $v_+$  в полтора раза больше скорости анионов  $v_-$  и что за время электролиза три положительных иона встретили катод и выделились на нем (рис. 403, внизу). Тогда за это же время анод встретят два отрицательных иона. Кроме того, у катода вследствие движения отрицательных ионов окажутся непарными два положительных иона, которые также выделятся у катода. Поэтому всего у катода выделится  $3 + 2 = 5$  ионов. У анода вследствие движения положительных ионов окажутся непарными три отрицательных иона, а следовательно, у анода будет выделено всего  $2 + 3 = 5$  ионов, т. е. такое же количество, как у катода.

В средней части электролита (между  $a$  и  $b$ ) концентрация электролита не изменилась. Так же как и до электролиза, здесь имеются две пары ионов или две молекулы. В пространстве же у катода (справа от  $b$ ) было четыре молекулы, а после электролиза осталось только две. У анода (слева от  $a$ ) вместо четырех первоначальных осталась лишь одна молекула. Мы видим, что у электродов происходит уменьшение концентрации электролита и притом в неодинаковой степени. Изменение концентрации больше у того электрода (в нашем случае — у анода), от которого уходят более быстрые ионы (на рис. 403 — положительные катионы).

К сказанному необходимо сделать следующее замечание. В схеме рис. 403 мы предполагали, что каждый непарный ион выделяется при электролизе, так что никаких *вторичных* химических реакций нет. В этом случае концентрация у каждого из электродов уменьшалась пропорционально скорости

движения, можно найти относительные подвижностей ионов обоих знаков.

Рассмотрим сначала это явление качественно, для чего обратимся к схеме рис. 403. До электролиза концентрация анионов и катионов одинакова во всех частях электролита (рис. 403, вверху). Между анодом и линией  $a$  имеется четыре пары ионов (четыре молекулы), между  $b$  и катодом — такое же количество, а в средней части между  $a$  и  $b$  — две молекулы. При электролизе положительные ионы движутся слева направо, а отрицательные —

уходящего иона. В действительности же судьба выделяющегося иона может быть весьма различной; она зависит от материала электродов, плотности тока и т. д. Чтобы получить окончательные изменения концентрации, эти дальнейшие превращения выделяющихся ионов необходимо всегда учитывать. Ниже мы предполагаем, что вторичные химические реакции у электродов не происходят.

Рассмотрим теперь явление количественно. Пусть два сосуда  $A$  и  $K$  (рис. 404), содержащие анод и катод, соединены трубкой с поперечным сечением  $S$ . Обозначим концентрацию ионов каждого сорта до электролиза через  $n$ , а скорости движения ионов в трубке — через  $v_+$  и  $v_-$ . Тогда за время  $t$  в сосуд  $K$  войдут  $nv_+St$  положительных ионов. За это же время из сосуда  $K$  выйдут  $nv_-St$  отрицательных ионов и столько же освободятся ионов положительных. Полное число освобожденных положительных ионов в сосуде  $K$ :

$$\nu = n(v_+ + v_-)St.$$

Эти ионы и выделятся у катода. Такое же точно число ионов будет выделено и у анода.

Найдем теперь изменение концентрации в обоих сосудах  $A$  и  $K$ . Из сосуда  $A$  ушло количество положительных ионов

$$\Delta\nu_A = nv_+St.$$

Напротив, в него вошло  $nv_-St$  отрицательных ионов, но в то же время выделилось у анода, как мы видели выше,  $\nu = n(v_+ + v_-)St$  этих ионов. Поэтому уменьшение числа отрицательных ионов в сосуде  $A$  есть

$$n(v_+ + v_-)St - nv_-St = nv_+St = \Delta\nu_A.$$

Мы видим, что количество положительных и отрицательных ионов уменьшается на одну и ту же величину  $\Delta\nu_A$ , которая, следовательно, есть уменьшение числа молекул растворенного вещества в сосуде  $A$ .

Таким образом,

$$\frac{\Delta\nu_A}{\nu} = \frac{v_+}{v_+ + v_-}.$$

Но скорости ионов  $v_+$  и  $v_-$  пропорциональны их подвижностям  $b_+$  и  $b_-$ . Поэтому

$$\frac{\Delta\nu_A}{\nu} = \frac{b_+}{b_+ + b_-}. \quad (217.1)$$

Отношение

$$pk = \frac{v_+}{v_+ + v_-} = \frac{b_+}{b_+ + b_-}$$

Гитторф назвал *числом переноса катионов*. Оно показывает, какая доля полного заряда переносится положительными ионами (катионами). Из (217.1) видно, что это число определяет также и относительное изменение числа молекул в электролите вблизи анода.

Аналогично можно найти изменение числа молекул у катода. В сосуде  $K$  выделилось у катода  $n(v_+ + v_-)St$  положительных ионов, но вошло в сосуд  $nv_+St$  этих ионов. Следовательно, убыль положительных ионов в  $K$  равна

$$\Delta\nu_K = n(v_+ + v_-)St - nv_+St = nv_-St.$$

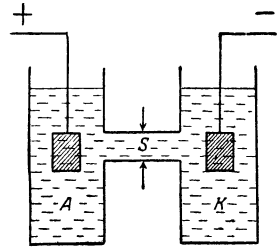


Рис. 404. Наблюдение изменения концентрации электролита у электродов.

Убыль отрицательных ионов равна числу ионов, ушедших из  $K$  через трубку, т. е.  $nv_{-}St$ . И здесь убыль отрицательных ионов равна убыли положительных, а следовательно,  $\Delta v_K$  есть уменьшение количества молекул в сосуде  $K$ . Из сказанного следует:

$$\frac{\Delta v_K}{v} = \frac{v_{-}}{v_{+} + v_{-}} = \frac{b_{-}}{b_{+} + b_{-}} = p_a, \quad (217.2)$$

где  $p_a$  — число переноса анионов. Из (213.1) и (213.2) также видно, что

$$p_a + p_k = 1,$$

т. е. сумма чисел переноса анионов и катионов всегда равна единице.

Рассмотренное явление важно в том, отношении, что, измеряя на опыте изменения концентрации электролита у анода и катода, можно определить *отношение подвижностей* обоих ионов. Измеряя же электропроводность, можно найти *сумму* этих подвижностей. Зная же сумму и отношение подвижностей, можно определить и каждую из подвижностей аниона и катиона порознь.

В таблице приведены подвижности некоторых ионов, найденные этим способом для водных растворов малой концентрации при комнатной температуре. С увеличением концентрации раствора подвижности ионов уменьшаются, хотя и не очень сильно.

Ион	Подвижность, $10^{-7}$ м <sup>2</sup> /сек·в	Ион	Подвижность, $10^{-7}$ м <sup>2</sup> /сек·в
H <sup>+</sup>	3,263	OH <sup>-</sup>	1,802
K <sup>+</sup>	0,669	Cl <sup>-</sup>	0,677
Na <sup>+</sup>	0,450	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	0,639
Li <sup>+</sup>	0,346	Br <sup>-</sup>	0,694

## § 218. Проводимость неметаллических твердых тел

Неметаллические твердые тела (кристаллы) проводят электричество гораздо хуже, чем металлы. В зависимости от того, какие именно частицы обуславливают электропроводность этих тел, их можно разделить на соответствующие три группы:

1. Кристаллы с электронной проводимостью, в которых электропроводность обусловлена наличием подвижных *электронов*. Такие вещества обычно являются электронными полупроводниками, рассмотренными в § 167. Прохождение тока через эти кристаллы не сопровождается выделением химических веществ. Проводимостью такого характера обладают германий, кремний, селен, теллур, многие окислы и сернистые соединения металлов (Cu<sub>2</sub>O, PbS, CuS и т. д.) и другие вещества.

2. Кристаллы с ионной проводимостью. Подвижными заряженными частицами являются *ионы*, либо положительные, либо отрицательные, либо и те и другие вместе. В таких веществах электрический ток всегда сопровождается выделением составных химических частей. Ионной проводимостью обладают галоидные, азотнокислые и сернокислые соединения щелочных и щелочно-земельных металлов (NaCl, KCl, BaCl<sub>2</sub>, BaJ<sub>2</sub>, AgNO<sub>3</sub> и т. д.), а также и другие кристаллы.

3. Кристаллы со смешанной проводимостью. Перенос электрического заряда в них осуществляется и движением электронов, и движением ионов. Электрический ток сопровождается выделением вещества в тем большей степени, чем большую долю заряда переносят ионы по сравнению с электронами. Примерами таких кристаллов могут служить теллурид и селенид серебра ( $\text{Ag}_2\text{Te}$ ,  $\text{Ag}_2\text{Se}$ ),  $\text{CuBr}$ ,  $\text{CuI}$  и др.

Остановимся подробнее на кристаллах с чисто ионной проводимостью. Такие кристаллы всегда обладают кристаллической решеткой, в узлах которой расположены не атомы, а положительные и отрицательные ионы. Примером может служить ионная решетка  $\text{NaCl}$ . В таких веществах, даже в твердом состоянии, молекулы *диссоциированы* — они существуют в виде ионов. Эта диссоциация сохраняется и в расплавленном состоянии. Однако между твердым телом и жидкостью имеется то существенное различие, что в твердом теле ионы могут совершать только периодические движения возле определенных *положений равновесия*, в то время как в жидкостях таких фиксированных положений равновесия не имеется. Поэтому, если бы ионная решетка была совершенно правильной и не имела никаких нарушений, то и поступательное движение ионов было бы невозможно, а следовательно, не имела бы места и ионная проводимость.

В действительности же вследствие флуктуаций теплового движения отдельные ионы получают энергию, большую ее среднего значения. Если эта энергия превышает энергию связи иона в узле решетки, то ион срывается со своего положения равновесия. При этом возникают дефекты решетки в виде пустых узлов, а освобожденные ионы получают возможность перемещаться по кристаллу.

Для определения характера проводимости вещества (ионная, электронная или смешанная) обычно поступают следующим образом. Из исследуемого вещества вытачивают три цилиндрика *a*, *b*, *v* (рис. 405), зажимают их между

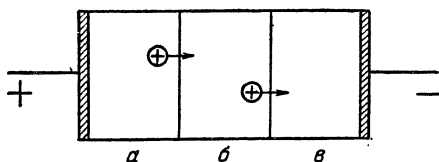


Рис. 405. Определение характера проводимости у твердых тел.

металлическими электродами и пропускают через них в течение некоторого времени ток. При этом измеряют полный заряд, прошедший через вещество в течение всего времени опыта. Все три цилиндрика — средний и крайние вместе с электродами — тщательно взвешивают до и после опыта. Вес среднего цилиндрика должен остаться во всех случаях неизменным, веса же крайних в случае ионной или смешанной проводимости должны изменяться, так как из одного из них ионы уходят, а в другой приходят. При этом увеличение веса одного из них должно точно равняться уменьшению веса другого. В случае чисто ионной проводимости изменение массы должно соответствовать закону Фарадея (212.3). Если же закон Фарадея не выполняется, то это значит, что часть заряда переносится электронами, а следовательно, имеется смешанная проводимость. Сравнительная наблюдаемое изменение массы с тем, которое дает закон Фарадея, можно определить, какая часть заряда переносится ионами, а какая — электронами.

При осуществлении подобных опытов часто возникает трудность, заключающаяся в том, что металл, выделяющийся у катода, отлагается неравномерно и образует древовидные образования — *дендриты*, прорастающие в глубь кристаллов. Такие дендриты могут замкнуть оба электрода мостиками с электронной проводимостью и исказить результаты опыта.

Подобные исследования показывают, что многие твердые соединения обладают чисто ионной проводимостью. При этом оказывается, что при не

очень высоких температурах подвижным часто является только один из ионов. Так, например, чистой ионной проводимостью обладает поваренная соль NaCl; при температуре  $\sim 400^\circ\text{C}$  весь ток практически образован ионами  $\text{Na}^+$ . При более высоких температурах возникает заметная подвижность и у второго иона.

В таблице приведены числа переноса для некоторых ионных кристаллов. Из таблицы видно, что в галоидных соединениях щелочных металлов при

**Числа переноса ионов для некоторых кристаллов с ионной проводимостью**

Вещество	Температура, $^\circ\text{C}$	Подвижный ион	Числа переноса	
			$\frac{b_+}{b_+ + b_-}$	$\frac{b_-}{b_+ + b_-}$
AgBr	20—300	$\text{Ag}^+$	1	—
NaCl	ниже 500	$\text{Na}^+$	1	—
KCl	ниже 400	$\text{K}^+$	1	—
$\text{BaCl}_2$	400—700	$\text{Cl}^-$	—	1
$\text{PbCl}_2$	200—450	$\text{Cl}^-$	—	1
$\text{BaBr}_2$	350—450	$\text{Br}^-$	—	1
$\text{PbJ}_2$	255	$\text{Pb}^{++}, \text{J}^-$	0,39	0,61
$\text{PbJ}_2$	290	$\text{Pb}^{++}, \text{J}^-$	0,67	0,33

умеренных температурах подвижными являются практически только катионы металла. Напротив, в галоидных соединениях металлов второй группы движутся анионы галоида. В других же соединениях ( $\text{PbJ}_2$ ) подвижны оба иона.

## § 219. Технические применения электролиза

Электролиз широко используют в технике. Ниже указаны некоторые важнейшие применения электролиза.

1) Гальванопластика. Электролиз используют для получения металлических отпечатков рельефных предметов (медалей, монет и т. п.). Для этого с предмета сначала снимают слепок из воска, стеарина и т. п., покрывают поверхность слепка порошкообразным графитом для придания электропроводности и затем используют слепок в качестве *катода* в электролитической ванне, содержащей растворенную соль подходящего металла. При электролизе металл электролита выделяется на поверхности слепка и образует металлическую копию предмета. Этим способом, в частности, изготовляют типографские клише, бесшовные трубы, а также другие металлические детали сложной формы.

2) Гальваностегия. Электролитическое осаждение металлов широко употребляют для покрытия металлических предметов слоем благородных металлов или защитным слоем другого металла, обла-

дающего механической прочностью и устойчивостью к коррозии. Таково электролитическое серебрение, золочение и платинирование, покрытие хромом и никелем, электролитическое покрытие железа цинком.

3) Очистка (рафинирование) металлов. Электролиз используют для получения чистых металлов. Для этого очищаемый металл отливают в виде пластин и делают их *анодами* в электролитической ванне. Электролитом служит раствор соли данного металла. При правильном выборе напряжения между анодом и катодом можно добиться, чтобы только очищаемый металл переходил с анода в раствор и выделялся на катоде. Примеси же на катоде не выделяются, а выпадают на дно сосуда в виде осадка (анодный шлам).

Возможность такого отделения веществ друг от друга основана на том, что выделение вещества при электролизе начинается только в том случае, если напряжение на электродах больше некоторой определенной величины. Эти *потенциалы разложения* (§ 223) *различны* для разных веществ. Очисткой путем электролиза получают, например, очень чистую (так называемую электролитическую) медь, широко применяемую в электротехнике.

4) Электрометаллургия. В настоящее время многие металлы получают с помощью электролиза руд в расплавленном состоянии. Примером может служить получение алюминия. Электролизу подвергают расплав смеси глинозема  $Al_2O_3$  и криолита  $Na_2AlF_6$ . Анодами служат опускаемые в расплав угольные стержни. Электролиз производится при температуре около  $900^\circ C$ , причем высокая температура поддерживается самим током. Отметим, что алюминий впервые был получен именно этим способом. Электролизом получают также натрий, магний, бериллий, кальций, фтор и другие элементы.

5) Электролитическое травление и полировка. Помещая металлические предметы в электролитическую ванну в качестве анода, можно заставить металл растворяться. При наличии шероховатостей у поверхности электролитическое растворение происходит быстрее у выступов и заострений, так как напряженность поля, а следовательно, и плотность тока возле них больше. Поэтому с помощью электролиза можно производить полировку поверхностей.

6) Электролитические конденсаторы. На явлении электролиза основано действие так называемых электролитических конденсаторов («электролитиков»), широко применяемых в современной электро- и радиотехнике. Они имеют два алюминиевых электрода, находящихся в электролите из смеси борной кислоты и раствора аммиака с добавкой глицерина. Электролит часто изготавливают в виде густой пасты и пропитывают им бумажную прокладку, находящуюся между электродами («сухие» электролитики).

Действие электролитика разъясняет рисунок 406. Положительный полюс конденсатора покрыт тончайшим слоем окислов алюминия, который поддерживается вследствие электролиза. Этот слой является

диэлектриком конденсатора, а обкладками служат алюминиевый электрод и электролит. Второй алюминиевый электрод является пассивным и служит только для включения конденсатора в цепь. Благодаря ничтожной толщине слоя окислов емкость электролитических конденсаторов огромна и достигает многих сотен микрофарад на  $m^2$  площади пластин. Это позволяет получать конденсаторы очень небольших размеров с емкостью в сотни микрофарад. При напряжении в несколько сотен вольт (в зависимости от толщины окисла) изолирующий слой пробивается, и поэтому напряжение на конденсаторе не должно превышать это пробойное значение.

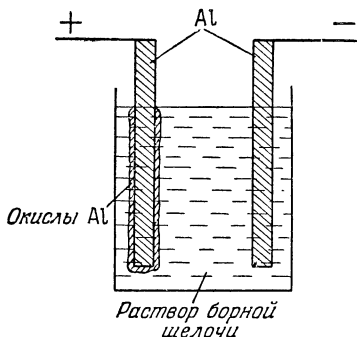


Рис. 406. Электролитический конденсатор (схематически).

Из сказанного ясно, что электролитический конденсатор обладает большой емкостью только для определенной полярности напряжения, а именно в том случае, когда окисленный электрод соединен с положительным полюсом источника. При обратном включении в цепь изолирующий слой исчезает и через конденсатор проходит большой ток, разрушающий конденсатор.

Недостатками электролитических конденсаторов являются сравнительно большие утечки, необходимость соблюдать полярность, а также малая величина пробойных напряжений.

7) Электролиз используют также при устройстве аккумуляторов (§ 224).

## § 220. Электрохимические потенциалы

Рассмотрим теперь процессы, происходящие в гальванических элементах.

Мы уже знаем, что если какой-либо металл соприкасается с электролитом, то на металле и электролите появляются заряды противоположного знака. При этом металл приобретает относительно электролита определенный электрический потенциал, который получил название *электрохимического потенциала*.

Возникновение электрохимических потенциалов было объяснено Нернстом следующим образом. Рассмотрим для простоты металл, погруженный в водный раствор своей собственной соли, например цинк, находящийся в растворе сернокислого цинка (цинкового купороса)  $ZnSO_4$  (рис. 407). Молекулы воды, обладающие большим дипольным моментом, стремятся окружить положительные ионы  $Zn^{++}$  металла и отщепить их от электрода, подобно тому как они отщепляют ионы  $Zn^{++}$  и  $SO_4^{-}$  в растворенных молекулах  $ZnSO_4$ . По-

этому ионы  $Zn^{++}$  непрерывно переходят с электрода в раствор, ничем не отличаясь в растворе от ионов цинка, возникших в результате диссоциации растворенных молекул  $ZnSO_4$ .

Наряду с процессом растворения цинка происходит и обратный ему процесс, а именно: ионы цинка, находящиеся в растворе, участвуя в тепловом движении, встречают цинковый электрод и на нем отлагаются. В первый момент после погружения оба потока ионов, уходящих и приходящих к электроду, вообще говоря, не одинаковы. Так как каждый ион цинка переносит с собой определенный положительный заряд ( $+2e$ ), то цинковый электрод при этом заряжается. Опыт показывает, что заряд, получаемый цинком, имеет отрицательный знак.

При заряджении электрода и раствора между ними возникает разность потенциалов, и в тонком поверхностном слое электролита, примыкающем к электроду, появляется электрическое поле. Это поле противодействует переходу положительных ионов цинка в раствор и способствует обратному переходу ионов из раствора на электрод. При некотором потенциале металла относительно электролита оба потока ионов делаются равными друг другу и между электродом и электролитом устанавливается *динамическое равновесие*. Этот равновесный потенциал и представляет собой электрохимический потенциал металла (в нашем случае — цинка) относительно данного электролита.

В § 71 мы говорили, что причиной появления электродвижущих сил в различных источниках тока являются *сторонние* силы, т. е. силы *неэлектростатического* происхождения, действующие на заряженные частицы. Там же указывалось, что физическая природа этих сил различна в разных источниках тока. Мы видим, что в гальванических элементах возникновение электродвижущих сил связано со способностью металлов посылать свои ионы в раствор, а это обусловлено молекулярным взаимодействием между ионами металла и молекулами (и ионами) раствора. Следовательно, в данном случае сторонними силами являются *силы молекулярного взаимодействия*.

Из сказанного ясно, что электрохимический потенциал зависит от рода металла и концентрации электролита. При этом имеет значение только концентрация в растворе ионов самого *металла*, так

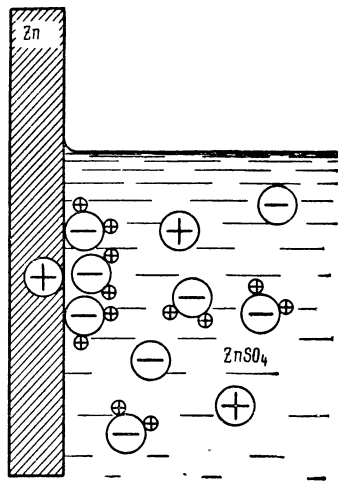


Рис. 407. Цинковый электрод в растворе сернокислого цинка.



как только эти ионы могут переходить между металлом и раствором. Наличие же других ионов в электролите не оказывает влияния на электрохимический потенциал. Так, например, погружая цинк сначала в раствор  $ZnSO_4$ , а затем в раствор  $ZnCl_2$ , мы получим один и тот же потенциал цинка, если только концентрация ионов  $Zn^{++}$  в обоих растворах одинакова.

Если выбирать концентрацию ионов металла в растворе всегда одной и той же, то электрохимический потенциал будет зависеть только от рода металла и будет характеризовать его способность посылать ионы в раствор. Для этого условились выбирать раствор *нормальной* концентрации, т. е. содержащий 1 килограмм-эквивалент ионов металла в  $1\text{ м}^3$  раствора (или, что то же, 1 грамм-эквивалент в литре раствора). Потенциал равновесия в таком растворе называют *абсолютным нормальным электрохимическим потенциалом* металла. Зная абсолютный нормальный потенциал какого-либо металла, можно вычислить его потенциал относительно раствора любой концентрации.

При измерении на опыте абсолютных нормальных потенциалов мы встречаемся с некоторыми затруднениями. А именно, чтобы присоединить к металлу и электролиту вольтметр, мы должны ввести в электролит *второй* электрод, а этот последний приобретет в свою очередь некоторый электрохимический потенциал относительно электролита и мы измерим лишь *разность* электрохимических потенциалов  $V - V'$ , где  $V'$  — электрохимический потенциал второго электрода. Однако для целей практики как раз и нужно знать только разность этих потенциалов. Действительно, всякий гальванический элемент всегда имеет *два* электрода и его электродвижущая сила (напряжение при разомкнутой цепи) и есть разность электрохимических потенциалов  $V_1 - V_2$  его электродов. Но эта разность не зависит от того, относительно какого тела измерены электрохимические потенциалы  $V_1$  и  $V_2$ . Поэтому при измерении электрохимических потенциалов условились применять в качестве второго электрода определенные стандартные, легко воспроизводимые электроды, отличающиеся постоянством своих свойств. Для этого чаще всего употребляют *нормальный водородный электрод*, состоящий из платины, насыщенной водородом и находящейся в растворе, содержащем ионы водорода (например, в растворе серной кислоты) с нормальной концентрацией. Для подобных измерений разработана специальная методика, которая, однако, уже относится к области физической химии, и поэтому подробнее мы не будем на ней останавливаться.

Электрохимический потенциал электрода в растворе его соли (с нормальной концентрацией ионов), измеренный относительно водородного электрода, называют *нормальным электрохимическим потенциалом*. Мы будем обозначать его в дальнейшем  $V_n$ . На основании дополнительных соображений можно заключить, что потен-

циал самого водородного электрода (относительно электролита) равен  $V' = +0,274$  в. Поэтому, измеряя  $V_H$ , можно определить и абсолютный нормальный потенциал  $V$ , который, очевидно, равен  $V = V_H + 0,274$  в. Ниже приведены значения  $V_H$  и  $V$  для некоторых электродов.

**Электрохимические потенциалы (в вольтах) некоторых электродов**

Электрод	$V_H$	$V$	Электрод	$V_H$	$V$
Na	-2,72	-2,45	Pb	-0,12	+0,15
K	-2,92	-2,65	Cu	+0,34	+0,61
Mg	-1,55	-1,28	Ag	+0,80	+1,07
Zn	-0,77	-0,50	O <sub>2</sub>	+1,23	+1,50
Cd	-0,40	-0,13	Cl <sub>2</sub>	+1,36	+1,63
Hg	+0,86	+1,13	H <sub>2</sub>	0	+0,274

**§ 221. Гальванические элементы**

Зная электрохимические потенциалы металлов, из которых состоят электроды, можно легко найти и э. д. с. элемента.

Рассмотрим в качестве примера элемент Даниэля (рис. 408). Он имеет цинковый электрод, погруженный в раствор цинкового купороса  $ZnSO_4$ , и медный электрод в растворе медного купороса  $CuSO_4$ . Оба раствора отделены друг от друга пористым цилиндром из необожженной глины, который не препятствует движению ионов, но предохраняет растворы от быстрого перемешивания. Смысл применения двух жидкостей будет выяснен в § 222.

Положим, что концентрация обоих растворов нормальная. Тогда из предыдущей таблицы следует, что медь имеет относительно раствора потенциал  $+0,61$  в, а потенциал цинка равен  $-0,50$  в. Поэтому разность потенциалов между электродами разомкнутого элемента, или э. д. с., равна

$$\mathcal{E} = V_{Cu} - V_{Zn} = 0,61 - (-0,50) = 1,11 \text{ в.}$$

Отметим, что на границе обоих растворов также возникает скачок потенциала (*диффузионная разность потенциалов*). Однако эта разность потенциалов мала по сравнению с электрохимическими потенциалами меди и цинка и ею можно пренебречь.

В случае элемента Вольта (§ 7) электроды из цинка и меди погружены в раствор серной кислоты, который не содержит ни ионов

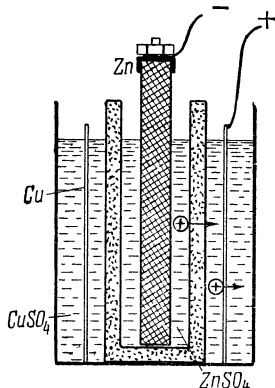


Рис. 408. Элемент Даниэля.

цинка, ни ионов меди. Однако это имеет место только в первый момент после погружения. В дальнейшем же цинк и медь входят в раствор, так что этот случай принципиально не отличается от рассмотренного выше.

Рассмотрим теперь движение ионов внутри работающего элемента. Предположим, что мы замкнули электроды элемента Даниэля медной проволокой. Тогда избыточные электроны цинка будут переходить по проволоке на медь и цинк делается менее отрицательным, нежели это необходимо для равновесия. Вследствие этого новые ионы цинка будут входить в раствор и двигаться от цинка. С другой стороны, электроны, пришедшие по проволоке на медный электрод, сделают медь менее положительной и поэтому положительные ионы меди из раствора будут высаживаться на медный электрод. Таким образом, в замкнутом элементе положительные ионы движутся от катода к аноду (*противоположно* движению ионов при электролизе), отрицательные же ионы перемещаются в обратном направлении. При этом (в элементе Даниэля) цинк переходит с электрода в раствор, а медь выделяется из раствора на электроде.

В § 74 мы видели, что э. д. с. гальванического элемента есть максимальная работа химических реакций, рассчитанная на единицу заряда. Положим для приближенной оценки, что максимальная работа равна полной энергии, освобождаемой при химических реакциях. Тогда

$$\mathcal{E} \approx p_1 K_1 + p_2 K_2. \quad (221.1)$$

Здесь  $p_1$  и  $p_2$  — тепловые эффекты реакций на обоих электродах (рассчитанные на 1 кг вещества электродов), а  $K_1$  и  $K_2$  — электрохимические эквиваленты вещества электродов. Представим это выражение в несколько ином виде. Пусть  $Q_1$  и  $Q_2$  — тепловые эффекты реакций на 1 килограмм-атом. Тогда  $p_1 = \frac{Q_1}{A_1}$ ,  $p_2 = \frac{Q_2}{A_2}$  ( $A_1$  и  $A_2$  — атомные веса материалов электродов). Далее, согласно § 212,  $K_1 = \frac{A_1}{Z_1 F}$ ,  $K_2 = \frac{A_2}{Z_2 F}$  ( $Z_1$  и  $Z_2$  — валентности,  $F$  — число Фарадея). Поэтому

$$\mathcal{E} \approx \frac{1}{F} \left( \frac{Q_1}{Z_1} + \frac{Q_2}{Z_2} \right).$$

Применим полученный результат к элементу Даниэля. Согласно термохимическим измерениям при образовании  $ZnSO_4$  выделяется количество тепла  $Q_1 = 4,55 \cdot 10^8$  дж/кг-атом (отнесенное к цинку), а выделение меди из раствора сопровождается поглощением тепла  $Q_2 = -2,33 \cdot 10^8$  дж/кг-атом (по меди). Валентности цинка и меди равны  $Z_1 = Z_2 = 2$ . Поэтому

$$\mathcal{E} \approx \frac{(4,55 - 2,33) \cdot 10^8}{2 \cdot 9,65 \cdot 10^7} = 1,15 \text{ в,}$$

что близко к значению э. д. с., наблюдаемому на опыте. Это показывает, что в данном случае различие между полной энергией химической реакции и величиной максимальной работы невелико.

Отметим, что в гальванических элементах энергия, выделяемая в химических реакциях, *непосредственно* превращается в энергию электрического тока. Этот процесс обладает гораздо большим коэффициентом полезного действия, нежели применяемый в обычных электростанциях, где теплота реакции (горение угля) сначала превращается (с большими потерями) в механическую работу двигателя, а уже работа двигателя преобразуется в электрическую энергию. Поэтому гальванические элементы представляют большой принципиальный интерес.

Однако стоимость электрической энергии, получаемой от гальванических элементов, значительно выше стоимости энергии от электростанций, так как в элементах расходуется не дешевое топливо (например, уголь), а дорогостоящие вещества (например, цинк). Поэтому в настоящее время элементы применяют только в тех случаях, где требуется небольшая энергия (а следовательно, стоимость ее не играет роли), но важны портативность и простота источника тока (зажигание в двигателях внутреннего сгорания, телефоны, сигнализация и т. п.).

Неоднократно предпринимались попытки использовать в гальванических элементах реакцию горения угля  $2C + O_2 = 2CO$ . Эта реакция сопровождается выделением тепла  $Q = 0,927 \cdot 10^5$  ккал/кг-моль  $= 3,87 \cdot 10^8$  дж/кг-моль и может дать э. д. с. (для углерода  $Z = 4$ )

$$\mathcal{E} \approx \frac{Q}{ZF} = \frac{3,87 \cdot 10^8}{9,65 \cdot 10^7 \cdot 4} \approx 1 \text{ в.}$$

Однако эти попытки до настоящего времени не привели к удовлетворительным результатам. Наибольшая трудность построения угольных элементов заключается в том, что уголь при обычных температурах обладает малой химической активностью и приходится строить элементы, работающие при высоких температурах (300—1000° С) и содержащие в качестве электролита различные расплавленные соли. На поддержание же высокой температуры нужно затрачивать большую энергию и поэтому такие элементы оказываются в конечном счете невыгодными. Такие же трудности возникают пока и при попытках использовать другие виды дешевого топлива (природные газы, генераторный газ, углеводороды нефти и другие).

## § 222. Поляризация гальванических элементов. Деполяризация

Если замкнуть простой элемент Вольта (цинк и медь в растворе серной кислоты) на внешнюю цепь, то сила тока в цепи не будет постоянной, а будет уменьшаться с течением времени. Причина этого явления заключается в том, что при работе элемента положительные ионы водорода движутся внутри элемента от цинка к меди и выделяются на медном электроде. Это ухудшает работу элемента по двум причинам. Во-первых, выделяющийся водород, подобно металлам, обладает способностью посылать свои ионы обратно в раствор, отчего возникает *дополнительная* э. д. с., направленная *противоположно* э. д. с. элемента. Можно сказать, что если до замыкания элемента мы имеем электроды из цинка и меди, то после длительной его работы электродами являются цинк и водород. Но электрохимический

потенциал водорода на 0,34 в ниже потенциала меди (см. таблицу на стр. 485), поэтому э. д. с. элемента по мере его работы снижается от начального значения около 1,1 в приблизительно до 0,8 в.

Во-вторых, пленка водорода, обволакивающая положительный электрод, увеличивает внутреннее сопротивление элемента, а поэтому сила тока также уменьшается. Указанное явление носит название *поляризации* элементов.

Из сказанного ясно, что для устранения вредного явления поляризации элементов (для их *деполяризации*) необходимо предотвратить накопление водорода на положительном электроде. Это можно сделать, например, удаляя водород механическим способом (энергичное перемешивание электролита), однако такой способ оказался практически неудобным.

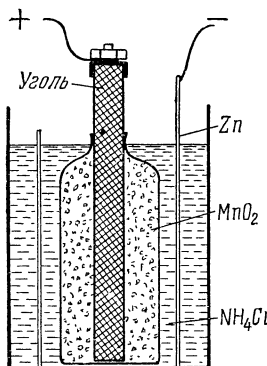
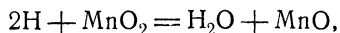


Рис. 409. Элемент Лекланше.

В настоящее время применяют два основных способа деполяризации. Один из них заключается в использовании *двух жидкостей*, подобранных так, чтобы не происходило изменения состава электродов. Такой случай мы имеем в элементе Даниэля (§ 221), в котором положительный электрод из меди находится в растворе  $\text{CuSO}_4$ . Поэтому на медном электроде происходит выделение той же меди, и поляризация не возникает. Цинковый же электрод (находящийся в растворе  $\text{ZnSO}_4$ ) при работе элемента постепенно растворяется и его состав также не меняется.

Второй способ состоит в применении *химических деполяризаторов*, т. е. веществ, являющихся сильными окислителями, которые переводят выделяющийся водород в воду.

Примером элемента с химической деполяризацией может служить наиболее употребительный элемент Лекланше (рис. 409). Его отрицательным электродом является цинк, а положительный электрод состоит из угольного стержня, окруженного спрессованной смесью перекиси марганца  $\text{MnO}_2$  с графитом (для увеличения электропроводности). Электролитом служит водный раствор хлористого аммония  $\text{NH}_4\text{Cl}$ . Нормальный электрохимический потенциал  $\text{MnO}_2$  равен +0,71 в, цинк же имеет нормальный потенциал -0,77 в. Поэтому э. д. с. элемента Лекланше равна 0,71 — (-0,77), т. е. несколько менее 1,5 в. Перекись марганца является сильным окислителем и поэтому одновременно служит деполяризатором. Выделяющийся водород вступает в реакцию, в результате которой образуются молекулы воды:



а водород в свободном состоянии не выделяется.

### § 223. Напряжение разложения электролита

Электролитическая поляризация происходит не только в гальванических элементах, но и при электролизе, если выделяющиеся вещества отличны от материала электродов.

Поляризацию при электролизе можно наблюдать при разложении серной кислоты. Если через электролитическую ванну, содержащую раствор  $H_2SO_4$  и два платиновых электрода (рис. 410, а), пропускать в течение некоторого времени ток, то на электроде, соединенном с отрицательным полюсом источника, будет осаждаться водород, а на другом электроде — кислород. По мере накопления этих газов их парциальное давление будет возрастать, и когда оно сделается равным атмосферному давлению, начнется выделение газов в виде пузырьков. Если теперь отключить источник тока, то оба электрода окажутся покрытыми газами и мы получим гальванический элемент, у которого один из электродов состоит из водорода, а другой — из кислорода. Иными словами, наши электроды *поляризовались*, и в результате этого появилась определенная *э. д. с. поляризации*. Если теперь замкнуть электроды, то в цепи появится ток, направление которого будет противоположно направлению тока при электролизе (рис. 410, б), а водород и кислород будут переходить обратно в раствор в виде ионов. Когда израсходуется накопленный запас обоих газов, э. д. с. снова станет равной нулю и ток в цепи прекратится.

Из сказанного ясно, что э. д. с. поляризации зависит от природы электролита. Она зависит также от материала электродов, так как он может влиять на вторичные реакции, происходящие при электролизе, а следовательно, и на то, какие именно продукты будут выделяться в конечном счете при электролизе. В частных случаях э. д. с. поляризации может быть равна нулю. Так, например, если происходит электролиз  $CuSO_4$  и оба электрода — медные, то один из электродов (анод) будет растворяться, а на другом (катоде) будет выделяться металлическая медь. При этом состав обоих электродов не будет изменяться (*неполяризующиеся* электроды) и э. д. с. поляризации не возникнет. (Точнее, и в этом случае появится небольшая э. д. с. поляризации, обусловленная *изменением концентрации* электролита у электродов. Однако она будет очень мала.)

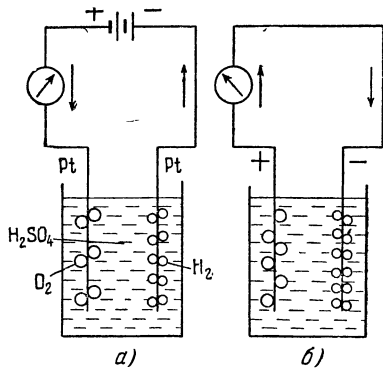


Рис. 410. Поляризация при электролизе.

Э. д. с. поляризации влияет на процесс электролиза. Положим, например, что мы производим разложение раствора соляной кислоты  $\text{HCl}$  и пользуемся при этом платиновыми электродами. Тогда на электродах будут выделяться газы  $\text{H}_2$  и  $\text{Cl}_2$  и появится соответствующая им э. д. с. поляризации. В первые моменты электролиза, по мере накопления газов на электродах, эта э. д. с. будет увеличиваться. Если приложенное напряжение невелико, скажем  $0,5 \text{ в}$ , то, когда э. д. с. поляризации станет равной внешнему напряжению, ток в цепи прекратится и электролиз приостановится. Если постепенно повышать напряжение, то будет увеличиваться и парциальное давление газов на электродах, а вместе с ним и э. д. с. поляризации. Когда парциальное давление газов достигнет атмосферного, начнется их выделение в виде пузырьков, после чего количество газов на электродах уже не будет изменяться и э. д. с. поляризации достигнет своего максимального значения. Оно равно потенциалу хлора относительно водорода;

согласно таблице на стр. 485 это составит  $+1,36 \text{ в}$ . Начиная с этого напряжения, в электролите появится ток, который будет увеличиваться с увеличением напряжения, и начнется выделение веществ на электродах.

По указанным причинам зависимость силы тока через электролит от приложенного к электродам напряжения имеет вид, изображенный на рис. 411, и выражается формулой:

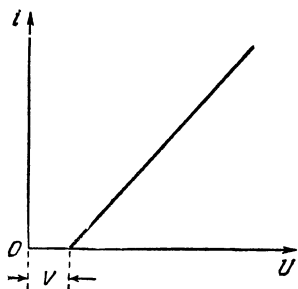


Рис. 411. Зависимость силы тока через электролитическую ванну от напряжения между электродами.

$$i = \frac{U - V}{r}, \quad (223.1)$$

где  $r$  — сопротивление столба электролита. Пороговое значение напряжения  $V$ , начиная с которого происходит выделение веществ на электродах, называется *напряжением разложения* электролита.

В рассмотренном примере  $\text{HCl}$  напряжение разложения равно э. д. с. поляризации. Однако в некоторых случаях напряжение разложения может *превышать* э. д. с. поляризации. Это явление получило название *перенапряжения* при электролизе. Так, например, электрохимический потенциал кислорода относительно водорода равен  $+1,23 \text{ в}$ , и поэтому можно было бы ожидать, что разложение раствора серной кислоты будет начинаться с этого напряжения. Однако опыт показывает, что напряжение разложения серной кислоты равно  $1,64 \text{ в}$ .

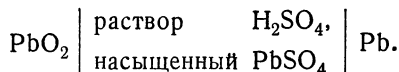
Явление перенапряжения можно объяснить при более детальном рассмотрении процессов нейтрализации электролитических ионов на электродах. Однако мы на этом не будем останавливаться.

Таким образом, чтобы выделить ионы определенного сорта из раствора, необходимо приложить напряжение, компенсирующее стремление этих ионов перейти обратно с электрода в раствор. Для разных ионов это напряжение не одинаково, что позволяет отделять различные вещества друг от друга. Так, например, из таблицы в § 220 (стр. 485) видно, что ионы меди имеют меньшее стремление перейти в раствор, нежели ионы цинка. Поэтому, если в растворе имеются и ионы меди, и ионы цинка, то выделение меди начнется при меньшем напряжении. Чтобы выделить цинк после удаления меди из раствора, необходимо дополнительно увеличить напряжение на электролитической ванне. Этим обстоятельством и пользуются при электролитической очистке металлов.

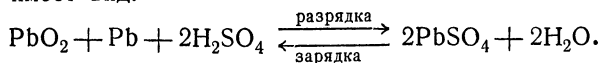
### § 224. Аккумуляторы

Электролитическая поляризация получила важное техническое применение в *аккумуляторах*, или, иначе, вторичных элементах. Они представляют собой гальванические элементы, в которых вещества, расходующиеся при отборе тока, предварительно накапливаются на электродах при помощи электролиза. Для этого через аккумуляторы пропускают в течение определенного времени ток от постороннего источника (*зарядка* аккумулятора).

Наибольшее распространение получил *свинцовый*, или *кислотный*, аккумулятор. В простейшем виде он состоит из двух свинцовых электродов, находящихся в растворе серной кислоты. При погружении в кислоту на электродах образуется сернокислый свинец  $PbSO_4$  и раствор насыщается этой же солью. При зарядке аккумулятора на его электроде, соединенном с положительным полюсом источника, свинец окисляется в перекись  $PbO_2$ , а второй электрод превращается в чистый свинец, в результате чего получается элемент:



При разрядке аккумулятора его положительный полюс постепенно раскисляется и на нем происходит вновь образование  $PbSO_4$ , который появляется также и на отрицательном электроде. Суммарная реакция, выражающая конечные продукты химических превращений в аккумуляторе, имеет вид:



При зарядке аккумулятора появляются дополнительные молекулы кислоты, поэтому концентрация кислоты увеличивается. При разрядке концентрация кислоты уменьшается.



Э. д. с. свинцового аккумулятора в самом конце зарядки достигает 2,7 в. При разрядке она уменьшается сначала быстро, до значения около 2,2 в, а затем очень медленно, приблизительно до 1,85 в. Дальнейшую разрядку аккумулятора производить нельзя, так как при этом его электроды покрываются толстым слоем трудно растворимого  $PbSO_4$  и аккумулятор портится.

Аккумуляторы характеризуются, помимо э. д. с., емкостью, т. е. величиной заряда, отдаваемого при разрядке. Она измеряется в *ампер-часах* и, очевидно, тем больше, чем больше поверхность электродов.

Для увеличения емкости электроды аккумуляторов отливают в виде пластины с многочисленными ячейками наподобие пчелиных сотов и в ячейки затрещивают окислы свинца. Затем вновь изготовленные аккумуляторы подвергают нескольким зарядкам и разрядкам (*формовка аккумуляторов*), отчего поверхность электродов разрыхляется и приобретает развитую поверхность. После зарядки отрицательный электрод восстанавливается до металлического свинца, а положительный электрод окисляется до  $PbO_2$ .

Наряду со свинцовыми аккумуляторами в настоящее время применяют еще железо-никелевые, или *щелочные*, аккумуляторы, которые отличаются меньшим весом при равной емкости. Они имеют один электрод из железа, а другой — из никеля, а электролитом служит 20-процентный раствор едкого калия КОН. В заряженном состоянии анодом у этих аккумуляторов служит гидрат окиси никеля  $Ni(OH)_3$ , а катодом — железо. Их э. д. с. — около 1,3 в.

## ГЛАВА XIX

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В КОНТАКТАХ

При соприкосновении двух проводников электроны вследствие теплого движения переходят из одного проводника в другой. Если соприкасающиеся проводники различны или если их температура в разных точках неодинакова, то оба потока диффузии электронов неодинаковы и один из проводников заряжается положительно, а другой — отрицательно. Поэтому в пограничном слое между проводниками появляется электрическое поле, уравновешивающее разность диффузионных потоков. Существованием таких электрических полей обусловлен ряд электрических явлений в контактах, которые и рассматриваются в настоящей главе.

#### § 225. Явление Пельтье

Опыт показывает, что, кроме тепла Ленца — Джоуля, выделяемого током в *объеме* проводника, наблюдаются тепловые явления в *контакте* двух различных проводников, даже если эти проводники первоначально находятся при одинаковой температуре. В контак-

те, через который проходит ток, происходит, в зависимости от направления тока, выделение или поглощение тепла, и контакт либо нагревается, либо охлаждается. Это явление получило название *явления Пельтье*.

Для демонстрации явления Пельтье может служить опыт, изображенный на рис. 412. Здесь 1 и 2 — два стержня из *различных* металлов, соединенные между собой (например, спаянные). Стержни герметически укреплены при помощи замазки внутри стеклянного шарика, снабженного горизонтальной трубкой *a*, в которой находится капля воды *б*. Стеклянный шарик может соединяться с атмосферой или отъединяться от нее при помощи крана *K* и служит в качестве газового термометра. При нагревании спая давление внутри шарика увеличивается и капля перемещается вправо; при охлаждении спая капля движется в обратном направлении.

Для опыта удобно выбрать стержни из сурьмы (Sb) и висмута (Bi). При направлении тока от Sb к Bi наблюдается нагревание, т. е. *выделение тепла* в спая. При изменении направления тока спай охлаждается, т. е. в нем происходит *поглощение тепла*.

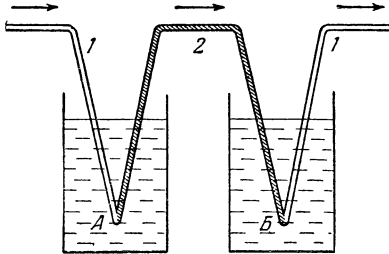


Рис. 413. Схема опыта для измерения тепла Пельтье.

делится тепло, равное сумме тепла Ленца — Джоуля  $ri^2t$  и тепла Пельтье  $Q$ , т. е.

$$Q_1 = ri^2t + Q,$$

а в другом калориметре выделится тепло

$$Q_2 = ri^2t - Q.$$

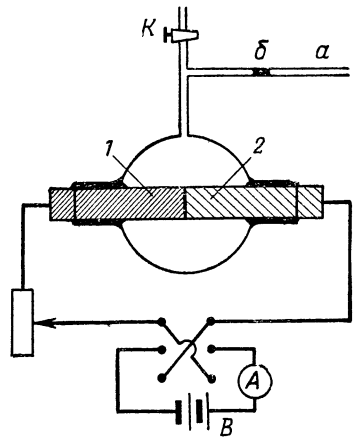


Рис. 412. Наблюдение явления Пельтье.

На рис. 413 показана схема опыта для измерения тепла Пельтье. Два различных проводника 1 и 2 спаяны между собой и включены в цепь электрического тока. Если в спая *A* ток проходит от металла 1 к металлу 2, то в другом спая *B* он идет от 2 к 1, и поэтому если спай *A* нагревается, то спай *B* охлаждается, и наоборот. Каждый из спаев находится в калориметре. В одном из калориметров за время опыта  $t$  выделится тепло, равное сумме

Поэтому

$$Q_1 - Q_2 = 2Q.$$

Опыт показывает, что тепло Пельтье  $Q$ , выделенное или поглощенное в спае, пропорционально полному заряду  $q$ , прошедшему через спай, или произведению из силы тока  $i$  на время  $t$ :

$$Q = \Pi q = \Pi it. \quad (225.1)$$

Коэффициент  $\Pi$  зависит от рода соприкасающихся проводников и от их температуры и называется *коэффициентом Пельтье*.

В дальнейшем мы будем считать тепло  $Q$  *положительным*, если оно *выделяется* в спае. Чтобы учесть в формуле (225.1) направление тока, мы будем обозначать там, где это потребуется, коэффициент Пельтье через  $\Pi_{12}$ , если ток течет от проводника 1 к проводнику 2, и через  $\Pi_{21}$ , если ток имеет противоположное направление. Так как в обоих случаях количество тепла Пельтье одинаково, но только изменяется его знак, то  $\Pi_{12} = -\Pi_{21}$ .

Отметим, что между явлением Пельтье и выделением тепла Ленца — Джоуля имеются существенные различия. Тепло Ленца — Джоуля пропорционально квадрату силы тока и не зависит от направления тока. Тепло же Пельтье пропорционально *первой* степени силы тока и меняет знак при перемене направления тока. Далее, тепло Ленца — Джоуля зависит от сопротивления проводника, в то время как тепло Пельтье от него не зависит вовсе.

Если в (225.1) измерять  $Q$  в джоулях, а  $q$  — в кулонах, то  $\Pi$  будет выражено в *дж/кулон*, или в *вольтах*. Опыт показывает, что для большинства различных пар металлов коэффициент Пельтье имеет величину порядка  $10^{-2}$ — $10^{-3}$  в.

В обычных условиях тепло Пельтье мало по сравнению с теплом Ленца — Джоуля. Поэтому, чтобы в описанных опытах это последнее не затушевывало явление Пельтье, нужно по возможности уменьшить тепло Ленца — Джоуля, а для этого следует применять достаточно толстые проводники, обладающие малым сопротивлением.

## § 226. Внутренняя контактная разность потенциалов

Наличие тепла Пельтье обозначает, что кинетическая энергия электронов при переходе из одного проводника в другой изменяется. Если она увеличивается, то спай нагревается, если же она уменьшается, то спай охлаждается. Это значит, что между обоими проводниками имеется некоторая *разность потенциалов*  $U_i$ , которая не зависит от тока и существует даже в его отсутствии. Она получила название *внутренней контактной разности потенциалов*.

В классической электронной теории считается, что средняя кинетическая энергия электронов зависит только от температуры, а следовательно, при одинаковой температуре одна и та же внутри обоих соприкасающихся ме-

таллов. В этом случае тепло Пельтье  $\Pi_{it}$  было бы точно равно работе электрического тока  $U_{it}$ , и коэффициент Пельтье  $\Pi$  совпал бы с внутренней контактной разностью  $U_i$ . В действительности же, как показывает квантовая теория твердых тел, средняя кинетическая энергия электронов в различных металлах не одинакова, а значит, переход электронов из одного металла в другой, независимо от существования контактной разности, сопровождается выделением или поглощением тепла. Поэтому и коэффициент Пельтье *не* равен внутренней контактной разности потенциалов.

Возникновение внутренней контактной разности объясняется следующим образом. Рассмотрим два различных металла 1 и 2 (рис. 414), находящихся при одной и той же температуре, и предположим, что мы привели их в соприкосновение. Электроны проводимости вследствие теплового движения будут переходить из проводника 1 в проводник 2 и обратно. Так как концентрация электронов в обоих металлах различна, то и диффузионные потоки электронов будут неодинаковыми. Положим, что концентрация электронов  $n_1$  в металле 1 больше концентрации  $n_2$  в металле 2. Тогда поток диффузии электронов из металла 1 будет больше потока диффузии в обратном направлении и металл 1 будет заряжаться положительно, а металл 2 — отрицательно. В результате этого между металлами возникнет разность потенциалов и появится электрическое поле, которое вызовет дополнительное движение электронов (переносное, или дрейфовое, движение) в обратном направлении — от металла 2 к металлу 1; поэтому общее количество электронов, переходящих от 1 к 2, будет уменьшаться, а идущих в противоположном направлении — увеличиваться. При некоторой разности потенциалов  $U_i$  между металлами установится равновесие и потенциалы металлов не будут уже изменяться. Эта разность потенциалов и является внутренней контактной разностью потенциалов обоих металлов.

Отметим, что вследствие большой тепловой скорости электронов обмен электронами происходит весьма быстро и равновесие устанавливается уже в ничтожные доли секунды.

Согласно закону Ома плотность тока  $j$  внутри металла равна  $j = \lambda E$ . Так как в равновесии  $j = 0$ , то и электрическое поле  $E$  в любой точке в толще металлов равно нулю. Это значит, что электрическое поле существует только в тонком пограничном слое между обоими проводниками, на котором сосредоточена и вся контактная разность потенциалов.

Полученные результаты можно наглядно представить с помощью энергетической диаграммы. Будем откладывать по вертикальной оси потенциальную энергию электрона внутри металла, равную  $W = eU$

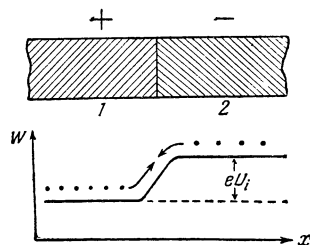


Рис. 414. Контакт двух различных проводников и распределение потенциальной энергии электронов.

( $e$  — заряд электрона,  $U$  — значение потенциала), а по горизонтальной оси — перемещение вдоль металла. Тогда получится распределение энергии, изображенное на рис. 414. Так как в отсутствии тока потенциал внутри металла одинаков, то и энергия  $W$  постоянна в разных точках одного и того же металла. Однако ее значение в обоих металлах различно и меньше в металле 1, заряженном положительно, нежели в проводнике 2 (так как заряд электрона  $e < 0$ ). Разность энергий электрона в обоих проводниках равна  $eU_i$ .

Вычислим теперь величину внутренней контактной разности потенциалов.

В классической электронной теории задача о равновесии электронов в двух соприкасающихся проводниках не отличается от задачи о равновесии атомарного газа, находящегося в поле тяжести. Из молекулярной физики известно, что концентрация атомов газа  $n$  на высоте  $h$  связана с концентрацией  $n_0$  у поверхности земли формулой:

$$n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}},$$

где  $m$  — масса атома,  $g$  — ускорение поля тяжести,  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура, которая предполагается одинаковой во всем газе. Здесь  $mgh$  есть разность потенциальных энергий ( $W_1 - W_2$ ) атома газа на высоте  $h$  и у поверхности земли. В случае двух соприкасающихся металлов  $W_1 - W_2 = eU_i$  и поэтому

$$n_1 = n_2 e^{-\frac{eU_i}{kT}},$$

где  $n_1$  и  $n_2$  — концентрации электронов в обоих металлах. Отсюда

$$U_i = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_2}{n_1}. \quad (226.1)$$

Полученная формула показывает, что чем больше различие в концентрациях электронов  $n_1$  и  $n_2$ , тем больше и внутренняя контактная разность.

Оценим величину  $U_i$ , пользуясь формулой (226.1). При комнатной температуре ( $T = 300^\circ \text{K}$ )  $\frac{kT}{e} = 0,026$  в, величина же  $\ln \frac{n_2}{n_1}$  порядка единицы. Поэтому  $U_i$  получается порядка  $10^{-2} - 10^{-3}$  в.

В квантовой теории металлов выражение для внутренней контактной разности потенциалов получается иным, поэтому формулой (226.1) можно пользоваться лишь для качественных рассуждений.

## § 227. Внешняя контактная разность потенциалов

Посмотрим теперь, какое электрическое состояние установится у свободных концов двух соприкасающихся металлов.

Рассмотрим сначала два различных металла 1 и 2, разобщенных друг от друга. В этом случае потенциальная энергия электрона в раз-

личных точках пространства изображается кривыми рис. 415, а. При построении этого графика энергия покоящегося электрона в вакууме (вне металла) принята равной нулю. Так как оба металла не заряжены, то электрического поля между ними нет и энергия электрона в пространстве между металлами остается постоянной. Она постоянна и внутри металлов (точнее, постоянно ее среднее значение), но имеет другую, меньшую величину. Каждый кусок металла на этом графике

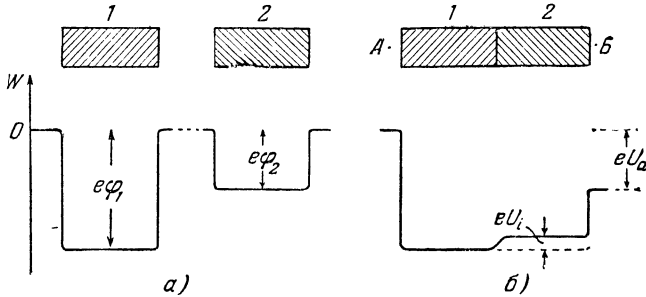


Рис. 415. Возникновение внешней контактной разности потенциалов.

характеризуется, следовательно, уже знакомой нам (§ 169) потенциальной ямой. В классической теории глубина потенциальной ямы равна термоэлектронной работе выхода электрона из металла  $e\varphi$  ( $e$  — заряд электрона,  $\varphi$  — работа выхода, выраженная в электроновольтах).

Приведем теперь в соприкосновение оба куска металла. Тогда в контактном слое вследствие диффузии электронов установится скачок потенциала  $U_i$ , равный внутренней контактной разности потенциалов, и между днищами обеих потенциальных ям будет малое энергетическое расстояние  $eU_i$  (рис. 415, б). Но так как глубины потенциальных ям различны, то их внешние края окажутся на *разных* высотах. Это значит, что между двумя любыми точками А и В, находящимися *вне* металлов, но расположенными в непосредственной близости от их поверхностей, возникает *разность потенциалов*. Она получила название *внешней контактной разности потенциалов* обоих металлов. Между обоими соприкасающимися металлами во внешнем пространстве появится *электрическое поле*, а на поверхности металлов возникнут электрические заряды (рис. 416).

Из рис. 415 видно, что контактная разность потенциалов равна

$$U_a = \varphi_2 - \varphi_1 \pm U_i, \quad (227.1)$$

где знак  $+$  или  $-$  следует выбирать в зависимости от знака внутренней контактной разности  $U_i$ .

В § 226 мы видели, что  $U_i$  мало и имеет порядок  $10^{-2}$ — $10^{-3}$  в. Напротив, работы выхода  $\varphi$  измеряются несколькими вольтами и

такой же порядок имеет их разность для различных пар металлов. Поэтому с достаточной точностью можно считать:

$$U_a = \varphi_2 - \varphi_1, \quad (227.2)$$

т. е. контактная разность потенциалов двух металлов равна разности их работ выхода (измеренных в вольтах). Квантовая теория металлов показывает, что формула (227.2) верна совершенно точно.

Рассмотрим теперь цепь, состоящую не из двух, а из нескольких металлов 1, 2, 3, 4 (рис. 417). Если бы мы ее разрезали по  $aa$ ,

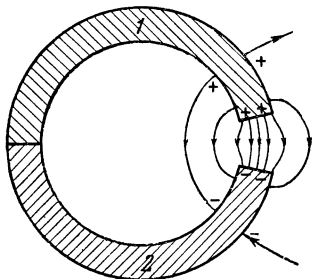


Рис. 416. При соприкосновении двух различных металлов во внешнем пространстве появляется электрическое поле, а на поверхности металлов возникают заряды.

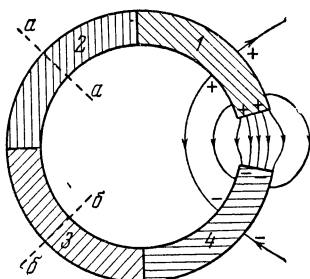


Рис. 417. При соединении нескольких проводников 1, 2, 3, 4 электрическое поле между свободными концами цепи определяется только крайними проводниками 1 и 4.

то между свободными концами металлов 1 и 2 была бы контактная разность

$$U_{12} = \varphi_2 - \varphi_1.$$

Аналогично между разрезами  $aa$  и  $bb$  была бы разность потенциалов

$$U_{23} = \varphi_3 - \varphi_2,$$

а у последней пары металлов

$$U_{34} = \varphi_4 - \varphi_3.$$

Так как в плоскостях  $aa$ ,  $bb$  и т. д. соприкасаются одинаковые металлы, то дополнительные разности потенциалов здесь не возникают; поэтому контактная разность всей цепи равна

$$U_{12} + U_{23} + U_{34} = (\varphi_2 - \varphi_1) + (\varphi_3 - \varphi_2) + (\varphi_4 - \varphi_3) = \varphi_4 - \varphi_1 = U_{14},$$

т. е. такая же, как в отсутствии промежуточных металлов 2 и 3. Контактная разность определяется только крайними металлами цепи.

Если имеется замкнутая цепь, составленная из разных металлов или вообще из электронных проводников (проводников первого

класса), то внешняя контактная разность вообще не возникает и остаются только внутренние контактные разности  $U_{12}$ ,  $U_{23}$  и т. д. Сумма этих скачков потенциала равна

$$U_{12} + U_{23} + U_{34} + U_{41} = \\ = \frac{kT}{e} \left( \ln \frac{n_1}{n_2} + \ln \frac{n_2}{n_3} + \ln \frac{n_3}{n_4} + \ln \frac{n_4}{n_1} \right) = \frac{kT}{e} \ln 1 = 0.$$

Следовательно, и электродвижущая сила цепи, составленной из каких угодно проводников *первого класса*, но находящихся при *одинаковой температуре*, равна нулю. Такой же результат получается и в квантовой теории металлов.

Существование контактной разности потенциалов было известно уже Вольта, который доказал ее существование при помощи электрометра с конденсатором (§ 37). Для этого он укрепил на электрометре металлический диск, например из цинка, на который можно было накладывать второй диск, снабженный изолирующей рукояткой и сделанный из *другого* металла, например из меди (рис. 418). Если наложить медный диск на цинковый, то оба диска будут соприкасаться в немногих точках и между ними появится контактная разность потенциалов. При этом на участках поверхности, не соприкасающихся между собой, образуются электрические заряды. Из рис. 415 видно, что положительный потенциал, а следовательно, и положительные заряды будут у того металла, у которого работа выхода меньше. Работа выхода цинка равна 3,74 в, а работа выхода меди 4,47 в. Поэтому цинк заряжается положительно, а медь отрицательно. Величина контактной разности (порядка 1 в), однако, слишком мала, чтобы вызвать заметное отклонение электрометра. Но если раздвинуть оба диска, то вследствие уменьшения емкости конденсатора разность потенциала сильно увеличивается и электрометр дает отклонение.

Для измерения контактной разности потенциалов употребляют компенсационные схемы. Одна из них показана на рис. 419. Две небольшие пластинки из исследуемых веществ располагают параллельно друг другу, одну из пластинок закрепляют неподвижно, а другую, с помощью простого механического устройства, заставляют колебаться в направлении нормали с небольшой амплитудой (доли миллиметра) и частотой в несколько десятков герц. Если контактная

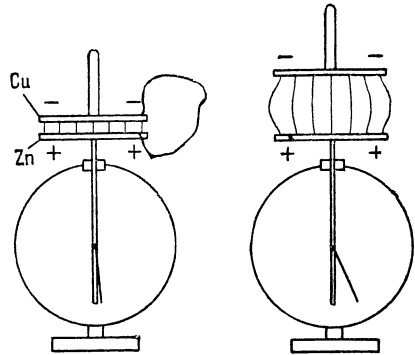


Рис. 418. Демонстрация существования контактной разности потенциалов.



разность равна  $\varphi$ , а расстояние между пластинами есть  $d$ , то напряженность поля между пластинами есть  $\frac{\varphi}{d}$ , а следовательно, на каждой единице внутренней поверхности пластин имеется заряд  $\epsilon_0 \frac{\varphi}{d}$ . При периодическом изменении  $d$  заряд пластин тоже изменяется периодически. Поэтому во внешней цепи появляется переменный ток, а на нагрузочном сопротивлении  $r$  развивается переменное напряжение.

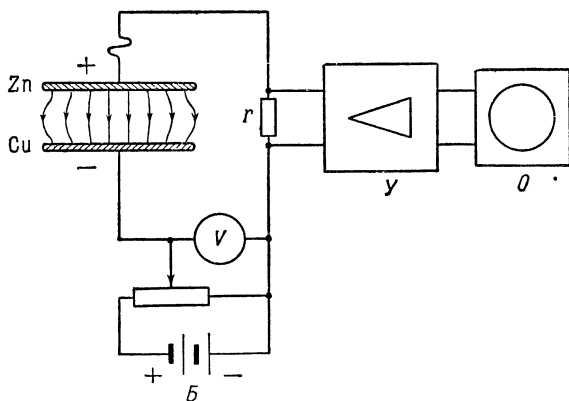


Рис. 419. Измерение контактной разности потенциалов компенсационным методом.

Последнее можно усилить ламповым усилителем  $U$  и зарегистрировать осциллографом  $O$ . Если теперь приложить к пластинам внешнюю разность потенциалов от батареи  $B$ , обратную по знаку контактной разности, и изменять ее с помощью делителя напряжения, то можно добиться, чтобы ток во внешней цепи обратился в нуль. В этом случае приложенное внешнее напряжение, очевидно, как раз равно контактной разности, которая, следовательно, определяется непосредственно по показанию вольтметра  $V$ .

Контактная разность потенциалов, так же как работа выхода электронов, сильно изменяется даже при ничтожных загрязнениях поверхностей, их окислении и т. п. Поэтому для получения верных значений контактной разности исследуемые вещества необходимо тщательно очищать и измерения вести в вакууме.

## § 228. Явление Томсона

Исследуя термоэлектрические явления, В. Томсон пришел к заключению, что даже в *однородном* проводнике, если этот проводник *нагрет неравномерно*, при наличии тока происходит выделение или поглощение тепла, которое либо добавляется к теплу Ленца — Джоуля,

либо вычитается из него. Это явление, получившее название *явление Томсона*, строго говоря, не относится непосредственно к контактным явлениям. Однако его происхождение тесно связано с причинами возникновения явлений в контактах и поэтому мы рассмотрим его в настоящей главе.

Для наблюдения явления Томсона может служить опыт, изображенный на рис. 420. Два одинаковых стержня 1 и 2, сделанных из одного и того же материала, включены в цепь тока, а концы стержней поддерживаются при *различной* температуре (например,

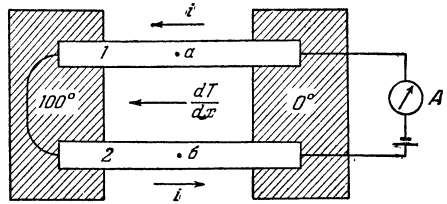


Рис. 420. Наблюдение явления Томсона.

100 и 0° С). В стержнях возникает *градиент температуры*  $\frac{dT}{dx}$  и появляются *потоки тепла*. В одном из стержней направления тока и градиента температуры одинаковы, а в другом — противоположны. В опыте измеряют разность температур для двух точек *a* и *b*, выбираемых таким образом, чтобы в отсутствии тока температура в них была одинакова. Для измерения разности температур в точки *a* и *b* помещают спай термопары (см. ниже § 230). При наличии тока температуры точек *a* и *b* делаются различными; это указывает на то, что в одном из стержней, дополнительно к теплу Ленца — Джоуля, выделяется некоторое количество тепла (тепло Томсона), а в другом стержне — поглощается.

Знак явления Томсона различен для различных проводников. Так, например, в висмуте и цинке наблюдается выделение тепла, если направление потока тепла и направление тока совпадают. Но в железе, платине, сурьме при тех же условиях происходит поглощение тепла. При изменении направления тока (или направления потока тепла) у всех проводников наблюдается изменение знака эффекта, т. е. вместо выделения тепла происходит его поглощение и наоборот.

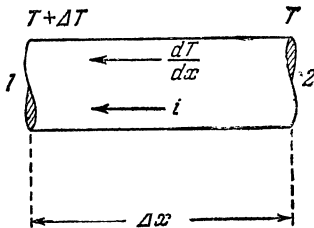


Рис. 421. К вычислению тепла Томсона.

Явление Томсона объясняется изменением свойств проводника при его нагревании. В более нагретом конце 1 проводника (рис. 421) тепловые скорости электронов больше, чем в конце 2, имеющем низшую температуру, и поэтому поток диффузии электронов от 1 к 2 больше, нежели в обратном направлении. Точно так же энергия электронов в конце 1 выше, чем в конце 2. Иными словами, первоначально однородный проводник при неравномерном нагревании

становится *неоднородным*, и поэтому явление Томсона представляет собой в сущности своеобразное явление Пельтье с той только разницей, что в данном случае неоднородность вызвана не различием химического состава проводника, а неодинаковостью температуры.

Опыт (а также теоретические расчеты, на которых мы не останавливаемся) показывает, что явление Томсона подчиняется следующему основному закону. Пусть  $Q$  есть тепло Томсона, выделившееся за время  $t$  в объеме проводника  $\tau$ . Тогда  $\frac{1}{\tau} \frac{Q}{t}$  представляет собой количество тепла, выделяющееся в единице объема за единицу времени. Эта величина оказывается пропорциональной градиенту температуры  $\frac{dT}{dx}$  и плотности тока, а следовательно,

$$\frac{Q}{\tau t} = \sigma \frac{dT}{dx} j. \quad (228.1)$$

Коэффициент пропорциональности  $\sigma$  называется *коэффициентом Томсона*. Он зависит от рода проводника и от его состояния, в частности от температуры проводника.

Формулу (228.1) (*дифференциальную* форму закона) можно представить в ином виде, если применить ее к отрезку проводника (рис. 421), концы которого имеют малую разность температур  $\Delta T$  (чтобы не учитывать зависимость  $\sigma$  от температуры). Тогда  $\tau = S \Delta x$ ,  $jS = i$  есть полная сила тока, а  $\frac{dT}{dx} \Delta x = \Delta T$ , и мы находим:

$$Q = \sigma \cdot \Delta T \cdot it. \quad (228.2)$$

Эта формула представляет собой интегральную форму закона и дает полное количество тепла Томсона  $Q$ , выделенного во всем рассматриваемом отрезке проводника.

Так же как и в явлении Пельтье, мы будем считать тепло  $Q$  положительным, если оно выделяется. За положительное направление тока примем направление от холодного конца проводника к горячему (положительное направление градиента температуры).

Величина коэффициента Томсона мала. Так, например, для висмута при комнатной температуре  $\sigma \approx 10^{-5}$  в/град.

## § 229. Термоэлектричество

Рассмотрим замкнутую цепь из двух различных металлов  $I$  и  $2$  (рис. 422). В § 226 мы видели, что если температура во всех точках цепи одинакова, то э. д. с. такой цепи равна нулю и поэтому никакого тока в ней не будет. Таким образом, хотя в каждом из контактов и возникает э. д. с., равная внутренней контактной разности, эти э. д. с. равны по величине и противоположны по знаку, и поэтому полная э. д. с. цепи  $U_{12} + U_{21} = U_{12} - U_{12} = 0$ .

Не то будет, если температура обоих спаев не одинакова. Так как внутренние контактные разности зависят от температуры, то теперь уже их сумма не равна нулю. Поэтому не будет равна нулю и полная э. д. с. цепи, и в цепи появится ток. Это явление получило название *термоэлектричества*, а возникающая э. д. с. — *термоэлектродвижущей силы* (т. э. д. с.).

Термоэлектричество было открыто Зеебеком еще в двадцатых годах прошлого века. Для его наблюдения достаточно присоединить к милливольтметру два куска медной проволоки и замкнуть их куском проволоки из другого материала, например железа (рис. 423). Пока температура обоих спаев одинакова, милливольтметр не обнаруживает никакой э. д. с. Но при нагревании одного из спаев в цепи появляется т. э. д. с. и стрелка милливольтметра отклоняется. Если нагретый спай охладить и затем нагреть другой спай, то знак т. э. д. с. изменится и стрелка милливольтметра отклоняется в другую сторону.

В таблице приведены значения т. э. д. с. для некоторых особенно употребительных пар металлов.

Т. э. д. с. некоторых термопар в милливольттах.  
Один спай при 0°С

Температура горячего спая, °С	Платина, платина + 10% родия	Железо, константан (60% Cu, 40% Ni)	Медь, константан	Температура горячего спая, °С	Платина, платина + 10% родия	Железо, константан (60% Cu, 40% Ni)	Медь, константан
100	0,64	5	4	600	5,22	33	—
200	1,44	11	9	700	6,26	39	—
300	2,32	16	15	800	7,33	45	—
400	3,25	22	21	1000	9,57	—	—
500	4,22	27	—	1500	15,50	—	—

Т. э. д. с. увеличивается не пропорционально разности температур спаев. Поэтому для характеристики термоэлектрических свойств какой-либо пары проводников пользуются *дифференциальной т. э. д. с.*, которая равна *термоэлектродвижущей силе, возникающей при разности температур спаев в 1°С*. Дифференциальная т. э. д. с.  $\alpha$ , по определению, равна

$$\alpha = \frac{d\varepsilon}{dT} . \quad (229.1)$$

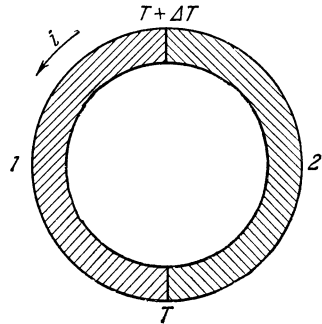


Рис. 422. Термоэлектрическая цепь.

Она зависит не только от рода данной пары проводников, но и от их состояния, в частности от температуры.

Если один из спаев находится при температуре  $T$ , а другой — при более высокой температуре  $T_1$  и разность температур спаев не очень велика, то полная т. э. д. с.

$$\mathcal{E} = \alpha (T_1 - T). \quad (229.2)$$

В таблице приведены значения  $\alpha$  в микровольтах ( $10^{-6}$  в) на градус для некоторых металлов относительно платины при  $0^\circ\text{C}$ .

Металл	$\alpha$ , мкв/град	Металл	$\alpha$ , мкв/град
Висмут . . . . .	—65,0	Никель . . . . .	—16,4
Железо . . . . .	+16,0	Сурьма . . . . .	+47,0
Медь . . . . .	+7,40	Константан . . . . .	—34,4

Пользуясь этой таблицей, можно найти т. э. д. с.  $\alpha$  не только относительно платины, но и для любой другой комбинации металлов.

Так, например, т. э. д. с. пары железо — константан равна:

$$\begin{aligned} \text{железо} - \text{константан} &= (\text{железо} - \\ & - \text{платина}) - (\text{константан} - \\ & - \text{платина}) = +16,0 - (-34,4) = \\ & = 50,4 \text{ мкв/град.} \end{aligned}$$

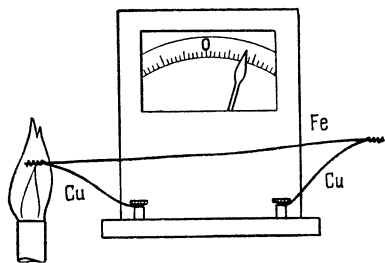


Рис. 423. Демонстрация термоэлектродвижущей силы.

т. э. д. с. в паре железо — константан ток в горячем спае направлен от константана ( $-34,4$ ) к железу ( $+16,0$ ).

### § 230. Применение термоэлектричества

Термоэлектричество широко используют для измерения температур. Для этого служат *термоэлементы* (*термопары*), устройство которых схематически показано на рис. 424. Они содержат две проволоки из различных металлов 1 и 2, концы которых сварены (спай I). Обе проволоки заключены в фарфоровую трубку  $m$  для предохранения спаев от химических воздействий. Второй спай (II)

поддерживается при неизменной температуре. Концы цепи *a* и *б* присоединяются к милливольтметру или, при очень точных измерениях, к потенциометру для измерения т. э. д. с. компенсационным методом. Термопары обладают тем преимуществом, что позволяют измерять как очень высокие, так и очень низкие температуры, что невозможно сделать с помощью обычных жидкостных термометров.

Для увеличения э. д. с. термоэлементы соединяют последовательно в термобатареи, как показано на рис. 425. При этом все четные спаи поддерживают при одной температуре, а все нечетные — при другой. Э. д. с. такой батареи равна сумме э. д. с. отдельных элементов.

Миниатюрные термобатареи с успехом применяют для измерения интенсивности света (как видимого, так и невидимого). Устройство употребляемых для этого *термостолбиков* показано на рис. 426. Термобатарейка, составленная из тончайших полосок железа и константана, монтирована таким образом, что все нечетные спаи находятся на поддерживающей ее рамке, а все четные спаи — в середине рамки. Рамка с термобатареей помещена внутри закрытого металлического кожуха, имеющего небольшое окошко, через которое излучение падает только на четные спаи термобатареи. Подобные термостолбики в соединении с чувствительным зеркальным гальванометром обладают огромной чувствительностью. Они обнаруживают, например,

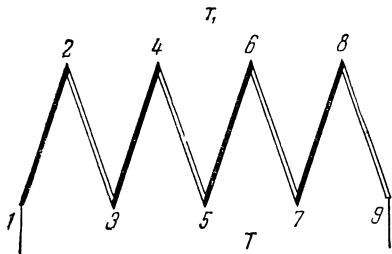


Рис. 425. Схема термобатареи.

никаких вращающихся частей. Но термогенераторы до настоящего времени не получили никакого практического распространения, так как их к. п. д. был очень низок (порядка 0,1%) и поэтому стоимость

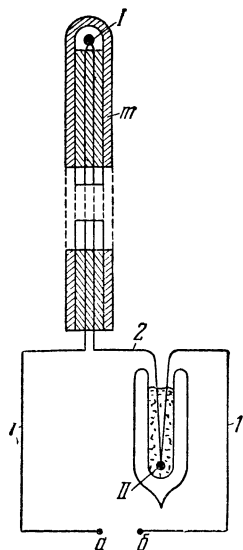


Рис. 424. Схема устройства и включения термопары.

невидимое тепловое излучение человеческой руки, удаленной на расстоянии нескольких метров от термостолбика; такое излучение вызывает разность температур спаев всего лишь около миллионной доли градуса.

Термобатареи представляют интерес и как генераторы электрического тока. По сравнению с тепловыми установками они исключительно просты и не содержат

электроэнергии оказывалась намного больше, нежели стоимость энергии, доставляемой электростанциями.

Однако в последние годы, благодаря работам А. Ф. Иоффе и других ученых, положение существенно изменилось, так как в термобатареях стали применять *полупроводники*. Т. э. д. с. у полупроводников гораздо больше, чем у металлов, и может достигать для некоторых веществ  $0,1 \text{ в}$  на  $100^\circ \text{С}$ ; это в десятки и сотни раз больше, чем т. э. д. с. у металлов. Кроме того, теплопроводность у полупроводников меньше, чем у металлов, так что бесполезный переход тепла от горячих спаев к холодным уменьшается. Вследствие этих причин к. п. д. полупроводниковых термогенераторов оказалось возможным увеличить до 6—8%. Поэтому можно думать, что термоэлектрические генераторы тока в будущем приобретут практическое значение, по крайней мере для энергетических установок малой мощности.

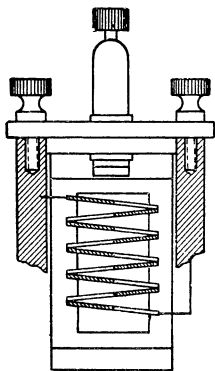


Рис. 426. Термостолбик для измерения интенсивности излучения.

### § 231. Контакт двух полупроводников

Интересные явления наблюдаются в контактах металл — полупроводник и полупроводник — полупроводник. Наиболее важное свойство их состоит в *выпрямительном действии*, которое заключается в том, что *сопротивление контакта зависит от направления тока*.

Хотя детали процессов в контактах полупроводников с металлами несколько отличны от таковых в контактах двух полупроводников, основные причины выпрямительного действия в обоих случаях одинаковы. Поэтому мы ограничимся только разбором контакта двух полупроводников.

В § 167 мы видели, что по характеру своей проводимости полупроводники могут быть электронными (*n*-тип) и дырочными (*p*-тип). В полупроводниках *n*-типа основными подвижными носителями заряда являются отрицательные электроны, а в полупроводниках *p*-типа — положительные дырки. В случае контакта двух полупроводников электроны и дырки получают возможность переходить из одного полупроводника в другой, и поэтому между полупроводниками, так же как и между металлами, возникает контактная разность потенциалов, а в тонком пограничном слое появляется контактное электрическое поле.

Если в контакте находятся два полупроводника одного и того же типа (оба электронные или оба дырочные), то оба полупроводника обмениваются одинаковыми частицами: либо электронами, либо дырками, и явления в этом случае имеют большое сходство с явлениями

в двух соприкасающихся металлах. Поэтому мы остановимся только на том случае, когда один из полупроводников имеет электронную проводимость ( $n$ -тип), а другой — дырочную ( $p$ -тип).

Отметим, что такой контакт в чистом виде нельзя получить, прижимая друг к другу два полупроводника, так как вследствие шероховатости поверхности соприкосновение будет происходить лишь в немногих точках; между ними будут воздушные зазоры, в которых образуются пленки окислов, и контакт будет иметь сложное строение. Поэтому для получения  $p$  —  $n$ -контакта обычно в пластинку чистого полупроводника (например, германия или кремния) вводят две примеси — одну донорную (т. е. сообщающую электронную проводимость), а другую акцепторную (сообщающую дырочную проводимость), и распределяют их таким образом, чтобы в одном конце имелся избыток одной из примесей, а в другом конце — избыток другой. Тогда в одной половине пластинки возникает электронная проводимость, а в другой — дырочная, причем между обеими областями будет расположен тонкий переходный слой, в котором обе примеси компенсируют друг друга (*электронно-дырочный переход*, или  $p$  —  $n$ -переход).

Рассмотрим сначала  $p$  —  $n$ -переход в отсутствие тока. Вследствие теплового движения электроны из  $n$ -области будут переходить в  $p$ -область (и там рекомбинировать с дырками), а дырки из  $p$ -области — в  $n$ -область (и рекомбинировать с электронами). Поэтому в  $n$ -области, вблизи границы раздела, появится положительный объемный заряд, а в  $p$ -области — отрицательный объемный заряд;  $n$ -область приобретет положительный потенциал и энергия электрона в ней станет меньше (так как заряд электрона отрицателен), а потенциал  $p$ -области сделается отрицательным и энергия электрона в ней увеличится. Кривая распределения потенциальной энергии электронов  $W_e$  будет иметь вид, показанный на рис. 427, а сплошной кривой. Напротив, энергия положительных дырок  $W_d$  будет больше в  $n$ -области и меньше в  $p$ -области (пунктирная кривая).

В состоянии равновесия полный ток через контакт равен нулю. Этот ток в отличие от металлов, где носителями заряда являются только электроны, складывается как из движения электронов, так и из движения дырок. Остановимся на этом вопросе подробнее.

Прежде всего напомним, что в любом полупроводнике, помимо *основных* носителей заряда (представленных в большинстве), всегда имеется еще и некоторое количество *неосновных* носителей заряда (ср. § 167). Поэтому в электронном полупроводнике наряду с электронами проводимости (основные носители заряда) имеется еще небольшое количество дырок (неосновные носители заряда), а в дырочном полупроводнике, кроме дырок, еще и некоторое количество электронов. Количество неосновных носителей обычно мало по сравнению с количеством основных.



Обратимся теперь опять к рис. 427. Мы видим, что контактное поле *способствует* движению *неосновных* носителей, которые «скатываются» с потенциального уступа. Поэтому все неосновные носители, генерируемые в приконтактной области, движутся через *p-n*-переход и образуют некоторый ток силы  $i_n$ , направленный от *p* к *n*. Сила этого тока практически не зависит от разности потенциалов между *n*- и *p*-полупроводниками и определяется только количеством неосновных носителей, образующихся в приконтактной

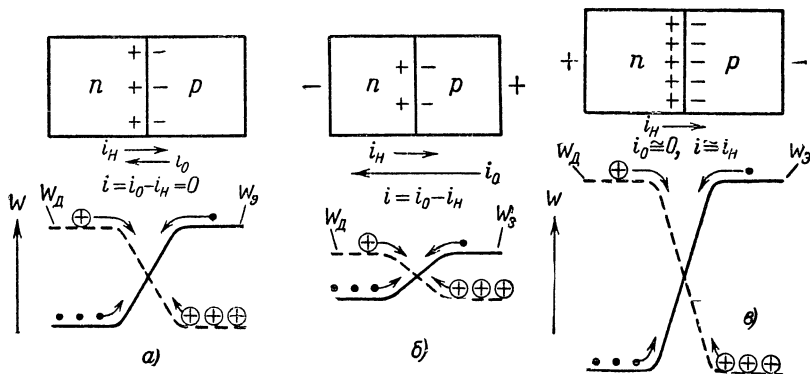


Рис. 427. Электрический ток в контакте двух полупроводников.

области в единицу времени. Основные же носители (дырки, движущиеся справа налево, и электроны, движущиеся слева направо) образуют ток  $i_0$ , направленный противоположно, т. е. от *p* к *n*. Из рис. 427, а видно, что контактное поле *препятствует* движению *основных* носителей, которые должны преодолеть потенциальный барьер. В состоянии равновесия устанавливается такая высота потенциального барьера (контактная разность), при которой полный ток

$$i = i_0 - i_n = 0.$$

Посмотрим теперь, что будет происходить при наличии тока через контакт. Предположим, что мы приложили к контакту напряжение такого знака, что на *n*-области имеется отрицательный потенциал и на *p*-области — положительный (рис. 427, б). Тогда энергия электронов в *n*-области увеличится, а в *p*-области уменьшится, а следовательно, высота потенциального барьера станет *меньше*. При этом ток неосновных носителей  $i_n$ , как говорилось выше, не изменится. Ток же основных носителей  $i_0$  увеличится, так как теперь большее количество электронов сможет преодолеть потенциальный барьер и перейти слева направо и большее количество дырок — перейти в противоположном направлении. В результате через кон-

такт будет идти ток  $i = i_0 - i_n$ , направленный от  $p$  к  $n$ ; сила тока будет быстро нарастать с увеличением приложенного напряжения.

Иное будет происходить, если к  $n$ -области присоединен положительный полюс источника тока, а к  $p$ -области — отрицательный (рис. 427, в). В этом случае высота потенциального барьера *увеличится* и ток основных носителей  $i_0$  уменьшится. Уже при напряжениях порядка 1 в этот ток практически будет равен нулю, и поэтому через контакт будет течь только ток неосновных носителей  $i_n$ , величина которого весьма мала.

В силу изложенного зависимость силы тока от напряжения (вольт-амперная характеристика) для контакта двух полупроводников ( $p$  —  $n$ -перехода) имеет вид, изображенный на рис. 428. Когда ток направлен от  $p$ - к  $n$ -области, сила тока велика и быстро увеличивается с напряжением, а следовательно, контакт для этого направления тока (*проходное* направление тока) имеет малое сопротивление. Если же ток направлен

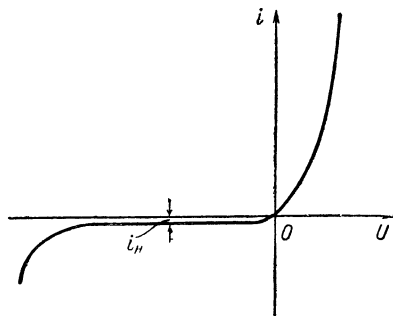


Рис. 428. Вольт-амперная характеристика контакта двух полупроводников.

от  $n$ - к  $p$ -области, сила тока весьма мала и почти не зависит от напряжения. Для этого направления тока (*запорное* направление) контакт имеет большое сопротивление. Таким образом, контакт двух полупроводников обладает *односторонней* проводимостью или вентильным свойством и имеет вследствие этого *нелинейную вольт-амперную характеристику*. При включении этого в цепь переменного тока такие контакты действуют как *выпрямители*.

Аналогичные явления происходят и в контактах полупроводников с металлами, которые также обладают односторонней проводимостью и нелинейной характеристикой.

Когда приложенное обратное напряжение становится достаточно большим, в контакте происходит ряд дополнительных явлений, вызванных разогреванием контакта и действием сильного электрического поля, сосредоточенного в переходе. Это приводит к быстрому увеличению обратных токов, которые разрушают выпрямляющий переход («пробой»).

Из сказанного следует, что электрический ток в контактах принципиально не отличается от электронной эмиссии (гл. XV). Различие заключается в том, что при обычной эмиссии электроны выходят из металла в вакуум, в случае же контактов электроны (и дырки) переходят из одного проводника в другой. Так как контактная разность потенциалов для полупроводников обычно значительно меньше, чем работа выхода из металлов,

то сильная эмиссия наблюдается уже при комнатных температурах. Прикладывая к контакту разность потенциалов, мы изменяем работу выхода (высоту потенциального барьера) и этим управляем силой тока электронной эмиссии.

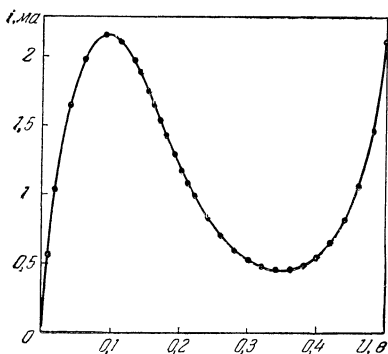


Рис. 429. Вольт-амперная характеристика очень тонкого электронно-дырочного перехода (туннельного диода).

Если изготовить электронно-дырочный переход из кристалла полупроводника, например германия, содержащего очень большое количество доноров или акцепторов ( $\sim 10^{18}$  см $^{-3}$  и выше), то в таком сильно легированном кристалле ширина  $p-n$ -перехода становится очень малой ( $\sim 10^{-6}$  см). При этом возникают новые явления, и начальная часть прямой ветви вольт-амперной характеристики приобретает вид, показанный на рис. 429. В некоторой

области напряжений характеристика становится падающей, т. е. сила тока уменьшается при увеличении напряжения. Такая необычная зависимость силы тока от напряжения хорошо объясняется современной квантовой теорией твердого тела и связана, с одной стороны, с особенностями энергетического спектра электронов в кристаллах, а с другой — с существованием так называемого квантомеханического туннельного эффекта (см. Атомную физику).

### § 232. Полупроводниковые диоды

Выпрямляющее действие контактов двух полупроводников (и полупроводников с металлами) широко используют для устройства *полупроводниковых диодов*, предназначенных для выпрямления и преобразования переменных токов, а также и для других целей.

На рис. 430 показано устройство одного из типов *германиевого выпрямителя*. Он состоит из пластинки германия с электронной проводимостью, в которую с одной стороны вварен шарик индия, сообщаящего германию дырочную проводимость, а с другой — шарик олова. При нагревании в процессе сварки индий диффундирует в германий на некоторую глубину, так что вблизи индиевого электрода возникает дырочная проводимость, а на некоторой глубине

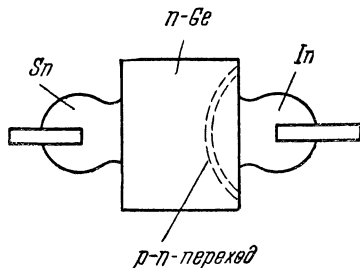


Рис. 430. Схема германиевого выпрямителя.

образуется выпрямляющий  $p-n$ -переход. Оловянный электрод служит только для включения выпрямителя в цепь тока.

Для предохранения от внешних влияний выпрямитель заключают в герметический патрон или запрессовывают в подходящее изолирующее вещество (на рисунке не показаны). Подобные выпрямители

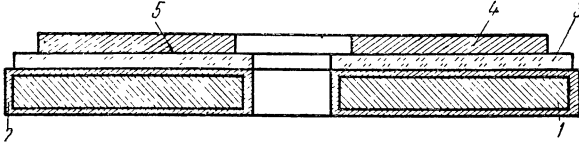


Рис. 431. Селеновая шайба:

1—железная шайба, 2—слой никеля (контактный электрод), 3—слой селена, 4—слой сплава Bi—Cd—Sn (вентильный электрод), 5—запирающий слой, возникающий на границе вентильного электрода и селена.

при площади контакта около  $1 \text{ мм}^2$  и напряжении  $\pm 1 \text{ в}$  дают проходные токи больше  $1 \text{ а}$ , а величина обратных токов обычно не превышает нескольких микроампер. При площади контакта в несколько квадратных сантиметров германиевые и кремниевые выпрямители способны пропускать токи в несколько сотен ампер, хотя их размеры настолько малы, что они легко умещаются на ладони руки. Их пробойные напряжения могут достигать многих сотен и даже нескольких тысяч вольт.

На рис. 431 изображено устройство широко распространенного *селенового выпрямителя*. Основным выпрямляющим элементом в нем является «селеновая шайба». Она состоит из железного никелированного диска, на который нанесен тонкий слой полупроводника — селена. Селен покрыт вторым металлическим электродом, состав которого различен (например, сплав олово — кадмий — висмут). В результате специальной термической и электрической обработки в селене, вблизи поверхности второго электрода, образуется запирающий слой ( $p-n$ -переход), возникающий вследствие диффузии вещества электродов в селен. Так как селен обладает дырочной проводимостью, то проходное направление тока есть направление от селена ко второму электроду.

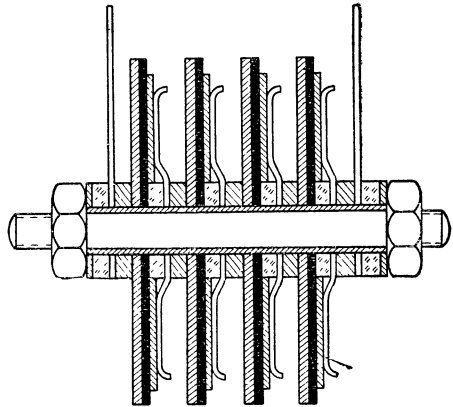


Рис. 432. Соединение шайб в селеновом выпрямителе.

Отдельные шайбы соединяются в выпрямителе последовательно, как показано на рис. 432. С селеновых выпрямителей снимают прямые токи 30—50 *ма* на *см*<sup>2</sup> поверхности, а допустимые обратные напряжения равны 25—50 *в* на каждую шайбу.

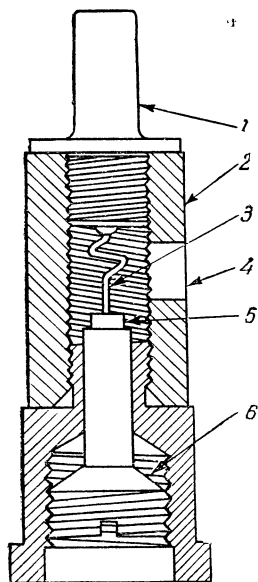


Рис. 433. Кремниевый детектор (увеличено).

1 — латунный nipple, 2 — керамический патрон, 3 — вольфрамовая контактная проволока, 4 — отверстие для введения защитного заполнителя, 5 — кремний, 6 — латунный винт.

Полупроводниковые выпрямители применяются не только для выпрямления обычных технических переменных токов, но и в радиотехнике, для выпрямления и преобразования электрических колебаний высокой частоты (так называемые *кристаллические детекторы*). Они имеют кристаллик кремния или германия (рис. 433), к которому прижимается тонкое металлическое острие (диаметром в несколько микрон). Такие детекторы позволяют выпрямлять быстропеременные токи, частота которых превышает  $10^{10}$  периодов в секунду, что невозможно сделать с помощью электронных ламп.

Очень тонкие *p-n*-переходы используют для устройства *туннельных диодов*, вольт-амперная характеристика которых уже была приведена на рис. 429. Такие диоды могут служить в качестве элементов с отрицательным дифференциальным сопротивлением и могут быть использованы для усиления и генерации электрических колебаний (подробнее см. § 241). Они применяются также в качестве быстродействующих переключателей.

### § 233. Неравновесные электроны и дырки в полупроводниках

Рассмотрим опять контакт двух полупроводников *p*- и *n*-типа и предположим, что через него идет ток в *проходном* направлении (рис. 434). Дырки в *p*-области движутся к *p-n*-переходу и, проходя через него, вступают в *n*-область в качестве *неосновных* носителей заряда, где и рекомбинируют с электронами. То же относится и к электронам в *n*-области, которые, переходя границу раздела, попадают в *p*-область и рекомбинируют с дырками. Однако эта рекомбинация происходит *не мгновенно*, и поэтому в *n*-области окажется избыточная концентрация дырок  $n_d$ , а в *p*-области — избыточная концентрация электронов  $n_s$ . При этом избыточные дырки в *n*-области будут притягивать к себе электроны, так что увеличится и концентрация электронов; объемный заряд, как и в отсутствии тока, не образуется. То же будет происходить и в *p*-области, где увеличение концентрации электронов повлечет за собой увеличение концентрации дырок.

Таким образом, при наличии электрического тока через *p-n*-переход состояние электронов и дырок в полупроводнике становится *неравновесным*.

Их концентрация делается *больше* ее равновесного значения, происходит как бы «впрыскивание» дырок в *n*-область и электронов в *p*-область. Описанное явление получило название *инжекции* электронов и дырок.

Отметим, что нарушение равновесного состояния электронов и дырок можно также получить под действием освещения полупроводника, даже если последний и однороден. В этом случае изменение концентрации электронов и дырок приводит к изменению электропроводности полупроводника под действием света (явление *фотопроводимости*).

По мере движения избыточные дырки и электроны будут рекомбинировать и их концентрация будет уменьшаться. Поэтому распределение концентраций избыточных электронов и дырок в кристалле существенно зависит от скорости их рекомбинации. Остановимся на этом вопросе подробнее.

Положим, что в полупроводнике каким-либо способом (инжекцией, освещением или другим) была создана концентрация избыточных электронов и дырок  $n_0$ , одинаковая во всех местах кристалла, и что эти избыточные носители заряда исчезают вследствие рекомбинации. Уменьшение концентрации электронов или дырок  $-dn$  за время  $dt$  пропорционально избыточной их концентрации  $n$  и времени:

$$-dn = \frac{1}{\tau} n dt.$$

Здесь  $\frac{1}{\tau}$  — коэффициент пропорциональности, определяющий вероятность рекомбинации, а величина  $\tau$  получила название *среднего времени жизни* избыточных (или неравновесных) носителей заряда. Она зависит от рода и качества материала, от его состояния и от содержащихся в нем примесей.

Интегрируя написанное уравнение, находим:

$$n = n_0 e^{-\frac{t}{\tau}},$$

где  $n_0$  — начальная концентрация избыточных носителей. Отсюда видно, что  $\tau$  есть такое время, через которое концентрация неравновесных носителей вследствие рекомбинации уменьшается в  $e = 2,71$  раза.

Пользуясь понятием времени жизни, мы можем сейчас вернуться к распределению электронов и дырок в пространстве (рис. 434). Для этого рассмотрим в правой части кристалла (*n*-области) бесконечно тонкий слой, ограниченный плоскостями, параллельными *p*—*n*-переходу и удаленными от него на расстояния  $x$  и  $(x + dx)$ . Через каждую единицу поверхности плоскости  $x$  в единицу времени вследствие диффузии внутрь слоя будет

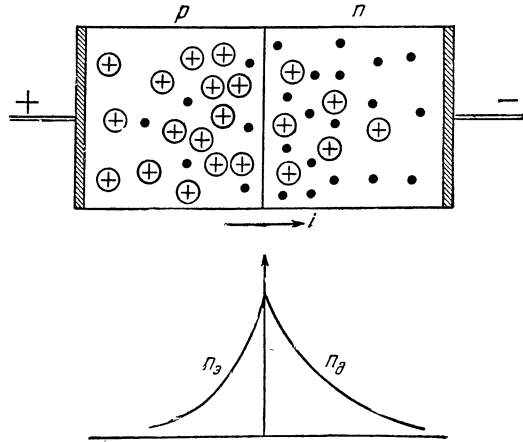


Рис. 434. Инжекция электронов и дырок в полупроводниках.

входит число дырок  $-D_{\partial} \frac{dn_{\partial}}{dx}$ , где  $D_{\partial}$  — коэффициент диффузии дырок в  $n$ -области. Через плоскость  $(x+dx)$  будет выходить из слоя число дырок  $-D_{\partial} \frac{dn_{\partial}}{dx} \Big|_{x+dx} = -D_{\partial} \frac{dn_{\partial}}{dx} \Big|_x - D_{\partial} \frac{d^2n_{\partial}}{dx^2} dx$ . Поэтому полное приращение количества дырок за единицу времени вследствие диффузии, отнесенное к единице объема, равно  $+D_{\partial} \frac{d^2n_{\partial}}{dx^2}$ . Кроме этого внутри слоя будет происходить уменьшение числа дырок вследствие рекомбинации. Согласно сказанному выше число исчезающих дырок в единицу времени, также отнесенное к единице объема, есть  $-\frac{n_{\partial}}{\tau_{\partial}}$ . В стационарном состоянии количество поступающих дырок вследствие диффузии должно быть равно числу дырок, исчезающих вследствие рекомбинации. Поэтому для определения пространственного распределения концентрации избыточных дырок (и равной ей концентрации избыточных электронов) в  $n$ -области мы получаем уравнение

$$\frac{d^2n_{\partial}}{dx^2} - \frac{n_{\partial}}{L_{\partial}^2} = 0,$$

где введено обозначение:

$$L_{\partial} \equiv \sqrt{D_{\partial}\tau_{\partial}}.$$

Граничные условия задачи имеют следующий вид. При  $x=0$   $n_{\partial} = n_{\partial 0}$ , где  $n_{\partial 0}$  — концентрация избыточных дырок вблизи перехода. Кроме этого при  $x \rightarrow \infty$   $n_{\partial} \rightarrow 0$ , так как на достаточно большом расстоянии от перехода все избыточные дырки успевают рекомбинировать с электронами.

Решение написанного уравнения, удовлетворяющее граничным условиям, имеет вид:

$$n_{\partial} = n_{\partial 0} e^{-\frac{x}{L_{\partial}}}.$$

Оно показывает, что концентрация инжектированных дырок затухает с увеличением расстояния от перехода по экспоненциальному закону. Введенная нами характеристическая длина  $L_{\partial}$ , есть расстояние, на котором концентрация избыточных дырок уменьшается в  $e = 2,71$  раза. Величина  $L_{\partial}$  носит название длины диффузионного смещения или, короче, длины диффузии дырок.

Совершенно аналогично концентрация инжектированных электронов в  $p$ -области будет тоже уменьшаться по экспоненциальному закону, но будет определяться длиной диффузии электронов  $L_{\partial} \equiv \sqrt{D_{\partial}\tau_{\partial}}$ , где  $D_{\partial}$  — коэффициент диффузии электронов, а  $\tau_{\partial}$  — время жизни электронов в  $p$ -области.

Укажем для примера, что в очень чистом германии при комнатных температурах  $\tau$  может достигать нескольких миллисекунд, что соответствует  $L$  в несколько  $m\mu$ . При наличии примесей (или иных структурных дефектов)  $\tau$  и  $L$  могут уменьшаться на много порядков.

## § 234. Полупроводниковые усилители

С помощью полупроводников можно производить не только выпрямление, но и усиление электрических колебаний. Употребляемые для этого полупроводниковые приборы имеют не два электрода (как в выпрямителях), а три (и больше) и действуют подобно вакуумным электронным лампам с сетками.

Для разъяснения принципа усиления электрических сигналов с помощью полупроводников мы рассмотрим только один из типов полупроводниковых триодов, схематически изображенный на рис. 435. Он представляет собой кристалл германия, в котором при помощи соответствующего распределения двух примесей созданы три области с чередующимися типами проводимости: дырочной — электронной — дырочной, между которыми находятся два  $p-n$ -перехода. Кристалл соединен с соответствующими металлическими электродами, с помощью которых триод включают в схему, показанную на рис. 435.

Как видно из рисунка, один из  $p-n$ -переходов (левый), рассматриваемый как выпрямитель, работает в *проходном* направлении, в то время как другой переход (правый) — в *запорном*. Оконечная часть кристалла, прилегающая к первому из переходов, получила название *эмиттера*, а вторая оконечная часть — *коллектора*. Промежуточная область называется *основанием* или *базой* триода. Ее ширина всегда мала и измеряется десятками (или даже единицами) микрон. Источник усиливаемых колебаний присоединяют между эмиттером и основанием, а усиленные колебания возникают в цепи коллектора.

Рассмотрим теперь, что происходит внутри триода. Основная доля электрического тока внутри эмиттера представляет собой движение дырок, которые являются *основными* носителями заряда. Эти дырки инжектируются в область основания и в качестве *неосновных* носителей заряда движутся к коллектору. Если длина диффузии дырок в области базы больше толщины базы, то значительная часть инжектированных дырок достигнет коллектора. Здесь положительные дырки захватываются полем, действующим внутри перехода (притягиваются к отрицательно заряженному коллектору), и, вступая внутрь коллектора в качестве *основных* носителей, изменяют ток коллектора. Таким образом, всякое изменение тока в цепи эмиттера будет вызывать изменение тока в цепи коллектора. То же будет справедливо и для напряжений на эмиттере и коллекторе.

Оказывается, что изменение напряжения, возникающее на нагрузочном сопротивлении  $r$  в цепи коллектора, можно сделать гораздо больше, нежели вызвавшее его изменение напряжения в цепи эмиттера, т. е. получить *усиление напряжения*. Прикладывая между эмиттером и базой переменное напряжение, мы получим в цепи коллектора переменный ток, а на нагрузочном сопротивлении — переменное напряжение. При этом мощность, выделяемая в нагрузочном сопротивлении, будет больше мощности, расходуемой в цепи эмиттера, т. е. получится *усиление мощности*. Усиление по напря-

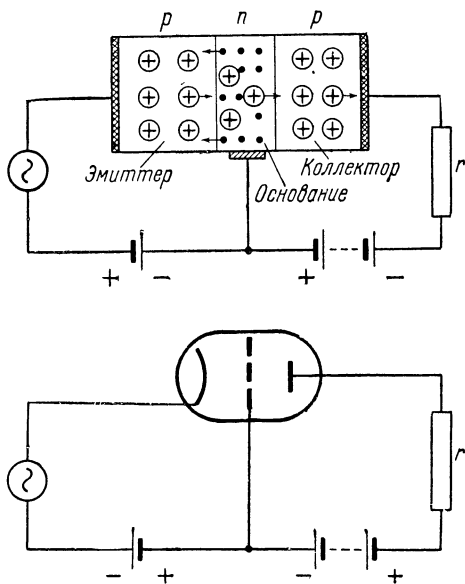


Рис. 435. Полупроводниковый триод типа  $p-n-p$  и его сравнение с электронной лампой.



жению и усилению по мощности в современных германиевых триодах может превышать 10 000.

Помимо рассмотренного полупроводникового триода существуют и другие их типы, так же как и иные схемы включения.

Из сказанного видно, что действие полупроводниковых триодов напоминает действие вакуумных трехэлектродных ламп (рис. 435). При этом роль катода играет эмиттер, роль анода — коллектор, а в качестве сетки служит база. Изменяя напряжение между сеткой и катодом в вакуумном триоде, мы изменяем величину электронного потока в лампе и получаем изменение тока в цепи анода. Аналогично, изменяя напряжение между эмиттером и базой, мы меняем величину потока неосновных носителей, инжектированных в область базы, и этим изменяем ток в цепи коллектора.

Полупроводниковые триоды обладают рядом преимуществ по сравнению с электронными лампами. Они не имеют накаливаемого катода и поэтому потребляют меньшую мощность. Так как, кроме того, они не требуют вакуума (который может портиться при работе лампы), то их надежность и срок службы больше, чем у электронных ламп. Полупроводниковые триоды имеют также гораздо меньшие размеры. Поэтому в настоящее время полупроводниковые приборы успешно применяют вместо электронных ламп во многих радиотехнических схемах и счетно-решающих устройствах.

---

## РАЗДЕЛ ЧЕТВЕРТЫЙ

# ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

---

Среди различных механических движений особо важное значение имеют *периодические* движения, или *колебания*. Такие движения мы встречаем в небесной механике (движение планет) и в различных механических машинах. Они лежат в основе измерения времени (часы). Механическими колебаниями объясняются также звуковые явления.

Подобно этому, среди различных электрических явлений особое место занимают *электромагнитные колебания*, при которых электрические величины (заряды, токи, электрические и магнитные поля) изменяются периодически. Электромагнитные колебания используют в различных важных технических устройствах и применяют для целей связи (телефония, телеграфия, радиосвязь). Технические переменные токи также являются электрическими колебаниями. Укажем, наконец, что световые явления представляют собой не что иное, как электромагнитные колебания.

### ГЛАВА XX

## СОБСТВЕННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

### § 235. Собственные электрические колебания

Простейшей колебательной системой в механике является груз, подвешенный на пружине, движущийся без трения (рис. 436). При этом мы предполагаем, что массой пружины можно пренебречь по сравнению с массой груза и что вся упругость заключена в пружине (система с *сосредоточенными* массой и упругостью). Из механики известно, что груз, выведенный из положения равновесия, совершает *гармонические* колебания, при которых смещение из положения равновесия изменяется со временем по закону синуса.

Когда груз находится в крайних положениях (*a* и *b* рис. 436), кинетическая энергия груза равна нулю, но потенциальная энергия пружины достигает максимума. При прохождении грузом положения равновесия (*б* и *г*, рис. 436), напротив, кинетическая энергия груза имеет наибольшее значение, а потенциальная энергия пружины, которая в этом положении ни сжата, ни растянута, равна нулю.

Поэтому рассматриваемые механические колебания есть *периодическое превращение энергии* системы из кинетической в потенциальную и обратно.

Аналогичные процессы мы имеем при электрических колебаниях. Простейший электрический колебательный контур состоит из конденсатора и индуктивности, соединенных между собой (рис. 437). Мы будем считать, что емкость между витками катушки весьма мала по сравнению с емкостью конденсатора, а индуктивность конденсатора и соединительных проводов мала сравнительно с индуктивностью катушки (контур с *сосредоточенными* емкостью и индуктивностью или *закрытый* колебательный контур).

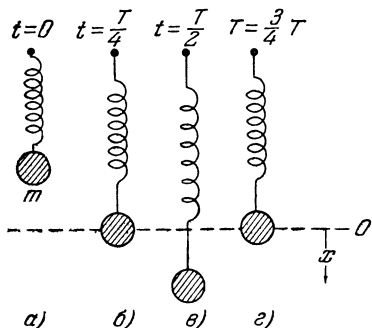


Рис. 436. Механические колебания с сосредоточенными массой и упругостью.

Предположим, что мы, разомкнув контур, зарядили конденсатор. Между пластинами конденсатора появится электрическое поле, которое будет заключать в себе определенную энергию (рис. 437, а). Замкнем теперь конденсатор на индуктивность. Конденсатор начнет разряжаться, и его электрическое поле будет уменьшаться. При этом в контуре возникнет электрический

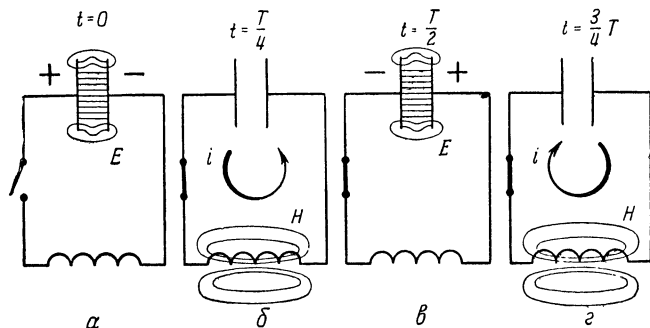


Рис. 437. Электрические колебания с сосредоточенными индуктивностью и емкостью.

ток разряда конденсатора, отчего в катушке индуктивности появится магнитное поле. Через некоторое время, равное четверти периода колебания, конденсатор разрядится полностью и электрическое поле исчезнет вовсе. Но магнитное поле при этом достигнет максимума, а следовательно, энергия электрического поля превратится в энергию магнитного поля.

В дальнейшие моменты времени магнитное поле будет исчезать, так как не имеется токов, его поддерживающих. Это исчезающее поле вызовет экстраток самоиндукции, который в соответствии с законом Ленца будет стремиться поддержать ток разряда конденсатора и будет, следовательно, направлен так же, как и этот последний. Поэтому конденсатор будет перезаряжаться и между его пластинами появится электрическое поле противоположного направления. Через время, равное половине периода колебания, магнитное поле исчезнет вовсе, а электрическое поле достигнет максимума, и энергия магнитного поля вновь превратится в энергию электрического поля. В дальнейшем конденсатор будет снова разряжаться и в контуре возникнет ток, направленный противоположно току в предыдущей стадии процесса. Через время  $\frac{3}{4}T$  конденсатор вновь окажется разряженным, а энергия электрического поля снова превратится в энергию магнитного поля (рис. 437, 2), и т. д. Через промежутки времени, равные полному периоду колебания  $T$ , электрическое состояние контура будет таким же, как и в начале колебаний (рис. 437, а).

Если сопротивление контура равно нулю, то указанный процесс периодического превращения электрической энергии в магнитную и обратно будет продолжаться неограниченно долго, и мы получим *незатухающие* электрические колебания.

Механические колебания, возникающие под действием сил, развивающихся в самой колебательной системе, называют *собственными* колебаниями. Они возникают при всяком нарушении равновесия колебательной системы. Подобно этому, электрические колебания, происходящие под действием процессов в самом колебательном контуре, получили название *собственных электрических колебаний*. Рассмотренные выше колебания являются, очевидно, собственными.

Пользуясь аналогией между механическими и электрическими колебаниями, можно просто вычислить период электрических колебаний, не прибегая к точной теории. Из механики известно, что период колебаний груза на пружине выражается формулой

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad (235.1)$$

где  $m$  — масса груза, а  $k$  — упругость пружины. В случае электрических колебаний роль массы играет индуктивность  $L$ , а роль упругости — величина, *обратная емкости*, т. е.  $\frac{1}{C}$  (§ 108). Заменяя в (235.1)  $m$  на  $L$ , а  $k$  на  $\frac{1}{C}$ , находим:

$$T = 2\pi \sqrt{LC}. \quad (235.2)$$

Частота незатухающих электрических колебаний (число колебаний в 1 сек) равна

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}, \quad (235.2a)$$

а круговая частота (число колебаний в  $2\pi$  сек)

$$\omega = 2\pi\nu = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \quad (235.2б)$$

Если в (235.2)  $L$  выражать в генри, а  $C$  — в фарадах, то период  $T$  будет выражен в секундах.

Формула (235.2) показывает, что период колебаний увеличивается с увеличением емкости и самоиндукции контура. Поэтому, если выбрать  $L$  и  $C$  достаточно большими, то колебания можно сделать медленными и наблюдать их с помощью обычного стрелочного миллиамперметра, включенного в колебательный контур. Так, например, если  $L = 100$  генри (вторичная обмотка высоковольтного трансформатора), а  $C = 100$  микрофарад  $= 10^{-4}$  фарады, то (235.2) дает:

$$T = 2\pi \sqrt{100 \cdot 10^{-4}} = 2\pi \cdot 0,1 \approx 0,6 \text{ сек.}$$

Изменяя емкость конденсатора или величину индуктивности, можно легко продемонстрировать влияние  $L$  и  $C$  на период колебаний.

### § 236. Затухание колебаний

Для более точного исследования на опыте электрических колебаний может служить схема, изображенная на рис. 438. Колебательный контур состоит из емкости  $C$ , индуктивности  $L$  и переменного сопротивления  $r$  (реостат). Когда переключатель  $K$  поставлен в положение 1, конденсатор заряжается от батареи  $B$ . При перебрасывании переключателя в положение 2 колебательный контур замыкается и в нем возникают колебания. Напряжение между пластинами конденсатора подается на одну из пар пластин электронного осциллографа  $O$  (§ 211), к другой паре пластин приложено пилообразное напряжение от специального генератора  $ГР$ , осуществляющее развертку во времени. Тогда электронный луч прочерчивает на экране осциллографа кривую, дающую зависимость напряжения от времени  $U = f(t)$ . Так как это напряжение равно  $U = \frac{q}{C}$ , где  $q$  — мгновенное значение заряда конденсатора, то получаемая кривая выражает одновременно в некотором масштабе и изменение во времени заряда конденсатора.

В подобных схемах удобно производить переключение конденсатора периодически много раз в секунду; для этого в качестве переключателя  $K$  можно использовать колеблющийся камертон или добавочную схему с элек-

тронными лампами. При этом переключатель связывают электрически с генератором развертки  $ГР$  так, чтобы запуск генератора производился всякий раз одновременно с замыканием колебательного контура. Тогда на экране осциллографа появляются быстро следующие друг за другом тождественно расположенные кривые, которые для глаза сливаются в единую яркую кривую  $U = f(t)$ , неподвижно расположенную на экране.

Если бы сопротивление контура было равно нулю, то мы имели бы *незатухающие* электрические колебания. При этом изменение заряда конденсатора с течением времени выражалось бы кривой  $a$  рис. 439, которая, как мы увидим в § 237, есть *синусоида*. По такому закону изменялось бы и напряжение на конденсаторе и сила тока в контуре и колебания были бы *гармоническими*.

В действительности же сопротивление контура всегда не равно нулю. Вследствие этого энергия, первоначально запасенная в контуре, непрерывно расходуется на выделение тепла Ленца — Джоуля, так что интенсивность электрических колебаний постепенно уменьшается, и в конце концов колебания прекращаются вовсе. Поэтому на экране осциллографа мы видим кривую типа  $b$  рис. 439 (затухающие электрические колебания). Если увеличить сопротивление контура, то затухание колебаний увеличивается (кривая  $v$ ).

В связи с изложенным отметим, что *непериодическими* мы называем такие процессы, в которых изменяющиеся физические величины (например, электрический заряд  $q$ ) через определенные промежутки времени (период колебания  $T$ ) принимают одинаковые значения:

$$q(t + T) = q(t). \quad (236.1)$$

Так, например, гармонические колебания, изображаемые кривой рис. 439,  $a$ , есть периодический процесс, имеющий совершенно определенный конечный период  $T$ . Напротив, затухающие колебания, изображаемые кривыми  $b$  и  $v$  (рис. 439), не имеют конечного периода ( $T = \infty$ ) и поэтому, строго говоря, не являются периодическим процессом. Тем не менее, если *затухание мало*, небольшой отрезок кривых  $b$  и  $v$  (рис. 439) можно *приблизительно* рассматривать как отрезок соответствующей синусоиды и говорить о затухающих колебаниях как о гармонических колебаниях, амплитуда которых постепенно уменьшается.

Для количественной характеристики затухания пользуются тем, что отношение двух последовательных амплитуд  $q_n$  и  $q_{n+1}$  (рис. 439,  $b$ )

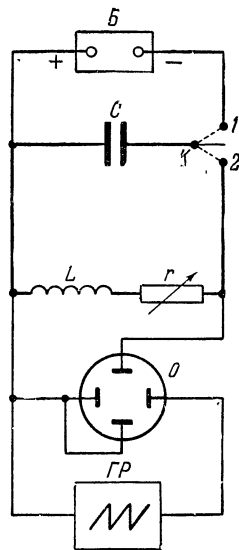


Рис. 438. Схема для наблюдения электрических колебаний с помощью осциллографа.

остается постоянным в течение всего процесса (§ 238). Натуральный логарифм этого отношения

$$\delta = \ln \frac{q_n}{q_{n+1}} \quad (236.2)$$

принимают за меру затухания колебаний и называют *логарифмическим декрементом затухания*.

Если постепенно увеличивать сопротивление контура  $r$ , то затухание колебаний увеличивается и логарифмический декремент растет.

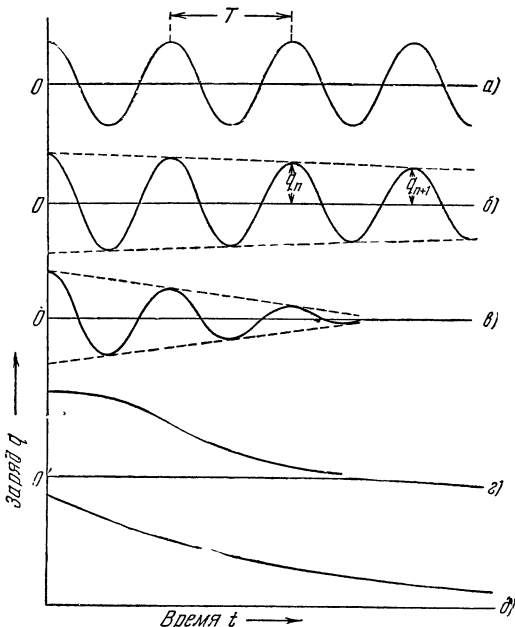


Рис. 439. Затухание электрических колебаний.

Когда сопротивление превышает некоторое определенное для данного контура значение  $r_k$ , колебания не возникают вовсе и разряд описывается кривой рис. 439, г. В этом случае заряд конденсатора уменьшается *монотонно*, сначала медленно, а затем с большей скоростью, и *асимптотически* стремится к нулю. При дальнейшем увеличении сопротивления эта кривая постепенно переходит в кривую рис. 439, д.

Сопротивление  $r_k$  называется *критическим сопротивлением* контура. Оно зависит от величины емкости и индуктивности контура. Для возможности электрических колебаний, следовательно, необходимо, чтобы сопротивление контура  $r$  было *меньше*  $r_k$ . При  $r > r_k$  мы имеем *апериодический* разряд.

Отметим, что рассмотренные особенности разряда в электрическом колебательном контуре совершенно аналогичны особенностям механической колебательной системы, обладающей трением (см. Механику).

### § 237. Уравнение собственных электрических колебаний. Колебания в отсутствие затухания

Рассмотрим теперь количественно собственные колебания в контуре с сосредоточенными постоянными.

В дальнейшем мы будем считать, что электрические процессы в контуре *квазистационарны* (§ 80). Это значит, что мгновенное значение силы тока  $i$  — одно и то же в любом месте контура и что к мгновенным значениям электрических величин можно применять законы Кирхгофа.

Условимся считать заряд конденсатора  $q$  положительным, если знаки зарядов на обкладках таковы, как показано на рис. 440, а силу тока — положительной, если ток направлен против часовой стрелки. Согласно второму закону Кирхгофа сумма падений напряжения в контуре равна сумме действующих в нем э. д. с. В нашем случае имеются два падения напряжения: на сопротивлении  $r$ , равное  $ri$ , и напряжение  $U_c$  на конденсаторе, которое противоположно по знаку падению  $ri$ . Кроме того, имеется э. д. с. самоиндукции, которая равна  $-L \frac{di}{dt}$ . Поэтому

$$ri - U_c = -L \frac{di}{dt}. \quad (237.1)$$

Далее, напряжение на конденсаторе равно:

$$U_c = \frac{q}{C}, \quad (237.2)$$

а сила тока связана с зарядом конденсатора соотношением

$$i = -\frac{dq}{dt}. \quad (237.3)$$

Знак минус в последнем соотношении стоит потому, что выбранное положительное направление  $i$  соответствует уменьшению (положительного) заряда конденсатора.

Из этих трех уравнений можно исключить две из трех величин  $q$ ,  $i$ ,  $U$  и получить дифференциальное уравнение, связывающее лишь одну из них и время  $t$ . Подставляя, например, выражения (237.2)

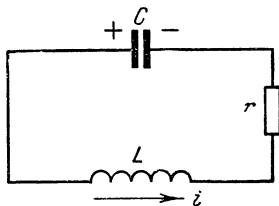


Рис. 440. К выводу уравнения электрических колебаний в контуре с сосредоточенными постоянными.



и (237.3) в (237.1), мы находим уравнение для заряда конденсатора в виде:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + r \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0.$$

Разделим обе части этого уравнения на  $L$  и введем следующие обозначения:

$$\frac{r}{2L} = \alpha, \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2. \quad (237.4)$$

Тогда окончательно:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\alpha \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0. \quad (237.5)$$

Мы получили *линейное* дифференциальное уравнение второго порядка с *обыкновенными* производными и с *постоянными* коэффициентами. Такое же точно уравнение мы получили бы для напряжения  $U$  и для силы тока  $i$ . Отметим, что колебания, описываемые линейными дифференциальными уравнениями, называются *линейными колебаниями*, а соответствующие колебательные системы — *линейными системами*.

Для того чтобы задача была определенной, необходимо еще задать начальные условия, которых, как известно, для уравнения второго порядка должно быть два. Положим, что мы начинаем отсчет времени с момента замыкания контура, и обозначим начальную величину заряда конденсатора через  $q_0$ . Так как в начальный момент сила тока равна нулю, то начальные условия задачи таковы:

$$t = 0: \quad q = q_0, \quad \frac{dq}{dt} = 0. \quad (237.6)$$

Положим сначала, что сопротивление контура  $r = 0$ . Тогда уравнение колебаний (237.5) принимает более простой вид:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0. \quad (237.7)$$

Общее решение этого уравнения есть гармоническое колебание:

$$q = A \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (237.8)$$

где постоянные  $A$  и  $\varphi$  (амплитуда и начальная фаза) могут иметь произвольные значения. В справедливости этого можно убедиться, подставляя написанное решение в (237.7). Следовательно, мы имеем гармоническое колебание с частотой  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ . Этот результат мы уже получили в § 235 при помощи менее строгих рассуждений.

Постоянные  $A$  и  $\varphi$  определяются начальными условиями (237.6). Подставляя решение (237.8) в (237.6), имеем:

$$A \cos \varphi = q_0, \quad A \omega_0 \sin \varphi = 0.$$

Это дает:

$$\varphi = 0, \quad A = q_0,$$

после чего решение (237.8) принимает следующий окончательный вид:

$$q = q_0 \cos \omega_0 t. \quad (237.9)$$

Графическое изображение этого решения есть косинусоида, показанная на рис. 439, а.

Из полученного решения (237.9) можно найти закон изменения напряжения на конденсаторе  $U_c$ :

$$U_c = \frac{q}{C} = U_0 \cos \omega_0 t.$$

где  $U_0 = q_0/C$  есть амплитуда напряжения, равная начальному напряжению на конденсаторе.

Сила тока в контуре равна

$$i = -\frac{dq}{dt} = q_0 \omega_0 \sin \omega_0 t = i_0 \sin \omega_0 t,$$

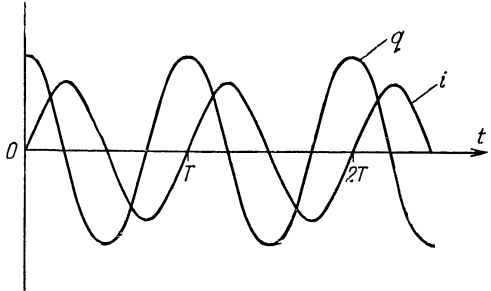


Рис. 441. Кривые колебаний заряда конденсатора и силы тока без затухания.

где  $i_0 = q_0 \omega_0$  — амплитуда тока. Сила тока, так же как и заряд, изменяется по гармоническому закону; однако, если заряд изменяется по закону косинуса, то сила тока — по закону синуса. Так как  $\sin \omega_0 t = \cos \left( \omega_0 t - \frac{\pi}{2} \right)$ , то это значит, что между колебаниями заряда и силы тока существует *разность фаз*  $\pi/2$ , или  $90^\circ$ , причем колебания силы тока *отстают* по фазе на  $90^\circ$  (рис. 441).

### § 238. Колебания при наличии затухания

Рассмотрим теперь *реальный* контур, сопротивление которого не равно нулю. В этом случае колебания описываются полным дифференциальным уравнением (237.5). Решение этого уравнения имеет различный вид в зависимости от соотношения между коэффициентами. Положим сначала, что

$$\omega_0^2 > \alpha^2. \quad (238.1)$$

Тогда решение есть

$$q = Ae^{-\alpha t} \cos(\omega t + \varphi). \quad (238.2)$$

Здесь  $A$  и  $\varphi$  — по-прежнему постоянные, значения которых определяются начальными условиями, величина же  $\omega$  равна

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}. \quad (238.3)$$

В том, что (238.2) совместно с выражением (238.3) действительно является решением уравнения (237.5), проще всего можно убедиться, подставляя (238.2) в (237.5).

Полученное решение есть аналитическое выражение кривых затухающих колебаний  $b$  и  $v$  рис. 439. Кривая  $v$  соответствует большему значению коэффициента  $\alpha$ . С теми оговорками, которые были сделаны в § 236, формулу (238.2) можно истолковать как гармоническое колебание с круговой частотой  $\omega$  и с амплитудой

$$y = Ae^{-\alpha t},$$

которая не остается постоянной, а непрерывно уменьшается с течением времени. Показатель  $\alpha$  называется *коэффициентом затухания* колебаний.

Исследуем подробнее решение (238.2) и найдем прежде всего те моменты времени, в которые заряд  $q$  достигает максимумов и минимумов. Для этого, согласно правилу нахождения экстремумов, продифференцируем (238.2) и приравняем первую производную нулю. Это дает:

$$\frac{dq}{dt} = -A\alpha e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \varphi) - A\omega e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi) = 0,$$

или

$$\operatorname{tg}(\omega t + \varphi) = -\frac{\alpha}{\omega}.$$

Пусть  $t = t_1$  есть какое-либо решение этого уравнения. Тогда его решениями будут также:

$$\begin{aligned} \dots, t_1 - 2T, \quad t_1 - T, \quad t_1 + T, \quad t_1 + 2T, \dots \\ \dots, t_1 - \frac{3}{2}T, \quad t_1 - \frac{T}{2}, \quad t_1 + \frac{T}{2}, \quad t_1 + \frac{3}{2}T, \dots, \end{aligned}$$

где

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (238.4)$$

При этом легко убедиться, что если при  $t = t_1$  мы имеем максимум  $q$ , то все значения  $t$ , стоящие в верхней строчке, соответствуют также максимуму ( $\frac{d^2q}{dt^2} < 0$ ), а все значения нижней строчки—минимуму  $q$ . Таким образом, хотя затухающие колебания не являются периодическим процессом в строгом смысле этого слова, этот процесс обладает все же определенной *повторяемостью* в том смысле, что максимальные и минимальные значения заряда (а также тока и напряжения) достигаются через одинаковые промежутки времени  $T$ . То же относится и к значениям заряда (силы тока и напряжения),

равным нулю. Этот промежуток времени  $T$  мы и называем *периодом* затухающих колебаний.

Пусть  $q_n$  и  $q_{n+1}$  — максимальные значения заряда конденсатора (кривая  $\sigma$  рис. 439) в двух последовательных максимумах с номерами  $n$  и  $(n+1)$ . Они достигаются в моменты времени  $t_n$  и  $t_{n+1}$ , причем  $t_{n+1} = t_n + T$ . Согласно (238.2) и (238.4) имеем:

$$q_n = Ae^{-\alpha t_n} \cos(\omega t_n + \varphi),$$

$$q_{n+1} = Ae^{-\alpha(t_n+T)} \cos\left[\omega\left(t_n + \frac{2\pi}{\omega}\right) + \varphi\right] = Ae^{-\alpha(t_n+T)} \cos(\omega t_n + \varphi).$$

Деля почленно оба эти равенства, находим:

$$\frac{q_n}{q_{n+1}} = e^{\alpha T}.$$

Мы видим, что отношение двух последовательных максимальных значений заряда не зависит от номера максимумов, или, иными словами, эти максимальные значения уменьшаются в *геометрической прогрессии*. Введенный нами в § 236 логарифмический декремент затухания  $\delta$ , следовательно, имеет значение

$$\delta = \ln \frac{q_n}{q_{n+1}} = \alpha T; \quad (238.5)$$

он равен произведению из коэффициента затухания на период колебаний.

Логарифмический декремент затухания  $\delta$  можно определить еще иначе. Обозначим через  $t_1$  время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в  $e$  раз. Тогда

$$e^{-\alpha t_1} = \frac{1}{e},$$

а следовательно,

$$\alpha t_1 = 1.$$

Деля почленно (238.5) на полученное соотношение, имеем:

$$\frac{T}{t_1} = \frac{1}{N} = \delta.$$

Здесь  $N$  — число полных колебаний, происходящих за время  $t_1$ . Таким образом, логарифмический декремент есть величина, обратная числу колебаний, после которого амплитуда уменьшается в  $e$  раз.

Для характеристики затухания колебательных контуров часто пользуются, особенно в радиотехнике, еще другой величиной, назы-

ваемой *добротностью* контура и обозначаемой обычно  $Q$ . Она связана с логарифмическим декрементом соотношением

$$Q = \frac{\pi}{\delta}. \quad (238.6)$$

Так как  $\delta = \frac{1}{N}$ , то

$$Q = \pi N. \quad (238.6a)$$

Добротность контура есть умноженное на  $\pi$  число полных колебаний, по истечении которых амплитуда уменьшается в  $e$  раз. Добротность контура, следовательно, тем выше, чем меньше затухание колебаний в нем.

Формула (238.3) показывает, что частота электрических колебаний  $\omega$  зависит от коэффициента затухания  $\alpha$  и не равна частоте колебаний  $\omega_0$  того же контура при сопротивлении  $r=0$  ( $\alpha=0$ ). С увеличением сопротивления контура частота  $\omega$  уменьшается, а период колебаний  $T$  увеличивается.

Предположим теперь, что сопротивление контура велико, так что

$$\omega_0^2 < \alpha^2.$$

В этом случае частота  $\omega$ , выражаемая формулой (238.3), будет мнимой. Это значит, что решение (238.2) уже не имеет места, а следовательно, электрических колебаний в контуре *не будет*. В этом случае решение основного уравнения (237.5) имеет вид:

$$q = A_1 e^{-k_1 t} + A_2 e^{-k_2 t}, \quad (238.7)$$

где

$$k_1 = \alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}, \quad k_2 = \alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2},$$

а  $A_1$  и  $A_2$  — произвольные постоянные. Подставляя (238.7) в (237.5), можно убедиться, что уравнение при этом удовлетворяется тождественно, а следовательно, (238.7) есть действительно искомое решение. Так как  $\omega_0^2 < \alpha^2$ , то  $k_1$  и  $k_2$  оба *вещественны и положительны*.

Значения постоянных  $A_1$  и  $A_2$  определяются начальными условиями задачи. Если таковыми являются условия (237.6), то

$$\begin{aligned} q|_{t=0} &= A_1 + A_2 = q_0, \\ \frac{dq}{dt} \Big|_{t=0} &= -A_1 k_1 - A_2 k_2 = 0. \end{aligned}$$

Это дает:

$$A_1 = -q_0 \frac{k_2}{k_1 - k_2}, \quad A_2 = q_0 \frac{k_1}{k_1 - k_2},$$

после чего решение (238.7) принимает вид:

$$q = \frac{q_0}{k_1 - k_2} (k_1 e^{-k_2 t} - k_2 e^{-k_1 t}).$$

На рис. 442 изображены графически оба слагаемых этой формулы (пунктир) и их сумма (сплошная кривая). Мы имеем уже знакомый нам тип *апериодического* разряда (кривая  $\delta$  рис. 439).

Если сопротивление контура очень велико, так что  $\alpha^2 \gg \omega_0^2$ , то  $k_1 \gg k_2$ , и в последнем выражении можно пренебречь вторым слагаемым по сравнению с первым, а в знаменателе —  $k_2$  по сравнению с  $k_1$ . Тогда

$$q = q_0 e^{-k_2 t};$$

Этот случай соответствует кривой  $\delta$  рис. 439.

Из сказанного видно, что для возможности электрических колебаний необходимо, чтобы выполнялось условие (238.1). Подставляя вместо  $\alpha$  и  $\omega_0$  их значения (237.4), находим условие возможности колебаний в виде:

$$\frac{1}{LC} > \frac{r^2}{4L^2}$$

или

$$r < 2 \sqrt{\frac{L}{C}} = r_k. \quad (238.8)$$

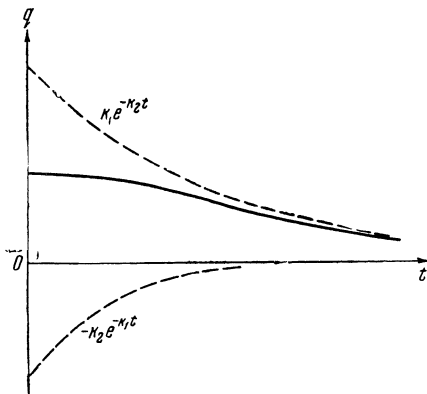


Рис. 442. Апериодический разряд конденсатора.

Таким образом, все особенности разряда в колебательном контуре, описанные в § 236, получают полное объяснение.

## § 239. Поддержание колебаний. Искровой контур

Всякий реальный колебательный контур обладает всегда некоторым сопротивлением. Поэтому возникшие в нем электрические колебания затухают и через некоторое время, зависящее от добротности контура, прекращаются вовсе. Но для технического использования электрических колебаний необходимо, чтобы эти колебания существовали длительно, а для этого нужно *поддерживать* электрические колебания.

Простейший и наиболее старый способ поддержания колебаний заключается в применении искрового контура, изображенного на рис. 443. Он состоит из конденсатора  $C$ , индуктивности  $L$  и искрового разрядника, соединенных последовательно. К обкладкам конденсатора присоединен источник постоянного высокого напряжения.

После включения источника напряжения конденсатор заряжается и напряжение между его обкладками увеличивается. Когда оно достигает значения напряжения пробоя искрового разрядника, через разрядник проскакивает искра, замыкающая колебательный контур,

и в контуре возникает цуг затухающих колебаний. Эти колебания продолжаются до тех пор, пока амплитуда напряжения на конденсаторе не делается равной напряжению гашения искры, после чего искровой разряд прекращается и колебания обрываются. Затем конденсатор начинает опять заряжаться, его напряжение увеличивается, и через некоторое время искровой промежуток опять пробивается,

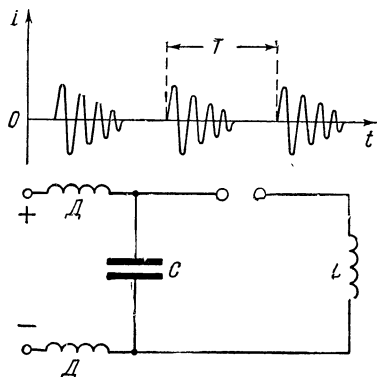


Рис. 443. Искровой колебательный контур.

дов разрядника и, самое главное, то, что получаемые колебания очень сильно отличаются от синусоидальных (гармонических). Поэтому искровые контуры в настоящее время применяются редко.

## § 240. Автоколебательные системы

Для получения длительно существующих электрических (и механических) колебаний большое значение имеют так называемые *автоколебательные* системы. Устройства, объединяемые под этим общим названием, характеризуются следующими отличительными свойствами.

Автоколебательные системы способны генерировать *незатухающие* колебания. Эти колебания могут быть гармоническими (синусоидальными) или более сложной формы, но они могут продолжаться неограниченно долго, до тех пор, пока не вышли из строя элементы, образующие систему.

Автоколебательные системы отличаются от рассмотренного в § 235 колебательного контура с сопротивлением, равным нулю. Такой контур представляет собой предельный случай, не достижимый на практике. Автоколебательные же системы суть *реальные* устройства, сопротивление которых не равно нулю.

В автоколебательных системах незатухающие колебания возникают под влиянием процессов, происходящих *внутри системы*, и для их

отчего в контуре возникает новый цуг затухающих колебаний и т. д. Чтобы возникающие колебания не закорачивались на источник тока, последний присоединен к конденсатору через катушки самоиндукции (дрессели) *Д*. Они представляют собой большое сопротивление для быстропеременных токов, но не препятствуют прохождению более медленно меняющегося тока от источника.

Основное достоинство искрового контура заключается в его исключительной простоте. Его недостатками являются сильный шум, издаваемый искрой, обгорание электродов разрядника и, самое главное, то, что получаемые колебания очень сильно отличаются от синусоидальных (гармонических). Поэтому искровые контуры в настоящее время применяются редко.

поддержания не требуется никаких внешних воздействий. В этом отношении автоколебания радикально отличаются от вынужденных колебаний, которые также могут быть незатухающими, но для своего существования требуют периодических *внешних* воздействий (в механике — внешних сил, в электричестве — приложенных извне напряжений).

В состав автоколебательных систем входит *источник энергии* (в случае механических колебаний — сжатая пружина, поднятый груз и т. д., в случае электрических — аккумуляторная батарея или иной источник тока). Этот источник периодически включается *самой системой* и вводит в нее определенную энергию, компенсирующую потери на выделение тепла Ленца — Джоуля, что и делает колебания незатухающими.

Так как колебания в автоколебательных системах устанавливаются под влиянием процессов, происходящих внутри системы, то они возникают самопроизвольно (*самовозбуждение*), под действием случайных малых воздействий, выводящих систему из равновесия (флуктуации). Возникшие малые колебания самопроизвольно нарастают, и в конце концов в системе образуются установившиеся колебания, свойства которых (частота, интенсивность, форма) определяются параметрами системы и *не зависят от начальных условий*.

Хорошим примером автоколебательной системы в механике могут служить известные всем часы, в которых незатухающие колебания маятника поддерживаются с помощью *анкера* (см. Механику).

Процессы в любой автоколебательной системе описываются обязательно *нелинейными* дифференциальными уравнениями. Так как точная теория нелинейных колебаний значительно более сложна, нежели теория колебаний линейных, рассмотренных в §§ 237, 238, то мы в дальнейшем ограничимся только разъяснением *принципов* действия некоторых электрических автоколебательных систем.

## § 241. Использование отрицательных сопротивлений

Мы уже говорили, что некоторые проводники обладают *падающей* вольт-амперной характеристикой (напряжение уменьшается при возрастании тока) и поэтому дифференциальное сопротивление  $R_i$  таких проводников *отрицательно* (§ 195).

Если ввести в колебательный контур, обладающий сопротивлением  $r$ , проводник с падающей вольт-амперной характеристикой, то затухание контура уменьшается. При определенном соотношении между параметрами контура и величиной включенного отрицательного сопротивления затухание может исчезнуть вовсе, и тогда в таком контуре возникают незатухающие колебания.

На рис 444. изображена автоколебательная система, в которой в качестве отрицательного сопротивления служит дуговой разряд.



Постоянное напряжение от источника тока подводится к электродам дуги через дроссели  $ДД$ . Если емкость  $C$  и индуктивность  $L$  подобраны так, что частота колебаний попадает в область звукового спектра, то появление колебаний приводит к звучанию дуги; описанная схема получила поэтому название «поющей дуги». Появление звука объясняется тем, что через дугу протекает переменный ток электрических колебаний, который вызывает переменное нагревание дуги и вследствие этого ее пульсацию, так что в окружающем воздухе возникает звуковая волна. Этот звук можно значительно усилить, если вблизи катушки индуктивности  $L$  расположить вторую катушку  $K$ , соединенную с громкоговорителем. Тогда в катушке  $K$  будет наводиться вследствие электромагнитной индукции переменный ток и громкоговоритель будет издавать звук, высота которого будет соответствовать частоте колебаний в контуре. Изменяя величину емкости и индуктивности, можно убедиться, что при увеличении  $L$  или  $C$  высота звука понижается, т. е. частота колебаний уменьшается.

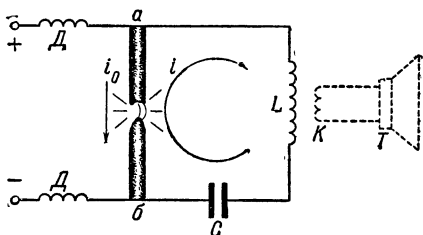


Рис. 444. Получение незатухающих колебаний с помощью отрицательного сопротивления.

В этом опыте вместо дуги мы могли бы использовать туннельный диод. Однако так как падающий участок его характеристики расположен в области малых напряжений и токов (ср. рис. 430), то и амплитуда колебаний в этом случае была бы слабее и, чтобы сделать их слышимыми, нам пришлось бы ввести в цепь телефона усилитель.

Рассмотрим теперь подробнее, каким образом здесь возникают автоколебания. Припишем току и напряжению определенные знаки и будем считать ток контура положительным, если он направлен по часовой стрелке (рис. 444), а напряжение  $U$  между точками  $a$  и  $b$  положительным в том случае, если потенциал  $a$  выше потенциала  $b$ . Следовательно, положительное напряжение между  $a$  и  $b$  вызывает в контуре ток положительного направления. Обозначим через  $i_0$  постоянный ток, существующий в дуге в отсутствие колебаний, и предположим, что вследствие каких-либо случайных причин в контуре возникли колебания и появился переменный ток  $i$  (рис. 445, справа). Этот ток будет проходить и через дугу и алгебраически складываться с током  $i_0$ . Так как положительное направление тока  $i$  противоположно направлению  $i_0$  (см. рис. 444), то колебания полного тока дуги будут изображаться кривой  $I = i_0 + i$ , минимумы которой совпадают с максимумами  $i$  и наоборот.

Колебания тока  $I$  вызовут переменное напряжение  $U$  между точками  $a$  и  $b$ , которое можно найти из вольт-амперной характери-

стики дуги (рис. 445, слева). Это напряжение изображается кривой  $U$  (справа), которая имеет постоянную составляющую  $U_0$  и переменную составляющую  $u$ . Сравним теперь переменные составляющие тока ( $i$ ) и напряжения ( $u$ ). Мы видим, что они находятся в фазе, т. е. положительные значения  $u$  соответствуют положительным значениям  $i$  и наоборот. Но это значит, что переменное напряжение способствует

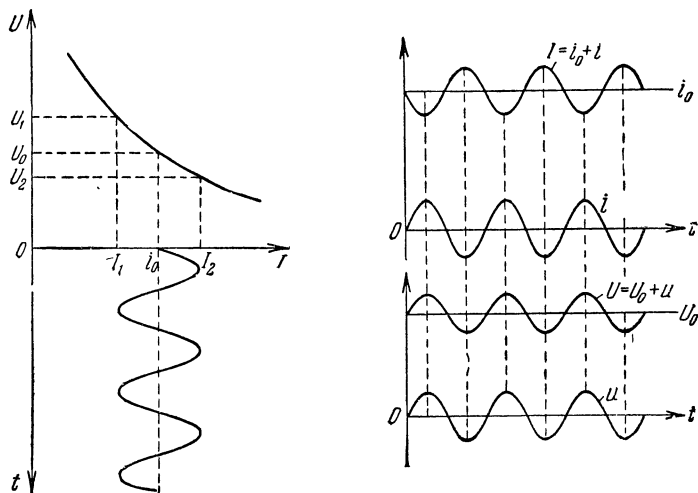


Рис. 445. Возникновение незатухающих колебаний в контуре с отрицательным сопротивлением.

переменному току, его «подталкивает», или, иными словами, что в контур вводится определенная энергия за счет источника тока. Если эта энергия больше расходуемой на выделение тепла Ленца — Джоуля, то амплитуда колебаний будет нарастать. При этом будут расти и потери энергии в контуре, и когда эти потери станут равны энергии, вводимой в контур, установятся незатухающие колебания постоянной амплитуды.

Условия самовозбуждения колебаний в цепи, содержащей проводник с отрицательным дифференциальным сопротивлением, рассмотрены в Добавлении 9.

## § 242. Ламповые генераторы. Обратная связь

В настоящее время почти исключительно применяют автоколебательные схемы с электронными лампами. Они обладают большой надежностью в работе и позволяют широко варьировать частоту, интенсивность и форму колебаний.

Одна из простейших схем лампового генератора незатухающих колебаний изображена на рис. 446. Колебательный контур, содержащий

емкость  $C$  и индуктивность  $L$ , включен в цепь сетки электронной лампы. В цепи анода, кроме питающей батареи, имеется еще катушка  $K$ , расположенная в непосредственной близости к катушке  $L$ , так что между обеими катушками существует индуктивная связь.

Принцип действия генератора заключается в следующем. Когда в колебательном контуре возникают колебания (при включении батареи

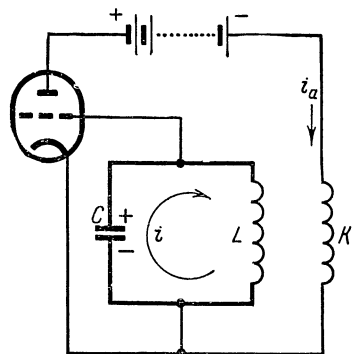


Рис. 446. Ламповый генератор с колебательным контуром в цепи сетки.

или под влиянием каких-либо случайных причин), то между обкладками конденсатора появляется переменное напряжение. Такое же напряжение возникает между сеткой и катодом лампы, так как они присоединены к обкладкам конденсатора. Вследствие этого в цепи анода появляется переменный ток  $i_a$ . Но катушки  $K$  и  $L$  индуктивно связаны между собой, и поэтому переменный ток  $i_a$  вызывает в катушке  $L$  переменную э. д. с. взаимной индукции  $\mathcal{E} = -M \frac{di_a}{dt}$  ( $M$  — коэффициент

взаимной индукции). Эта э. д. с., в зависимости от взаимного направления витков катушек  $K$  и  $L$ , может либо

препятствовать колебаниям тока в контуре, либо способствовать им. Очевидно, что, пересоединяя в случае необходимости концы катушки  $K$ , можно всегда добиться, чтобы возникающая э. д. с.  $\mathcal{E}$  была того же знака, что и ток  $i$  в контуре. Тогда работа этой э. д. с. будет положительна, и колебательный контур будет получать энергию за счет источника тока, так что затухание контура уменьшится. Если связь между катушками достаточно велика, получаемая энергия может сделаться больше той, которая затрачивается в контуре. В этом случае амплитуда колебаний будет нарастать до тех пор, пока получаемая энергия не делается равной потерям, после чего установятся незатухающие колебания.

Рис. 447 более детально разъясняет сказанное. Будем считать заряд конденсатора положительным, если на сетке возникает положительный потенциал относительно катода, а за положительное направление тока контура  $i$  (и э. д. с.  $\mathcal{E}$ ) примем направление, указанное на рисунке. Тогда, если сеточное напряжение  $u_c$  изменяется в соответствии с кривой  $a$  (рис. 447, справа), то ток контура  $i$  изображается кривой  $b$ . Переменный ток  $i_a$  в цепи анода, вызываемый колебаниями сеточного напряжения  $u_c$ , можно найти при помощи сеточной характеристики триода (рис. 447, слева). Ее «рабочая точка»  $A$  выбрана в средней части, где характеристика близка

к линейной. Так как положительный потенциал сетки вызывает положительный ток  $i_a$ , то изменения  $i_a$  изображаются кривой  $v$ . Кривые  $g$  и  $d$  дают изменения э. д. с. взаимной индукции  $\mathcal{E}$  при двух возможных направлениях витков катушки  $K$ . Сравнивая эти кривые с кривой  $b$ , мы видим, что в случае  $d$  колебания э. д. с. и тока находятся в *противофазе*: при положительном токе  $i$  возникает отрицательная э. д. с.  $\mathcal{E}_2$  и наоборот. В этом случае э. д. с. взаимной индукции препятствует колебаниям, и затухание контура *увеличится*. В случае  $g$ ,

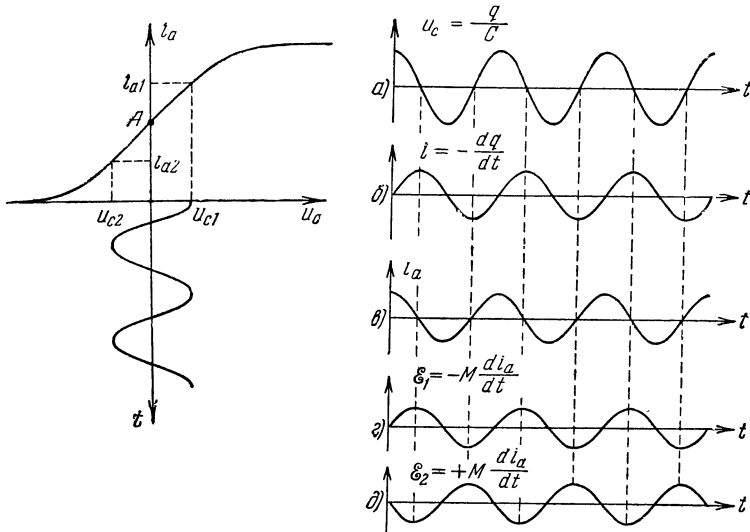


Рис. 447. Возникновение незатухающих колебаний в ламповом генераторе.

напротив, колебания э. д. с. и тока находятся в *фазе* и э. д. с. способствует колебаниям тока, отчего затухание контура *уменьшится*. При достаточно сильной связи в этом случае в контуре возникают незатухающие колебания.

Наиболее характерной особенностью рассмотренной схемы лампового генератора является то, что колебательный контур воздействует на другую цепь, содержащую источник тока (в нашем случае — на анодную цепь лампы), а эта последняя оказывает *обратное действие* на колебательный контур, которое и поддерживает колебания. Этот прием получил название *обратной связи* и широко применяется в различных механических и электрических автоколебательных системах.

Так, например, обратную связь мы имеем в часах. Если бы в часах не было анкера и ходового колеса, то закрученная пружина (или гири) действовала бы на маятник с постоянной силой и сообщала бы ему односто-

роннее движение. Подобно этому, если в ламповом генераторе устранить катушку обратной связи  $K$  и лампу и замкнуть контур непосредственно на батарею, то в контуре будет лишь постоянный ток. В часах колеблющийся маятник с помощью анкера и ходового колеса управляет силой, действующей на него самого, и превращает постоянную силу пружины в периодические толчки. В ламповом генераторе колебательный контур с помощью лампы и катушки обратной связи управляет э. д. с. взаимной индукции, действующей в нем самом, и делает эту э. д. с. периодической.

Помимо разобранных, известны многочисленные другие автоколебательные схемы с электронными лампами. Мы ограничимся только

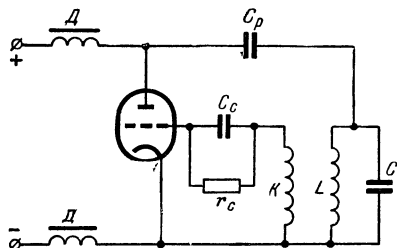


Рис. 448. Ламповый генератор с колебательным контуром в цепи анода.

еще одним примером, показанным на рис. 448. В этой схеме колебательный контур находится в цепи анода, а катушка обратной связи — в цепи сетки. Анодная батарея включена параллельно лампе (на рисунке не показана), а не последовательно с ней, как на рис. 446. Чтобы батарея не закорачивалась в индуктивность  $L$ , в анодную цепь введен разделительный конденсатор  $C_p$ , который не препятствует прохождению

быстропеременного тока электрических колебаний, но не пропускает постоянный ток батареи. Для того чтобы, с другой стороны, токи электрических колебаний не уходили в батарею, последняя подключена через дроссели  $ДД$ . В схеме показаны также сеточный конденсатор  $C_c$  и утечка сетки  $r_c$  (не изображенные на рис. 446), которые позволяют поддерживать на сетке небольшой отрицательный потенциал и этим устранять бесполезный ток сетки. Принцип действия этой схемы — такой же самый, как и разобранный выше.

### § 243. Условие самовозбуждения

Посмотрим теперь, какому количественному условию должны удовлетворять параметры лампового генератора (сопротивление контура  $r$ , коэффициент взаимной индукции  $M$  и т. д.) для того, чтобы были возможны автоколебания.

Обратимся опять к схеме рис. 446. Колебательный контур этого генератора можно изобразить эквивалентной схемой рис. 449, в которой действие обратной связи представлено некоторым генератором с переменной э. д. с.  $\mathcal{E} = -M \frac{di_a}{dt}$ . Применяя к этому контуру второй закон Кирхгофа и рассуждая так же, как и в § 237, получим:

$$ri - U_c = -L \frac{di}{dt} - M \frac{di_a}{dt}.$$

При этом, как и прежде,

$$U_c = \frac{q}{C}, \quad i = -\frac{dq}{dt}.$$

Исключая из этих уравнений  $U_c$  и  $i$ , находим:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + r \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} - M \frac{di_a}{dt} = 0.$$

В этих уравнениях анодный ток  $i_a$  есть функция сеточного напряжения  $u_c$  (выражаемая сеточной характеристикой лампы), которое в свою очередь зависит от заряда  $q$ . Но сеточная характеристика лампы нелинейна. Поэтому и написанное уравнение есть нелинейное уравнение, а следовательно, автоколебания являются *нелинейными колебаниями*.

Однако для решения поставленного вопроса задачу можно упростить. Положим, что мы имеем *малые* колебания и что рабочая точка выбрана в средней части характеристики (как на рис. 447). Тогда малый отрезок характеристики можно считать отрезком прямой линии и уравнение колебаний сделается *линейным*. Кроме того, будем считать для простоты, что проницаемость сетки лампы очень мала, так что  $i_a$  зависит практически только от потенциала сетки  $u_c$  (но не от потенциала анода  $u_a$ ). Тогда

$$i_a = a + S u_c = a + \frac{S}{C} q,$$

где  $S$  — крутизна сеточной характеристики. Поэтому

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{S}{C} \frac{dq}{dt}.$$

Подставляя это выражение в уравнение колебаний и деля обе части его на  $L$ , находим:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \left( \frac{r}{L} - \frac{SM}{LC} \right) \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (243.1)$$

Это уравнение имеет тот же вид, что и (237.5), и его решение есть

$$q = A e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi). \quad (243.2)$$

Но в данном случае коэффициент затухания  $\beta$  равен

$$\beta = \frac{1}{2} \left( \frac{r}{L} - \frac{SM}{LC} \right). \quad (243.3)$$

Он *меньше*, чем коэффициент затухания в отсутствие обратной связи:  $\alpha = \frac{r}{2L}$ , и поэтому можно сказать, что действие обратной связи эквивалентно введению в контур *отрицательного сопротивления* (при этом везде предполагается, что направление витков в катушке обратной связи соответствует кривой  $z$  рис. 447).

Из (243.3) видно, что при известных условиях коэффициент затухания  $\beta$  может сделаться равным нулю или даже отрицательным, что соответствует возникновению автоколебаний. Это будет в том случае, если

$$\frac{SM}{C} > r. \quad (243.4)$$

Написанное условие есть *условие самовозбуждения* лампового генератора.

Если выполняется условие (243.4), то  $\beta < 0$ , и решение (243.2) выражает *нарастающие* колебания, амплитуда которых увеличивается с течением

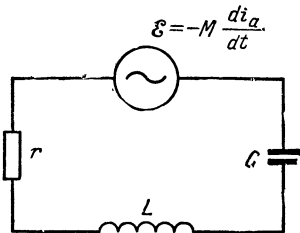


Рис. 449. Эквивалентная схема генератора, изображенного на рис. 446.

времени до бесконечности. Причина этого странного результата заключается в том, что мы заменили нелинейное уравнение колебаний приближенным линейризованным уравнением (243.1), которое пригодно только для малых колебаний (начальной стадии процесса), но не для описания всех свойств генератора. В действительности же после самовозбуждения амплитуда нарастающих колебаний будет стремиться к некоторому *конечному* пределу, определяемому свойствами генератора и не зависящему от начальных условий.

### § 244. Релаксационные колебания

В рассмотренных автоколебательных схемах существенной частью был колебательный контур, содержащий индуктивность и емкость. Такие генераторы («*LC*-генераторы») подобны механическим колебательным системам, в которых колебания возникают вследствие наличия массы (индуктивность) и упругости (емкость).

Однако одновременное наличие индуктивности и емкости не обязательно для получения колебаний. На рис. 450 показана колебательная схема, в которой индуктивность не играет никакой роли.

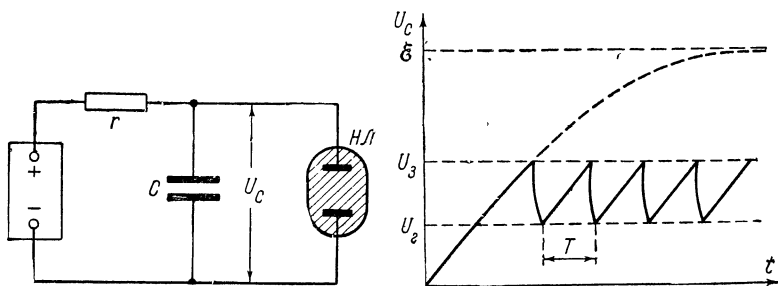


Рис. 450. Релаксационные электрические колебания.

Здесь конденсатор  $C$ , параллельно которому присоединена неоновая лампа  $HL$ , заряжается от источника тока через большое сопротивление  $r$ . Если бы неоновой лампы не было, то напряжение конденсатора  $U_c$  увеличивалось бы с течением времени согласно пунктирной кривой (рис. 450, справа) и стремилось бы асимптотически к э. д. с. источника  $\mathcal{E}$ . Уравнение этой кривой выражается формулой (82.1), а ее начальную часть приближенно можно представить прямой линией:

$$U_c = \frac{\mathcal{E}}{rC} t.$$

При наличии неоновой лампы происходит иное. Когда напряжение  $U_c$  достигает напряжения зажигания  $U_3$ , в лампе возникает газовый разряд и конденсатор начинает быстро разряжаться (так как сопротивление неоновой лампы значительно меньше сопротивления  $r$ ). Когда напряжение  $U_c$  уменьшается до значения напряжения гашения

разряда  $U_2$ , разряд в лампе обрывается и конденсатор начинает опять заряжаться, отчего его напряжение вновь увеличивается. Затем в определенный момент времени в лампе снова зажигается разряд и описанные процессы повторяются периодически. В результате возникают колебания напряжения  $U_c$ , выражаемые пилообразной кривой рис. 450 (справа). По такому же закону изменяется и заряд конденсатора.

Предположим для простоты, что время разрядки конденсатора весьма мало по сравнению со временем зарядки. Тогда период колебаний есть время, в течение которого напряжение повышается от значения  $U_2$  до значения  $U_3$ . Он равен

$$T = \frac{U_3 - U_2}{\mathcal{E}} rC.$$

Мы видим, что в рассматриваемом случае электрические колебания возникают потому, что существует определенное время успокоения (или время релаксации контура, § 80)  $\tau = rC$ , причем период колебаний определяется этим временем релаксации. Поэтому колебания рассмотренного типа получили название *релаксационных колебаний*.

Напомним, что с релаксационными колебаниями мы встречаемся часто и в механике. Механическими релаксационными колебаниями объясняются: вибрация тормозов трамвая, звучание струн в смычковых музыкальных инструментах и другие явления. На рис. 451 изображено простое механическое устройство, которое соответствует

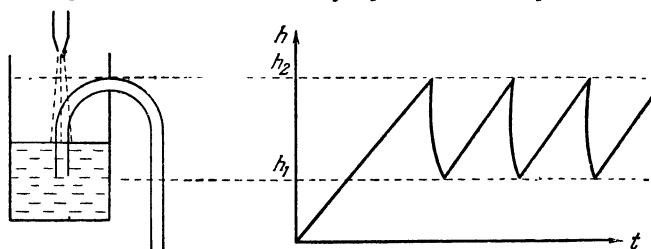


Рис. 451. Релаксационные механические колебания, соответствующие рис. 450.

электрической схеме рис. 450. В сосуд, снабженный сифоном, с постоянной скоростью втекает жидкость. Пока сифон не заполнен, уровень жидкости повышается по линейному закону. Когда уровень жидкости достигает высоты  $h_2$ , сифон срабатывает и уровень жидкости быстро падает до значения  $h_1$ . После этого начинается новое заполнение сосуда жидкостью и т. д.

В рассмотренной выше схеме (рис. 450) колебания напряжения изображаются пилообразной кривой и сильно отличаются от синусоидальных (гармонических) колебаний. Однако это не значит, что



нельзя получить релаксационные колебания синусоидальной формы в других схемах. Оказывается, что, комбинируя несколько конденсаторов и сопротивлений с электронными лампами, можно иметь практически гармонические релаксационные колебания. Такие «*RC*-генераторы» получили широкое распространение в радиотехнике и применяются в различных измерительных устройствах. Они особенно удобны для изменения частоты в широких пределах (от нескольких герц до многих килогерц) и не требуют громоздких катушек индуктивности, необходимых для получения низких частот в *LC*-генераторах.

## Г Л А В А   X X I

### ВЫНУЖДЕННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ. ПЕРЕМЕННЫЕ ТОКИ

#### § 245. Предварительные замечания

Рассмотрим теперь электрические колебания, возникающие в том случае, если в цепи имеется генератор, электродвижущая сила которого изменяется периодически. Они подобны механическим колебаниям тела, вызываемым периодической *внешней* силой. Такие электрические колебания широко применяются в технике. Вынужденными колебаниями являются технические переменные токи, которые возникают под действием внешней э. д. с. генераторов электростанций. Вынужденные электрические колебания мы имеем также во всех приемных радиотехнических устройствах.

В настоящей главе мы ограничимся только цепями с *сосредоточенными* емкостями и индуктивностями и будем считать переменные токи, как и в гл. XX, *квазистационарными*. Иными словами, мы будем предполагать, что время  $\tau$ , в течение которого электрические величины принимают установившиеся значения, мало по сравнению с периодом колебаний  $T$ , и поэтому будем применять к мгновенным значениям всех электрических величин законы постоянного тока.

Далее, мы будем рассматривать только такие токи, сила которых меняется по *синусоидальному* закону:

$$i = i_0 \sin(\omega t + \varphi).$$

Это объясняется несколькими причинами. Во-первых, как мы знаем (гл. XII), все технические генераторы переменных токов имеют э. д. с., изменяющуюся по закону, очень близкому к синусоидальному, и потому создаваемые ими токи практически являются синусоидальными. Вторая причина заключается в том, что теория синусоидальных токов особенно проста и вследствие этого на примере таких токов можно особенно просто выяснить основные особенности электрических колебаний.

Правда, в некоторых случаях на практике приходится встречаться и с колебаниями более сложной формы. Однако легко показать, что всякое несинусоидальное колебание можно представить в виде суммы синусоидальных, гармонических колебаний (теорема Фурье), и поэтому исследование более сложных колебаний можно свести к исследованию колебаний синусоидальных. Таким образом, синусоидальные или гармонические колебания являются одновременно и самым важным, и самым простым типом колебаний.

Наконец, везде в дальнейшем мы будем считать, что колебания являются *установившимися*. Иными словами, будем предполагать, что с момента начала колебаний прошло достаточно большое время, так что амплитуды тока и напряжения уже достигли постоянного значения, соответствующего величине внешней э. д. с. (ср. § 251).

### § 246. Сопротивление в цепи переменного тока

Рассмотрим сначала частный случай, когда генератор переменного тока замкнут на внешнюю цепь, имеющую настолько малые индуктивность и емкость, что ими можно пренебречь. Положим, что в цепи имеется переменный ток

$$i = i_0 \sin \omega t,$$

и найдем, по какому закону изменяется напряжение между концами цепи *a* и *b* (рис. 452). Применяя к участку *arb* закон Ома, имеем:

$$U = ir = i_0 r \sin \omega t.$$

Таким образом, напряжение на концах участка изменяется также по закону синуса, причем *разность фаз между колебаниями*

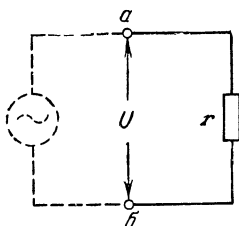


Рис. 452. Сопротивление в цепи переменного тока.

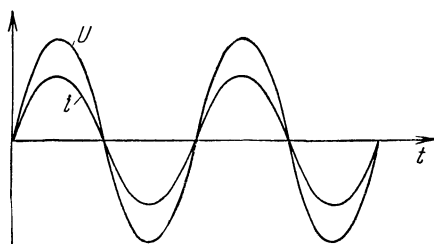


Рис. 453. Колебания тока и напряжения на сопротивлении.

*тока и напряжения равна нулю*. Напряжение и ток одновременно достигают максимальных значений и одновременно обращаются в нуль (рис. 453). Максимальное значение напряжения есть

$$U_0 = i_0 r.$$

В § 142 мы видели, что гармонически изменяющиеся величины можно наглядно изображать при помощи векторных диаграмм. Применим этот способ к нашему случаю. Для этого выберем ось диаграммы таким образом, чтобы вектор, изображающий колебания тока, был направлен вдоль этой оси. В дальнейшем мы будем называть эту ось «осью токов». Тогда вектор, изображающий колебания напряжения, будет направлен вдоль

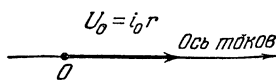


Рис. 454. Векторная диаграмма напряжения на сопротивлении.

оси токов, так как разность фаз между током и напряжением равна нулю (рис. 454). Длина этого вектора равна амплитуде напряжения  $i_0 r$ .

### § 247. Емкость в цепи переменного тока

Положим теперь, что участок цепи содержит конденсатор емкости  $C$ , причем сопротивлением и индуктивностью участка можно пренебречь, и посмотрим, по какому закону будет изменяться напряжение на концах участка в этом случае. Обозначим разность потенциалов точек  $a$  и  $b$  (рис. 455) через  $U$  ( $U = U_a - U_b$ ) и будем считать заряд конденсатора  $q$  и силу тока  $i$  положительными, если они соответствуют рис. 455. Тогда

$U = \frac{q}{C}$ . Но  $i = \frac{dq}{dt}$ , а следовательно,

$$q = \int i dt.$$

Если сила тока в цепи изменяется по закону

$$i = i_0 \sin \omega t, \quad (247.1)$$

то

$$q = \int i_0 \sin \omega t dt = -\frac{i_0}{\omega} \cos \omega t + C.$$

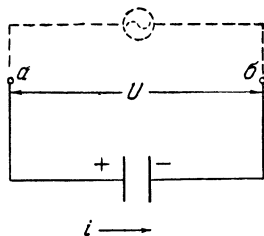


Рис. 455. Конденсатор в цепи переменного тока.

Постоянная интегрирования  $C$  в этой формуле обозначает произвольный *постоянный* заряд конденсатора, не связанный с колебаниями тока, и поэтому мы положим  $C = 0$ . Следовательно,

$$U = -\frac{i_0}{\omega C} \cos \omega t = \frac{i_0}{\omega C} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right). \quad (247.2)$$

Сравнивая (247.1) и (247.2), мы видим, что при синусоидальных колебаниях тока в цепи напряжение на конденсаторе изменяется также по закону синуса, однако между колебаниями тока и напряжения имеется разность фаз. *Колебания напряжения на конденсаторе отстают по фазе от колебаний тока на  $\pi/2$* . Изменение тока и напряжения во времени изображено графически на рис. 456.

Полученный результат имеет простой физический смысл. Напряжение на конденсаторе в какой-либо момент времени определяется существующим зарядом конденсатора. Но этот заряд был образован током, протекавшим *предварительно* в более *ранней* стадии колебаний. Поэтому и колебания напряжения запаздывают относительно колебаний тока. Так, например, когда в момент времени  $t=0$  сила тока равна нулю (рис. 456), то на конденсаторе *еще* имеется отрицательный заряд, перенесенный током в предыдущий период времени,

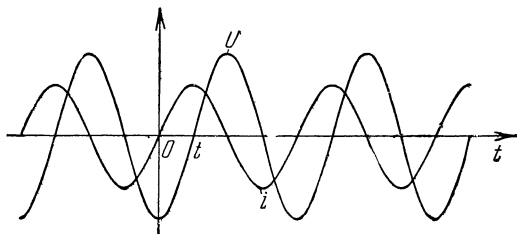


Рис. 456. Колебания тока в цепи и напряжения на конденсаторе.

и напряжение не равно нулю. Для обращения в нуль этого заряда нужно, чтобы некоторое время  $t_1$  проходил ток положительного направления, и поэтому, когда заряд конденсатора (а значит, и напряжение) станет равным нулю, сила тока *уже* не будет равна нулю.

Формула (247.2) показывает, что амплитуда напряжения на конденсаторе равна

$$U_0 = i_0 \frac{1}{\omega C}.$$

Сравнивая это выражение с законом Ома для участка цепи с постоянным током ( $U = ir$ ), мы видим, что величина

$$r_c = \frac{1}{\omega C} \quad (247.3)$$

играет роль сопротивления участка цепи. Поэтому она получила название *кажущегося сопротивления емкости*.

Если в (247.3) выразить  $C$  в фарадах, а  $\omega$  — в  $\text{сек}^{-1}$ , то  $r_c$  получится в омах. Так, например, для технического переменного тока, частота которого  $\nu$  равна 50 периодов в секунду,  $\omega = 100\pi \text{ сек}^{-1}$ . Если емкость конденсатора равна  $1 \text{ мкф} = 10^{-6} \text{ ф}$ , то

$$r_c = \frac{1}{100\pi \cdot 10^{-6}} = \frac{10^4}{\pi} \cong 3000 \text{ ом}.$$

Полученные результаты можно представить в виде векторной диаграммы рис. 457. Здесь вектор, изображающий колебания напряжения, уже не совпадает с осью токов. Он повернут в отрицательном направлении (по часовой стрелке) на угол  $\pi/2$ . Длина этого вектора равна амплитуде напряжения  $i_0/\omega C$ .

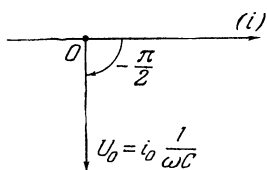


Рис. 457. Векторная диаграмма напряжения на конденсаторе.

Формулу (247.3) легко проверить на опыте, если составить цепь, содержащую конденсатор переменной емкости и лампочку накаливания (в качестве демонстрационного амперметра), и включить ее в осветительную сеть переменного тока. Тогда, изменяя величину емкости, можно убедиться, что чем

больше емкость конденсатора, тем сильнее ток в цепи (ярче накал лампочки), а следовательно, тем меньше сопротивление  $r_c$ .

Из формулы (247.3) видно, что сопротивление емкости  $r_c$  зависит также от частоты  $\omega$ . Поэтому при очень высоких частотах даже малые емкости могут представлять совсем небольшое сопротивление для переменного тока. Этим объясняются многие весьма неожиданные на первый взгляд явления.

На рис. 458 изображена схема опыта, иллюстрирующего влияние малых емкостей при больших частотах. Экспериментатор стоит на *изолирующей* скамейке со стеклянными ножками и держит лампочку

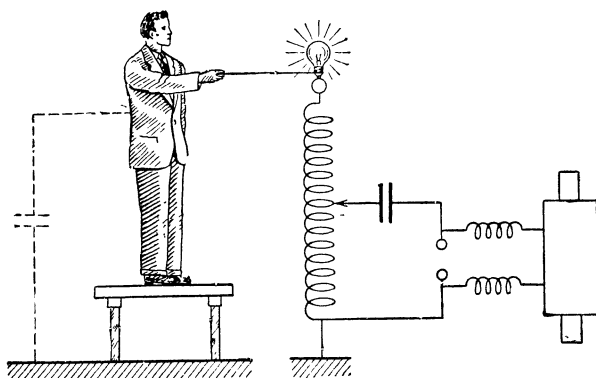


Рис. 458. Схема опыта для демонстрации токов смещения при больших частотах.

накаливания, касаясь рукой ее нарезного цоколя. Вторым контактом лампочки он касается одного из выводов высоковольтного источника переменного напряжения с частотой в несколько миллионов колебаний в секунду; второй вывод источника заземлен (в качестве источника можно использовать, например, резонансный трансформатор, описан-

ный в § 265). Мы имеем, следовательно, цепь, *разомкнутую* для постоянного тока (она разрывается изолирующей скамейкой). Тем не менее в цепи проходит ток силой в несколько ампер и лампочка ярко накаливается. Это объясняется тем, что тело экспериментатора и земля образуют обкладки конденсатора, а конденсаторы, как мы видели, пропускают переменные токи. Поэтому цепь, разомкнутая для постоянного тока, оказывается замкнутой для быстропеременного тока: токи проводимости в металлических проводах замыкаются *токами смещения* (§ 150) внутри конденсатора. Так как частота  $\omega$  очень велика, то уже при ничтожной емкости конденсатора (десятки пикофарад) сопротивление  $r_c$  становится настолько малым, что в цепи появляются сильные токи.

Этот опыт хорошо демонстрирует также существование скин-эффекта или вытеснения переменных токов на поверхность проводника (§ 148). Через тело экспериментатора проходят токи силой в несколько ампер, которые в случае постоянного тока вызывали бы сильное физиологическое действие и были бы очень опасны для жизни. Однако в описанном опыте экспериментатор не ощущает эти токи, так как они протекают только в тонком поверхностном слое и не заходят вглубь тела.

### § 248. Индуктивность в цепи переменного тока

Рассмотрим, наконец, третий частный случай, когда участок цепи содержит только индуктивность. Обозначим по-прежнему через  $U = U_a - U_b$  разность потенциалов точек  $a$  и  $b$  (рис. 459) и будем считать ток  $i$  положительным, если он направлен от  $a$  к  $b$ . При наличии переменного тока в катушке индуктивности возникнет э. д. с. самоиндукции, и поэтому мы должны применить закон Ома для участка цепи с э. д. с. (§ 75):

$$U = ir - \mathcal{E}.$$

В нашем случае  $r = 0$ , а э. д. с. самоиндукции

$$\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt}.$$

Поэтому

$$U = L \frac{di}{dt}.$$

Если сила тока в цепи изменяется по закону

$$i = i_0 \sin \omega t, \tag{248.1}$$

то

$$U = i_0 \omega L \cos \omega t = i_0 \omega L \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right). \tag{248.2}$$

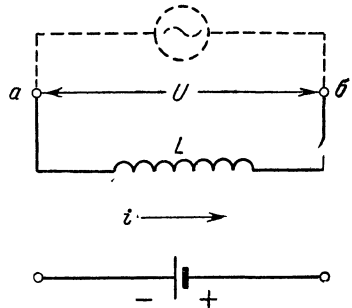


Рис. 459. Индуктивность в цепи переменного тока.

Сравнивая (248.1) и (248.2), мы видим, что *колебания напряжения на индуктивности опережают по фазе колебания тока на  $\pi/2$* . Когда сила тока, возрастая, проходит через нуль, напряжение уже достигает максимума, после чего начинает уменьшаться;

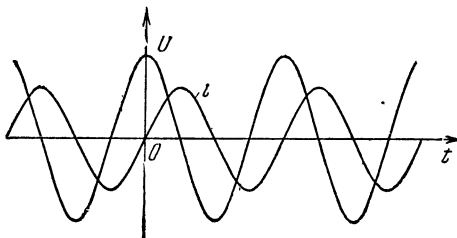


Рис. 460. Колебания тока и напряжения на индуктивности.

индукции с обратным знаком. Но эта последняя пропорциональна не мгновенному значению тока, а *быстроте его изменения*, которая будет наибольшей в те моменты, когда сила тока проходит через нуль. Поэтому максимумы напряжения совпадают с нулями тока и наоборот.

Из (248.2) видно, что амплитуда напряжения равна

$$U_0 = i_0 \omega L,$$

а следовательно, величина

$$r_L = \omega L \quad (248.3)$$

играет ту же роль, что и сопротивление участка. Поэтому  $r_L$  называют *кажущимся сопротивлением индуктивности*.

Если в формуле (248.3)  $L$  выражено в генри, а  $\omega$  — в  $\text{сек}^{-1}$ , то  $r_L$  будет выражено в омах. Так, например, если индуктивность катушки  $L = 1$  генри, то ее кажущееся сопротивление для технического переменного тока ( $\omega = 100\pi \text{ сек}^{-1}$ ) равно  $r_L = 100\pi \cdot 1 = 314 \text{ ом}$ .

Так же как и выше, найденные результаты можно представить векторной диаграммой. Она показана на рис. 461. Вектор, изображающий колебания напряжения, повернут относительно оси токов в положительном направлении (против часовой стрелки) на угол  $\pi/2$ , а его длина, равная амплитуде напряжения, есть  $i_0 \omega L$ .

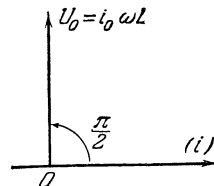


Рис. 461. Векторная диаграмма напряжения на индуктивности.

Кажущееся сопротивление индуктивности используют для устройства *дросселей*. Они представляют собой проволочные катушки (с железом или без него), вводимые в цепи переменного тока для регулирования силы тока. По сравнению с реостатом дроссели имеют то важное преимущество, что

увеличение сопротивления цепи с их помощью не сопровождается увеличением тепла Ленца — Джоуля, а следовательно, не приводит к бесполезной затрате энергии. Кроме этого, так как индуктивное сопротивление существует только для переменных токов, дроссели позволяют *разделять* постоянные и переменные токи. Примеры такого применения дросселей мы уже имели в схемах, изображенных на рис. 443, 444 и 448.

Формула (248,3) показывает, что индуктивное сопротивление  $r_L$  пропорционально частоте переменного тока  $\omega$ , и поэтому при очень больших частотах даже малые индуктивности могут представлять собой значительное сопротивление для переменных токов. Это можно продемонстрировать при помощи эффектного опыта, изображенного на рис. 462. Толстый медный стержень (диаметром около 5 мм) изогнут в виде дуги  $abgd$  длиной около 1 м и его концы присоединены к источнику быстропеременного тока с частотой в несколько миллионов колебаний в секунду (как в опыте на рис. 458). Параллельно части дуги  $bvg$  присоединена обычная лампа накаливания. Сопротивление дуги (для постоянного тока) равно около 0,001 ом, а сопротивление лампы — около 100 ом. Если бы к концам дуги был присоединен источник *постоянного* тока, то дуга представляла бы собой *короткое замыкание* и практически весь ток устремился бы в дугу, не заходя в лампу. Однако для *быстропеременного* тока наблюдается совсем другое. Так как дуга обладает некоторой, хотя и малой, индуктивностью, она имеет еще *индуктивное сопротивление*. При указанных условиях это индуктивное сопротивление становится настолько большим, что, напротив, ток практически не ответвляется в дугу, а целиком проходит через лампу, отчего последняя ярко накаливается.

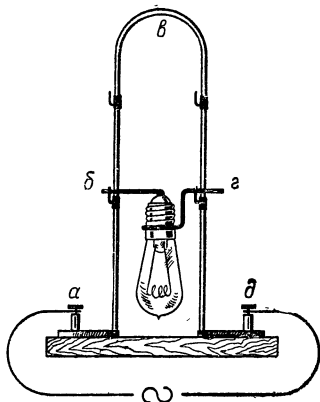


Рис. 462. Влияние индуктивности при больших частотах.

## § 249. Закон Ома для переменных токов

Пользуясь результатами, найденными в §§ 246—248, можно найти соотношение между колебаниями тока и напряжения в любой цепи.

Рассмотрим сначала *последовательное* соединение сопротивления, емкости и индуктивности (рис. 463). Положим по-прежнему, что ток в цепи изменяется по закону

$$i = i_0 \sin \omega t, \quad (249.1)$$



и вычислим напряжение между концами цепи. Так как при последовательном соединении проводников складываются напряжения, то искомое напряжение  $U$  есть сумма трех напряжений: на сопротивлении, на емкости и на индуктивности, причем каждое из этих напряжений, как мы видели в §§ 246—248, изменяется во времени по закону синуса.

Для сложения этих трех гармонических колебаний мы воспользуемся векторной диаграммой напряжений (рис. 464). Колебания напряжения на сопротивлении изображаются на ней вектором  $U_a$ ,

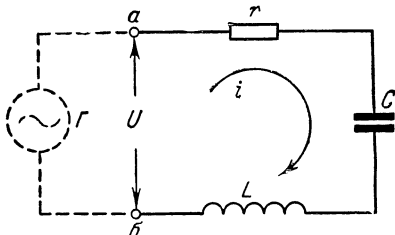


Рис. 463. Последовательное соединение сопротивления, емкости и индуктивности.

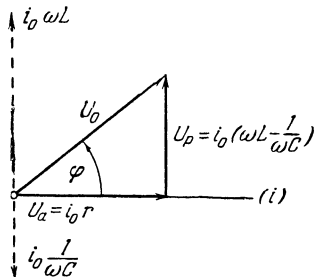


Рис. 464. Векторная диаграмма напряжений для цепи рис. 463.

направленным *вдоль* оси токов и имеющим длину  $U_a = i_0 r$ , колебания же напряжения на индуктивности и емкости — векторами, перпендикулярными к оси токов, с длинами  $i_0 \omega L$  и  $i_0 \frac{1}{\omega C}$ . Складывая два последних колебания, мы получим одно гармоническое колебание, изображаемое вектором  $U_p$ , *перпендикулярным* к оси токов и имеющим длину

$$U_p = i_0 \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right).$$

Таким образом, полное напряжение между концами цепи  $a$  и  $b$  можно рассматривать как сумму двух гармонических колебаний: напряжения  $U_a$ , совпадающего по фазе с током, и напряжения  $U_p$ , отличающегося по фазе на  $\pi/2$ . Первое из них ( $U_a$ ) получило название *активной* составляющей напряжения, а второе ( $U_p$ ) — *реактивной* составляющей. Оба эти колебания, складываясь, дают также гармоническое колебание:

$$U = U_0 \sin(\omega t + \varphi). \quad (249.2)$$

Согласно сказанному в § 142 оно изображается векторной суммой векторов  $U_a$  и  $U_p$ , причем длина результирующего вектора равна амплитуде напряжения  $U_0$ , а угол, образованный результирующим

вектором с осью токов, — начальной фазе  $\varphi$ . Применяя к треугольнику напряжений на рис. 464 теорему Пифагора, мы получаем:

$$U_0 = i_0 \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (249.3)$$

Далее, из рис. 464 видно, что

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}. \quad (249.4)$$

Формула (249.3) имеет сходство с законом Ома в том смысле, что амплитуда напряжения  $U_0$  пропорциональна амплитуде тока  $i_0$ . Поэтому формулу (249.3) иногда называют *законом Ома для переменного тока*. Однако нужно помнить, что эта формула относится только к *амплитудам*, но не к мгновенным значениям  $U$  и  $i$ .

В случае постоянного тока отношение напряжения к силе тока называют сопротивлением проводника. Подобно этому при переменном токе отношение *амплитуды* полного напряжения к *амплитуде* тока

$$R = \frac{U_0}{i_0} = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (249.5)$$

называют *полным сопротивлением* цепи для переменного тока.

Аналогично отношение амплитуды активной составляющей напряжения  $U_a$  к амплитуде тока  $i_0$ , т. е.

$$\frac{U_a}{i_0} = r,$$

называется *активным сопротивлением* цепи. Оно равно сопротивлению цепи для постоянного тока. Активное сопротивление обусловлено трением электронов в проводниках и его наличие всегда сопровождается выделением тепла Ленца — Джоуля.

Отношение же амплитуды реактивной составляющей напряжения  $U_p$  и  $i_0$ , т. е.

$$y = \frac{U_p}{i_0} = \omega L - \frac{1}{\omega C},$$

есть *реактивное сопротивление* цепи. Оно равно разности кажущихся сопротивлений индуктивности и емкости. Наличие реактивного сопротивления не сопровождается выделением тепла (ср. § 252). Из (249.5) видно, что активное и реактивное сопротивления цепи складываются *геометрически*.

Во всех приведенных выше рассуждениях мы рассматривали *участок* цепи и понимали под  $U$  напряжение, приложенное к концам участка  $a$  и  $b$  (рис. 463). Однако все полученные формулы можно применять и к *замкнутой* цепи (*arCLbGamma*, рис. 463), включающей в себя генератор. Действительно, для всех наших рассуж-

дений было безразлично, в каком именно месте цепи сосредоточены емкость, индуктивность и сопротивление. Поэтому в замкнутой цепи рис. 463 мы можем считать, что  $r$  представляет собой *полное* активное сопротивление цепи, включая и внутреннее сопротивление генератора, а  $C$  и  $L$  — полные емкость и индуктивность цепи, и заменить реальный генератор воображаемым, у которого внутреннее сопротивление равно нулю. При этом напряжение  $U$  между точками  $a$  и  $b$  будет равно э. д. с. генератора  $\mathcal{E}$ . Отсюда следует, что выведенные формулы (249.1) — (249.5) справедливы и для замкнутой цепи переменного тока, если под  $r$ ,  $C$  и  $L$  понимать их значения для всей цепи и заменить во всех формулах  $U$  на э. д. с. генератора  $\mathcal{E}$ .

Рассмотрим примеры применения выведенных формул.

**Пример 1.** Цепь имеет активное сопротивление  $r = 2000$  ом и содержит конденсатор с емкостью  $C = 1$  мкф и катушку с индуктивностью  $L = 3$  гн. Найти полное сопротивление цепи для технического переменного тока и сдвиг фаз между током и напряжением.

Для технического переменного тока ( $\omega = 100\pi$ ) сопротивление емкости  $\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot 10^{-6}} \cong 3000$  ом, а сопротивление индуктивности есть  $\omega L = 100\pi \times 3 \cong 1000$  ом. Следовательно, реактивное сопротивление цепи равно  $y = 1000 - 3000 = -2000$  ом, а полное сопротивление  $R = \sqrt{(2000)^2 + (2000)^2} = 2830$  ом. Согласно (249.4)  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{r} = -1$ , а следовательно,  $\varphi = -45^\circ$ . Так как для угла  $\varphi$  в формуле (249.2) получилось отрицательное значение, то это значит, что напряжение *отстает* на фазе от тока на угол  $45^\circ$ .

**Пример 2.** Цепь содержит катушку с индуктивностью  $L = 0,1$  гн и имеет активное сопротивление  $r = 60$  ом. Частота переменного тока равна 50 периодов в секунду.

Так как конденсатора в цепи нет, то в предыдущих формулах нужно положить  $C = \infty$  (но не  $C = 0$ ). Это, может быть, требует специального пояснения. Действие конденсатора в цепи заключается в том, что при прохождении по цепи заряда  $q$  на конденсаторе появляется напряжение  $U = \frac{q}{C}$ . Если вместо конденсатора имеется неразрывный провод, то при любом  $q$  напряжение  $U = 0$ , а это соответствует  $C = \infty$ .

Реактивное сопротивление нашей цепи равно  $y = \omega L = 100 \cdot \pi \cdot 0,1 = 10\pi$  ом. Следовательно, полное сопротивление есть  $R = \sqrt{(60)^2 + (10\pi)^2} = 67$  ом. Далее, по формуле (249.4) находим:  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{r} = \frac{10\pi}{60} \cong \frac{1}{2}$ . Это дает:  $\varphi = +26^\circ 30'$ . В данном случае угол  $\varphi$  положителен, а значит, напряжение *опережает* ток.

## § 250. Резонанс напряжений

Положим, что в цепи, содержащей последовательно соединенные емкость  $C$ , индуктивность  $L$  и обладающей активным сопротивлением  $r$ , действует переменная э. д. с., изменяющаяся по закону

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t.$$

Тогда согласно сказанному в § 249 в цепи будет протекать переменный ток

$$i = i_0 \sin(\omega t - \varphi),$$

амплитуда которого  $i_0$  связана с амплитудой э. д. с.  $\mathcal{E}_0$  законом Ома для переменного тока:

$$i_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{R}. \quad (250.1)$$

Здесь  $R$  есть полное сопротивление цепи

$$R = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}, \quad (250.2)$$

а фазовый угол  $\varphi$ , на который колебания тока отстают от колебаний напряжения, определяется формулой:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{r} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}. \quad (250.3)$$

Допустим теперь, что мы изменяем частоту колебаний  $\omega$ . Как показывают формулы (250.1) — (250.3), это вызовет изменение и амплитуды тока  $i_0$ , и сдвига фазы  $\varphi$ .

Остановимся сначала на изменениях амплитуды тока. Если  $\omega = 0$ , то  $\frac{1}{\omega C} = \infty$ . При этом полное сопротивление  $R$  обращается в бесконечность, а  $i_0$  равно нулю. Это и понятно, так как при  $\omega = 0$  мы имеем *постоянный* ток, а постоянный ток не проходит через конденсатор. При увеличении  $\omega$  квадрат реактивного сопротивления  $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2$  сначала уменьшается. Поэтому и полное сопротивление  $R$  уменьшается, а  $i_0$  увеличивается. При частоте  $\omega = \omega_0$ , определяемой условием

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad (250.4)$$

реактивное сопротивление  $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$  обращается в нуль, а полное сопротивление цепи  $R$  становится наименьшим, равным активному сопротивлению цепи:

$$R_{\min} = r.$$

Сила тока достигает при этом максимума. При  $\omega > \omega_0$  квадрат реактивного сопротивления  $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2$  снова не равен нулю и увеличивается с возрастанием  $\omega$ . В соответствии с этим полное сопротивление  $R$  увеличивается, а амплитуда тока  $i_0$  уменьшается, асимптотически приближаясь к нулю при увеличении  $\omega$ .

Зависимость  $i_0$  от  $\omega$ , выражаемая формулами (250.1) и (250.2), графически изображена на рис. 465, где показаны три кривые,

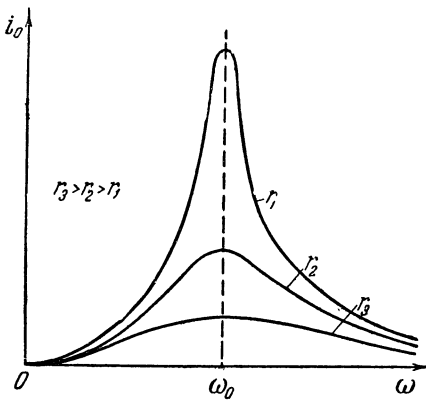


Рис. 465. Резонансные кривые.

соответствующие трем различным значениям активного сопротивления  $r$ . Чем меньше  $r$  (т. е. чем меньше декремент затухания  $\delta$  или чем больше добротность контура  $Q$ ), тем больше при прочих равных условиях  $i_0$  и тем *острее* максимумы кривых.

Обратимся теперь к разности фаз  $\varphi$  между током и э. д. с. Из (250.3) видно, что при очень малых частотах, когда  $\omega L \ll \frac{1}{\omega C}$ ,  $\text{tg } \varphi$  очень велик и отрицателен, а следовательно,  $\varphi \cong -\frac{\pi}{2}$ . В этом случае ток *опережает* напряжение и цепь имеет *емкостный* ха-

актер. При возрастании частоты  $\omega$  реактивное сопротивление  $(\omega L - \frac{1}{\omega C})$ , оставаясь отрицательным, уменьшается по абсолютному значению и разность фаз  $\varphi$  уменьшается. Когда  $\omega = \omega_0$ , формула (250.3) дает  $\text{tg } \varphi = 0$ , а значит,  $\varphi = 0$ . При дальнейшем увеличении  $\omega$  реактивное сопротивление  $(\omega L - \frac{1}{\omega C}) > 0$  и увеличивается с возрастанием  $\omega$ . Поэтому  $0 < \text{tg } \varphi < +\infty$  и  $0 < \varphi < +\frac{\pi}{2}$ . Следовательно, при  $\omega > \omega_0$  ток *отстает* от напряжения и цепь приобретает *индуктивный* характер, причем угол  $\varphi$  асимптотически стремится к предельному значению  $+\frac{\pi}{2}$  при увеличении частоты  $\omega$ .

Зависимость разности фаз  $\varphi$  от частоты колебаний изображена графически на рис. 466. Так же как и  $i_0$ ,  $\varphi$  зависит еще от активного сопротивления контура  $r$ . Чем меньше  $r$ , тем быстрее изменяется  $\varphi$  вблизи  $\omega = \omega_0$ , и в предельном случае  $r = 0$  изменение фазы приобретает скачкообразный характер.

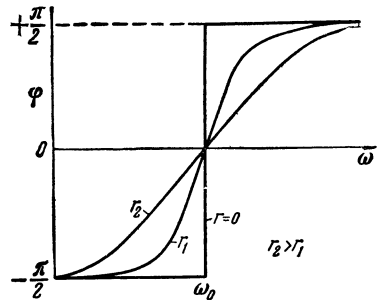


Рис. 466. Изменение сдвига фазы колебаний тока при изменении частоты внешнего напряжения.

Резюмируя сказанное, мы видим, что особый интерес представляет случай, когда частота э. д. с. генератора (или приложенного внеш-

него напряжения)  $\omega$  равна частоте  $\omega_0$ . При этом амплитуда тока достигает максимального значения, а разность фаз между током и напряжением равна нулю или, иными словами, контур действует как чисто активное сопротивление. Этот важный случай вынужденных колебаний называется *резонансом напряжений*.

Отметим, что частота  $\omega_0$ , при которой наступает резонанс, не равна частоте собственных колебаний контура  $\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$  (формула (238.3)). Однако в подавляющем большинстве практических случаев  $\alpha^2 \ll \omega_0^2$  и потому с большим приближением этим различием можно пренебречь.

Выше мы предполагали, что изменится частота э. д. с.  $\omega$ , а параметры контура остаются неизменными. Однако ясно, что для получения резонанса можно поступать и иначе: изменять у контура индуктивность или емкость (т. е. изменять  $\omega_0$ ), оставляя частоту  $\omega$  постоянной.

На рис. 467 показана схема опыта для наблюдения резонанса с техническим переменным током. Цепь содержит переменную индуктивность  $L$  (изменяемую железным сердечником, вдвигаемым в катушку), постоянную емкость  $C$  и лампы накаливания  $R$  для суждения о силе тока. При определенном положении железного сердечника соответствующем резонансу ( $\omega = \omega_0$ ), лампы ярко накаливаются, в то время как при большей или меньшей индуктивности («расстройке» цепи) накал ламп очень слаб.

Найдем теперь, чему равны амплитуды *напряжения* на конденсаторе и на катушке индуктивности при резонансе. Амплитуда тока при резонансе достигает максимума:

$$i_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{r}.$$

Поэтому амплитуда напряжения на конденсаторе

$$U_{0C} = r_C i_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{r \omega_0 C}.$$

Полученное выражение можно преобразовать иначе. Учитывая (250.4), имеем:

$$\frac{1}{r \omega_0 C} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\pi}{\frac{r}{2L} \cdot 2\pi \sqrt{LC}}.$$

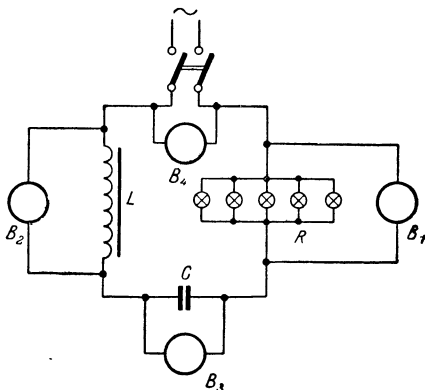


Рис. 467. Схема для наблюдения резонанса в цепи технического переменного тока.

Но  $\frac{r}{2L}$  есть коэффициент затухания  $\alpha$  (§ 238), а  $2\pi\sqrt{LC}$  — период колебания  $T$ , соответствующий резонансу, а значит, знаменатель написанной формулы есть логарифмический декремент затухания  $\delta = \alpha T$ . Поэтому (формула (238.6))

$$\frac{1}{r\omega_0 C} = Q,$$

где  $Q$  — добротность контура. Следовательно,

$$U_{0C} = \mathcal{E}_0 Q. \quad (250.5)$$

Аналогично амплитуда напряжения на индуктивности есть

$$U_{0L} = i_0 \omega L = \mathcal{E}_0 \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}} = \mathcal{E}_0 Q. \quad (250.6)$$

Таким образом, колебания напряжения на конденсаторе и на индуктивности при резонансе имеют *одинаковые* амплитуды. Однако одно из них ( $U_C$ ) отстает от колебаний тока на  $\pi/2$ , а другое ( $U_L$ ) опережает их на  $\pi/2$ , так что оба колебания имеют разность фаз  $\pi$ . Поэтому их сумма равна *нулю*, и остаются только колебания напряжения на активном сопротивлении. Соотношение между тремя колебаниями напряжения  $U_r$ ,  $U_C$  и  $U_L$  при резонансе изображено при помощи векторной диаграммы на рис. 468. Так как добротность обычных колебательных контуров больше единицы, то амплитуды напряжения  $U_{0C}$  и  $U_{0L}$  *больше* амплитуды напряжения на концах всей цепи.

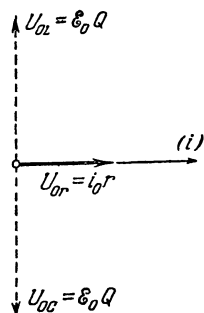


Рис. 468. Векторная диаграмма напряжений при резонансе.

Соотношение между напряжениями на отдельных участках цепи можно исследовать в указанном выше опыте (рис. 467), если к участкам цепи присоединить вольтметры с большим внутренним сопротивлением. В отсутствие резонанса напряжение на активном сопротивлении (показание вольтметра  $B_1$ ) меньше напряжения сети (вольтметр  $B_4$ ), так как часть напряжения падает на реактивном сопротивлении цепи. Однако вследствие наличия разности фаз арифметическая сумма показаний вольтметров  $B_1$ ,  $B_2$  и  $B_3$  значительно *больше* показания  $B_4$ . При резонансе показания  $B_1$  становятся почти равными показаниям  $B_4$  (так как активное сопротивление катушки  $L$  мало). Показания  $B_3$  и  $B_4$  также равны друг другу, но каждый из этих вольтметров обнаруживает напряжение, в несколько раз большее, нежели напряжение сети. Отметим, что добротность колебательных контуров на радиочастотах может достигать нескольких

сотен, и поэтому  $U_{0C}$  и  $U_{0L}$  могут быть в сотни раз больше амплитуды э. д. с., вызывающей вынужденные колебания.

Резонанс напряжений широко применяют в радиотехнике и используют в тех случаях, когда нужно усилить колебания напряжения какой-либо определенной частоты. В качестве примера укажем на устройство входной части радиоприемника (рис. 469). В ней имеется колебательный контур  $LC$  с высокой добротностью, а напряжение с конденсатора контура подается на вход первой лампы усилителя. Приходящие радиосигналы вызывают в антенне быстропеременный ток, который наводит в катушке  $L$  э. д. с. взаимной индукции с некоторой амплитудой  $\mathcal{E}_0$ . Вследствие резонанса на конденсаторе, а значит, и на входе лампы возникает напряжение с амплитудой  $\mathcal{E}_0 Q$ , которая значительно больше амплитуды э. д. с.  $\mathcal{E}_0$ . Это усиление напряжения имеет место только для узкого интервала частот вблизи резонансной частоты контура  $\omega_0$ , что позволяет выделить из многих сигналов различных радиостанций только одно колебание определенной частоты («настроиться» на определенную станцию).

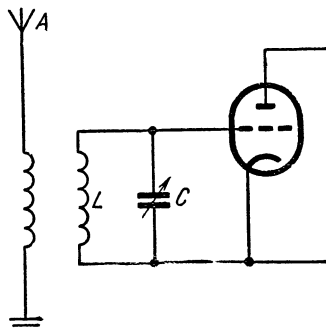


Рис. 469. Входной контур радиоприемника (схематически).

### § 251. Установление колебаний

Вынужденные колебания устанавливаются не сразу, а лишь по прошествии некоторого времени после включения внешней э. д. с. Выясним подробнее, в чем заключается процесс установления колебаний.

Положим, что э. д. с. генератора изменяется по-прежнему по закону

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t,$$

и будем следить за колебаниями заряда конденсатора  $q$ . Вынужденные колебания заряда, как мы знаем, имеют вид:

$$q_b = C \sin(\omega t + \varphi),$$

где амплитуда  $C$  и начальная фаза  $\varphi$  зависят от параметров контура (емкости, индуктивности и сопротивления).

Однако при замыкании цепи в ней возникнут еще и *собственные* колебания, отчего на конденсаторе появится дополнительный заряд, который согласно формуле (234.2) будет изменяться по закону;

$$q_c = Ae^{-at} \sin(\omega_1 t + \psi).$$



Здесь  $\alpha$  есть коэффициент затухания контура, а  $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$  — собственная частота колебаний контура. (В этой формуле вместо  $\cos$  (как в § 238) мы пишем  $\sin$ , что однако, не играет никакой роли, так как начальная фаза  $\psi$  нами пока еще не определена.) Поэтому в первые моменты времени после замыкания цепи будут возбуждаться колебания сложной формы, представляющие собой сумму собственных и вынужденных колебаний, происходящих с различными частотами  $\omega$  и  $\omega_1$ .

С течением времени собственные колебания будут затухать, и когда они практически прекратятся вовсе, мы получим установившиеся вынужденные колебания. Таким образом, время установления колебаний есть время, в течение которого затухают собственные колебания контура. Оно тем больше, чем меньше коэффициент затухания  $\alpha$ .

Остановимся теперь специально на случае резонанса, когда частота генератора  $\omega = \omega_0$ . Будем считать, что затухание контура невелико, так что можно положить частоту собственных колебаний  $\omega_1 \cong \omega_0$ . Тогда колебания заряда будут иметь вид:

$$q = q_c + q_b = Ae^{-\alpha t} \sin(\omega_0 t + \psi) + C \sin(\omega_0 t + \varphi). \quad (251.1)$$

В этой формуле амплитуда собственных колебаний  $A$  и начальная фаза  $\psi$  зависят от начальных условий процесса (ср. § 238). Положим, что мы замыкаем цепь в момент времени  $t = 0$ , причем до замыкания заряда на конденсаторе не было. Тогда начальные условия будут:

$$t = 0: \quad q = 0, \quad i = \frac{dq}{dt} = 0. \quad (251.2)$$

Подставляя (251.1) в первое из начальных условий, имеем:

$$A \sin \psi + C \sin \varphi = 0. \quad (251.3)$$

Второе начальное условие дает:

$$-A\alpha \sin \psi + A\omega_0 \cos \psi + C\omega_0 \cos \varphi = 0.$$

Если, как было предположено выше,  $\alpha \ll \omega_0$ , то первым членом в этом уравнении можно пренебречь по сравнению со вторым членом, и поэтому

$$A \cos \psi + C \cos \varphi = 0. \quad (251.4)$$

Уравнения (251.3) и (251.4) дают:

$$A = C, \quad \psi = \varphi + \pi.$$

Подставляя найденные значения  $A$  и  $\psi$  в (251.1), находим закон изменения заряда конденсатора после замыкания цепи в следующем виде:

$$q = C(1 - e^{-\alpha t}) \sin(\omega_0 t + \varphi). \quad (251.5)$$

Эта зависимость изображена графически на рис. 470. При резонансе в контуре возникают колебания с *возрастающей* амплитудой, которая асимптотически приближается к установившемуся значению. Время, в течение которого практически достигается это установившееся значение, тем больше, чем меньше затухание контура  $\alpha$ . Аналогичные кривые мы получили бы, рассматривая напряжение на конденсаторе и на индуктивности или силу тока в контуре.

В § 250 мы видели, что при резонансе напряжений амплитуда установившихся колебаний тока равна  $i_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{r}$ . Отсюда получается, что если активное сопротивление цепи  $r \rightarrow 0$ , то  $i_0 \rightarrow \infty$ . Физический смысл этого на первый взгляд странного результата заключается в следующем. Когда сопротивление контура неограниченно уменьшается, то и затухание контура

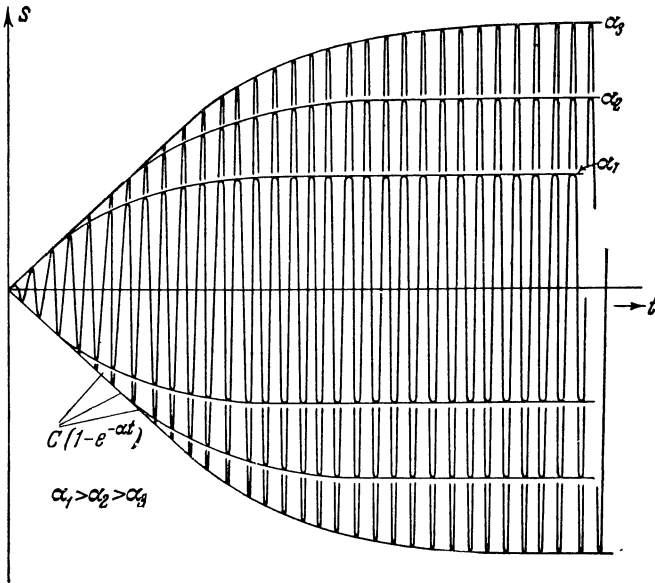


Рис. 470. Установление колебаний при резонансе.

стремится к нулю, а следовательно, время установления колебаний неограниченно увеличивается. Поэтому в действительности в контуре будут колебания *конечной* амплитуды, которая, однако, будет непрерывно возрастать в процессе колебаний.

### § 252. Работа и мощность переменного тока

Рассмотрим теперь, чему равна работа, совершаемая в цепи при наличии в ней переменного тока.

Положим сначала, что цепь имеет только активное сопротивление. В этом случае вся работа тока целиком превращается в тепло.

Пусть напряжение на концах цепи (*a* и *b* рис. 452) есть

$$U = U_0 \sin \omega t.$$

Так как в случае активного сопротивления сдвига фаз между током и напряжением нет, то сила тока изменяется по закону

$$i = i_0 \sin \omega t.$$

В течение малого промежутка времени переменный ток можно рассматривать как ток постоянный, и поэтому мгновенная мощность переменного тока

$$P_t = iU = i_0 U_0 \sin^2 \omega t.$$

Изменение мгновенной мощности с течением времени изображено на рис. 471, а.

Обычно бывает необходимо знать не мгновенное значение мощности, а ее *среднее* значение за большой период времени, охватывающий много периодов колебаний. Так как мы имеем дело с периодическим процессом, то для нахождения этого среднего значения достаточно, очевидно, вычислить среднее значение мощности за один полный период. Работа переменного тока за малое время  $dt$  есть

$$dA = P_t dt = i_0 U_0 \sin^2 \omega t dt,$$

а следовательно, работа  $A_T$  за время полного периода колебаний  $T$  выражается формулой

$$A_T = i_0 U_0 \int_0^T \sin^2 \omega t dt.$$

Но

$$\begin{aligned} \int_0^T \sin^2 \omega t dt &= \int_0^T \sin^2 \frac{2\pi}{T} t dt = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^T \left( 1 - \cos \frac{4\pi}{T} t \right) dt = \frac{1}{2} T. \end{aligned}$$

Поэтому

$$A_T = \frac{1}{2} i_0 U_0 T.$$

Отсюда для средней мощности переменного тока получается выражение:

$$P = \frac{A_T}{T} = \frac{1}{2} i_0 U_0.$$

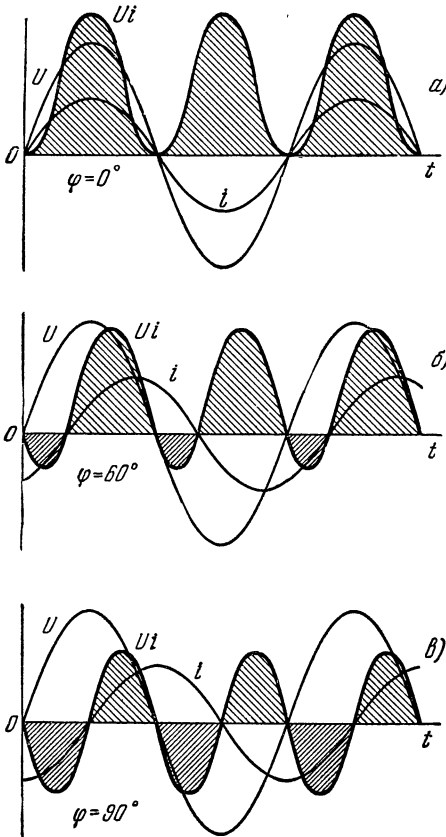


Рис. 471. Колебания мгновенной мощности переменного тока.

а — цепь имеет чисто активное сопротивление, б — сдвиг фаз между током и напряжением  $\varphi = 60^\circ$ , в — случай чисто реактивного сопротивления.

Так как  $U_0 = ri_0$ , то можно также написать:

$$P = \frac{1}{2} i_0 U_0 = \frac{1}{2} r i_0^2 = \frac{1}{2} \frac{U_0^2}{r}.$$

Обозначим через  $i_e$  и  $U_e$  силу и напряжение *постоянного* тока, который выделяет в сопротивлении  $r$  то же количество тепла, что и данный переменный ток. Тогда

$$P = i_e U_e = r i_e^2 = \frac{U_e^2}{r}. \quad (252.1)$$

Сравнивая эти выражения с выражениями для мощности переменного тока, имеем:

$$i_e = \frac{i_0}{\sqrt{2}}, \quad U_e = \frac{U_0}{\sqrt{2}}; \quad (252.2)$$

Сила тока  $i_e$  называется *эффективной* силой переменного тока, а  $U_e$  — *эффективным* напряжением. Пользуясь эффективными значениями, можно, следовательно, выразить среднюю мощность переменного тока теми же формулами (252.1), что и мощность постоянного тока.

Отметим, что силу тока и напряжение переменных токов в электротехнике принято характеризовать их эффективными значениями. Точно так же все амперметры и вольтметры переменного тока обычно градуированы по эффективным значениям тока и напряжения.

Перейдем теперь к общему случаю, когда цепь содержит не только активные сопротивления, но и реактивные. В этом случае между током и напряжением существует *разность фаз*, что существенно меняет дело. Обратимся к рис. 471, б, где изображены кривые колебаний тока  $i$  и напряжения  $U$  при разности фаз  $\varphi = 60^\circ$ , а также кривая изменения мгновенной мощности  $P_t = iU$ . В течение времени от 0 до  $\frac{T}{6}$  ток и напряжение имеют разные знаки и их произведение  $iU$  отрицательно. В последующий промежуток времени, от  $\frac{T}{6}$  до  $\frac{T}{2}$ ,  $i$  и  $U$  имеют одинаковые знаки и мгновенная мощность положительна. Начиная с момента  $\frac{T}{2}$ , мощность снова становится отрицательной, и т. д. Мы имеем, следовательно, колебания мгновенной мощности с *переменной знака*.

Изменение знака мгновенной мощности имеет простой физический смысл. В § 138 мы видели, что, когда генератор посылает ток во внешнюю цепь, в его обмотке развиваются электродинамические силы, *тормозящие* вращение ротора. Для преодоления этих сил двигатель, вращающий генератор, производит определенную работу, и именно за счет этой работы двигателя во внешней цепи совершается работа

тока. Этот случай соответствует положительной мгновенной мощности, и здесь мы имеем, следовательно, передачу энергии от генератора во внешнюю цепь. Напротив, когда мгновенная мощность отрицательна, ток имеет противоположное направление, и электродинамические силы в генераторе *способствуют* вращению ротора. В эти промежутки времени мы могли бы отсоединить двигатель от генератора, причем вращение последнего поддерживалось бы самим током. При этом энергия из внешней цепи (запасенная в электрическом поле конденсатора и в магнитном поле катушек) переходит в генератор. Таким образом, периодическое изменение знака мгновенной мощности означает, что часть энергии колеблется между генератором и внешней цепью, а следовательно, *среднее* значение мощности в этом случае *уменьшается*.

Вычислим среднюю мощность переменного тока при наличии разности фаз. Работа, совершенная во внешней цепи за время  $dt$ ,

$$dA = P_i dt = iU dt.$$

Напряжение  $U$  согласно сказанному в § 249 (см. рис. 464) мы можем разложить на две составляющие: *активную*

$$U_a = U_0 \cos \varphi \sin \omega t,$$

колеблющуюся в *фазе* с током, и *реактивную*

$$U_p = U_0 \sin \varphi \sin \left( \omega t \pm \frac{\pi}{2} \right),$$

смещенную по фазе относительно тока на  $\pm \frac{\pi}{2}$ . Соответственно этому при вычислении работы за полный период  $T$  получим тоже два слагаемых. Одно из них, обусловленное реактивной составляющей напряжения, равно *нулю*, так как

$$\int_0^T \sin \omega t \sin \left( \omega t \pm \frac{\pi}{2} \right) dt = \pm \int_0^T \sin \omega t \cos \omega t dt = 0.$$

Следовательно, полная работа за период определяется только активной составляющей напряжения:

$$A_T = i_0 U_0 \cos \varphi \int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{1}{2} i_0 U_0 T \cos \varphi.$$

Поэтому средняя мощность есть

$$P = \frac{A_T}{T} = \frac{1}{2} i_0 \cdot U_0 \cos \varphi.$$

Вводя сюда эффективные значения  $i_e$  и  $U_e$ , находим окончательно:

$$P = i_e U_e \cos \varphi. \quad (252.3)$$

Полученная формула отличается от (252.1) наличием дополнительного множителя  $\cos \varphi$  (который в электротехнике называют *коэффициентом мощности*). Она показывает, что в общем случае выделяемая в цепи мощность зависит не только от силы тока и напряжения, но еще и от сдвига фаз между напряжением и током.

Если  $\varphi = 90^\circ$ , то  $\cos \varphi = 0$  и средняя мощность равна нулю, как бы ни были велики ток и напряжение. В этом случае количество энергии, передаваемое за четверть периода от генератора во внешнюю цепь, в точности равно энергии, передаваемой из внешней цепи в генератор в течение следующей четверти периода, и *вся* энергия колеблется между генератором и внешней цепью (рис. 471, в).

Зависимость мощности от  $\cos \varphi$  всегда учитывают при проектировании линий электропередачи на переменном токе. Когда питаемые нагрузки имеют большое реактивное сопротивление (например, моторы, обладающие большой индуктивностью), то  $\varphi \neq 0$  и  $\cos \varphi$  может быть заметно меньше единицы. В этих случаях для передачи нужной мощности (при данном напряжении генератора) необходимо увеличивать силу тока  $i_e$ , а это либо приводит к возрастанию бесполезного тепла Ленца — Джоуля, выделяемого в линии, либо требует увеличения сечения проводов (а следовательно, и веса дорогостоящей меди), что повышает стоимость сооружения линии. Поэтому на практике всегда стремятся распределить нагрузки (лампы, моторы, печи и т. д.) таким образом, чтобы  $\cos \varphi$  был по возможности близок к единице.

Формула (252.3) позволяет также полнее понять явление электрического резонанса (§ 250). Мы видели, что при вынужденных электрических колебаниях сила тока и  $\cos \varphi$  зависят от частоты генератора  $\omega$ . При резонансе ( $\omega = \omega_0$ ) сила тока достигает максимума, а  $\cos \varphi$  имеет также наибольшее значение, равное единице. Следовательно, резонанс характеризуется еще и тем, что энергия, передаваемая в контур от генератора, имеет *наибольшее* значение.

## § 253. Разветвление переменных токов

Выше (§§ 249, 250) мы рассматривали цепь, в которой активные и реактивные сопротивления были соединены *последовательно*. Посмотрим теперь, каким образом можно найти соотношение между напряжением и током в цепи, состоящей из ветвей, соединенных *параллельно*, в которой, следовательно, происходит *разветвление* переменного тока.

Пусть цепь состоит из двух ветвей (рис. 472), одна из которых содержит конденсатор емкости  $C$ , а другая — катушку индуктивности  $L$ .

Так как проволочные катушки всегда обладают некоторым сопротивлением, то в этой последней ветви мы будем еще учитывать наличие активного сопротивления  $r$ . К концам цепи  $a$  и  $b$  приложено переменное напряжение, изменяющееся по закону:

$$U = U_0 \sin \omega t. \quad (253.1)$$

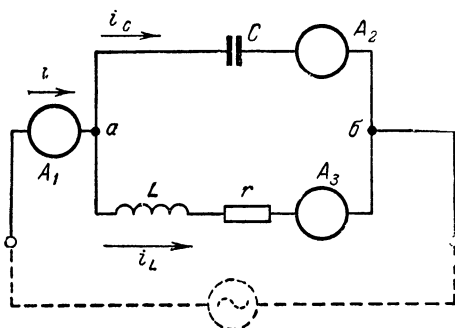


Рис. 472. Разветвление переменных токов.

Требуется определить колебания силы полного тока в цепи (т. е. тока, обнаруживаемого амперметром  $A_1$ , включенным в подводящие провода).

В случае простой неразветвленной цепи общей для всех элементов цепи ( $L, C, r$ ) была сила тока и задача сводилась к сложению колебаний *напряжения* на индуктивности,

емкости и сопротивлению. Для этой цели мы пользовались *векторными диаграммами напряжений*. В рассматриваемом случае, напротив, общим является напряжение между точками  $a$  и  $b$ , а сила тока в ветвях  $i_C$  и  $i_L$  различна. Полная сила тока

$$i = i_L + i_C. \quad (253.2)$$

поэтому задача сводится к сложению колебаний *тока*. Желая и здесь пользоваться методом векторных диаграмм, мы должны будем строить *векторные диаграммы токов*.

Пусть колебания напряжения между точками  $a$  и  $b$  изображаются вектором, направленным вдоль линии  $U$  (рис. 473, «ось напряжений»). Тогда колебания тока в катушке индуктивности изобразятся вектором  $i_{L0}$ . Его длина (амплитуда тока) согласно формуле (249.3), в которой нужно положить  $C = \infty$ , равна

$$i_{L0} = \frac{U_0}{\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}}. \quad (253.3)$$

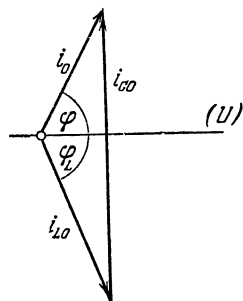


Рис. 473. Векторная диаграмма токов для цепи рис. 472.

Этот вектор повернут относительно оси напряжений на угол  $\varphi_L$  в отрицательном направлении (так как ток в катушке отстает по фазе от напряжения), причем (см. (249.4))

$$\operatorname{tg} \varphi_L = \frac{\omega L}{r}. \quad (253.4)$$

Колебания тока в конденсаторе изображаются вектором  $i_{C0}$ , повернутым относительно оси напряжений на угол  $+\frac{\pi}{2}$ ; его длина (амплитуда тока) равна (см. (249.3),  $L = r = 0$ )

$$i_{C0} = U_0 \omega C. \quad (253.5)$$

Колебания полного тока определяются векторной суммой обоих этих векторов, т. е. вектором  $i_0$ . Его длина есть амплитуда полного тока, а угол  $\varphi$ , образованный с осью напряжений, — угол, на который колебания тока опережают по фазе колебания напряжения. Таким образом, колебания полного тока выражаются формулой:

$$i = i_0 \sin(\omega t + \varphi). \quad (253.6)$$

Так как длины векторов  $i_{L0}$  и  $i_{C0}$  и угол  $\varphi$  определены формулами (253.3) — (253.5), то из треугольника рис. 473 можно найти  $i_0$  и  $\varphi$ , а следовательно, определить и колебания полного тока в цепи.

## § 254. Резонанс токов

Если в цепи, изображенной на рис. 472, изменять  $L$  и  $C$  или частоту генератора  $\omega$ , то изменяются и амплитуда полного тока, и сдвиг фаз между током и напряжением. При некотором соотношении между  $L$ ,  $C$  и  $\omega$  сдвиг фаз  $\varphi$  становится равным нулю и, следовательно, контур ведет себя как чисто активное сопротивление. Этот частный случай вынужденных колебаний в разветвленной цепи называется *резонансом токов*. Векторная диаграмма токов, соответствующая резонансу, показана на рис. 474.

Обычно в катушках индуктивности мы имеем  $\omega L \gg r$ , и угол  $\varphi_L$  очень близок к  $-\pi/2$ . Так как ток  $i_C$  в другой ветви опережает напряжение на угол  $+\pi/2$ , то оба тока  $i_L$  и  $i_C$  обладают разностью фаз, близкой к  $\pi$ , т. е. находятся в противофазах. Поэтому полный ток  $i$  равен приблизительно *разности* токов  $i_L$  и  $i_C$ . При резонансе полный ток становится *наименьшим* (ср. рис. 473 и 474), а следовательно, сопротивление контура достигает *наибольшего* значения. Это сопротивление, однако, в отличие от резонанса напряжений (§ 250) не равно активному сопротивлению  $r$ , включенному в контур, а зависит еще от  $L$  и  $C$  (см. ниже).

Если бы сопротивление  $r$  было равно нулю, то разность фаз между токами  $i_L$  и  $i_C$  была бы точно равна  $\pi$  и оба эти тока при резонансе точно компенсировали бы друг друга. В этом случае ток в подводящих проводах был бы равен нулю, хотя каждый из токов  $i_L$  и  $i_C$  мог бы иметь весьма большие значения. Сопротивление же контура при резонансе было бы равно бесконечности.

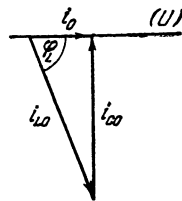


Рис. 474. Векторная диаграмма при резонансе токов.



Для наблюдения резонанса токов можно воспользоваться схемой, изображенной на рис. 472, если включить в нее, помимо амперметра  $A_1$ , измеряющего полный ток, еще амперметры  $A_2$  и  $A_3$  в каждую из ветвей. Источником переменного напряжения может служить осветительная сеть переменного тока. В качестве индуктивности удобно взять дроссель с подвижным железным сердечником, причем величина максимальной индуктивности дросселя должна быть больше той, которая необходима для резонанса. Тогда можно наблюдать следующее. Вначале ток  $i_L$  (показания амперметра  $A_3$ ) значительно меньше тока  $i_C$  (показаний  $A_2$ ) и амперметр  $A_1$  указывает на существование полного тока  $i$  заметной силы (это соответствует рис. 473). При уменьшении индуктивности дросселя ток  $i_L$  увеличивается (ток  $i_C$  остается по-прежнему постоянным), а полный ток  $i$ , равный приблизительно разности  $i_C - i_L$ , при этом уменьшается. При некотором значении индуктивности ток  $i$  становится *наименьшим* (резонанс). При этом амперметры  $A_2$  и  $A_3$  дают мало отличающиеся показания, которые намного больше показаний амперметра  $A_1$ . Это показывает, что оба тока  $i_C$  и  $i_L$  почти противоположны по фазам. При дальнейшем уменьшении индуктивности ток  $i_L$  становится больше тока  $i_C$  и полный ток  $i$  начинает снова увеличиваться.

Найдем условие, при котором наступает резонанс токов. Из рис. 474 видно, что при резонансе

$$i_{C0} = i_{L0} \sin \varphi_L. \quad (254.1)$$

Но из (253.4) следует, что

$$\sin \varphi_L = \frac{\omega L}{\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}}, \quad \cos \varphi_L = \frac{r}{\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}}.$$

Амплитуды же токов  $i_{L0}$  и  $i_{C0}$  имеют значения:

$$i_{L0} = \frac{U_0}{\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}}, \quad i_{C0} = U_0 \omega C.$$

Подставляя эти выражения в (254.1) и считая, что  $\omega^2 L^2 \gg r^2$ , находим условие резонанса токов:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0. \quad (254.2)$$

Таким образом, для резонанса токов, так же как и для резонанса напряжений, частота колебаний  $\omega$  внешнего напряжения должна совпадать с частотой  $\omega_0$  собственных колебаний контура в отсутствие затухания.

Вычислим теперь амплитуду  $i_0$  полного тока при резонансе. Из рис. 474 следует:

$$i_0 = i_{L0} \cos \varphi_L. \quad (254.3)$$

В том же приближении, что и выше ( $\omega^2 L^2 \gg r^2$ ), мы имеем:

$$i_0 = \frac{U_0}{\sqrt{r^2 + \omega_0^2 L^2}} \frac{r}{\sqrt{r^2 + \omega_0^2 L^2}} \cong U_0 \frac{r}{\omega_0^2 L^2} = U_0 \frac{rC}{L}.$$

Поэтому при резонансе

$$R = \frac{U_0}{i_0} = \frac{L}{rC}. \quad (254.4)$$

Если  $r \rightarrow 0$ , то  $R \rightarrow \infty$ . Этот результат уже получен выше с помощью качественных рассуждений.

Отношение резонансного сопротивления  $R$  контура к его активному сопротивлению  $r$  равно квадрату добротности  $Q$  контура (ср. выражение для добротности в § 250):

$$\frac{R}{r} = \frac{L}{r^2C} = Q^2.$$

Так как на радиочастотах можно легко добиться добротности порядка  $10^2$ , то отношение  $\frac{R}{r}$  может быть сделано порядка  $10^4$  и выше.

Таким образом, для переменного тока с частотой  $\omega_0$  (точнее, для узкой полосы частот вблизи  $\omega_0$ , тем более узкой, чем выше добротность контура) колебательный контур представляет собой большое сопротивление, в то время как для всех других частот его сопротивление мало. Это позволяет использовать резонанс токов для выделения одного определенного колебания из сигнала сложной формы, чем и пользуются широко на практике.

В качестве примера укажем на устройство резонансного усилителя, одна из схем которого (в упрощенном виде) показана на рис. 475. В анодной цепи имеется колебательный контур, настраиваемый на частоту сигнала, который желают усилить. Для резонансной частоты контур представляет собой большое сопротивление и колебания анодного тока лампы вызывают на его концах появление переменного напряжения. Для этой частоты (точнее, для узкой полосы частот) резонансный усилитель действует таким же образом, как и усилитель на сопротивлениях, рассмотренный в § 175, причем роль анодного сопротивления играет колебательный контур. Для всех же других частот, заметно отличающихся от резонансной, контур представляет собой практически

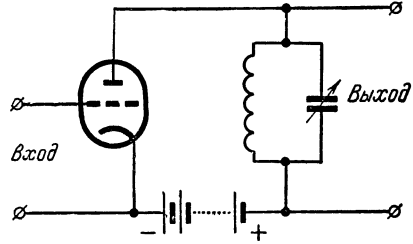


Рис. 475. Резонансный усилитель.

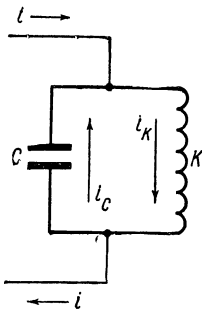


Рис. 476. Схема нагревающего контура индукционной печи.

короткое замыкание анодной цепи и поэтому усиление напряжения получается близким к нулю.

Как уже разъяснялось, при резонансе токов сила токов в обеих ветвях контура может быть сделана намного больше силы тока в подводящих проводах. Это обстоятельство используют при устройстве индукционных печей, в которых нагревание металлов производится

вихревыми токами (§ 146). А именно, параллельно нагревающей катушке  $K$  (рис. 476) присоединяют конденсатор  $C$  и подбирают его емкость таким образом, чтобы получить на частоте питающего генератора резонанс токов. Тогда через генератор и подводящие провода протекает только разностный ток  $i \cong i_K - i_C$ , который может быть в десятки раз меньше тока  $i_K$  в нагревательной катушке.

## § 255. Параметрический резонанс

При изучении электрического резонанса (напряжений и токов) мы рассматривали действие периодической э. д. с. генератора на колебательный контур. Однако оказывается, что аналогичные явления наблюдаются и при внешних воздействиях других типов, причем

возникающие колебания, так же как и при действии э. д. с., существенно зависят от частоты воздействий на контур. Поэтому понятие резонанса можно обобщить и распространить на более широкий класс явлений.

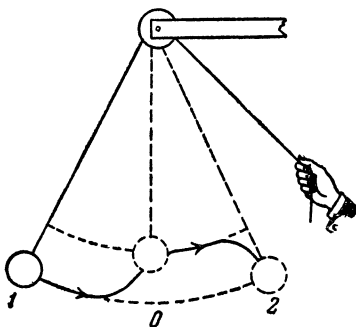


Рис. 477. Параметрический резонанс в механике.

Положим, что внешнее воздействие изменяет один из параметров колебательной системы, и рассмотрим сначала простой механический пример. Пусть имеется маятник, длину которого можно изменять (рис. 477), подтягивая конец нити, перекинутой через блок, или, наоборот, его отпускающей. Будем периодически изменять длину маятника, под-

тягивая нить (уменьшая длину) всякий раз, когда маятник будет находиться вблизи положения равновесия ( $O$ ), и отпуская нить (увеличивая длину) при крайних положениях маятника ( $1$  и  $2$ ), т. е. с частотой, равной удвоенной частоте собственных колебаний маятника. Мы найдем, что маятник начнет совершать колебания с *возрастающей* амплитудой, которая будет увеличиваться до тех пор, пока нить не соскочит с блока. Это будет наблюдаться и в том случае, если частота изменения длины не равна удвоенной собственной частоте, но близка к ней.

В этом опыте мы имеем, следовательно, нарастающие колебания, как и в случае резонанса под действием периодической внешней силы, однако они возникают в результате периодического изменения одного из *параметров* системы (длины). Поэтому описанное явление получило название *параметрического резонанса*.

Причину нарастания колебаний можно объяснить, исходя из энергетических соображений. Когда мы укорачиваем нить в положении  $O$

(рис. 477), то внешняя сила (сила руки) совершает работу не только против силы тяжести, но и против центробежной силы, так как, проходя через положения равновесия  $O$ , маятник имеет наибольшую скорость. При удлинении нити работу совершает маятник. Однако эта работа производится только за счет силы тяжести, так как в положениях  $1$  и  $2$  центробежная сила равна нулю (скорость равна нулю) и поэтому она меньше работы при укорочении нити. Таким образом, в колебательную систему (маятник) непрерывно вводится энергия за счет работы внешней силы, что и приводит к нарастанию колебаний.

Аналогичные явления параметрического резонанса наблюдаются и в электрических колебательных контурах, если параметры контура

(емкость или индуктивность) изменяются периодически. Рассмотрим, например, колебательный контур  $LC$  (рис. 478), имеющий конденсатор с подвижной пластиной, которую можно периодически приближать ко второй пластине или удалять от нее. Положим, далее, что в контуре в силу каких-либо случайных причин возникли колебания и что в момент времени, когда заряд конденсатора проходит через нуль, мы сближаем пластины. Это не будет сопровождаться никакой работой, так как заряд конденсатора равен нулю, а значит, и сила притяжения между пластинами также равна нулю. Через время, равное четверти периода собственных колебаний  $\frac{T}{4}$ , заряд конденса-

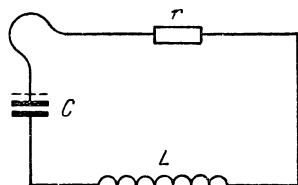


Рис. 478. Колебательный контур с изменяемой емкостью.

тора будет наибольшим. Если в этот момент раздвинуть пластины, то внешние силы совершат работу, затрачиваемую на преодоление взаимного притяжения пластин. При этом емкость конденсатора уменьшится, а напряжение между его обкладками возрастет, способствуя колебаниям в контуре. Если затем опять через время  $\frac{T}{4}$  сближить пластины, то энергия контура не изменится, так как заряд конденсатора в этот момент снова равен нулю. При последующем разведении пластин в контур снова будет введена определенная энергия, и т. д. Поэтому, изменяя достаточно сильно емкость конденсатора с частотой, равной удвоенной частоте собственных колебаний (или близкой к ней), мы получим в контуре электрические колебания с возрастающей амплитудой, которая будет увеличиваться до тех пор, пока конденсатор не будет пробит.

Отметим, что начальные малые колебания и в механических, и в электрических системах всегда возникают под влиянием случайных внешних воздействий, или флуктуаций. Поэтому при достаточно сильном периодическом изменении параметров наблюдается *самовозбуждение*

колебаний. Правильное соотношение между фазой колебаний и фазой изменения параметра осуществляется при этом автоматически, так как усиливаются только те из колебаний, которые имеют нужную начальную фазу.

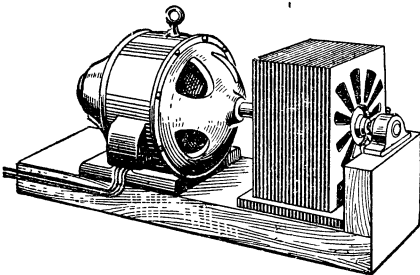


Рис. 479. Первая емкостная параметрическая машина Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси.

Описанный опыт с электрическим параметрическим резонансом был впервые осуществлен Л. И. Мандельштамом и Н. Д. Папалекси в 1933 г. Построенная ими емкостная «параметрическая машина» имела вращающийся конденсатор, содержащий две системы пластин, снабженных радиальными вырезами, одна из которых была неподвижна, а другая приводилась

во вращение с помощью электромотора (рис. 479). Такая машина развивала напряжения до многих тысяч вольт.

Явление параметрического резонанса можно использовать для технического получения переменных токов.

### § 256. Комплексные величины

Для вычисления колебаний тока и напряжения в различных сетях переменного тока особенно удобно пользоваться так называемым *символическим* методом, в котором гармонические колебания разных физических величин представляют в виде *комплексных величин*. Этот метод значительно упрощает все вычисления и поэтому его широко применяют не только в теории переменных токов, но и при исследовании любых механических и электрических колебаний.

Известно, что

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha.$$

Здесь  $\alpha$  — вещественное число, а  $j = \sqrt{-1}$ . Поэтому всякое комплексное число

$$z = x + jy$$

можно представить в показательной форме:

$$z = \rho e^{j\alpha}.$$

При этом вещественную и мнимую части  $x$  и  $y$  комплексного числа  $z$  можно выразить через  $\rho$  и  $\alpha$ :

$$x = \rho \cos \alpha, \quad y = \rho \sin \alpha,$$

и, наоборот,  $\rho$  и  $\alpha$  можно выразить через  $x$  и  $y$ :

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}.$$

Напомним, что  $\rho$  называется *модулем* комплексного числа  $z$ , а  $\alpha$  — его *аргументом*.

Положим теперь, что  $\alpha$  изменяется со временем по закону

$$\alpha = \omega t + \varphi.$$

Тогда  $x$  и  $y$  будут представлять два гармонических колебания:

$$x = \rho \cos(\omega t + \varphi), \quad y = \rho \sin(\omega t + \varphi), \quad (256.1)$$

происходящих с угловой частотой  $\omega$  и имеющих амплитуду  $\rho$  и начальную фазу  $\varphi$ . Согласно сказанному выше оба эти колебания можно выразить при помощи одного комплексного выражения:

$$z = \rho e^{j(\omega t + \varphi)} = \rho e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t}. \quad (256.2)$$

Если мы условимся заранее брать только вещественную часть комплексного выражения (256.2), то мы получим первое из колебаний (256.1); если же мы будем употреблять только мнимую его часть, то получим второе колебание.

Таким образом, гармонические колебания можно описывать либо с помощью тригонометрических функций  $\cos$  и  $\sin$ , либо с помощью комплексных выражений. Последний способ имеет, однако, крупное преимущество в тех случаях, когда приходится складывать несколько колебаний, так как правила сложения комплексных чисел гораздо проще, нежели правила сложения тригонометрических функций.

Если частота  $\omega$  одинакова для всех рассматриваемых колебаний, то множитель  $e^{j\omega t}$  можно не выписывать. В этих случаях мы вполне определим гармоническое колебание, если зададим лишь величину

$$s = \rho e^{j\varphi}, \quad (256.3)$$

которая называется *комплексной амплитудой*. Ее модуль  $\rho$  дает фактическую амплитуду гармонического колебания, а аргумент  $\varphi$  — начальную фазу колебания.

Представление колебаний с помощью комплексных выражений тесно связано с векторными диаграммами. Действительно, если на плоскости (рис. 480) ввести две взаимно перпендикулярные оси и по одной из них ( $X$ ) откладывать вещественную часть  $x$  комплексного числа  $z$ , а по другой ( $jY$ ) — мнимую часть  $ju$ , то число  $z$  будет изображаться на этой плоскости некоторым вектором. Длина этого вектора  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  есть *модуль* комплексного числа  $z$ , а угол  $\varphi = \arctg \frac{y}{x}$ , составленный с вещественной осью  $X$ , равен *аргументу*  $z$ . Поэтому, задавая комплексную амплитуду колебания  $s$

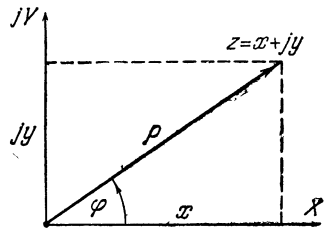


Рис. 480. Изображение комплексного числа при помощи вектора.

(формула (256.3)), мы определяем вектор, длина которого равна амплитуде колебаний, а угол поворота — начальной фазе, т. е. поступаем так же, как и при построении векторной диаграммы колебаний. Различие заключается лишь в том, что в случае векторной диаграммы мы изображаем этот вектор графически, а пользуясь комплексным выражением, задаем его аналитически.

Вернемся теперь к переменным токам и положим, что сила тока в цепи равна  $i = i_0 \sin \omega t$ . Пользуясь комплексными величинами, это колебание можно записать в виде:

$$i = i_0 e^{j\omega t}.$$

Тогда колебания напряжения на чисто активном сопротивлении (§ 246) будут выражаться формулой:

$$U_r = i_0 r e^{j\omega t}.$$

Комплексная амплитуда в данном частном случае оказывается вещественной:

$$U_{r0} = i_0 r, \quad (256.4)$$

что, согласно сказанному выше, обозначает отсутствие сдвига фаз между напряжением и током.

Колебания напряжения на индуктивности (§ 248) опережают по фазе колебания тока на  $\pi/2$ , и поэтому

$$U_L = i_0 \omega L e^{j(\omega t + \frac{\pi}{2})}.$$

Комплексная амплитуда этих колебаний

$$U_{L0} = i_0 \omega L e^{j \frac{\pi}{2}}.$$

Входящий сюда множитель  $e^{j \frac{\pi}{2}}$  изображается на комплексной плоскости (рис. 480) вектором, имеющим длину 1 и направленным вдоль мнимой оси  $jY$ . Поэтому  $e^{j \frac{\pi}{2}} = j$ , а следовательно,

$$U_{L0} = i_0 j \omega L. \quad (256.5)$$

Наконец, для колебаний напряжения на конденсаторе, которые отстают от колебаний тока на  $\pi/2$  (§ 247), получается:

$$U_C = \frac{i_0}{\omega C} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})}.$$

Комплексная амплитуда напряжения на конденсаторе

$$U_{C0} = \frac{i_0}{\omega C} e^{-j \frac{\pi}{2}},$$

или, так как  $e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j = \frac{1}{j}$ ,

$$U_{C0} = I_0 \frac{1}{j\omega C}. \quad (256.6)$$

Рассмотрим теперь, как можно производить сложение колебаний, пользуясь комплексными выражениями. При этом мы везде предполагаем, что речь идет о колебаниях *скалярных* величин (каковыми являются сила тока, заряд конденсатора, напряжение и т. д.).

Суммой комплексных чисел

$$z_1 = x_1 + jy_1, \quad z_2 = x_2 + jy_2, \quad \dots$$

по определению, называют комплексное число

$$Z = X + jY,$$

у которого вещественная и мнимая части  $X$  и  $Y$  суть суммы соответственно вещественных и мнимых частей слагаемых:

$$X = x_1 + x_2 + x_3 + \dots, \quad Y = y_1 + y_2 + y_3 + \dots$$

Если  $z_1, z_2$  и т. д. суть комплексные выражения гармонических колебаний, то величины  $x_1, x_2, x_3, \dots$  и соответственно  $y_1, y_2, y_3, \dots$  представляют собой гармонические колебания (одно из которых описывается функцией  $\cos$ , а другое —  $\sin$ ). Поэтому комплексное выражение  $Z$  будет соответствовать *сумме* складываемых колебаний. Если по-прежнему все колебания имеют одинаковую частоту  $\omega$ , то и здесь общий множитель  $e^{j\omega t}$  можно не выписывать, а достаточно сложить лишь комплексные амплитуды суммируемых колебаний.

Таким образом, мы приходим к следующему правилу: *для сложения нескольких колебаний одинаковой частоты достаточно сложить комплексные амплитуды этих колебаний. Модуль полученного комплексного выражения дает фактическую амплитуду результирующего колебания, а его аргумент — начальную фазу.*

Отметим, что на комплексной плоскости ( $X, jY$ ) сложение комплексных чисел изображается суммированием векторов, представляющих эти комплексные числа, а комплексное число  $Z$ , выражающее искомую сумму, является замыкающим вектором (векторной суммой). Поэтому данное выше правило в точности соответствует построению векторной диаграммы результирующего колебания.

Поясним сказанное на примере. Рассмотрим опять цепь, содержащую последовательно соединенные сопротивление, индуктивность и емкость, и найдем напряжение на концах этой цепи. Оно представляет собой сумму трех напряжений, комплексные амплитуды которых



выражаются формулами (256.4) — (256.6). Поэтому комплексная амплитуда полного напряжения есть

$$i_0 r + i_0 j \omega L + i_0 \frac{1}{j \omega C} = i_0 r + i_0 j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right).$$

Отсюда получаем выражения для фактической амплитуды напряжения (модуль) и для начальной фазы напряжения (аргумент):

$$U_0 = i_0 \sqrt{r^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2},$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r};$$

это совпадает с формулами (249.3) — (249.4).

### § 257. Комплексные сопротивления

Применение комплексных величин для расчетов цепей переменного тока можно еще значительно упростить, если ввести понятие о *комплексном сопротивлении*. Пусть  $i_0$  есть амплитуда силы тока в каком-либо участке цепи, а  $u_0$  — комплексная амплитуда напряжения. Тогда комплексное сопротивление  $z$  этого участка определяется соотношением:

$$u_0 = z i_0. \quad (257.1)$$

Таким образом, комплексное сопротивление участка есть отношение комплексной амплитуды напряжения к амплитуде силы тока.

Если мы умножим обе части формулы (257.1) на  $e^{j\omega t}$ , то слева мы получим *мгновенное* значение напряжения  $u = u_0 e^{j\omega t}$ , справа же вместо  $i_0$  войдет  $i = i_0 e^{j\omega t}$ , т. е. мгновенная сила тока. Поэтому для мгновенных значений напряжения и тока справедлива формула, аналогичная (257.1):

$$u = z i. \quad (257.2)$$

Найдем, чему равны комплексные сопротивления в различных частных случаях. Пусть участок цепи имеет только активное сопротивление  $r$ . Тогда, если амплитуда тока есть  $i_0$ , то амплитуда напряжения согласно (256.4) равна  $u_{r0} = i_0 r$ , а следовательно,

$$z_r = r. \quad (257.3)$$

В этом частном случае комплексное сопротивление не имеет вовсе мнимой части и равно активному сопротивлению участка.

Если участок цепи содержит только индуктивность  $L$ , то согласно (252.5)  $u_{L0} = i_0 j \omega L$ , поэтому

$$z_L = j \omega L. \quad (257.4)$$

Совершенно так же находим, что в случае конденсатора (формула (256.6)) комплексное сопротивление равно

$$z_C = \frac{1}{j \omega C}. \quad (257.5)$$

Представим себе теперь, что мы имеем какую-нибудь цепь переменного тока, которая может быть сколь угодно сложной. Так как мы рассматриваем только квазистационарные токи, то для мгновенных значений электрических величин справедливы те же законы Кирхгофа, что и для постоянных токов. Поэтому для любого замкнутого контура (например, контура 1—2—3—4—5, рис. 481) мы имеем (второй закон Кирхгофа):

$$\sum_k z_k i_{0k} e^{j\omega t} = \sum_k e_{0k} e^{j\omega t},$$

где  $e_{0k}$  — комплексные амплитуды э. д. с. генераторов. Сокращая обе части на  $e^{j\omega t}$ , получим соответствующее уравнение для амплитуд:

$$\sum_k z_k i_{0k} = \sum_k e_{0k}. \quad (257.6)$$

Точно так же для любой точки разветвления цепи справедлив первый закон Кирхгофа, который после сокращения на общий множитель  $e^{j\omega t}$  имеет вид:

$$\sum_p i_{0p} = 0. \quad (257.7)$$

Таким образом, мы видим, что законы постоянного тока применимы не к обычным фактическим амплитудам тока, напряжения и э. д. с., но к *комплексным амплитудам* этих величин, причем под сопротивлениями отдельных участков цепи нужно понимать их *комплексные сопротивления*. Поэтому решение задачи о любой цепи переменного тока можно получить из соответствующего решения для постоянного тока, если силу тока, напряжение и э. д. с. заменить их комплексными амплитудами, а сопротивление участков — их комплексными сопротивлениями.

Отсюда, в частности, получается следующее простое правило для вычисления сопротивления цепей: *чтобы найти сопротивление цепи для переменного тока, нужно в этой цепи мысленно заменить каждую индуктивность  $L$  на ее комплексное сопротивление  $j\omega L$ , каждую емкость  $C$*

*— на  $\frac{1}{j\omega C}$ , а все активные сопротивления оставить без изменений. Затем с указанными комплексными сопротивлениями нужно произвести те же операции, что и при вычислении сопротивления для постоянного тока, складывая при последовательном соединении сопротивления, а при параллельном — их обратные величины (проводимости). Полученная в результате этого комплексная величина  $Z = X + jY$  и будет представлять собой полное комплексное сопротивление цепи. Эта величина получила название *импеданса цепи*. Ее вещественная часть  $X$  есть активное сопротивление цепи, а мнимая часть  $Y$  — реактивное сопротивление. Модуль импеданса  $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$  дает величину полного сопротивления цепи для переменного тока и определяет амплитуду силы тока при заданной амплитуде напряжения на концах цепи:*

$$i_0 = \frac{U_0}{R}.$$

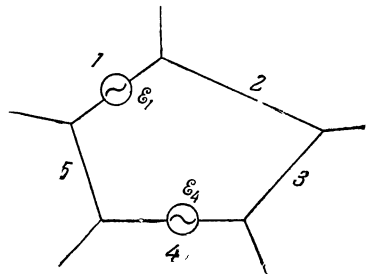


Рис. 481. Разветвленная цепь переменного тока.

Аргумент импеданса дает угол  $\varphi$ , на который напряжение опережает ток в цепи:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Y}{X}.$$

Рассмотренный метод комплексных сопротивлений весьма удобен для практических расчетов и поэтому широко применяется в электротехнике. Он исключительно прост и не требует вычисления сдвигов фаз (что необходимо при построении векторных диаграмм), так как они уже учтены в комплексных сопротивлениях.

По сравнению с векторными диаграммами этот метод обладает еще и тем преимуществом, что позволяет вести расчеты с какой угодно точностью, в то время как векторные диаграммы, как и всякий графический метод, отличаются большей наглядностью, но не обеспечивают точности.

Для иллюстрации метода комплексных сопротивлений рассмотрим некоторые простейшие примеры.

**Пример 1.** Цепь содержит последовательно соединенные активное сопротивление  $r$  и индуктивность  $L$  (рис. 482, а).

Так как при последовательном соединении складываются сопротивления, то импеданс цепи есть

$$Z = r + j\omega L.$$

Поэтому полное сопротивление цепи

$$R = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2},$$

а напряжение опережает ток по фазе на угол

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L}{r}.$$

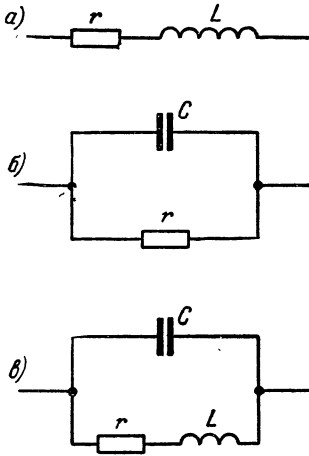


Рис. 482. Примеры простых цепей.

**Пример 2.** Цепь состоит из конденсатора с емкостью  $C$ , параллельно которому присоединено активное сопротивление  $r$  (конденсатор с утечкой, рис. 482, б).

При параллельном соединении складываются проводимости участков. Поэтому если  $Z$  есть импеданс цепи, то

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{r} + j\omega C.$$

Отсюда

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{r} + j\omega C}.$$

Чтобы привести это выражение к виду  $Z = X + jY$ , умножим и разделим правую часть на  $(\frac{1}{r} - j\omega C)$ . Тогда

$$Z = \frac{\frac{1}{r} - j\omega C}{\frac{1}{r^2} + \omega^2 C^2} = \frac{r - j\omega r^2 C}{1 + \omega^2 r^2 C^2} = X + jY.$$

Полное сопротивление цепи

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = \frac{r}{\sqrt{1 + \omega^2 r^2 C^2}},$$

а угол  $\varphi$ , на который напряжение опережает ток, есть

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{Y}{X} = -\operatorname{arctg} \omega r C.$$

В данном случае угол  $\varphi$  оказывается отрицательным, а значит, напряжение отстает по фазе от тока (как и должно быть при емкостном характере цепи).

**Пример 3.** Цепь, которую мы рассматривали при изучении резонанса токов (рис. 482, в).

В этом случае мы должны найти сначала сопротивление  $Z_1$  ветви, содержащей индуктивность. Так как  $r$  и  $L$  соединены здесь последовательно (пример 1), то

$$Z_1 = r + j\omega L.$$

Обе же ветви цепи соединены между собой параллельно. Поэтому для импеданса  $Z$  всей цепи имеем:

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{r + j\omega L} + j\omega C.$$

Выражая отсюда  $Z$  и уничтожая мнимость в знаменателе, находим после несложных преобразований:

$$Z = \frac{r + j\omega [L(1 - \omega^2 LC) - Cr^2]}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 C^2 r^2}.$$

Найдем условие, при котором мнимая часть импеданса (реактивное сопротивление) обращается в нуль. Этот случай вынужденных колебаний, как мы знаем (§ 254), называется *резонансом токов*.

Условие этого есть

$$L(1 - \omega^2 LC) - Cr^2 = 0.$$

Считая, как и раньше,  $\omega^2 L^2 \gg r^2$ , находим, что резонанс токов наступит при частоте  $\omega_0$ , равной

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Подставляя это значение в выражение для  $Z$  и учитывая, что  $(1 - \omega_0^2 LC) = 0$ , получаем резонансное сопротивление контура:

$$Z_{\text{рез}} = \frac{L}{Cr}.$$

Эти результаты мы уже получили раньше (§ 254) другим способом.

**Пример 4.** Для измерения емкости конденсаторов употребляют мостовую схему, работающую на переменном токе (рис. 483). Она подобна схеме моста на постоянном токе, но отличается от нее тем, что в два плеча схемы включены конденсаторы вместо сопротивлений. К двум противоположным точкам схемы (например, к  $a$  и  $b$ , рис. 483) присоединен миниатюрный генератор переменной э. д. с. (зуммер), а к двум другим ( $v$  и  $z$ ) — индикатор переменного тока (например, телефон  $T$ ). Процесс измерения заключается

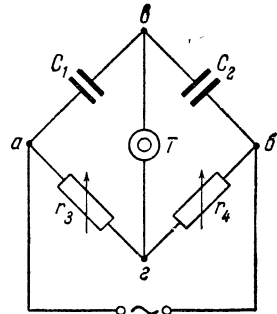


Рис. 483. Мост для измерения емкостей.

в том, что, меняя величину сопротивлений двух других плеч  $r_3$  и  $r_4$ , добиваются такого положения, чтобы между точками  $\beta$  и  $z$  колебания напряжения были равны нулю (равновесие моста), т. е. в телефоне не было слышно звука. Найдем условие равновесия моста.

Если бы мы имели ток постоянный, а вместо конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$  были включены сопротивления  $r_1$  и  $r_2$ , то при равновесии мы имели бы:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4}.$$

В случае переменного тока, как мы знаем, нужно пользоваться комплексными сопротивлениями, т. е. заменить  $r_1$  на  $\frac{1}{j\omega C_1}$ , а  $r_2$  — на  $\frac{1}{j\omega C_2}$ .

Поэтому условие равновесия моста на переменном токе есть

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{r_3}{r_4}.$$

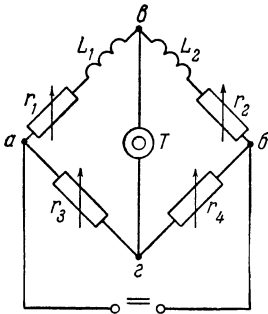


Рис. 484. Мост для измерения индуктивностей.

Измеряя на опыте отношение  $r_3/r_4$ , необходимое для равновесия моста, и зная емкость одного из конденсаторов, отсюда можно определить неизвестную емкость другого конденсатора.

Отметим, что при расчетах мы предполагали, что активные сопротивления плеч моста, содержащих конденсаторы, малы по сравнению с емкостными сопротивлениями, что обычно и имеет место на практике.

**Пример 5.** При помощи схемы моста на переменном токе можно измерять не только емкости, но и индуктивности. Однако, так как катушки индуктивности обычно обладают заметным сопротивлением, то здесь уже нельзя пренебрегать активным сопротивлением плеч моста, содержащих катушки, по сравнению с их индуктивным сопротивлением.

Схема моста для измерения индуктивностей изображена на рис. 484. Она содержит *четыре* переменных (безиндукционных) сопротивления  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  и  $r_4$ , причем под  $r_1$  и  $r_2$  мы будем понимать в дальнейшем полные активные сопротивления плеч 1 и 2, включая и сопротивления катушек.

Комплексное сопротивление плеча 1 (ср. пример 1) есть  $r_1 + j\omega L_1$ , а для плеча 2 оно соответственно равно  $r_2 + j\omega L_2$ . Поэтому условие равновесия моста на переменном токе есть

$$\frac{r_1 + j\omega L_1}{r_2 + j\omega L_2} = \frac{r_3}{r_4},$$

или иначе

$$r_1 + j\omega L_1 = \frac{r_3}{r_4} (r_2 + j\omega L_2).$$

Но для равенства двух комплексных выражений необходимо, чтобы были равны их вещественные и мнимые части порознь. Поэтому мы получаем *два* условия:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4}, \quad \frac{L_1}{L_2} = \frac{r_3}{r_4}.$$

Наличие двух условий соответствует тому физическому обстоятельству, что для равновесия моста необходимо, чтобы колебания потенциала в точках  $\beta$  и  $z$  (рис. 484) имели не только одинаковые амплитуды, но и одинаковые фазы, ибо только в этом случае можно добиться, чтобы разность потенциалов

точек  $v$  и  $z$  была равна нулю в любой момент времени, что необходимо для отсутствия звука в телефоне.

Первое условие есть условие равновесия моста при постоянном токе. Следовательно, равновесие при переменном токе возможно только в том случае, если одновременно мост уравновешен и для постоянного тока.

В соответствии с этим при измерении индуктивностей к точкам  $a$  и  $b$  мостовой схемы (рис. 484) прикладывают попеременно либо постоянное напряжение (заменяя при этом телефон  $T$  на гальванометр), либо переменное напряжение и, изменяя все четыре сопротивления  $r_1, r_2, r_3$  и  $r_4$ , добиваются, чтобы мост был в равновесии в обоих случаях. Тогда из второго условия равновесия можно определить отношение индуктивностей, а если одна из индуктивностей известна, то можно найти и значение второй неизвестной индуктивности.

## ГЛАВА XXII

### ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ ВДОЛЬ ПРОВОДОВ

#### § 258. Распределенные системы

До сих пор мы имели дело с простыми колебательными контурами, в которых емкость практически была сосредоточена в одном определенном месте контура (конденсаторе), а индуктивность — в другом (катушке). Рассмотрим теперь системы, в которых емкость и индуктивность распределены непрерывно.

Такие *распределенные* системы можно рассматривать как предельный случай систем с сосредоточенными постоянными. Простому контуру (рис. 485, *a*) соответствует в механике материальная точка, движущаяся в определенном направлении под действием упругой силы. Она имеет *единственную* степень свободы (см. Механику) и может совершать собственные колебания с *одной* определенной частотой. Подобно этому простой электрический контур характеризуется единственной собственной частотой  $\omega_0$ .

Рассмотрим теперь два простых контура, связанных между собой при помощи общей емкости (рис. 485, *b*). Соответствующая

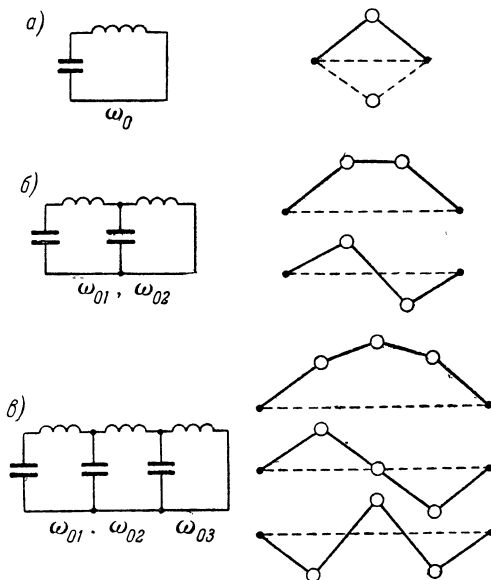


Рис. 485. Колебания с одной (*a*), двумя (*b*) и тремя (*в*) степенями свободы.

механическая система состоит из двух материальных точек и обладает *двумя* степенями свободы. В ней возможны *два* разных типа собственных колебаний, происходящих с различной частотой. Аналогично этому в двух связанных электрических контурах возможны два различных собственных электрических колебания с *двумя* частотами  $\omega_{01}$  и  $\omega_{02}$ .

В случае контура, изображенного на рис. 485, *в*, мы имеем дело с *тремя* степенями свободы, и здесь возможны *три* различных колебания с *тремя* частотами  $\omega_{01}$ ,  $\omega_{02}$  и  $\omega_{03}$ .

Представим себе теперь, что в контуре, изображенном на рис. 485, мы неограниченно увеличиваем число звеньев и соответственно уменьшаем величину индуктивности и емкости каждого звена. Тогда в пределе мы получим двухпроводную линию, в которой индуктивность и емкость *непрерывно* распределены по всей длине. В механике ей соответствует резиновый шнур или струна с непрерывно распределенными массой и упругостью. Число степеней свободы струны равно *бесконечности* и поэтому в ней возможно бесконечное количество собственных колебаний. То же самое мы имеем и в электрических распределенных системах: количество различных собственных колебаний в таких системах равно бесконечности.

Из механики известно, что колебательные движения струны (как и всякой механической распределенной системы) представляют собой механические *волны*. Различные собственные колебания ограниченной струны суть не что иное, как возможные в струне *стоячие волны*, называемые иначе *нормальными колебаниями*. Аналогично этому электрические колебания в распределенных электрических системах представляют собой *электромагнитные волны*, к рассмотрению которых мы и обратимся.

### § 259. Электромагнитный импульс вдоль проводов

Рассмотрим двухпроводную линию, неограниченно простирающуюся в обе стороны, и положим, что источник переменного тока создает в какой-либо точке линии  $O$  (рис. 486, *а*) электрическое поле  $E$ . Опыт показывает, что электрическое поле *распространяется* вдоль линии. Поставим теперь вопрос: посредством каких процессов происходит это распространение поля?

Один из способов передачи электрического поля нам уже известен; он заключается в возникновении *токов проводимости*. При этом электроны в проволоках перемещаются вдоль линии и при движении переносят свой электрический заряд, а вместе с этим и электрическое поле.

Однако наряду с этим существует и другой процесс передачи поля, который в очень многих явлениях играет главную роль. Он был открыт Максвеллом и состоит в распространении *электромагнитных волн*.

Рассмотрим сначала это явление качественно. Положим, что в данный момент времени электрическое поле  $E$  увеличивается. Согласно основному положению теории Максвелла (§ 150) *изменяющееся электрическое поле, т. е. ток смещения, вызывает появление магнитного поля.*

Величина и направление этого магнитного поля соответствуют

$$\text{току с плотностью } \mathbf{j} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \text{ (мы будем предполагать, что линия находится в вакууме или же, что практически то же самое, в атмосферном воздухе).}$$

Так как поле  $E$  увеличивается, то  $\frac{\partial E}{\partial t} > 0$  и направление тока смещения  $\mathbf{j}$  совпадает с направлением  $\mathbf{E}$ . Применяя правило правого буравчика, мы находим, что магнитное поле  $\mathbf{H}$  направлено так, как показано на рис. 486, а.

Но согласно второму основному положению теории Максвелла (§ 145) *изменяющееся магнитное поле вызывает появление вихревого электрического поля.* Поэтому

в последующий момент времени возникнет электрическое поле  $E_1$ . Оно будет направлено так же, как и индукционный ток, который возник бы в замкнутом проводнике под действием возрастающего поля  $\mathbf{H}$  (рис. 486, а).

Если бы проводов линии не было, то силовые линии поля содержали бы участки, отмеченные на рисунке пунктиром. При наличии проводов в них возникнет ток проводимости  $i$  (рис. 486, а). Если провода сделаны из хорошо проводящего материала (металл), то напряженность электрического поля в них будет весьма мала и пунктирных участков силовых линий практически не будет.

Возрастающее электрическое поле  $E_1$  представляет собой ток смещения, который вызовет появление магнитного поля  $H_1$ . Из рис. 486, а видно, что поле  $E_1$  в точке  $O$  направлено противоположно полю  $E$ , а следовательно, будет уничтожать это последнее, а поле  $H_1$  будет уничтожать поле  $H$ . Поэтому первоначальное поле  $E$

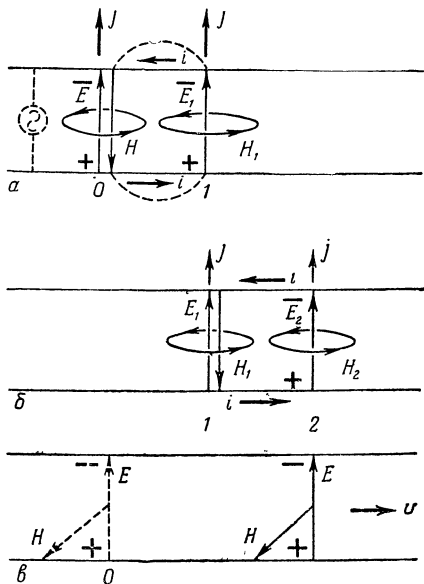


Рис. 486. Распространение электромагнитного импульса вдоль проводов.



и вызванное им поле  $\mathbf{H}$  исчезнут, но зато появятся поля  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{H}_1$  в соседней точке линии 1 (рис. 486, б).

В последующие моменты времени явления будут происходить аналогично. Возрастающее поле  $\mathbf{H}_1$  вызовет появление вихревого электрического поля  $\mathbf{E}_2$ , а это последнее, увеличиваясь, приведет к возникновению магнитного поля  $\mathbf{H}_2$ . Поля  $\mathbf{E}_2$  и  $\mathbf{H}_2$  уничтожат поля  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{H}_1$  в точке 1 и проявятся в соседней точке 2, еще более удаленной от места первоначального возмущения (рис. 486, б). Поэтому электрические и магнитные поля, взаимно превращаясь и поддерживая друг друга, будут распространяться вдоль линии (рис. 486, в). Этот процесс вполне подобен распространению механического импульса вдоль резинового шнура или струны и может быть назван распространением *электромагнитного импульса*.

Для правильного понимания описанных явлений нужно иметь в виду, что точки 0, 1, 2 и т. д. (рис. 486) находятся *бесконечно близко* друг к другу. Поэтому поля  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{H}_1$  и т. д. относятся к *одной и той же точке*. Следовательно, там, где электрическое поле  $\mathbf{E}$  имеет максимум, там имеет максимум и магнитное поле  $\mathbf{H}$ ; в тех же точках, где поле  $\mathbf{E}$  равно нулю, не имеется и поля  $\mathbf{H}$ . Это обстоятельство нам придется неоднократно учитывать в дальнейшем.

Из рис. 486 видно, что направления полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  перпендикулярны друг другу и в свою очередь перпендикулярны к скорости распространения  $\mathbf{v}$ :

$$\mathbf{E} \perp \mathbf{H} \perp \mathbf{v}.$$

Эти три вектора связаны правилом буравчика: направление  $\mathbf{v}$  совпадает с направлением поступательного движения буравчика с правой нарезкой, если его рукоятка вращается в направлении от  $\mathbf{E}$  к  $\mathbf{H}$ .

Отметим, наконец, что выше мы рассматривали только половину линии, находящуюся справа от точки 0. Очевидно, что такие же явления будут происходить и в левой части линии и поэтому поля будут распространяться *в обе стороны* от места первоначального возмущения.

Таким образом, существуют *два* различных процесса передачи поля: с помощью *токов проводимости* и при помощи *токов смещения* (электромагнитных волн). Если быстрота изменения полей мала (*малые частоты*), то токами смещения можно пренебречь по сравнению с токами проводимости и последние играют основную роль. В этом случае электрические явления существенно зависят от сопротивления линии и, следовательно, от материала проводов. Если же поля изменяются быстро (*большие частоты*), то основную роль играют токи смещения и электрические явления определяются

электромагнитными волнами. При этом, как мы видели, основные процессы происходят *между* проводниками, в окружающей среде, и электрические явления практически не зависят от свойств материала проводов.

### § 260. Электромагнитные волны

Положим теперь, что в точке  $O$  (рис. 487) безграничной линии электрическое поле изменяется по гармоническому закону:

$$E = E_0 \sin \omega t.$$

Электромагнитное поле будет распространяться вдоль линии, а следовательно, в какой-либо точке линии, удаленной на расстояние  $x$

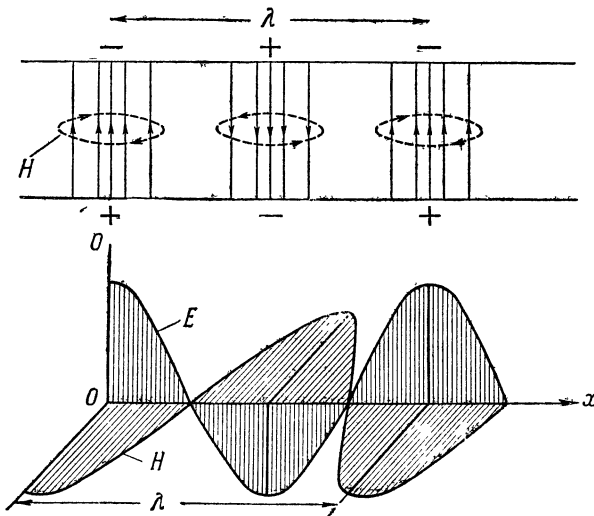


Рис. 487. Распределение электрического и магнитного полей в распространяющейся волне.

от точки  $O$ , также возникнут гармонические колебания поля. Однако распространение поля происходит с *конечной* скоростью  $v$ , так что колебания в точке  $x$  будут *запаздывать* относительно колебаний в  $O$  на время распространения импульса  $\tau = \frac{x}{v}$ . Следовательно, колебания электрического поля в точке  $x$  будут:

$$E = E_0 \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right). \tag{260.1}$$

В § 259 мы видели, что максимумы электрического поля при распространении электромагнитного импульса совпадают с максимумами

магнитного поля. Поэтому колебания магнитного поля в точке  $O$  будут:

$$H = H_0 \sin \omega t,$$

а в точке  $x$

$$H = H_0 \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right). \quad (260.1a)$$

Формулы (260.1) и (260.1a) выражают закон изменения электрического и магнитного полей в волне, распространяющейся в одном определенном направлении, а именно в направлении *положительной* оси  $X$ . Они называются *уравнением волны*. Если волна распространяется в противоположном направлении (вдоль отрицательной оси  $X$ ), то уравнение волны будет:

$$E = E_0 \sin \omega \left( t + \frac{x}{v} \right), \quad H = H_0 \sin \omega \left( t + \frac{x}{v} \right). \quad (260.2)$$

Мгновенное распределение электрических и магнитных полей в электромагнитной волне изображено на рис. 487. Для данного момента времени электрическое и магнитное поля достигают максимума в *одних и тех же точках* и в *одних и тех же точках* проходят через нуль. Если же следить за изменениями полей в какой-либо определенной точке линии, то оба поля  $E$  и  $H$  будут *одновременно* проходить через максимумы и одновременно через нулевые значения. Или иначе: в *распространяющейся электромагнитной волне колебания электрического и магнитного полей находятся в фазе*. Отметим, что аналогичные фазовые соотношения мы имеем и в механических волнах, где колебания деформации и скорости (потенциальной и кинетической энергии) также находятся в фазе (см. Механику).

Расстояние между двумя точками, колебания в которых отличаются по фазе на  $2\pi$  (например, между двумя соседними максимумами, рис. 487), есть *длина электромагнитной волны*  $\lambda$ . Она равна расстоянию, на которое распространяется волна за время одного периода колебания  $T$ . Если  $v$  есть скорость распространения электромагнитных волн (скорость распространения фазы колебаний), то

$$\lambda = vT. \quad (260.3)$$

Пользуясь соотношением (260.3) и учитывая, что  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , уравнения волны (260.1) и (260.2) можно записать и в следующем виде:

$$E = E_0 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda} \right) = E_0 \sin (\omega t \mp kx). \quad (260.4)$$

Здесь  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  (*волновое число*). Такая же формула будет справедлива и для магнитного поля.

Уравнение волны в комплексной форме имеет вид:

$$E = E_0 e^{j(\omega t \mp kx)}.$$

Следовательно, комплексная амплитуда колебаний в волне равна

$$E_0 e^{\mp jkx}. \quad (260.5)$$

В предыдущих формулах мы считали, что амплитуды колебаний электрического и магнитного полей  $E_0$  и  $H_0$  постоянны, т. е. волна распространяется без затухания. Однако при наличии электромагнитной волны в проволоках линии появляются токи проводимости (рис. 486). Так как сопротивление реальной линии не равно нулю, то в ней развивается тепло Ленца — Джоуля, которое выделяется за счет энергии электромагнитного поля. Поэтому в действительности амплитуды  $E_0$  и  $H_0$  по мере продвижения электромагнитной волны постепенно уменьшаются. Написанные формулы справедливы точно при условии, что сопротивление линии равно нулю. Их можно приблизительно применять и для реальной линии, если рассматривать лишь участок линии такой длины, что затухание волны на нем невелико.

### § 261. Стоячие электромагнитные волны

Распространяющиеся электромагнитные волны возникают в очень длинных линиях, которые практически можно рассматривать как неограниченные. Во многих случаях, однако, приходится иметь дело с короткими линиями, на протяжении которых укладывается сравнительно небольшое число длин волн. В этих случаях существенную роль играет *отражение* электромагнитных волн от концов линии. Отраженные волны складываются между собой и с первоначальной волной, в результате чего возникают более сложные формы электромагнитных колебаний — *стоячие электромагнитные волны*, подобные стоячим механическим волнам в упругом шнуре или струне.

Для выяснения основных особенностей стоячих электромагнитных волн достаточно рассмотреть только две волны: первичную и одну отраженную от конца линии. Введем координатную ось  $X$ , направленную вдоль линии (рис. 488), и положим, что колебания электрического поля первичной волны в точке линии  $O$  имеют вид

$$E_1 = E_0 \sin \omega t. \quad (261.1)$$

Тогда колебания в точке линии  $x$  будут:

$$E_1 = E_0 \sin(\omega t - kx). \quad (261.2)$$

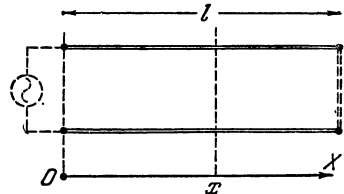


Рис. 488. Ограниченная двухпроводная линия.

Считая, что волна отражается полностью, колебания поля отраженной волны в той же точке  $x$  можно представить формулой

$$E_2 = E_0 \sin(\omega t + kx - \varphi). \quad (261.3)$$

Здесь знак  $+$  у слагаемого  $kx$  выражает то, что отраженная волна распространяется в отрицательном направлении оси  $X$  (справа налево, рис. 488). Угол же  $\varphi$  имеет следующий смысл. Полагая в формуле (261.3)  $x=0$  и сравнивая ее с (261.1), мы видим, что  $\varphi$  есть запаздывание по фазе колебаний поля отраженной волны в точке  $O$  по сравнению с колебаниями первичной волны в той же точке. Это запаздывание имеет две причины. Во-первых, до возвращения в точку  $O$  волна должна дважды пройти всю длину линии  $l$ , отчего возникает отставание по фазе  $2\pi \frac{2l}{\lambda}$ . Во-вторых, как мы увидим ниже, возможно изменение фазы колебаний при самом отражении. Для учета этих обоих явлений мы и ввели в (261.3) угол  $\varphi$ , точное значение которого для нас пока не важно.

Складываясь, обе волны дают результирующее поле:

$$E = E_1 + E_2 = E_0 [\sin(\omega t - kx) + \sin(\omega t + kx - \varphi)].$$

Применяя известную формулу тригонометрии о сумме синусов и учитывая еще, что  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ , находим:

$$E = 2E_0 \cos\left(kx - \frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(\omega t - \frac{\varphi}{2}\right). \quad (261.4)$$

Формула (261.4) показывает, что в линии будут происходить гармонические колебания поля с частотой первичной волны  $\omega$  и с начальной фазой  $-\frac{\varphi}{2}$ . Однако амплитуда этих колебаний

$$E_a = 2E_0 \cos\left(kx - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (261.5)$$

оказывается зависящей от координаты  $x$  и потому *различна в различных точках линии*. В определенных точках  $E_a$  достигает максимума. Эти точки называются *пучностями* электрического поля. Их координаты  $x_n$  определяются условием:

$$kx_n - \frac{\varphi}{2} = 0, \pi, 2\pi, \dots, n\pi.$$

Для расстояния  $\Delta x$  между двумя соседними пучностями имеем:

$$k \Delta x = \pi.$$

Так как  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , то отсюда

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}. \quad (261.6)$$

В точках, называемых *узлами* электрического поля, амплитуда  $E_a$  обращается в нуль. Координаты узлов  $x_y$  можно найти из условия:

$$kx_y - \frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots, (2n+1)\frac{\pi}{2}.$$

Следовательно, два соседних узла отстоят друг от друга на расстояние

$$\Delta x = \frac{\pi}{k} = \frac{\lambda}{2}.$$

*Расстояние между соседними узлами такое же, как и между пучностями, и равно половине длины волны  $\frac{\lambda}{2}$ .*

Рис. 489 поясняет характер колебаний поля в стоячей электромагнитной волне; вдоль горизонтальной оси отложены перемещения  $x$  вдоль линии, а по вертикальной оси — амплитуда колебаний поля  $E_a$ . Во всех точках между двумя соседними узлами (0—1, 1—2 и т. д.) колебания происходят с одинаковой начальной фазой, так что  $E$  во всех точках *одновременно* достигает максимума и одновременно обращается в нуль (в соответствии с формулой (261.4)). Но при переходе через каждый узел  $\cos(kx - \frac{\varphi}{2})$  изменяет знак, что соответствует *изменению фазы колебаний на  $\pi$* .

Выше мы рассматривали только колебания электрического поля. Обратимся теперь к магнитному полю.

В § 260 мы видели, что в *распространяющейся* волне колебания

электрического и магнитного полей  $E$  и  $H$  находятся в *фазе*. В *стоячей* электромагнитной волне это уже не имеет места, и между колебаниями  $E$  и  $H$  существует разность фаз, а пучности электрического поля *не совпадают* с пучностями магнитного поля.

Причина этого различия заключается в том, что при отражении электромагнитной волны от конца линии происходит *изменение фазы* колебаний. Необходимость этого явления ясна из следующих рассуждений. Мы знаем (§ 259), что направления векторов  $E$  и  $H$  связаны с направлением скорости распространения  $v$  правилом правого буравчика. Положим, что волна (первичная) движется слева направо и что расположение векторов  $E$  и  $H$  в волне в конце линии такое, как показано на рис. 490, а. Чтобы скорость волны изменилась на противоположную, нужно, чтобы *один* из векторов

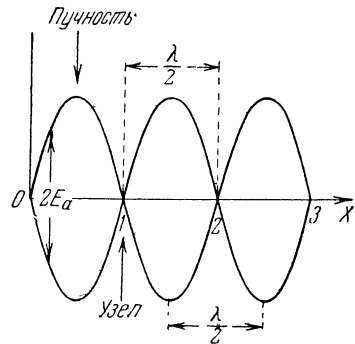


Рис. 489. Колебания электрического поля в стоячей волне.

$E$  или  $H$  изменил знак (рис. 490, б и в). Но изменение знака поля обозначает изменение фазы колебаний на  $\pi$ . Поэтому при отражении фаза колебаний одного из полей должна обязательно изменяться скачкообразно на  $\pi$ . При этом, если изменяется фаза электрического поля, то фаза магнитного поля остается без изменений, и наоборот, если скачок фазы испытывает магнитное поле, то фаза электрического поля не изменяется.

Явление изменения фазы при отражении можно строго обосновать при помощи уравнений Максвелла, которые позволяют также

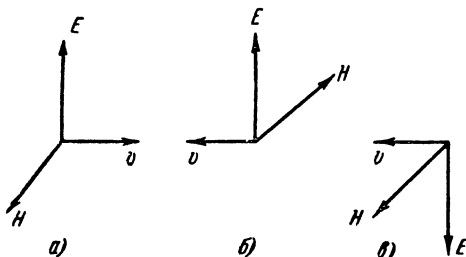


Рис. 490. Взаимная ориентировка электрического и магнитного векторов до (а) и после (б и в) отражения электромагнитной волны.

Это значит, что электрическое поле в отраженной волне направлено так же, как и в падающей, т. е. оно не изменяет фазы. Но при тех же условиях, так как проволоки граничат с диэлектриком, амплитуда тока на конце линии будет равна нулю. Здесь будет узел тока, а значит, и узел магнитного поля. Следовательно, магнитное поле в отраженной волне направлено противоположно полю падающей волны, т. е. оно изменяет фазу на  $\pi$ .

Если линия замкнута на конце проводящим мостиком, то будет происходить обратное. Так как концы проводов замкнуты, то напряжение между ними будет всегда равно нулю и на конце линии будет расположен узел напряжения и электрического поля. Напротив, амплитуда тока в проводящем мостике будет наибольшая и на конце линии образуется пучность тока. Здесь же будет и пучность магнитного поля.

Таким образом, в стоячей электромагнитной волне узлы электрического поля (напряжения) совпадают с пучностями магнитного поля (тока) и наоборот. Распределение амплитуд колебаний электрического и магнитного полей в стоячей волне изображено на рис. 491.

Отметим в заключение, что указанные свойства электромагнитных волн аналогичны свойствам механических волн. Во всякой механи-

определить, какое именно из полей,  $E$  или  $H$ , меняет фазу при данных условиях на конце линии. Однако мы ограничимся более простыми качественными рассуждениями.

Положим, что линия на конце разомкнута. В этом случае переменные токи, возникающие в проволоках, будут вызывать на конце линии наибольшие колебания зарядов. Здесь, следовательно, будет расположена одна из пучностей электрического поля и напряжения.

ческой волне (например, в струне) имеются колебания *двух* видов энергии: потенциальной, обусловленной деформациями, и кинетической, связанной со скоростью отдельных элементов среды; подобно этому, в электромагнитной волне мы имеем колебания электрической и магнитной энергии. В распространяющейся механической волне колебания деформации и скорости находятся в фазе (ср. Механику); в распространяющейся электромагнитной волне фазы колебаний

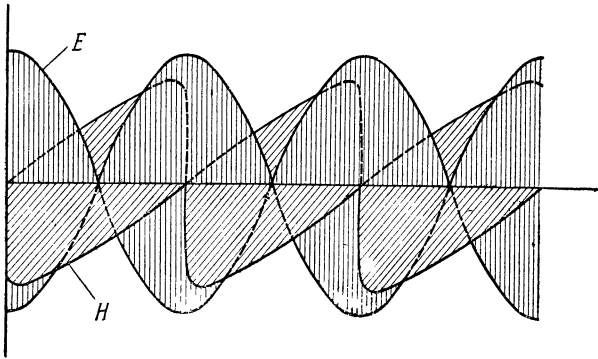


Рис. 491. Распределение амплитуд электрического и магнитного полей в стоячей волне.

электрического и магнитного полей также совпадают. Наконец, в стоячей механической волне узлы деформации совпадают с пучностями скорости и наоборот; аналогично этому в стоячей электромагнитной волне узлы электрического поля совпадают с пучностями магнитного поля и наоборот.

### § 262. Собственные колебания двухпроводной линии

Для того чтобы в двухпроводной линии могли возникнуть стоячие волны, длина электромагнитной волны должна иметь определенные значения, зависящие от длины линии. Рассмотрим линию длиной  $l$  и положим, что она разомкнута на *обоих* концах. Мы знаем (§ 261), что на концах такой линии всегда должны быть расположены пучности напряжения (электрического поля) и узлы тока (магнитного поля). Поэтому в линии будут возможны только такие стоячие волны, которые удовлетворяют этим условиям на границе. А для этого, очевидно, необходимо, чтобы длина волны  $\lambda$  удовлетворяла соотношению:

$$l = \frac{\lambda}{2} n \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (262.1)$$



На рис. 492 изображены две возможные стоячие волны, соответствующие  $n = 1$  и  $n = 2$ . Первая из них (1), называемая *основным* колебанием, имеет один узел напряжения ( $U$ ) и одну пучность тока ( $i$ ), расположенные на середине линии. Вторая (2) имеет два узла напряжения и две пучности тока. В обоих случаях на концах

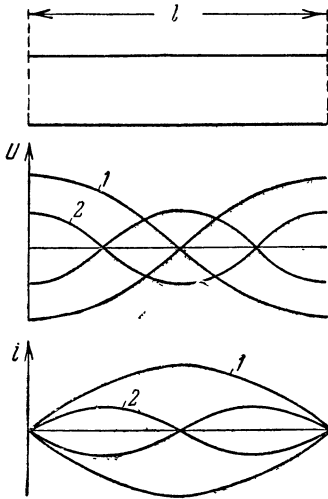


Рис. 492. Два первых собственных колебания двухпроводной линии, разомкнутой на концах.

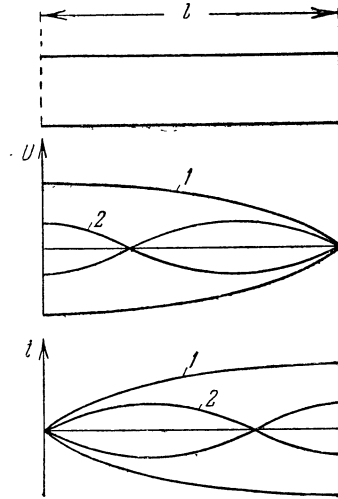


Рис. 493. Два первых собственных колебания двухпроводной линии, замкнутой на одном конце проводящим мостиком.

линии находятся пучности напряжения и узлы тока в соответствии с граничными условиями. Помимо указанных двух стоячих волн, возможно еще бесконечное количество других, которые соответствуют  $n = 3, 4, \dots$

Так как длина волны  $\lambda$ , частота колебаний  $\nu$  и скорость электромагнитной волны  $v$  связаны между собой соотношением

$$v = \nu \lambda,$$

то из (262.1) можно найти частоты  $\nu_n$  различных стоячих волн. Это дает:

$$\nu_n = \frac{v}{2l} n \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (262.2)$$

Очевидно, что формулы (262.1) и (262.2) мы получим и в том случае, если *оба* конца линии будут замкнуты проводящим мостиком. Различие будет заключаться лишь в том, что во втором случае на концах линии будут находиться узлы напряжения (а не пучности) и пучности тока (вместо узлов).

Положим теперь, что линия замкнута проводящим мостиком на *одном* из концов (рис. 493). В этом случае на разомкнутом конце линии всегда будет находиться пучность напряжения (и узел тока), а на замкнутом — узел напряжения (и пучность тока). Поэтому в линии будут возможны волны только такого типа, как показано на рис. 493. Их длина удовлетворяет условиям  $l = \frac{\lambda}{4}$  (кривая 1, основное колебание),  $l = \frac{3}{4}\lambda$  (кривая 2),  $l = \frac{5}{4}\lambda$  и вообще

$$l = (2n - 1) \frac{\lambda}{4} \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (262.3)$$

Так как  $\lambda = \frac{v}{\nu}$ , то частота этих стоячих волн равна

$$\nu_n = \frac{v}{4l} (2n - 1) \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (262.4)$$

Сравнивая (262.2) и (262.4), мы видим, что частоты колебаний в обоих случаях получаются различными. Частота основного колебания ( $n = 1$ ) в первом случае (оба конца разомкнуты) равна  $\nu_1 = \frac{v}{2l}$ , а во втором (один конец разомкнут)  $\nu_1 = \frac{v}{4l}$ , т. е. при замыкании одного из концов частота основного колебания уменьшается в два раза.

Таким образом, в ограниченной двухпроводной линии возможны только определенные стоячие волны, которые удовлетворяют условиям на границах линии. Эти стоячие волны суть *собственные колебания* линии, иначе называемые *нормальными колебаниями*. Формулы (262.2) и (262.4) показывают, что собственные колебания имеют разрывный (дискретный) набор частот (*спектр частот*). Число различных собственных колебаний линии равно бесконечности в соответствии с тем, что линия как распределенная система обладает бесконечно большим числом степеней свободы.

Чтобы возбудить в линии одно из собственных колебаний, генератор, питающий линию, должен иметь частоту, совпадающую с одной из собственных частот линии  $\nu_n$ . Если же это условие не будет выполнено, то различные волны, отраженные от концов линии, складываясь, друг с другом (интерферируя), дадут изменяющиеся и сложные колебания, а устойчивой стоячей волны не получится.

Разумеется, в линии можно одновременно возбудить не только одно из собственных колебаний, но и какое угодно их число. При этом разные стоячие волны, накладываясь друг на друга, образуют

колебания более сложной формы. И обратно, можно показать, что любое сложное колебание линии можно представить в виде суммы различных собственных колебаний с определенным образом подобранными амплитудами и начальными фазами.

### § 263. Экспериментальное исследование стоячих электромагнитных волн

Стоячие электромагнитные волны в линии легко получить на опыте. Один из способов их возбуждения показан на рис. 494. Выход лампового генератора соединен с проводами линии через

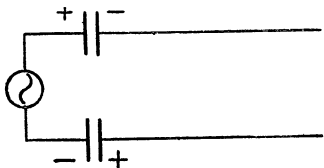


Рис. 494. Емкостная связь двухпроводной линии с генератором.

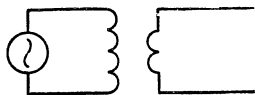


Рис. 495. Индуктивная связь двухпроводной линии с генератором.

конденсаторы (емкостная связь). При работе генератора между проводами появляются колебания напряжения, а следовательно, и электрического поля, и в линии возникает электромагнитная волна.

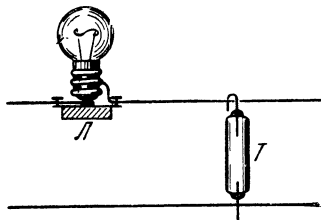


Рис. 496. Обнаружение колебаний тока с помощью лампочки накаливания ( $L$ ) и колебаний напряжения с помощью газоразрядной трубки ( $T$ ).

Связь между линией и генератором можно сделать также индуктивной. Для этого конец линии замыкают небольшим числом витков проволоки (один-два) и помещают их вблизи катушки колебательного контура лампового генератора (рис. 495). Возникающая в витках линии э. д. с. взаимной индукции вызывает на конце линии колебания тока (и магнитного поля), которые, так же как и колебания напряжения (электрического поля), дают начало электромагнитной волне.

Для того чтобы судить об интенсивности колебаний тока в разных точках линии, в линию можно включить лампы накаливания (рис. 496). Такой прием особенно удобен для демонстрационных целей. Для обнаружения колебаний напряжения можно пользоваться газоразрядной трубкой, включенной между проводами.

В подобных опытах можно убедиться, что стоячие волны в линии возникают только при определенных частотах генератора, совпадающих с частотами собственных колебаний линии.

Перемещая газоразрядную трубку вдоль линии, можно отчетливо наблюдать, что амплитуда напряжения весьма неодинакова в разных точках линии. В некоторых точках линии свечение трубки достигает максимума (пучности напряжения). При удалении трубки от этих точек ее свечение ослабевает, а когда амплитуда напряжения становится меньше напряжения зажигания разряда, свечение вовсе исчезает. Середина отрезка, где не наблюдается свечение, есть, очевидно, узел напряжения. При этом обнаруживается, что именно в тех точках, где свечение газоразрядной трубки достигает максимума, лампы не накаливаются вовсе, и наоборот, т. е. пучности напряжения совпадают с узлами тока, а узлы напряжения — с пучностями тока (§ 261).

**Скорость электромагнитных волн.** Исследуя на опыте стоячие волны, можно определить *скорость распространения* электромагнитных волн. Действительно, измеряя расстояние  $\Delta x$  между двумя соседними узлами или пучностями в стоячей волне, мы определяем половину длины электромагнитной волны  $\frac{\lambda}{2}$ . С другой стороны,  $\lambda = \frac{v}{\nu}$ . Поэтому, измеряя еще частоту генератора  $\nu$ , можно найти скорость распространения  $v$ . Такие измерения дают для скорости электромагнитных волн величину, совпадающую со *скоростью распространения света*, которая для воздуха округленно равна  $3 \cdot 10^8$  м/сек.

Несмотря на огромную величину этой скорости, размеры установки для ее определения могут быть совсем невелики. Положим, например, что генератор дает колебания с частотой  $\nu = 10^8$  сек<sup>-1</sup>. Тогда длина электромагнитных волн в воздухе будет  $\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{10^8} = 3$  м, а следовательно, расстояние между соседними узлами или пучностями — всего 1,5 м.

Еще до того, как электромагнитные волны были впервые получены на опыте, Максвелл, исходя из своей теории электромагнитного поля (гл. XIII), вычислил их скорость. Скорость электромагнитных волн в *вакууме* выражается формулой

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек} \quad (263.1)$$

(эта формула будет получена в § 269). Здесь  $\epsilon_0 = 1/4\pi \cdot 9 \cdot 10^9$  ф/м — электрическая постоянная, а  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  гн/м — магнитная постоянная. Таким образом, теория Максвелла предсказала, что скорость распространения электромагнитных волн должна равняться скорости света, а факт совпадения обеих скоростей явился одним из первых указаний на то, что свет имеет электромагнитную природу.

В § 259 мы видели, что основные процессы при распространении волн вдоль проводов происходят не в самих проводах,

а в *окружающей их среде*. Поэтому при изменении среды, окружающей провода, скорость электромагнитных волн изменяется, а длина волны при той же частоте генератора становится другой. Из теории Максвелла следует (см. § 269), что скорость (фазовая) электромагнитной волны в какой-либо среде равна

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}, \quad (263.2)$$

где  $c$  — скорость в вакууме, а  $\epsilon$  и  $\mu$  — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды. В этом можно убедиться на опыте, если часть двухпроводной линии, которая раньше находилась в воздухе, погрузить в воду (рис. 497). Так как для воды  $\mu \cong 1$ , а  $\epsilon > 1$ , то скорость электромагнитных волн в воде *меньше*, чем в воздухе, и поэтому расстояние между соседними узлами (или пучностями) уменьшается. Отметим, что  $\epsilon$  и  $\mu$  *зависят от частоты*. Поэтому при вычислении  $v$  по формуле (263.2) нужно брать их значения, соответствующие частоте колебаний в данной электромагнитной волне.

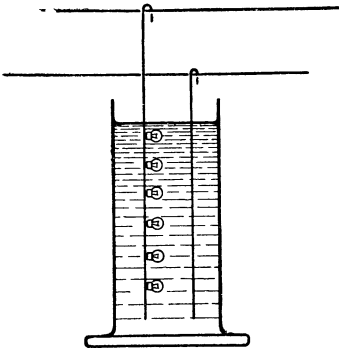


Рис. 497. Наблюдение стоячих электромагнитных волн в воде.

**Условие квазистационарности.** Познакомившись с существованием электромагнитных волн в проводах, мы можем также более точно сформулировать понятие квазистационарности токов, которым мы неоднократно пользовались выше (гл. XX—XXI). При изучении

электрических явлений в системах с сосредоточенными постоянными мы считали колебания достаточно «медленными» и поэтому предполагали, что к мгновенным значениям электрических величин применимы законы постоянных токов. Для того чтобы это было верно, нужно, очевидно, чтобы за время  $t$ , в течение которого изменения токов и напряжений передаются от одного конца контура к другому, сами токи и напряжения изменились незначительно. А для этого необходимо, чтобы  $t$  было мало по сравнению с периодом колебаний  $T$ :

$$t \ll T. \quad (263.3)$$

Умножая обе части неравенства (263.3) на скорость распространения волн, которая для хорошо проводящих проволок в воздухе близка к  $c = 3 \cdot 10^8$  м/сек, мы получим слева линейный размер контура  $l = ct$ , а справа — длину электромагнитной волны  $\lambda = cT = \frac{c}{\nu}$ .

Поэтому условие квазистационарности есть  $l \ll \lambda$  или

$$\nu \ll \frac{c}{l}. \quad (263.4)$$

Так как скорость  $c$  очень велика, то условие (263.4) выполняется вплоть до очень высоких частот. Так, например, для обычного лабораторного контура  $l \sim 1$  м, а следовательно,  $\frac{c}{l} \sim \frac{3 \cdot 10^8}{1} \sim 10^8$  сек<sup>-1</sup>. Поэтому для такого контура даже при частоте  $\nu = 10^7$  сек<sup>-1</sup> еще выполняется соотношение (263.4) и процессы в контуре можно считать еще квазистационарными.

### § 264. Открытый вибратор

Представим себе, что мы имеем двухпроводную линию, замкнутую на одном из концов, и раздвигаем свободные концы проволок. Тогда в пределе мы получим отрезок прямой проволоки, или *открытый вибратор* (рис. 498).

Длина возможных в нем стоячих электромагнитных волн определяется длиной вибраторов  $l$  и условиями на концах. Если оба

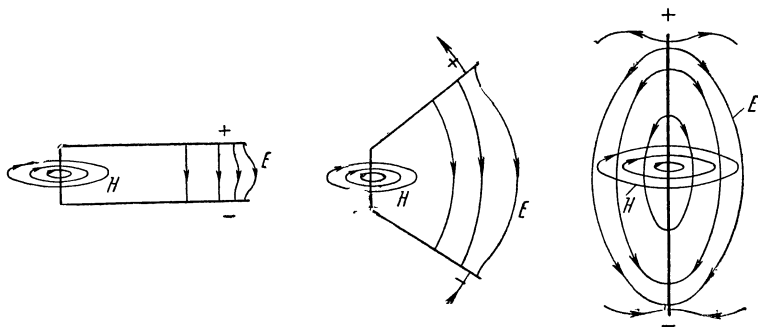


Рис. 498. Переход от двухпроводной линии к открытому вибратору.

конца вибратора граничат с диэлектриком, то на них должны быть расположены узлы тока и пучности напряжений. Поэтому возможные длины волн  $\lambda$  определяются условием:

$$l = n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (264.1)$$

Частота колебаний  $\nu$  в различных стоячих волнах

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2l} n \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (264.2)$$

Стоячая волна, соответствующая  $n = 1$ , называется *основным* колебанием вибратора. Распределение амплитуд напряжения и тока в ней показано на рис. 499, а.

Если один из концов вибратора заземлить, то на этом конце будет расположен узел напряжения и, следовательно, пучность тока.

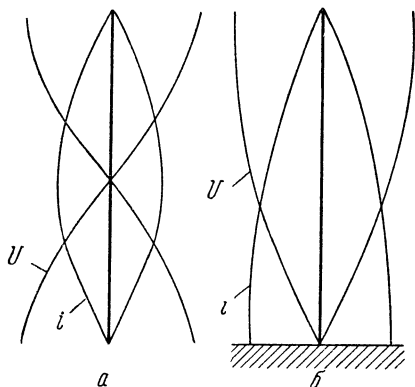


Рис. 499. Основные колебания незаземленного (а) и заземленного (б) вибраторов.

Поэтому основное колебание заземленного вибратора имеет вид, изображенный на рис. 499, б. Из рисунка видно, что при заземлении вибратора длина волны его основного колебания *увеличивается*, а частота *уменьшается* в два раза.

Распределение тока вдоль вибратора можно проследить на опыте, если включить в вибратор (последовательно) несколько лампочек накаливания (рис. 500). Помещая такой вибратор вблизи работающего лампового генератора и настраивая последний на частоту основного колебания вибратора, можно видеть, что ярче всего накаливается центральная лампочка (пучность тока). По мере удаления от центра накал лампочек уменьшается. Распределение

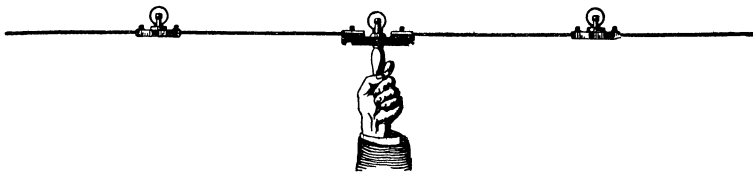


Рис. 500. Наблюдение распределения тока вдоль вибратора.

напряжения можно исследовать при помощи газоразрядной трубки, прикасаясь одним ее концом к различным точкам вибратора и держа другой конец в руке.

### § 265. Стоячие волны в катушках

Проволочные катушки, как и двухпроводные линии, обладают определенными индуктивностью и емкостью на каждую единицу длины, т. е. представляют собой электрические распределенные системы. Поэтому в них возможны также стоячие электромагнитные волны.

Тесла использовал стоячие волны в катушках для устройства *резонансного трансформатора*. Его первичная обмотка  $L_1$

(рис. 501) имеет небольшое число витков и входит в состав искрового колебательного контура, содержащего конденсатор  $C$  и искровой промежуток  $\Pi$ . Вторичной обмоткой служит прямая катушка проволоки  $L_2$ .

Когда в первичной цепи возникают электрические колебания, то внутри катушки  $L_1$  появляется переменное магнитное поле и во вторичной катушке  $L_2$  наводится переменная э. д. с. Если подобрать частоту колебаний в первичной цепи так, чтобы она совпала с частотой одного из собственных колебаний (стоячих волн) катушки  $L_2$  (обычно — основного колебания), то вследствие резонанса в этой последней возникнет интенсивная стоячая волна и между концами катушки появится высокое переменное напряжение. При резонансе из концов вторичной катушки можно извлекать длинные искры, а электрическое поле вблизи катушки настолько сильно, что вызывает свечение газоразрядных трубок даже на значительном расстоянии от установки.

Если расположить катушку  $L_2$  рядом с катушкой  $L_1$ , то можно исследовать распределение напряжения вдоль катушки и убедиться, что действительно в ней возникает стоячая волна. Извлекая, например, из разных мест катушки искры с помощью заземленного металлического стержня, можно видеть, что наиболее длинные искры получаются у концов катушки (пучности напряжения), а вблизи середины катушки искры не возникают вовсе (узел напряжения).

Высокочастотные резонансные трансформаторы применяются иногда в лабораторной практике, там, где нужно получить очень высокие напряжения при малой мощности.

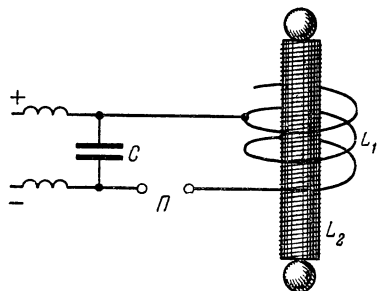


Рис. 501. Схема трансформатора Тесла.

## ГЛАВА XXIII

### СВОБОДНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

#### § 266. Образование свободных электромагнитных волн

Мы знаем, что основные процессы в электромагнитных волнах, распространяющихся вдоль проводов, происходят между проводами, в среде, окружающей провода (§ 259). Сами же провода играют вспомогательную роль, задавая лишь определенное направление распространения волн. Поэтому электромагнитные волны могут существовать и без всяких проволок (*свободные* электромагнитные волны).



Происходящие при этом процессы по существу такие же, как и в случае волн, распространяющихся вдоль проводов. Представим себе, что в некоторой точке  $O$  (рис. 502) внутри безграничной непроводящей среды создано каким-либо способом электрическое поле  $E$ . Если не имеется электрических зарядов, поддерживающих это поле, то оно будет исчезать. Но убывающее поле  $E$  согласно

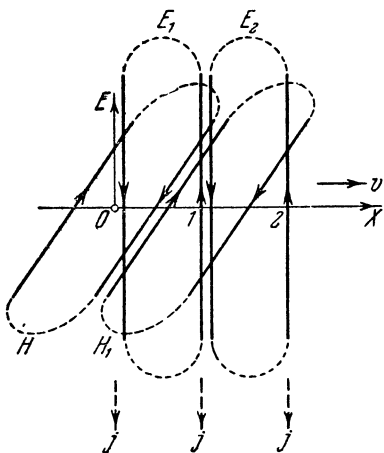


Рис. 502. Свободные электромагнитные волны.

Максвеллу вызывает магнитное поле  $H$ . Так как поле  $E$  убывает, то плотность тока смещения  $j = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$  направлена противоположно  $E$  и линии сил магнитного поля направлены по часовой стрелке (глядя сверху, рис. 502). Так как в среде не имеется постоянных токов, поддерживающих поле  $H$ , то это последнее в свою очередь будет исчезать и вызовет вихревое электрическое поле  $E_1$ . Силовые линии этого поля будут направлены против часовой стрелки, как показано на рис. 502. Поле  $E_1$  уничтожит первоначальное поле  $E$  в точке  $O$ , но зато проявится в соседней точке  $I$ . Исчезая в точке  $I$ , электрическое поле  $E_1$  приведет к появлению магнитного поля  $H_1$ , которое будет направлено, как и поле  $H$ , по часовой стрелке. Поле  $H_1$  уничтожит поле  $H$  и обнаружится в более удаленной точке. Исчезая, оно вызовет вихревое электрическое поле  $E_2$ , которое уничтожит поле  $E_1$  в точке  $I$ , но проявится в точке  $2$ , и т. д. Таким образом, вместо первоначального поля  $E$  мы получим и электрическое поле, и магнитное поле, взаимно связанные друг с другом и *распространяющиеся* в пространстве, т. е. электромагнитную волну.

Из рис. 502 также видно, что  $E$  перпендикулярно к  $H$ , причем оба эти вектора перпендикулярны к скорости распространения волны  $v$ . Все три вектора связаны между собой правилом правого буравчика: если вращать буравчик с правой нарезкой так, чтобы его рукоятка перемещалась от вектора  $E$  к вектору  $H$ , то направление поступательного движения буравчика будет совпадать с направлением  $v$ .

Выше мы рассматривали электромагнитные волны качественно. Однако теория Максвелла не только предсказала существование электромагнитных волн, но и позволила в точной, количественной форме установить все основные их свойства.

Обратимся сейчас к более строгому исследованию этих явлений.

### § 267. Волновое уравнение

Положим, что некоторая физическая величина  $s$  распространяется в направлении  $X$  со скоростью  $v$ . Величина  $s$  может обозначать смещение или скорость отрезков резинового шнура при наличии в нем механической волны. В случае электромагнитных волн под  $s$  можно подразумевать напряженность электрического или магнитного поля и т. д. Нетрудно видеть, что общая форма записи этого процесса есть

$$s = f\left(t - \frac{x}{v}\right). \quad (267.1)$$

Здесь  $t$  обозначает время,  $x$  — координату рассматриваемой точки, а  $f$  — символ произвольной функции. Или, иными словами, любая произвольная функция, если только она зависит от аргумента  $\left(t - \frac{x}{v}\right)$ , выражает волнообразный процесс.

Чтобы убедиться в этом, предположим, что наблюдатель движется в положительном направлении оси  $X$  со скоростью  $v$ . Тогда для него  $x = x_0 + vt$ . Подставляя это выражение в (267.1), находим:

$$s = f\left(t - \frac{x_0 + vt}{v}\right) = f\left(-\frac{x_0}{v}\right) = \text{const},$$

т. е.  $s$  не зависит от времени. Такой движущийся наблюдатель, следовательно, будет находить возле себя одно и то же значение величины  $s$ , а это и значит, что  $s$  распространяется со скоростью  $v$ .

Подобным же образом можно убедиться, что соотношение

$$s = f\left(t + \frac{x}{v}\right) \quad (267.2)$$

выражает то обстоятельство, что величина  $s$  распространяется в отрицательном направлении оси  $X$ .

Полагая в (267.1) или (267.2)  $t = 0$ , мы получим:

$$s = f\left(\mp \frac{x}{v}\right).$$

Это выражение представляет распределение  $s$  в момент времени  $t = 0$ . Если  $s$  обозначает смещение точек резинового шнура, то написанная формула дает начальную деформацию шнура (его изгиб). Если  $s$  есть напряженность электрического поля в электромагнитной волне, то последняя формула выражает распределение поля в пространстве в начальный момент времени. Следовательно, вид функции  $f$  зависит от *начальных условий* процесса. В частности, если  $f$  обозначает  $\sin$  или  $\cos$ , то (267.1) переходит в уже знакомое нам уравнение гармонической волны (260.1). Таким образом, формулы (267.1)

и (267.2) представляют собой общее выражение волны, распространяющейся в направлении оси  $X$ .

Функция  $s$  удовлетворяет простому дифференциальному уравнению. Чтобы найти его, продифференцируем формулы (267.1) и (267.2) (которые мы объединим, вводя двойной знак  $\mp$ ) два раза по координате. Это дает:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot f'',$$

где штрихами обозначено дифференцирование по всему аргументу  $(t \mp \frac{x}{v})$ . Вторая же частная производная по времени равна

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = f''.$$

Сравнивая эти выражения, мы видим, что искомое дифференциальное уравнение есть

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 s}{\partial x^2}. \quad (267.3)$$

Оно называется *волновым уравнением*.

Мы предполагали, что волна распространяется в одном определенном направлении, которое мы считали совпадающим с направлением оси  $X$  (или ему противоположным). Если волна распространяется во всех направлениях, то волновое уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = v^2 \left( \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} \right). \quad (267.4)$$

Таким образом, если какая-либо физическая величина распространяется волнообразно, то она удовлетворяет волновому уравнению. И обратно, если удастся показать, что рассматриваемая величина подчиняется волновому уравнению, то можно утверждать, что возможно ее распространение в виде волны. При этом непосредственно получается и скорость распространения волны, которая равна квадратному корню из коэффициента при  $\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}$ .

## § 268. Плоские электромагнитные волны

Обратимся теперь к уравнениям Максвелла (§ 152). Будем считать, что среда представляет собой однородный *диэлектрик*. Тогда в уравнениях (152.1) нужно положить  $j_x = j_y = j_z = 0$ .

Далее, мы ограничимся особенно простым случаем электромагнитного поля, когда  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  зависят от *одной* координаты ( $x$ ) и от времени (*одномерная* задача). Это значит, что все пространство можно разбить на бесконечно тонкие плоские слои, внутри которых  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  имеют одно и то же значение во всех точках (рис. 503).

Отметим, что у всяких волн (и механических, и электромагнитных) поверхность, во всех точках которой колебания имеют одинаковую

фазу, называют *фронтом* волны. В зависимости от того, какую форму имеет волновой фронт, мы говорим о *плоских* волнах (волновой фронт плоский), *сферических волнах*, *цилиндрических* и т. д. Рассматриваемая одномерная задача соответствует, очевидно, *плоским* электромагнитным волнам.

Для одномерного случая уравнения Максвелла сильно упрощаются. Так как все производные по  $y$  и  $z$  равны нулю, то прежде всего из первого уравнения группы (152.1) следует, что  $\frac{\partial D_x}{\partial t} = 0$ , а из первого уравнения группы (152.2):  $\frac{\partial B_x}{\partial t} = 0$ . Это значит, что составляющие полей  $D_x$  и  $B_x$  не зависят от времени. Далее, из (152.3) и (152.4) получается, что  $\frac{\partial D_x}{\partial x} = 0$  и  $\frac{\partial B_x}{\partial x} = 0$ , а значит,  $D_x$  и  $B_x$  не зависят также и от координаты. Поэтому

$$D_x = \text{const}, \quad \dot{B}_x = \text{const}.$$

Остающиеся уравнения группы (152.1) теперь принимают вид:

$$\frac{\partial D_y}{\partial t} = -\frac{\partial H_z}{\partial x},$$

$$\frac{\partial D_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x},$$

а уравнения группы (152.2) принимают вид:

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x},$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = -\frac{\partial E_y}{\partial x}.$$

Эти четыре уравнения можно сгруппировать в две независимые группы, одна из которых связывает  $y$ -составляющие электрического поля и  $z$ -составляющие магнитного поля:

$$\frac{\partial D_y}{\partial t} = -\frac{\partial H_z}{\partial x},$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = -\frac{\partial E_y}{\partial x},$$

а другая, —  $z$ -составляющие электрического поля и  $y$ -составляющие магнитного поля:

$$\frac{\partial D_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x},$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}.$$

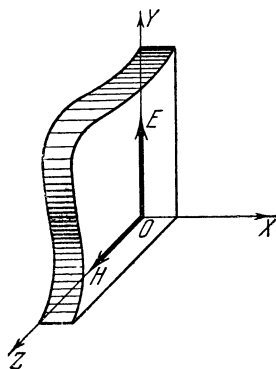


Рис. 503. Плоская электромагнитная волна.

Это обозначает, что меняющееся во времени электрическое поле  $E_y$  вызывает появление *только* магнитного поля  $H_z$ , направленного вдоль оси  $Z$ , а переменное во времени магнитное поле  $H_z$  влечет появление электрического поля  $E_y$ , целиком направленного вдоль оси  $Y$ . Или, иначе, *в электромагнитном поле электрическое и магнитное поля перпендикулярны друг к другу*. Такой же вывод вытекает и из второй пары уравнений.

Найденный результат позволяет положить без нарушения общности, что все электрическое поле направлено вдоль одной из осей, например вдоль оси  $Y$ , а магнитное поле — вдоль оси  $Z$  (рис. 503). Поэтому в последних уравнениях можно положить  $E_y = E$ ,  $E_z = 0$ ,  $H_z = H$ ,  $H_y = 0$ , и мы находим окончательно уравнения Максвелла для одномерного случая в следующем простом виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial t} &= -\frac{\partial H}{\partial x}, \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= -\frac{\partial E}{\partial x}. \end{aligned} \right\} \quad (268.1)$$

### § 269. Свойства электромагнитных волн

Покажем теперь, исходя из уравнений Максвелла, необходимость существования электромагнитных волн и выясним некоторые важные их свойства.

Исключим из уравнений Максвелла (268.1) магнитное поле  $H$ . Для этого умножим первое из уравнений на  $\mu_0\mu$  и продифференцируем обе его части один раз по  $t$ . Получим:

$$\epsilon\epsilon_0\mu_0\mu \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\mu_0\mu \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial t}.$$

Второе уравнение продифференцируем по  $x$ . Это дает:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\mu_0\mu \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial t}.$$

Так как правые части этих уравнений одинаковы, то, следовательно, равны и левые части и поэтому

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0\epsilon\mu_0\mu} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}. \quad (269.1)$$

Такое же уравнение мы получили бы и для  $H$ , если бы из (268.1) исключили электрическое поле  $E$ .

Уравнение (269.1) есть *волновое уравнение*, рассмотренное в § 267. Отсюда следует, что поля  $E$  и  $H$  могут распространяться в пространстве, т. е. могут существовать электромагнитные волны. Поэтому

можно положить (ср. § 267):

$$E = \varphi \left( t \mp \frac{x}{v} \right), \quad H = \psi \left( t \mp \frac{x}{v} \right), \quad (269.2)$$

где  $v$  — скорость распространения электромагнитной волны.

Далее, согласно сказанному в § 267, коэффициент при  $\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$  в (269.1) есть квадрат скорости распространения волн. Это дает:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \quad (269.3)$$

где  $c$  есть скорость распространения при  $\epsilon = \mu = 1$ , т. е. в вакууме. Мы получили, таким образом, выражение для скорости распространения электромагнитных волн (*закон Максвелла*), о котором мы уже говорили в § 263 и которое, как мы видели, соответствует опыту.

Как уже говорилось (§ 266), электрическое и магнитное поля в электромагнитной волне взаимно связаны друг с другом. Поэтому между мгновенными значениями  $E$  и  $H$  в любой точке существует определенное соотношение, которое также можно найти из уравнений Максвелла. Для этого мы воспользуемся общими выражениями (269.2) для  $E$  и  $H$  (выбирая в них какой-либо определенный знак, скажем минус) и подставим их в одно из уравнений Максвелла (268.1), например в первое. Так как

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \varphi', \quad \frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{1}{v} \psi'$$

(где по-прежнему штрих обозначает дифференцирование по всему аргументу), то указанная подстановка дает:

$$\epsilon_0 \epsilon \varphi' = \frac{1}{v} \psi'.$$

Переходя от производных к самим функциям, мы получаем:

$$\epsilon_0 \epsilon \varphi = \frac{1}{v} \psi + C,$$

где  $C$  обозначает постоянную интегрирования. Так как нас интересуют электромагнитные волны, т. е. только переменные поля, то  $C$ , которое выражает произвольное *постоянное* поле, можно не учитывать. Заменяя еще  $v$  его выражением (269.3), находим окончательно:

$$\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H. \quad (269.4)$$

Эта формула показывает, что в распространяющейся электромагнитной волне  $E$  и  $H$  *пропорциональны* друг другу.

Из (269.4) следует, что  $E$  и  $H$  одновременно достигают максимума и одновременно обращаются в нуль. Иными словами, в распространяющейся электромагнитной волне колебания электрического и магнитного полей находятся *в фазе*. Этот результат мы получили уже в § 260 при помощи качественных рассуждений.

### § 270. Экспериментальное исследование электромагнитных волн

Для образования электромагнитных волн необходимо создать в пространстве достаточно быстро изменяющееся электрическое поле (ток смещения) или соответственно быстро изменяющееся магнитное поле. Очевидно, что для этой цели непригодны электрические колебательные контуры с сосредоточенными емкостью и индуктивностью (*закрытые* контуры), рассмотренные в гл. XX. В таких контурах

все электрическое поле сосредоточено в узком зазоре конденсатора, а все магнитное поле — внутри индуктивности, а в окружающем пространстве электрическое поле практически равно нулю.

Иное мы имеем для *открытого* вибратора или *электрического диполя* (§ 264). В этом случае силовые линии электрического и магнитного полей выходят далеко за пределы вибратора (рис. 498), и поэтому последний хорошо излучает электромагнитные волны.

Свободные электромагнитные волны были впервые получены на опыте Г. Герцем в 1888 г. Для изучения электромагнитных волн Герц

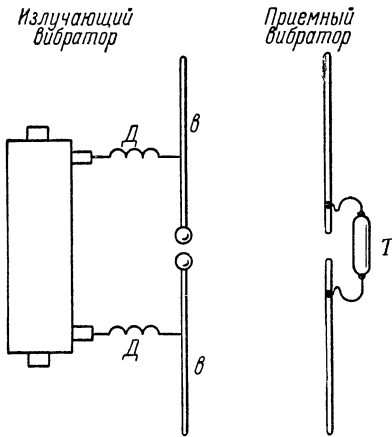


Рис. 504. Опыт Г. Герца.

использовал собственные электрические колебания открытого вибратора, который состоял из двух одинаковых металлических стержней *вв* (рис. 504), разделенных искровым промежутком. Обе половины вибратора заряжались от источника высокого напряжения. Когда разность потенциалов достигала пробойного значения, в разряднике проскакивала искра, замыкавшая обе половины вибратора, и в вибраторе возникали затухающие электрические колебания высокой частоты. Чтобы быстропеременные токи не уходили из вибратора в катушку, между вибратором и катушкой были включены дроссели *Д*.

Для обнаружения электромагнитных волн Герц применял вибраторы различной формы. Наиболее простым и удобным является пря-

мой открытый вибратор, тождественный по форме и размерам с излучающим вибратором (рис. 504). Под действием переменного электрического поля проходящей электромагнитной волны электроны внутри вибратора начинают совершать вынужденные колебания, отчего в вибраторе появляется быстропеременный ток, а между обеими половинами вибратора — переменное напряжение. Если длина приемного вибратора равна длине излучающего, то собственные частоты обоих диполей совпадают и электрические колебания в приемном диполе усиливаются вследствие резонанса. Появление переменного напряжения Герц обнаруживал по возникновению электрической искорки в микроскопическом зазоре в середине вибратора или по свечению миниатюрной газоразрядной трубки  $T$ , включенной между обеими половинами вибратора.

В настоящее время для излучения электромагнитных волн пользуются почти исключительно ламповыми генераторами, которые позволяют получать электрические колебания практически любой мощности и притом правильной синусоидальной формы. Для возбуждения колебаний в вибраторе можно между обеими его половинами  $vv$  включить один или несколько витков связи (рис. 505) и расположить их вблизи катушки индуктивности  $K$  лампового генератора  $\Gamma$  (магнитная связь). Существуют и другие способы связи между вибраторами и генератором. Чтобы усилить колебания в вибраторе, используют явление резонанса, для чего частоту генератора делают равной одной из собственных частот вибратора, обычно частоте основного его колебания.

Для обнаружения электрических колебаний в приемном вибраторе можно пользоваться небольшой электрической лампочкой ( $L$ , рис. 506, *a*), включенной в середине вибратора  $vv$  (в пучности тока). Этот способ особенно удобен для демонстрационных целей, когда расстояние между приемным и излучающим вибраторами невелико и поэтому колебания в приемном вибраторе достаточно сильны. В случае более слабых колебаний можно вместо лампочки включить кристаллический детектор  $d$  (рис. 506, *б*) и к его концам присоединить гальванометр постоянного тока. Так как сопротивление детектора зависит от направления тока (§ 231), то напряжение на детекторе различно в разные полупериоды колебаний: оно велико, если ток течет в заперном направлении, и мало при токе противоположного направления. Поэтому появляется постоянная составляющая напряжения на детекторе и в гальванометре возникает постоянный ток.

С помощью описанных приемов можно просто исследовать на опыте основные свойства электромагнитных волн.

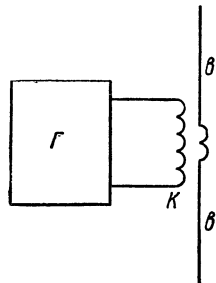


Рис. 505. Возбуждение диполя при помощи лампового генератора.



Если поместить приемный вибратор (диполь), например изображенный на рис. 506, *а*, вблизи излучающего диполя, то можно видеть, что лампочка сильнее всего накаливается в том случае, когда оба диполя параллельны. Если же приемный диполь ориентирован перпендикулярно к излучающему, то лампочка не накаливается вовсе. Так как электрические колебания в приемном диполе могут появиться

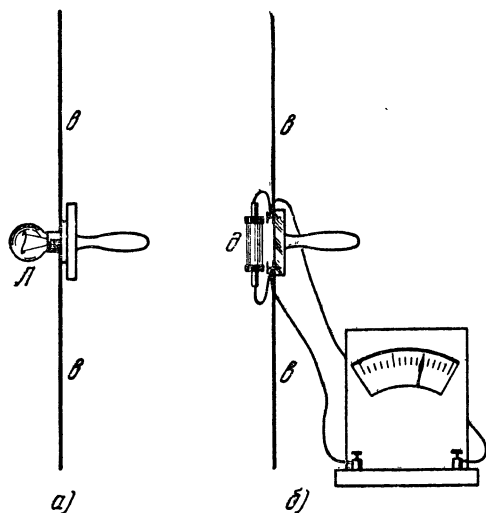


Рис. 506. Приемный диполь для обнаружения электромагнитных волн.

*а* — индикатором является лампочка накаливания,  
*б* — индикатором является кристаллический детектор с гальванометром.

только в том случае, если электрическое поле электромагнитной волны имеет составляющую вдоль диполя, то этот опыт показывает, что электрическое поле в электромагнитной волне параллельно оси диполя. Это справедливо для всех точек плоскости, перпендикулярной к оси диполя и проходящей через его середину. Отметим, что волны (механические и электрические), в которых колебания происходят параллельно какому-либо определенному направлению, называются *линейно поляризованными*.

Встречая на своем пути достаточно большие (по сравнению с длиной волны) проводящие поверхности, электромагнитные волны *отражаются* от них. Пользуясь этим, можно получить направленные электромагнитные волны, подобные параллельному пучку света. На рис. 507 показана соответствующая установка, предназначенная для демонстрационных целей. Небольшой излучающий диполь (вибратор), подобный изображенному на рис. 504, помещен в фокусе параболического зеркала *А*. Оно представляет собой металлический лист, изогнутый по параболе и укрепленный на подставке. Обе половины диполя изолированы от зеркала. Приемный диполь со включенным в него детектором (как на рис. 506, *б*) помещен в фокусе другого параболического зеркала *Б*. Если оси зеркал параллельны друг другу (как показано на рисунке), то электромагнитная волна после отражения от зеркала *Б* сходится в его фокусе, отчего в приемном диполе появляются сильные электрические колебания и гальванометр, соединенный с детектором, дает большое отклонение. Если же одно из зеркал повернуть на

некоторый угол, то гальванометр не дает практически никакого отклонения.

Пользуясь этой установкой, можно еще раз убедиться, что электромагнитные волны поляризованы. Если между обоими зеркалами, предварительно установленными параллельно друг другу, поместить проволочную сетку *С* (рис. 507), состоящую из параллельных медных проволок, то оказывается, что интенсивность волны после прохождения через сетку очень сильно зависит от того, каким образом ориентирована сетка относительно излучающего диполя. Когда проволоки сетки перпендикулярны к оси диполя (рис. 507), то волна проходит через сетку, практически не ослабляясь. Это происходит

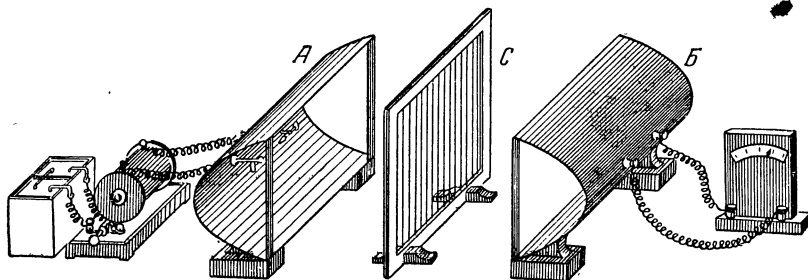


Рис. 507. Получение направленных электромагнитных волн с помощью отражения от параболического зеркала. Исследование поляризации электромагнитных волн.

потому, что электрическое поле волны направлено перпендикулярно к проволокам сетки и не вызывает в них частопеременных токов. Поэтому в сетке не происходит никаких электрических явлений и наличие сетки не проявляется. Если же повернуть сетку на  $90^\circ$  так, чтобы ее проволоки сделались параллельными диполю, то электромагнитная волна практически не проходит через сетку вовсе. В этом случае электрическое поле волны параллельно проволокам и вызывает в них сильные частопеременные токи. Поэтому сетка действует так же, как и массивная металлическая пластина, и электромагнитные волны от нее отражаются.

Направляя электромагнитную волну от описанного параболического рефлектора *А* на плоский металлический лист *М* (рис. 508), можно наблюдать отражение волны от плоского зеркала. Исследуя направление отраженной волны с помощью параболического зеркала, можно убедиться, что электромагнитные волны отражаются по тому же закону, что и волны света: угол падения равен углу отражения, причем направления падающей и отраженной волн и нормали к зеркалу лежат в одной плоскости.

Встречая границу двух различных диэлектриков, электромагнитные волны, подобно свету, преломляются. Если между обоими

параболическими зеркалами  $A$  и  $B$  (рис. 509) поместить призму из диэлектрика (парафин, сера и т. п.), то для того, чтобы волна попадала на приемный диполь, оси зеркал должны составлять некоторый угол.

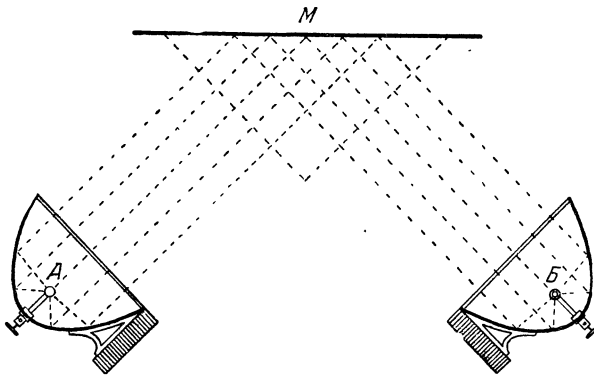


Рис. 508. Отражение электромагнитных волн от плоского зеркала.

Закон преломления электромагнитных волн имеет такой же вид, как и для света. Если волна, распространяющаяся в вакууме (практически в воздухе), встречает поверхность диэлектрика под углом падения  $i$ , а  $r$  — угол преломления, то

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n,$$

где  $n$  — показатель преломления диэлектрика, не зависящий от углов  $i$  и  $r$ . При этом направления падающей и преломленной волн и направление нормали к границе лежат в одной плоскости.

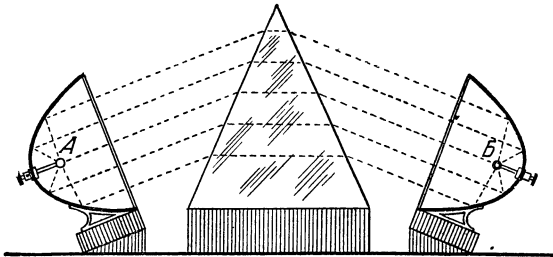


Рис. 509. Преломление электромагнитных волн.

Нетрудно получить на опыте свободные *стоячие* электромагнитные волны, подобные рассмотренным в § 261, но существующие без направляющих проводов. Если направить электромагнитную волну

из параболического рефлектора *нормально* на металлический лист, то между листом и рефлектором мы получим падающую и отраженную волны, распространяющиеся в противоположных направлениях. Эти волны, складываясь, образуют стоячую волну с равноотстоящими друг от друга пучностями и узлами. Для обнаружения пучностей и узлов электрического поля может служить диполь, расположенный параллельно излучающему диполю и имеющий длину, равную длине излучающего диполя. Перемещая его вдоль нормали к зеркалу, можно видеть, что отклонения гальванометра, соединенного с детектором, периодически достигают максимума (пучности электрического поля) и минимума (узлы электрического поля). При этом у поверхности металлического листа находится узел электрического поля. Измеряя расстояние  $\Delta x$  между соседними узлами или пучностями, можно определить длину волны  $\lambda$ , а отсюда, зная частоту колебаний генератора, найти и скорость распространения свободных электромагнитных волн (ср. § 263).

Указанные свойства электромагнитных волн были установлены еще Герцем. Дальнейшие опыты показали, что электромагнитным волнам присущи не только эти, но и все другие свойства света. Особое место среди этих исследований занимают опыты П. Н. Лебедева (1895 г.) по распространению электромагнитных волн в анизотропных кристаллах (сера), диэлектрическая проницаемость которых зависит от направления электрического поля. Так как большие кристаллы получить трудно, а размеры кристаллов должны быть велики по сравнению с длиной волны, то Лебедев разработал способ получения весьма коротких электромагнитных волн с длиной всего около 6 мм, которые излучались миниатюрным искровым вибратором. В этих опытах Лебедев получил так называемое *двойное преломление* электромагнитных волн и воспроизвел все основные явления, наблюдаемые при прохождении света сквозь кристаллы.

Таким образом, электромагнитные волны обладают теми же свойствами, что и свет. Эти результаты являются одним из веских доказательств правильности электромагнитной теории света, согласно которой свет представляет собой электромагнитные волны, тождественные с волнами, излучаемыми диполем, и отличающиеся от них только длиной волны.

## § 271. Энергия электромагнитных волн

Мы видели (§ 270), что электромагнитные волны способны производить различные действия: они накаливают лампочку, включенную в диполь, вызывают отклонение стрелки гальванометра, соединенного с детектором, и т. п. Это показывает, что электромагнитные волны переносят определенную *энергию*.

Рассмотрим в поле электромагнитной волны произвольную площадку  $S$  (рис. 510) и вычислим энергию  $\Delta W$ , переносимую электромагнитной волной через эту площадку за малое время  $\Delta t$ . Для этого построим на площадке  $S$ , как на основании, параллелепипед, ребра

которого параллельны скорости распространения волны  $v$  и имеют длину  $v \Delta t$ . Объем этого параллелепипеда равен

$$\Delta\tau = Sv \Delta t \cos \alpha,$$

где  $\alpha$  — угол между нормалью  $n$  к площадке  $S$  и скоростью  $v$ . Так как за время  $\Delta t$  волна проходит расстояние  $v \Delta t$ , то очевидно, что через нашу площадку пройдет энергия, заключенная внутри указанного параллелепипеда. Поэтому, если  $u$  есть энергия единицы объема поля (объемная плотность энергии), то

$$\Delta W = u \Delta\tau = uSv \Delta t \cos \alpha.$$

Рис. 510. К вычислению потока энергии электромагнитных волн.

Объемная плотность энергии электромагнитной волны складывается из энергии электрического поля

полю  $\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$  и энергии магнитного поля  $\frac{1}{2} \mu_0 H^2$ :

$$u = \frac{1}{2} (\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2).$$

Напряженности  $E$  и  $H$  в электромагнитной волне связаны соотношением  $\sqrt{\epsilon_0} E = \sqrt{\mu_0} H$ . Поэтому можно также написать:

$$u = \epsilon_0 E^2 = \mu_0 H^2 = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} E H.$$

Учитывая еще, что  $v = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ , имеем:

$$\Delta W = EHS \cos \alpha \cdot \Delta t.$$

Следовательно, энергия, проходящая через площадку  $S$  в единицу времени, или  $\frac{\partial W}{\partial t}$ , равна

$$\frac{\partial W}{\partial t} = EHS \cos \alpha.$$

Полученный результат можно представить в более удобной форме. Введем вектор потока электромагнитной энергии, определяемый следующим образом:

$$P = [EH]. \quad (271.1)$$

Так как в электромагнитной волне  $E$  и  $H$  перпендикулярны друг к другу, то численное значение этого вектора равно  $P = EH$ . Направление же вектора  $P$  перпендикулярно к  $E$  и  $H$ , т. е. совпадает

с направлением скорости распространения волны  $\mathbf{v}$ . Тогда (271.1) можно представить в следующем виде:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = P_n \cdot S. \quad (271.2)$$

Здесь  $P_n = P \cos \alpha$  есть проекция вектора  $\mathbf{P}$  на направление нормали  $\mathbf{n}$  к площадке  $S$ . Если площадка перпендикулярна к направлению  $\mathbf{P}$  (т. е.  $\alpha = 0$ ), то  $P_n = P$ .

Таким образом, движение энергии в электромагнитном поле можно вполне охарактеризовать при помощи вектора потока энергии  $\mathbf{P}$ . Его направление дает направление движения энергии. Численное же значение вектора потока энергии равно энергии, проходящей за единицу времени через поверхность с площадью единица, перпендикулярную к направлению движения энергии.

Понятие вектора потока энергии было введено в работах Н. А. Умова о движении энергии в различных средах, а выражение (271.1) для специального случая электромагнитного поля было получено Пойнтингом. Поэтому вектор потока электромагнитной энергии  $\mathbf{P}$  называют *вектором Умова — Пойнтинга* или *вектором Пойнтинга*.

Если мы представим себе линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\mathbf{P}$  (*линии вектора потока энергии*), то эти линии укажут нам пути, вдоль которых распространяется энергия электромагнитного поля. С другой стороны, линии, вдоль которых движется энергия света, в оптике называют *лучами*. Так как свет представляет собой также электромагнитные волны, то лучи света суть не что иное, как линии вектора потока энергии световых электромагнитных волн.

Приведенный вывод выражения (271.2) не является строгим, так как мы везде предполагали, что фазовая скорость распространения волн  $\mathbf{v}$  совпадает со скоростью движения энергии. Однако в общем случае это заведомо не имеет место (см. Оптику). Тем не менее выражение (271.2), полученное нами путем нестрогих рассуждений, оказывается справедливым для всех случаев.

Исходя из уравнений Максвелла, можно совершенно строго доказать следующую важную теорему о движении энергии в электромагнитном поле (теорема Пойнтинга). Выделим внутри произвольной среды некоторый объем  $\tau$ , ограниченный поверхностью  $S$  (рис. 511). Обозначим, далее, полную энергию, заключенную внутри объема  $\tau$ , через  $W$ . Тогда

$$-\frac{\partial W}{\partial t} = \int_S P_n dS. \quad (271.3)$$

Здесь  $P_n$  — нормальная к поверхности составляющая вектора Умова — Пойнтинга, выражаемого формулой (271.1), а интегрирование производится по

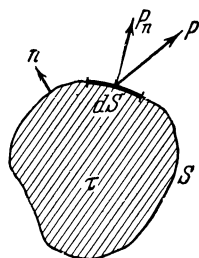


Рис. 511. К формулировке теоремы Пойнтинга.

всей замкнутой поверхности  $S$ . При этом положительным считается направление *внешней* нормали  $\mathbf{n}$  (рис. 511), т. е. поток  $\int_S P_n dS$  считается положительным, если линии вектора  $\mathbf{P}$  выходят изнутри объема  $\tau$  наружу.

Величина  $-\frac{\partial W}{\partial t}$  есть уменьшение полной энергии внутри объема  $\tau$  за единицу времени. Согласно закону сохранения энергии она должна равняться той энергии, которая выходит через поверхность  $S$  за единицу времени наружу. Отсюда следует, что энергия, выходящая через поверхность  $S$  за единицу времени, выражается *потоком вектора  $\mathbf{P}$  через замкнутую поверхность  $S$ , ограничивающую рассматриваемый объем*. Величину же  $P_n$  можно истолковать как энергию, которая проходит через единицу поверхности в единицу времени.

Рассмотрим некоторые примеры вычисления потока энергии электромагнитного поля.

**Пример 1. Распространяющаяся электромагнитная волна.** Пусть имеется плоская электромагнитная волна, распространяющаяся в вакууме вдоль оси  $X$ . Тогда напряженности полей  $E$  и  $H$  в какой-либо точке  $x$  выражаются формулами (§ 260):

$$E = E_0 \sin(\omega t - kx), \quad H = H_0 \sin(\omega t - kx),$$

где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ . Поэтому *мгновенное* значение вектора Умова — Пойнтинга равно

$$P = E_0 H_0 \sin^2(\omega t - kx).$$

Однако на опыте мы имеем дело не с мгновенным значением потока энергии, а со *средним* его значением во времени  $\bar{P}$ . Так как среднее значение  $\overline{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{2}$  и, кроме того, для вакуума ( $\epsilon = \mu = 1$ )  $\sqrt{\epsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu_0} H_0$ , то

$$P = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2.$$

Эта величина дает среднюю энергию, проходящую через единицу поверхности в единицу времени, или *интенсивность* волны. Полученный результат показывает, что энергия, переносимая электромагнитной волной, пропорциональна *квадрату амплитуды колебаний*.

**Пример 2. Стоячая электромагнитная волна.** Вычислим теперь вектор Умова — Пойнтинга для *стоячей* волны. Согласно сказанному в § 261 колебания полей  $E$  и  $H$  в стоячей волне можно представить формулами:

$$E = 2E_0 \cos\left(kx - \frac{\varphi_E}{2}\right) \sin\left(\omega t - \frac{\varphi_E}{2}\right),$$

$$H = 2H_0 \cos\left(kx - \frac{\varphi_H}{2}\right) \sin\left(\omega t - \frac{\varphi_H}{2}\right).$$

В этих выражениях  $\varphi_E$  и  $\varphi_H$  обозначают запаздывания по фазе отраженной волны электрического и соответственно магнитного полей:

$$\varphi_E = 2\pi \frac{2l}{\lambda} + \psi,$$

$$\varphi_H = 2\pi \frac{2l}{\lambda} + \eta.$$

Здесь  $\psi$  и  $\eta$  — изменения фазы при отражении, равные либо  $\pi$ , либо нулю, а  $l$  — длина линии (в случае свободных волн  $l$  есть расстояние между излучателем и отражающей поверхностью). Введем обозначения:

$$2E_0 \cos\left(kx - \frac{\varphi_E}{2}\right) = E_1, \quad 2H_0 \cos\left(kx - \frac{\varphi_H}{2}\right) = H_1,$$

тогда колебания в какой-либо данной точке можно записать короче:

$$E = E_1 \sin\left(\omega t - \frac{\varphi_E}{2}\right), \quad H = H_1 \sin\left(\omega t - \frac{\varphi_H}{2}\right),$$

где  $E_1$  и  $H_1$  не зависят от времени. Но в § 261 мы видели, что если  $\psi = \pi$ , то  $\varphi = 0$  и наоборот. Полагая, например,  $\psi = \pi$ , имеем:

$$E = E_1 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi l}{\lambda}\right), \quad H = H_1 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi l}{\lambda}\right).$$

Поэтому для вектора Умова — Пойнтинга получается:

$$P = E_1 H_1 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi l}{\lambda}\right) \cos\left(\omega t - \frac{2\pi l}{\lambda}\right) = \frac{1}{2} E_1 H_1 \sin\left(2\omega t - \frac{4\pi l}{\lambda}\right).$$

В этом случае  $P$  колеблется с частотой  $2\omega$  и периодически изменяет знак. Поэтому среднее по времени

$$\bar{P} = 0,$$

а следовательно, в *стоячей волне течения энергии нет* (чем и объясняется название этого типа колебаний). Периодические изменения знака  $P$  показывают, что направление движения энергии периодически изменяется. Энергия в этом случае лишь колеблется между пучностями электрического и пучностями магнитного полей. Этот процесс напоминает колебания энергии между индуктивностью и емкостью в закрытом колебательном контуре.

**Пример 3. Провод с постоянным током.** Рассмотрим цилиндрический проводник радиуса  $r$ , в котором имеется постоянный ток с плотностью  $j$  (рис. 512). Электрическое поле  $E$  и магнитное поле  $H$  у поверхности проводника направлены так, как показано на рис. 512, и поэтому вектор Умова — Пойнтинга направлен *внутрь* проводника, перпендикулярно к его боковой поверхности. Это показывает, что энергия непрерывно *втекает* в проводник из окружающего пространства.

Вычислим величину этой энергии. Если  $\rho$  — удельное сопротивление вещества провода, то согласно закону Ома

$$E = \rho j.$$

Напряженность магнитного поля у поверхности

$$H = \frac{i}{2\pi r} = \frac{1}{2} jr.$$

Поэтому

$$P = EH = \frac{1}{2} \rho r j^2.$$

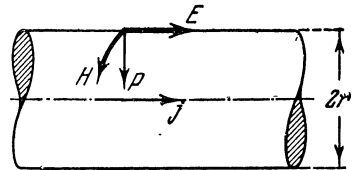


Рис. 512. Движение энергии в случае проводника с током.



Энергия, втекающая через всю боковую поверхность отрезка провода длиной  $l$  за 1 сек, получается равной

$$\frac{W}{t} = P \cdot 2\pi r l = \rho j^2 \pi r^2 l.$$

Но  $\rho j^2$  согласно закону Ленца — Джоуля (в дифференциальной форме) есть количество тепла, выделяющегося в единице объема за единицу времени, а  $\pi r^2 l$  — объем провода. Поэтому мы находим, что энергия, втекающая в провод, равна количеству тепла Ленца — Джоуля, как и должно быть по закону сохранения энергии. Приведенный пример показывает, что электромагнитная энергия, за счет которой выделяется тепло, входит в проводник через его боковую поверхность, а не вдоль его оси, как это кажется на первый взгляд.

## § 272. Элементарный диполь

Среди различных электрических систем, излучающих электромагнитные волны, особо важное значение имеет электрический диполь. В § 266 мы уже встречались с применением диполя для излучения электромагнитных волн. Однако там мы говорили о так называемом *полуволновом* диполе, длина которого равна половине длины волны. Сейчас же мы рассмотрим диполь, длина которого мала по сравнению с длиной волны (*элементарный* диполь).

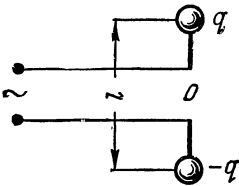


Рис. 513. Элементарный диполь.

Простейшим примером элементарного диполя являются два металлических шара, заряжаемые от какого-либо генератора электрических колебаний, если расстояние между шарами  $l \ll \lambda$  (рис. 513). Момент такого диполя есть  $p = ql$ . Если генератор дает гармонические колебания, то  $q = q_0 \sin \omega t$  и момент диполя изменяется со временем также по гармоническому закону:

$$p = p_0 \sin \omega t. \quad (272.1)$$

Здесь  $p_0 = q_0 l$  есть амплитуда электрического момента диполя. Ее можно выразить также через амплитуду силы тока  $i_0$ . Действительно, сила тока в диполе равна  $i = \frac{dq}{dt} = q_0 \omega \cos \omega t$ , а амплитуда тока  $i_0 = q_0 \omega$ . Поэтому  $q_0 = \frac{i_0}{\omega}$ , а следовательно,

$$p_0 = \frac{l}{\omega} i_0. \quad (272.2)$$

С элементарными диполями нам приходится встречаться весьма часто. Антенны радиостанций совместно с поверхностью земли, на которой индуцируются заряды противоположного знака, во многих

случаях можно рассматривать как элементарные диполи. Однако самым важным примером элементарных диполей являются электроны внутри атомов. Круговое (и эллиптическое) движение электронов, обращающихся вокруг положительного ядра, можно разложить на два прямолинейных гармонических колебания. Но электрон, совершающий прямолинейные гармонические колебания, совместно с положительным ядром (не принимающим участия в излучении) представляет собой диполь, момент которого изменяется согласно формуле (272.1). Так как длина волн, излучаемых атомом (для видимого света округленно  $5 \cdot 10^{-5}$  см), намного больше размеров атомов ( $\sim 10^{-8}$  см), то рассматриваемые диполи можно считать с большой точностью элементарными.

**Излучение элементарного диполя.** Рассмотрим теперь, какой характер имеют электромагнитные волны, излучаемые элементарным диполем. При этом мы не будем приводить строгий вывод выражений для электромагнитного поля из уравнений Максвелла, а ограничимся лишь качественными результатами.

Характер электромагнитного поля диполя существенно зависит от того, близко или далеко расположена рассматриваемая точка. Если расстояние  $r$  от центра диполя до этой точки *мало* по сравнению с длиной волны ( $r \ll \lambda$ ), то справедливы те же формулы, что и для постоянных электрического и магнитного полей. Электрическое поле диполя выражается формулами (29.5) и (29.6) и убывает с расстоянием пропорционально  $1/r^3$ . Магнитное же поле диполя выражается той же формулой (86.1) (или скалярной формулой (86.2)), что и поле элемента тока, и пропорционально  $1/r^2$ .

На *больших* расстояниях от диполя ( $r \gg \lambda$ ) закон изменения полей становится совсем другим. Эта так называемая *волновая* область представляет основной интерес и поэтому мы остановимся на ней подробнее. Выясним, какой вид имеет волновой фронт электромагнитной волны диполя. Так как электромагнитное возмущение распространяется во все стороны от диполя с одинаковой скоростью  $c$  (мы предполагаем, что диполь находится в вакууме), то время прохождения волны до всех точек, удаленных от диполя на одно и то же расстояние  $r$ , одинаково. Поэтому во всех точках сферы, центр которой совпадает с диполем, фаза колебаний одинакова, т. е. мы имеем *сферический* волновой фронт, а следовательно, волна, излучаемая диполем, есть *сферическая* или *шаровая* волна.

Так как электрическое поле  $E$  в волне перпендикулярно к направлению распространения, то вектор  $E$  в различных точках перпендикулярен к радиусам-векторам (рис. 514, а). Это поле периодически изменяется, и поэтому, перемещаясь вдоль радиуса-вектора, мы будем находить поля взаимно противоположного направления (рис. 514, б). Соединяя на рис. 514, б стрелки сплошной линией, мы получим

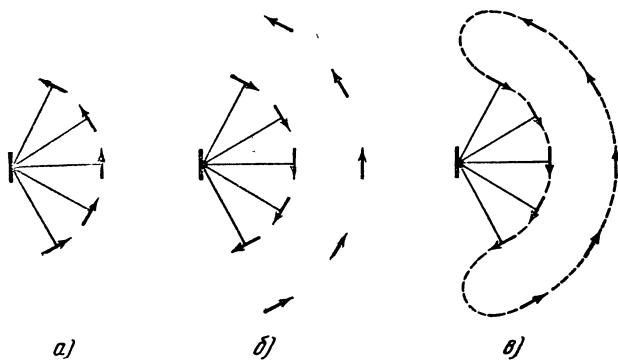


Рис. 514. Форма электрических силовых линий поля излучающего диполя.

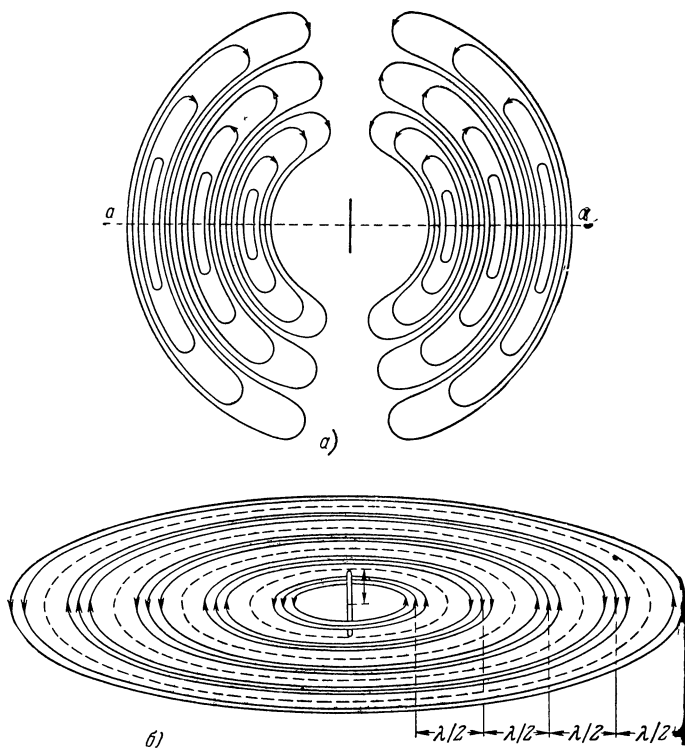


Рис. 515. Электрические (а) и магнитные (б) силовые линии в шаровой электромагнитной волне диполя.

одну из электрических силовых линий (рис. 514, в). Полная картина силовых линий электрического поля в электромагнитной волне диполя показана на рис. 515, а. Силовые линии представляют собой замкнутые кривые в соответствии с вихревым характером электрического поля.

Направление магнитного поля  $H$  в каждой точке перпендикулярно к  $E$  и к направлению распространения. Поэтому магнитные силовые линии представляют собой концентрические окружности, лежащие в плоскостях, перпендикулярных к диполю, и имеющие центр на оси диполя (рис. 515, б. Подробнее см. Добавление 10).

### § 273. Давление электромагнитных волн

Электромагнитные волны, встречая на своем пути какие-либо тела, оказывают на них *давление*.

Легко понять происхождение этого давления. Положим, что электромагнитная волна падает на плоскую поверхность тела перпендикулярно к этой поверхности (рис. 516). Так как электрическое поле  $E$  волны параллельно поверхности, то оно не вызывает сил давления (в рассматриваемом случае нормального падения). Однако это поле создает внутри тела токи  $j$ . Так как в волне, кроме электрического, имеется еще и магнитное поле  $H$ , то на эти токи будет действовать сила  $f$ , перпендикулярная к  $j$  и  $H$ , т. е. в направлении распространения волны. Среднее значение этой силы, отнесенное к единице поверхности тела, и есть давление электромагнитной волны.

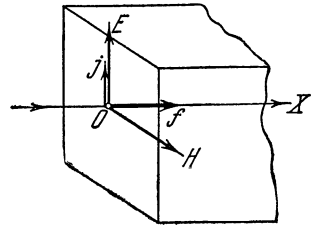


Рис. 516. Возникновение давления электромагнитных волн.

Максвелл, впервые вычисливший давление электромагнитных волн, нашел, что если тело полностью поглощает падающую на него энергию, то величина давления равна

$$p = \bar{u}, \quad (273.1)$$

где  $\bar{u}$  — среднее значение объемной плотности энергии в падающей электромагнитной волне (см. Добавление 11). Если же тело частично отражает волну, то, кроме поля падающей волны, будет присутствовать еще поле отраженной волны, и давление будет равно:

$$p = (1 + k) \bar{u}, \quad (273.2)$$

где  $k$  — коэффициент отражения (интенсивности). Следовательно, для абсолютно отражающего ( $k = 1$ ) тела  $p = 2\bar{u}$ .

Давление электромагнитной волны можно выразить также через ее интенсивность  $I$  (среднее значение вектора потока энергии). Так как  $I = \bar{u}c$ , то вместо (273.2) можно написать:

$$p = \frac{I}{c}(1 + k). \quad (273.3)$$

Наконец, если волна падает на поверхность тела наклонно, под углом  $\vartheta$  к нормали, то

$$p = \frac{I \cos \vartheta}{c}(1 + k). \quad (273.4)$$

Так как свет представляет собой электромагнитные волны, то он оказывает давление на тела, поставленные на пути его распространения. Световое давление очень мало. Вычислим величину этого давления, например, для лучей солнечного света. Так как солнечные лучи переносят через каждый  $m^2$  в минуту энергию около 20 ккал или  $\frac{20 \cdot 10^3}{0,24} \text{ дж}$ , то  $I \approx \frac{20 \cdot 10^3}{0,24 \cdot 60} = 1,4 \cdot 10^3 \text{ вт/м}^2$ . Поэтому давление солнечных лучей на абсолютно отражающее зеркало ( $k = 1$ ) равно

$$p = \frac{2I}{c} \approx \frac{2 \cdot 1,4 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} \approx 1 \cdot 10^{-5} \text{ ньютон/м}^2.$$

Несмотря на ничтожную величину светового давления, экспериментальное доказательство существования давления электромагнитных волн было впервые получено именно на волнах света в классических опытах П. Н. Лебедева, который в 1900 г. доказал существование светового давления на твердые тела, а в 1910 г. — и на газы (описание опытов Лебедева см. в Оптике). Величина светового давления оказалась соответствующей формуле Максвелла (273.4).

## § 274. Импульс и масса электромагнитного поля

Факт существования давления электромагнитных волн с необходимостью приводит к выводу, что электромагнитному полю присущ определенный *механический импульс*.

Действительно, представим себе, что на плоскую поверхность  $S$  абсолютно поглощающего тела падает электромагнитная волна. Вследствие существования давления электромагнитной волны на тело действует сила  $F = uS$ . Но согласно второму закону Ньютона сила равна импульсу, полученному телом за единицу времени. Отсюда можно заключить, что излучение переносит с собой определенный импульс.

Найдем, чему равен импульс электромагнитного поля. За единицу времени тело получает импульс поля, заключенный в параллелепипеде с основанием  $S$  и высотой, равной скорости распространения

поля  $s$ . Если  $g$  есть импульс единицы объема поля (*плотность импульса*), то импульс, получаемый телом, равен  $gSc$ . Поэтому

$$gSc = uS,$$

а следовательно,

$$g = \frac{u}{c}.$$

Выражая  $u$  через поток энергии  $P$  по формуле  $P = uc$  и учитывая еще, что плотность импульса есть вектор, мы находим окончательно:

$$g = \frac{P}{c^2}. \quad (274.1)$$

Полный импульс всего электромагнитного поля  $G_n$  есть интеграл от плотности импульса по всему объему, занятому полем:

$$G_n = \int_{\tau} \frac{P}{c^2} d\tau. \quad (274.2)$$

В 1899 г. А. А. Садовский предсказал, что электромагнитные волны, если они поляризованы по кругу, должны обладать еще и *моментом количества движения*, т. е. по механическим свойствам электромагнитные волны могут быть в известной степени подобны вращающимся телам. Это явление было действительно обнаружено на волнах света и на радиоволнах сантиметрового диапазона.

Полученные важные результаты позволяют обобщить законы механики Ньютона на электромагнитные явления. Они показывают, что, кроме импульса  $G_T$ , связанного с движущимися телами, существует импульс  $G_n$  электромагнитного поля. Второй закон Ньютона

$$\frac{dG}{dt} = F$$

относится, строго говоря, не к импульсу тел  $G_T$ , но к полному импульсу  $G$ :

$$G = G_T + G_n. \quad (274.3)$$

Если в системе тел действуют только *внутренние* силы, т. е. система является *изолированной*, то полный импульс системы остается постоянным. Закон сохранения импульса можно записать в следующей общей форме, охватывающей не только механические, но и электромагнитные явления:

$$G = G_T + G_n = \text{const.} \quad (274.4)$$

Отсюда следует, что если какое-либо первоначально покоившееся тело испускает в определенном направлении электромагнитные волны, то это тело получает импульс  $G_T = -G_n$ , направленный в сторону, противоположную излучению, и равный импульсу, унесенному излучением. Это явление подобно «отдаче» ружья при выстреле.

Импульс (количество движения) какого-либо тела есть произведение массы этого тела на его скорость  $v$ . Или, иначе, масса тела равна его импульсу, деленному на скорость. Так как электромагнитное поле имеет импульс и распространяется с *конечной* скоростью, то отсюда можно заключить, что ему присуща также определенная масса.

Пусть  $d$  есть масса единицы объема, т. е. плотность электромагнитного поля. Тогда импульс единицы объема поля есть  $g = cd$ . С другой стороны, согласно формуле (274.1) эта же плотность импульса равна  $g = \frac{P}{c^2}$ . Следовательно,

$$cd = \frac{P}{c^2}.$$

Но значение вектора потока энергии  $P$  можно выразить через объемную плотность энергии  $u$ :

$$P = uc.$$

Поэтому мы получаем соотношение

$$u = c^2 d,$$

которое выражает плотность электромагнитного поля  $d$  через энергию единицы объема  $u$ . Это соотношение между массой и энергией справедливо, очевидно, не только для единицы объема, но и для какого угодно объема поля. Если  $m$  — масса поля, а  $W$  — его энергия, то

$$W = mc^2, \quad (274.5)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме.

Так как скорость света очень велика, то даже весьма значительной энергии поля соответствует очень малая масса. Однако принципиальное значение соотношения (274.5) от этого, разумеется, нисколько не уменьшается.

Рассмотрим пример: вычислим массу, соответствующую энергии, излученной очень мощной радиостанцией с мощностью 500 *квт* =  $5 \cdot 10^5$  *вт* в течение одного часа. Мы имеем:

$$W = 5 \cdot 10^5 \cdot 3,6 \cdot 10^3 = 18 \cdot 10^8 \text{ дж},$$

и формула (274.5) дает:

$$m = \frac{18 \cdot 10^8}{(3 \cdot 10^8)^2} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ кг} = 0,02 \text{ мг}.$$

Приведем еще другой вывод соотношения между массой и энергией электромагнитного поля. Представим себе, что тело  $A$  (рис. 517), находящееся в первоначально неподвижном ящике, испускает очень короткий цуг электромагнитных волн с энергией  $W$ , которые падают на второе тело  $B$  и полностью в нем поглощаются. Во время излучения тело  $A$  испытывает

отдачу и получает импульс  $gSct$ , направленный справа налево ( $S$  — поверхность тела,  $t$  — время излучения). Так как  $g = \frac{P}{c^2}$ , то этот импульс равен также  $\frac{W}{c}$ , где  $W = PSt$  есть излученная энергия. Под действием импульса

отдачи ящик приобретет некоторую скорость  $v$  и будет двигаться справа налево до тех пор, пока излучение не достигнет тела  $B$ . При поглощении излучения ящик получит импульс, направленный слева направо, и остановится, так что в результате произойдет перемещение центра массы ящика  $O$  на некоторое расстояние  $x$ . Но это противоречит закону сохранения импульса, согласно которому при действии только внутренних сил центр массы должен оставаться неизменным. Для устранения этого противоречия имеется только единственный выход, а именно — заключить, что увеличение энергии тела  $B$  сопровождается увеличением его массы и притом как раз таким, что положение центра массы  $O$  остается неизменным.

Отсюда нетрудно найти соотношение между массой и энергией в количественной форме. Предполагая для упрощения расчетов, что масса излучения  $m$  весьма мала по сравнению с массой ящика  $M$ , мы имеем:

$$Mv = \frac{W}{c}, \quad v = \frac{W}{Mc}.$$

За время  $t = \frac{l}{c}$ , в течение которого излучение доходит от  $A$  до  $B$ , ящик передвинется на расстояние

$$x = vt = \frac{Wl}{Mc^2}.$$

Так как масса  $M$  перемещается на расстояние  $x$ , а масса излучения  $m$  — на расстояние  $l$ , то для неизменности центра массы необходимо, чтобы выполнялось соотношение:

$$Mx = ml.$$

Подставляя сюда вместо  $x$  его выражение, мы находим:

$$W = mc^2. \quad (274.6)$$

Мы вывели соотношение (274.6) для электромагнитного поля. Однако, согласно специальной теории относительности Эйнштейна, оно имеет совершенно общее значение и справедливо для любых тел независимо от их внутреннего строения и состояния. Оно выражает то обстоятельство, что всякое изменение энергии любого тела или системы тел  $\Delta W$  всегда связано с изменением массы  $\Delta m = \frac{\Delta W}{c^2}$  независимо от того, какие именно превращения энергии происходят в данном теле или системе тел. Поэтому результаты, полученные в данном параграфе, можно рассматривать как частный случай применения общего соотношения к электромагнитному полю.

Мы уже отмечали, что вследствие весьма большой величины  $c$  даже очень большие изменения энергии сопровождаются лишь ничтожными изменениями массы. Однако существуют и такие явления, в которых изменением

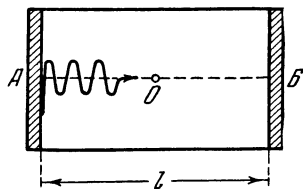


Рис. 517. К выводу соотношения между массой и энергией электромагнитного поля.



массы пренебрегать никак нельзя. Наиболее важными из них являются различные процессы расщепления и превращения атомных ядер, в которых выделяются огромные количества энергии, и поэтому соответствующие изменения массы частиц, участвующих в этих процессах, оказываются вполне ощутимыми и доступными для очень точных измерений. Это позволило проверить соотношение между массой и энергией на большом числе различных ядерных реакций и убедиться, что оно действительно очень хорошо оправдывается на опыте (подробнее см. Атомную физику).

### § 275. Электромагнитная масса движущегося заряда

Рассмотрим движущийся электрический заряд. Он создает в окружающем пространстве не только электрическое поле  $E$ , но и магнитное поле  $H$ , т. е. вокруг заряда образуется электромагнитное поле. Это поле обладает определенным импульсом (§ 274). Поэтому полный импульс движущегося заряженного тела, а следовательно, и масса тела будут больше, чем в отсутствии заряда. Эта дополнительная масса, связанная с электромагнитным полем, называется *электромагнитной массой* тела.

Электромагнитная масса зависит от скорости движения заряженного тела, увеличиваясь с увеличением скорости. Чтобы найти эту зависимость, воспользуемся соотношением (274.5). Положим, что скорость тела увеличилась на  $dv$ , отчего энергия тела возросла на  $dW$ , а масса — на  $dm$ . Тогда согласно (274.5)

$$dW = c^2 dm. \quad (275.1)$$

По второму закону Ньютона (в форме, учитывающей зависимость массы от скорости)

$$d(mv) = F dt \quad (275.2)$$

или, иначе:

$$m dv + v dm = F dt.$$

Наконец, по определению энергии

$$dW = F dx = Fv dt. \quad (275.3)$$

Поэтому

$$m dv + v dm = \frac{dW}{v} = \frac{c^2 dm}{v},$$

или

$$\frac{dm}{m} = \frac{1}{2} \frac{d\left(\frac{v^2}{c^2}\right)}{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Интегрируя это уравнение, получаем:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

где  $m_0$  есть постоянная интегрирования, имеющая смысл покоящейся массы тела.

Таким образом, при очень быстрых движениях  $\left(\frac{v}{c} \sim 1\right)$  электромагнитная масса увеличивается с возрастанием скорости и притом как раз по тому закону, который получен из опыта для быстрых электронов (ср., например, § 204). На этом основании многие выдающиеся физики в начале нашего века

сделали заключение, что *вся* масса электронов имеет чисто электромагнитную природу. Более того, можно было даже предполагать, что масса *любых* тел есть электромагнитная масса, так как внутри всех тел, даже незаряженных, имеются интенсивные электромагнитные поля, обусловленные электронами и положительными ядрами атомов.

Впоследствии, однако, выяснилось, что подобные представления сопряжены с серьезными трудностями. Многочисленные попытки построения теории элементарных частиц в предположении, что масса их имеет чисто электромагнитную природу, привели к внутренним противоречиям, не устраненным до настоящего времени. С другой стороны, хорошо известно, что существуют элементарные частицы, например нейтроны (см. Атомную физику), обладающие массой, но не имеющие вовсе электрических зарядов. Поэтому приходится допустить, что электромагнитная масса может представлять лишь часть массы элементарных частиц («полевая» масса), в то время как другая ее часть не связана с электромагнитным полем («неполевая» масса).

## ГЛАВА XXIV

### ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ДЛЯ ЦЕЛЕЙ СВЯЗИ

#### § 276. Принцип радиосвязи

Одним из самых замечательных технических применений электромагнитных волн является их использование для целей связи. Изобретением радио мы обязаны преподавателю физики офицерских минных классов в Кронштадте, а впоследствии — профессору физики Петербургского электротехнического института А. С. Попову, который в 1895 г. продемонстрировал на заседании Русского физико-химического общества передачу и прием сигналов с помощью электромагнитных волн и созданный им радиоприемник. Начатые около того же времени опыты итальянского инженера Маркони, поставленные в широком промышленном масштабе, положили начало внедрению радио в практику. В последующий период времени радиотехника была превращена трудами многих выдающихся ученых и инженеров в чрезвычайно широкую и разностороннюю область техники.

Как мы знаем, для излучения мощных электромагнитных волн необходимо создать достаточно сильные токи смещения, т. е. быстро изменяющееся электрическое поле. Поэтому в радиотехнике применяют электрические колебания *высокой частоты*. Частоты колебаний, используемые для радиовещания, лежат примерно в пределах от  $10^5$  до  $10^8 \text{ сек}^{-1}$ , что соответствует длинам волн от 3 км до 3 м. Для решения специальных задач, где существенно получение остро направленного излучения (например, в радиолокации), применяют дециметровые и сантиметровые волны; для этого оказывается необходимым генерировать колебания с громадной частотой вплоть до  $10^{10} \text{ сек}^{-1}$  и выше.

Схема радиосвязи изображена на рис. 518. На передающей станции имеется генератор электрических колебаний, который возбуждает в антенне (металлических проводах, подвешенных высоко над землей)

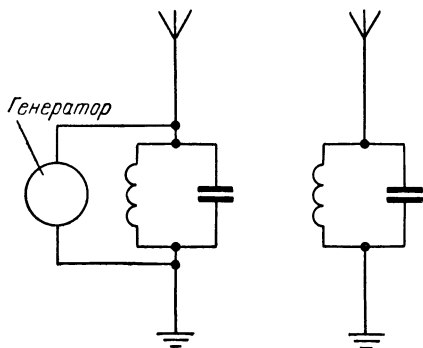


Рис. 518. Схема радиосвязи.

интенсивные вынужденные колебания. Для усиления этих колебаний используют явление резонанса: частоту генератора делают равной одной из собственных частот антенны (обычно — частоте основного колебания). Так как антенна представляет собой открытый вибратор, то она излучает электромагнитные волны, которые, распространяясь, достигают антенны приемной станции. Под действием переменного электрического поля волны электроны в приемной антенне приходят в колебательное движение, т. е. в ней появляется электрический ток высокой частоты. Для усиления этих вынужденных колебаний приемная антенна также настраивается в резонанс с входящими колебаниями. Отметим, что для настройки антенны можно включать конденсатор последовательно с ней (рис. 519). В этом случае общая емкость антенного контура (как при всяком последовательном соединении емкостей) уменьшается, благодаря чему собственная частота антенны увеличивается, а длина волны уменьшается. В случае же параллельного соединения (рис. 518) общая емкость увеличивается, а следовательно, длина волны, соответствующая резонансу, становится больше.

Таким образом, *принцип* радиосвязи заключается в том, что токи проводимости передатчика сначала превращаются в токи смещения, не требующие для своего распространения проводников, а затем эти токи смещения снова преобразуются в токи проводимости в приемнике.

### § 277. Модуляция колебаний

Схема, изображенная на рис. 518, еще недостаточна для передачи *сигналов*. Для этого необходимо желаемым образом *изменять* колебания в соответствии с частотой и силой сигнала.

На первый взгляд может показаться, что для передачи сигнала достаточно превратить его в электрические колебания и создать



Рис. 519. Последовательное соединение конденсатора с антенной (укорочение длины волны).

в антенне переменный ток с частотой и силой, соответствующими сигналу. Так, например, желая передать речь или музыку, мы можем с помощью микрофона получить изменяющийся ток и после надлежащего его усиления послать в антенну. Однако в действительности этим способом передать сигналы нельзя. Дело в том, что все сигналы, с которыми приходится иметь дело на практике, представляют собой колебания *низкой* частоты. При передаче речи и музыки — это частоты примерно от 100 гц до нескольких тысяч герц, при передаче телеграфных знаков — еще значительно ниже. Для излучения же радиоволн необходимы *высокие* частоты, так как только с быстрыми колебаниями можно получить сильные токи смещения. Поэтому, направляя токи сигнала непосредственно в антенну, мы не получим практически никакой излученной мощности.

Это противоречие устраняется в радиотехнике весьма остроумным способом, состоящим в том, что для передачи энергии употребляют высокочастотные колебания, а колебания низкой частоты сигнала используют лишь для *изменения* высокочастотных колебаний, или, как принято говорить, для их *модуляции*. На приемной станции из этих сложных колебаний с помощью специальных методов вновь выделяют колебание низкой частоты сигнала, которое после усиления используют по назначению (в громкоговорителе, в телеграфном аппарате и т. п.). Этот процесс восстановления сигнала называется *демодуляцией*.

Модуляцию колебаний можно производить, изменяя их амплитуду, частоту или фазу. Мы остановимся только на *амплитудной модуляции*, применяемой наиболее часто.

Когда из студии радиостанции не производится передача, колебания тока в антенне имеют вид:

$$i = i_0 \sin \omega t. \quad (277.1)$$

Они изображены графически на рис. 520, *a*. При наличии сигнала (речь и музыка перед микрофоном) эти колебания с помощью приемов, описываемых в § 278, превращаются в более сложные:

$$i = i_0 (1 + f(t)) \sin \omega t, \quad (277.2)$$

где  $f(t)$  — «модулирующая функция», зависящая от типа сигнала, причем  $|f(t)| < 1$ .

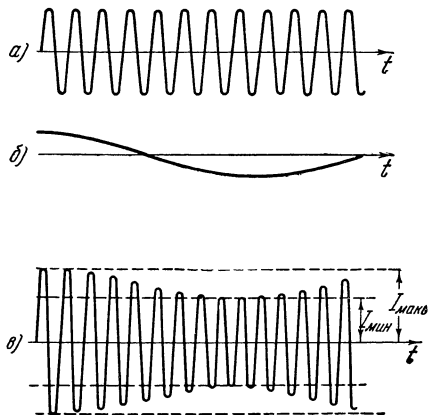


Рис. 520. Амплитудная модуляция колебания.

*a* — немодулированное колебание, *б* — модулирующее колебание, *в* — модулированное колебание.

Простейший тип модуляции мы имеем при передаче чистого музыкального тона (камертон перед микрофоном). В этом случае ток в цепи микрофона изменяется по гармоническому закону (рис. 520, б) и модулирующая функция имеет вид:

$$f(t) = k \sin \Omega t.$$

Колебания же тока в антенне описываются формулой:

$$i = i_0(1 + k \sin \Omega t) \sin \omega t. \quad (277.3)$$

(Мы полагаем везде начальную фазу равной нулю, что не имеет принципиального значения.) Так как частота модуляции  $\Omega \ll \omega$ , то это колебание можно приближенно рассматривать как гармоническое, имеющее амплитуду  $i_0(1 + k \sin \Omega t)$ , периодически изменяющуюся во времени (рис. 520, в). Ее максимальное и минимальное значения:  $I_{\max} = i_0(1 + k)$ ,  $I_{\min} = i_0(1 - k)$ . Величина

$$k = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

называется *глубиной модуляции*.

Пользуясь известной формулой:  $\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\beta - \alpha}{2}$ , можно убедиться, что

$$i = i_0(1 + k \sin \Omega t) \sin \omega t =$$

$$= i_0 \sin \omega t + \frac{1}{2} k i_0 \cos(\omega - \Omega) t -$$

$$- \frac{1}{2} k i_0 \cos(\omega + \Omega) t.$$



Рис. 521. Спектры:

а — немодулированного колебания, б — гармонически модулированного, в — модулированного по сложному закону (боковые полосы частот).

Следовательно, модулированное колебание (277.3), выражаясь точно, представляет собой *три* гармонических колебания, происходящих с частотами  $\omega$ ,  $(\omega + \Omega)$  и  $(\omega - \Omega)$  (рис. 521, б). Основная частота передатчика  $\omega$  называется в радиотехнике *несущей* частотой, а дополнительные частоты  $(\omega + \Omega)$  и  $(\omega - \Omega)$ , возникающие при модуляции, — *верхней* и соответственно *нижней боковыми* частотами.

Если сигнал представляет собой не гармоническое колебание, но имеет более сложную форму, то вместо одной определенной частоты модуляции  $\Omega$  мы будем иметь много частот. Поэтому и вместо двух боковых частот мы получим целую совокупность частот, лежащих слева и справа от несущей частоты и образующих боковые *полосы* частот (рис. 521, в).

Если, наконец, мы передаем телеграфные знаки по азбуке Морзе, то амплитуда колебаний изменяется так, как показано на рис. 522, а.

Она постоянна, когда телеграфный ключ замкнут, и равна нулю при разомкнутом ключе. Колебания тока в антенне при этом имеют вид прерывистых цугов различной длительности (рис. 522, б); короткие цуги соответствуют точкам, а длинные — тире.

Таким образом, модулируя колебания, мы при помощи *низкочастотного* сигнала превращаем одно-единственное гармоническое колебание передатчика в несколько гармонических колебаний, которые, однако, все являются *высокочастотными* (так как  $\Omega \ll \omega$ ) и поэтому пригодны для излучения радиоволн. В этом и заключается основная идея модуляции колебаний в радиотехнике.

Чтобы при демодуляции получить опять сигнал неискаженной формы, необходимо, очевидно, чтобы в приемник попали колебания всех частот, возникших при модуляции. А для этого нужно, чтобы настройка приемника хотя и была очень острой, но все же такой, чтобы ширина резонансной кривой охватывала, по возможности, все боковые частоты.

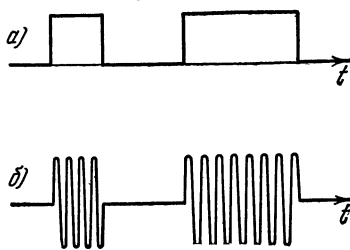


Рис. 522. Модулирующая функция (а) и модулированное колебание (б) при телеграфной передаче.

## § 278. Радиопередатчик

Для осуществления модуляции колебаний в радиотехнике разработаны различные приемы. Так, например, переменное напряжение сигнала можно подать на сетку генераторной лампы («модуляция на сетку»). Тогда при изменении сеточного напряжения будет изменяться амплитуда колебаний и мы получим колебания генератора, модулированные в соответствии с напряжением сигнала.

Простейшая схема радиотелефонного передатчика с модуляцией на сетку показана на рис. 523. Часть схемы, обозначенная цифрой I, есть уже знакомый нам ламповый генератор (см. рис. 446). Модулирующее напряжение возникает в части схемы II. Оно появляется в цепи микрофона *M* и усиливается трансформатором *T*. Отметим, что сеточный конденсатор  $C_c$  представляет малое сопротивление для переменных токов высокой частоты генератора, а вторичная обмотка трансформатора вследствие ее индуктивности — большое сопротивление. Поэтому частопеременные токи не ответвляются в микрофонную цепь и генератор практически работает так же, как и в отсутствии модулирующей цепи II. Для микрофонных же токов низкой частоты конденсатор  $C_c$  обладает большим сопротивлением, и поэтому напряжение трансформатора *T* оказывается целиком приложенным между сеткой и катодом лампы. Модулированные колебания передаются

в антенный контур с помощью катушки, связанной индуктивно с катушкой  $L$  колебательного контура генератора.

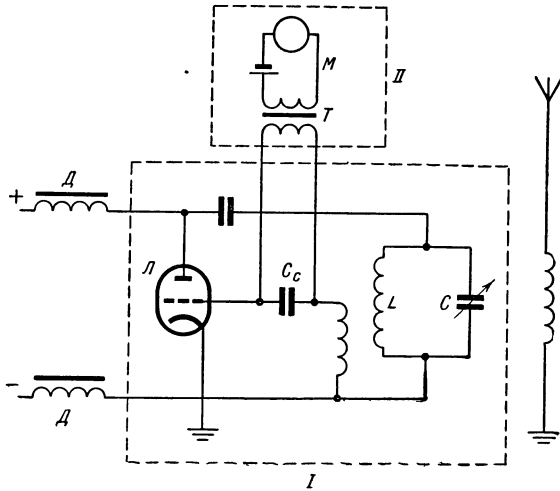


Рис. 523. Модуляция на сетку.

Модулирующее напряжение можно прикладывать и к аноду генераторной лампы («модуляция на анод»). Схема такого передатчика (также в одном из простейших вариантов) изображена на рис. 524.

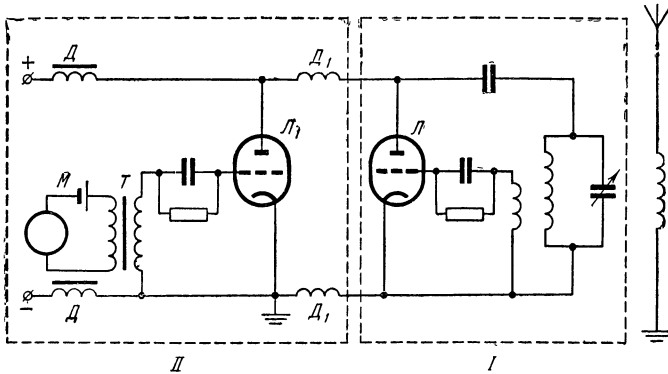


Рис. 524. Модуляция на анод.

Колебания напряжения, возникающие в цепи микрофона  $M$ , подаются через трансформатор  $T$  на сетку лампы  $L_1$  и, усиленные, затем прикладываются между анодом и катодом лампы  $L$  генераторного контура  $I$ . Разделение низкочастотных колебаний (модулирующих) и

высокочастотных (модулируемых) производится дросселями  $D_1$  (без железа). Их индуктивность подбирается такой, что они свободно пропускают низкочастотные колебания из цепи  $II$  в генератор  $I$ , но не пропускают обратно высокочастотные токи. Дроссели же  $D$  (с железом) препятствуют низкочастотным токам цепи  $II$  закоротиться на источник питания.

В приведенных выше схемах модуляция осуществлялась в той же самой лампе ( $L$ ), которая служила для генерации колебаний. В мощных передатчиках модуляцию колебаний производят в специальной части схемы (модулируемый блок). Общая схема («блок-схема») радиопередатчика приведена на рис. 525.

Отметим в заключение, что для модуляции колебаний электронная лампа должна обязательно работать в таком режиме, чтобы ее вольт-амперная характеристика была *нелинейной*. Действительно, анодный ток лампы  $i$  есть функция двух переменных напряжений: высокочастотного  $U_1$  и модулирующего  $U_2$ :

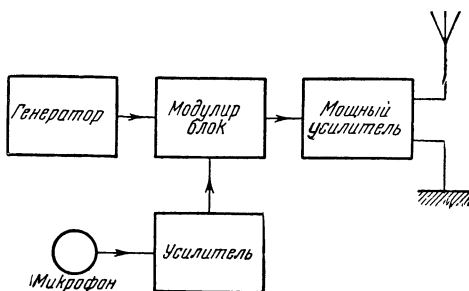


Рис. 525. Блок-схема радиопередатчика.

$$i = f(U_1, U_2). \quad (278.1)$$

Разлагая эту функцию в ряд Тейлора и ограничиваясь только степенями не выше второй, мы имеем:

$$i = a + bU_1 + cU_2 + (eU_1^2 + gU_2^2 + hU_1U_2) + \dots \quad (278.2)$$

Если бы характеристика была линейной, то члены, заключенные в скобки, отсутствовали бы и мы получили бы *сумму* обоих колебаний. Модулированное же колебание (формула (277.3)) есть *произведение* двух колебаний. Оно выражается членом разложения  $hU_1U_2$ , который появляется только при нелинейной характеристике.

## § 279. Демодуляция колебаний. Радиоприемник

Под действием электромагнитной волны передатчика в антенне приемника возникают модулированные токи *высокой частоты*, тождественные с токами в антенне передатчика, но только гораздо более слабые.

Однако эти токи еще не пригодны для непосредственного получения сигнала. Если, скажем, при радиотелефонной передаче мы направим их, даже после предварительного усиления, в громкоговоритель, то мы не услышим никакого звука. Это произойдет,



во-первых, потому, что телефонная мембрана обладает большой инерционностью и поэтому не может совершать такие быстрые колебания с заметной амплитудой. Во-вторых, и это самое главное, если бы мы и воспользовались малоинерционным телефоном (что можно сделать), то мы получили бы воздушные волны с радиотехнической частотой ( $10^5$ — $10^8$  гц), в то время как наше ухо слышит звуки только при частоте, не превышающей  $\sim 2 \cdot 10^4$  гц.

Поэтому высокочастотные колебания в приемнике снова превращаются в колебания низкой частоты, соответствующие сигналу. Эта *демодуляция* колебаний (или *детектирование*) осуществляется тем, что модулированные колебания *выпрямляются* с помощью какого-нибудь нелинейного устройства (кристаллический детектор, электронная лампа) и затем *сглаживаются* цепью, обладающей подходящей постоянной времени.

Поясним сказанное более подробно. Рассмотрим простейший демодулятор (рис. 526), состоящий из кристаллического детектора  $D$  и конденсатора  $C$ , шунтированного сопротивлением  $r$ . Положим, что на входе демодулятора имеется модулированное напряжение  $U_{вх}$ , соответствующее прямоугольным телеграфным сигналам (рис. 527, а). Если бы конденсатора не было, то вследствие выпрямительного

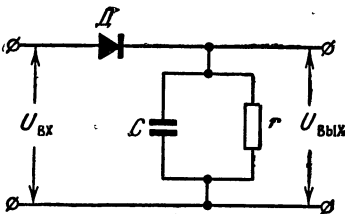


Рис. 526. Демодулятор с кристаллическим детектором.

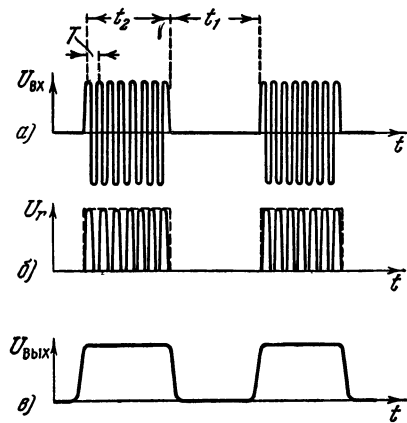


Рис. 527. Демодуляция радиотелеграфных сигналов.

действия детектора на сопротивлении  $r$  появилось бы пульсирующее напряжение одного знака (рис. 527, б). При наличии конденсатора этот последний будет заряжаться. Если постоянная времени  $\tau = Cr$  велика по сравнению с периодом  $T$  несущего колебания, то за время между двумя последовательными пиками напряжения конденсатор не будет заметно разряжаться; его напряжение будет увеличиваться, пока не достигнет некоторого постоянного значения, пропорционального амплитуде входного напряжения. После прекращения колебаний конденсатор будет разряжаться через сопротивление  $r$  и, если  $\tau = Cr$  значительно меньше интервала  $t_1$  между двумя последовательными

сигналами, успеет полностью разрядиться задолго до прихода следующего сигнала. Если при этом  $\tau$  еще намного меньше длительности  $t_2$  самого сигнала, то на выходе демодулятора мы получим напряжение  $U_{\text{вых}}$  в виде импульсов, очень близких к прямоугольным. Они изображаются *огibaющей* кривой рис. 527, б и воспроизводят сигнал передающей радиостанции (527, в).

Из сказанного ясно, что для получения неискаженного сигнала при демодуляции нужно, чтобы постоянная времени демодулятора  $\tau$  была велика по сравнению с периодом несущего колебания, но мала сравнительно с периодом самого сигнала.

Совершенно то же мы имеем при демодуляции радиотелефонных колебаний (рис. 528). Колебания напряжения на входе демодулятора в этом случае можно рассматривать как совокупность импульсов, изображенных на рис. 527, непрерывно переходящих один в другой и изменяющих свою высоту. Поэтому и здесь на выходе демодулятора получится напряжение, изображаемое *огibaющей* модулированного колебания, т. е. низкочастотный сигнал передатчика.

Для выпрямления колебаний при демодуляции вместо кристаллического детектора можно использовать вакуумный диод, включаемый в схему рис. 526. Однако чаще всего для демодуляции применяют трехэлектродную лампу, которая одновременно и усиливает колебания.

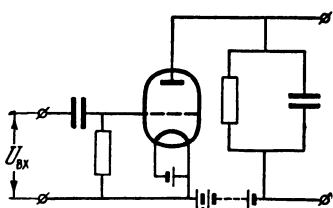


Рис. 529. Демодулятор с трехэлектродной лампой.

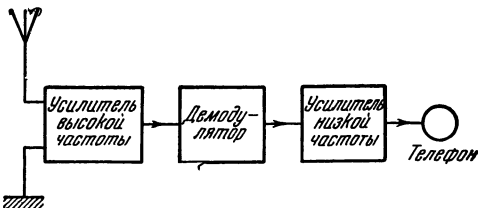


Рис. 530. Блок-схема радиоприемника прямого усиления.

Соответствующая схема показана на рис. 529 («сеточная демодуляция»). Для того чтобы лампа в этой схеме обладала выпрямительными свойствами, нужно, очевидно, чтобы рабочая точка лежала в *нелинейной* части ее характеристики, например у нижнего излома характеристики.

Изложенное позволяет понять действие радиоприемника. Высоко-частотные колебания, возникающие в антенне приемника, попадают

сначала в ламповый усилитель высокой частоты. Входной контур этого усилителя делают настраиваемым (ср. рис. 469), чтобы можно было выделить волну какой-либо радиостанции. Усиленные колебания высокой частоты попадают затем в демодулятор, где превращаются в колебания низкой частоты сигнала. Эти колебания снова усиливаются и подаются в соответствующий индикатор, например в громкоговоритель. Приемник, работающий по этому принципу, называют приемником «прямого усиления». Его блок-схема показана на рис. 530. Отметим, однако, что чаще всего радиовещательные приемники строят по несколько иной схеме («супергетеродинные» приемники, § 281).

### § 280. Гетеродинный прием

В настоящее время телеграфные сигналы — тире и точки — почти исключительно принимают с помощью телефона «на слух». Для этой цели импульсы высокочастотных токов (рис. 522, б) не подвергают демодуляции (как показано на рис. 527), а превращают их в колебания звуковой частоты, отчего в телефоне появляется свист. Короткий свисток обозначает точку, а длинный — тире.

Это преобразование частоты сигнала осуществляется следующим образом. На одну из ламп приемника подают два переменных напряжения: высокочастотное напряжение сигнала  $U = a \sin \omega t$  и переменное напряжение  $U_1 = a_1 \sin \omega_1 t$  от местного маломощного генератора, имеющегося в приемнике (так называемого *гетеродина*). В § 278 мы видели, что если лампа работает в *нелинейном* режиме, то в ее анодной цепи появляются *комбинационные* колебания и, в частности, колебание, пропорциональное произведению  $U_1 U$ . Но

$$UU_1 = aa_1 \sin \omega t \sin \omega_1 t = \frac{1}{2} aa_1 [\cos (\omega - \omega_1) t - \cos (\omega + \omega_1) t],$$

а следовательно, в приемнике появляются колебания с *разностной* частотой  $(\omega - \omega_1)$  и *суммарной* частотой  $(\omega + \omega_1)$ . Частоту гетеродина  $\omega_1$  делают близкой к несущей частоте  $\omega$ , но с таким расчетом, чтобы разность  $(\omega - \omega_1)$  лежала в пределах *звуковых* частот. Тогда колебание с разностной частотой  $(\omega - \omega_1)$  вызывает в телефоне появление звука и телеграфные сигналы становятся слышимыми.

### § 281. Супергетеродинный приемник

Приемник прямого усиления, описанный в § 279, имеет тот недостаток, что при очень высоких частотах (коротких волнах) не позволяет получить большое усиление сигнала. Одна из причин, затрудняющих усиление, заключается в неизбежных паразитных емкостях приемника (емкость электродов ламп, емкость соединительных проводов и т. п.), которые при очень высоких частотах представляют малые сопротивления, шунтирующие лампы. Кроме этого, имеются и другие причины, связанные с процессами внутри самих ламп. Применить же демодуляцию в первой лампе приемника, отказавшись вовсе от усиления высокой частоты, невозможно, так как в этом случае вместе с сигналом будут усиливаться также неизбежные помехи, которые особенно велики на низких частотах.

От указанного недостатка в значительной степени свободен *супергетеродинный* приемник, являющийся в настоящее время самым распространен-

ным. Его блок-схема показана на рис. 531. Модулированные колебания высокой частоты

$$U = a [1 + f(t)] \sin \omega t$$

из антенны попадают в этом приемнике на один из электродов специальной лампы, а на другой электрод этой лампы действует напряжение местного гетеродина

$$U_1 = a_1 \sin \omega_1 t.$$

В результате этого, так же как и в гетеродинном приемнике, на выходе лампы возникает колебание разностной частоты, пропорциональное

$$[1 + f(t)] \cos (\omega - \omega_1) t,$$

модулированное той же функцией  $[1 + f(t)]$ , что и первоначальное колебание в антенне. Этот процесс преобразования частоты в радиотехнике называется *смешиванием* частот, а лампа, служащая для этой цели, — *смесительной* лампой. Однако, в отличие от простого гетеродинного приемника,

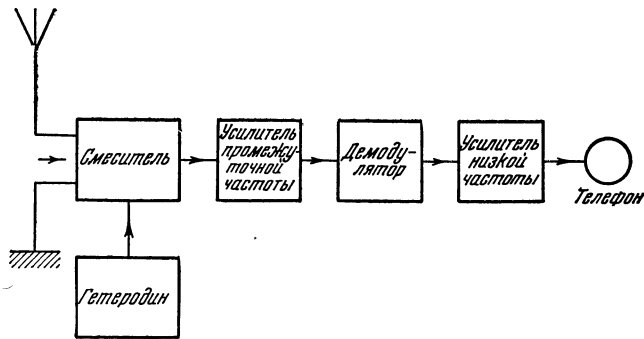


Рис. 531. Блок-схема супергетеродинного приемника.

частоту  $(\omega - \omega_1)$  (так называемую *промежуточную частоту*) делают достаточно высокой (неслышимой). Колебания промежуточной частоты затем выделяют и усиливают резонансным услителем и подвергают демодуляции обычным способом. Полученный таким образом сигнал, уже звуковой частоты, еще дополнительно усиливают и подают в громкоговоритель.

Отметим, что в таких приемниках при настройке на разные станции одновременно с изменением емкости входного контура изменяется и емкость колебательного контура гетеродина, так что промежуточная частота  $(\omega - \omega_1)$  при перестройке приемника остается постоянной. Для этого подвижные пластины обоих конденсаторов (входного контура и гетеродина) насаживают на общую ось.

## § 282. Полусвободные электромагнитные волны

До сих пор мы рассматривали электромагнитные волны двух типов: волны вдоль проводов и свободные электромагнитные волны. В первом случае электрические силовые линии заканчивались на проводах линии (замыкались ими, рис. 486), а во втором — замыкались в диэлектрике (рис. 502). В радиотехнике мы встречаемся еще с электромагнитными волнами промежуточного типа.

Свободные волны возникают в том случае, если излучающий диполь находится целиком в диэлектрике (в воздухе) и достаточно удален от всех окружающих предметов. Это имеет место при излучении *коротких* волн (несколько метров и меньше), когда размеры диполя малы и он высоко приподнят над поверхностью земли. Для

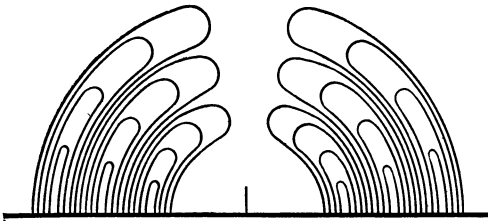


Рис. 532. Полуосвободные электромагнитные волны.

излучения *длинных* волн (сотни и тысячи метров), напротив, всегда применяют антенны, *заземленные* на одном конце, отчего характер электромагнитной волны изменяется. В § 264 мы видели, что при заземлении вибратора (диполя) его длина волны увеличивается в два раза, а картина распределения тока и напряжения представляет собой *половину* картины соответствующего распределения для незаземленного диполя (рис. 499). Поэтому и картина распределения поля в волне заземленной антенны изображается верхней половиной рис. 515, лежащей над плоскостью симметрии *aa*. Она показана на рис. 532. Силовые линии электрического поля в этом случае замыкаются в воздухе только с одной стороны, а с другой стороны замыкаются через землю. Такие волны можно назвать *полуосвободными*. Распространяясь, полуосвободные волны следуют за кривизной Земли, подобно тому как волны вдоль проводов следуют за изгибами линии, и огибают земную поверхность.

Явление огибания волнами различных препятствий, т. е. *диффракция* волн, играет огромную роль в радиосвязи. Именно вследствие диффракции радиоволн возможна устойчивая радиосвязь между удаленными пунктами, разделенными между собой выпуклостью Земли, несмотря на то, что сама Земля, сравнительно хорошо проводящая электричество, непрозрачна для электромагнитных волн (рис. 533).

Однако диффракция сильно зависит от длины волны и выражена тем сильнее, чем больше длина волны (подробнее см. Оптику). Поэтому способностью хорошо огибать земную поверхность обладают

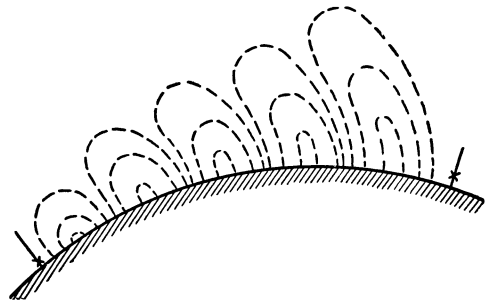


Рис. 533. Огибание земной поверхности длинными электромагнитными волнами.

только длинные волны (сотни и тысячи метров). Такие волны можно заставить обойти вокруг земного шара и можно принять их в том же пункте, из которого они были отправлены. Время, потребное для этого электромагнитным волнам, равно около  $\frac{40\,000}{300\,000} = 0,13$  сек.

Напротив, очень короткие волны (несколько метров и меньше) почти не огибают Землю, и поэтому устойчивая связь на коротких волнах возможна только на небольших расстояниях, немногим больших пределов прямой видимости. Этот случай мы имеем, в частности, в телевидении, где необходимо применять короткие волны (не длиннее нескольких метров).

Исследования распространения коротких волн обнаруживают другие интересные явления. Попадая в верхние сильно ионизованные слои атмосферы (в так называемую *ионосферу*), радиоволны отражаются этими проводящими слоями, действующими подобно металлическим зеркалам, и возвращаются опять на землю. Поэтому и короткие волны могут достигать очень удаленных пунктов земной поверхности. Однако радиосвязь на коротких волнах гораздо менее устойчива, нежели на длинных. Изучение особенностей распространения радиоволн, интенсивно ведущееся в настоящее время, позволяет получить ценные сведения о строении верхних слоев атмосферы.

### § 283. Понятие о радиолокации

Рассмотрим еще одно из применений электромагнитных волн — *радиолокацию*, т. е. обнаружение и точное определение положения предметов (самолетов в воздухе, кораблей в море и т. п.) с помощью радиоволн.

В основе радиолокации лежит явление *рассеяния* электромагнитных волн, т. е. их разбрасывания в различные стороны предметами, расположенными на пути распространения радиоволн. Принимая эти рассеянные радиоволны чувствительным приемником, оказывается возможным судить о местоположении рассеивающего предмета.

Для разыскивания невидимых предметов в радиолокации применяют *остро направленный* пучок электромагнитных волн, что практически возможно только с *очень короткими* волнами. Длина применяемых в радиолокации волн колеблется от нескольких метров до нескольких миллиметров, но большинство радиолокаторов («радаров») в настоящее время работают на волнах 3—10 см (*микрорадиоволны*). Такие радиоволны невозможно получить (с практической мощностью) с помощью сеточных электронных ламп; для их генерирования употребляют специальные электронные лампы (многокамерные магнетроны). Мгновенная мощность излучения в радиолокации, даже на сантиметровых волнах, достигает многих сотен киловатт.

Для получения остро направленного излучения в случае дециметровых и более коротких волн употребляют антенны в виде вогнутых металлических зеркал, в фокусе которых расположен излучающий диполь. Для более длинных волн конструируют сложные антенны, состоящие из многих, определенным образом расположенных диполов.

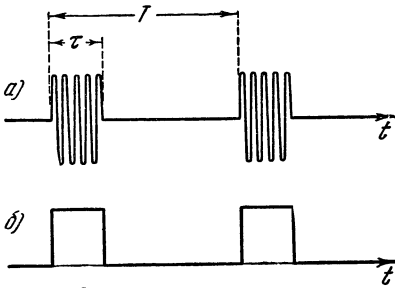


Рис. 534. Импульсы колебаний (а), применяемые в радиолокации, и модулирующая функция (б).

паузами. Отдельные цуги имеют длительность  $\tau$  порядка микросекунд ( $10^{-6}$  сек) и следуют друг за другом с периодом  $T$  порядка  $10^{-3}$  сек. Следовательно, модулирующая функция этих колебаний имеет вид прямоугольных импульсов (рис. 534, б). Для получения такой модуляции на генератор колебаний (магнетрон) подают напряжение, изображаемое кривой рис. 534, б.

Отметим, что вследствие большой «свжажности»  $\frac{T}{\tau}$  средняя мощность генератора оказывается совсем небольшой. Так, при  $\tau = 10^{-6}$  сек,  $T = 10^{-3}$  сек и мощности в импульсе 300 квт средняя мощность равна  $300 \cdot \frac{10^{-6}}{10^{-3}} = 0,3$  квт = 300 вт. Магнетрон с такой мощностью легко умещается в кармане.

После этих предварительных замечаний обратимся к схеме радиолокатора (рис. 535). Для излучения и приема радиоволн в радиолокаторах применяется одна и та же антенна. Прием радиоволн, рассеянных

Рис. 535. Схема радиолокатора.

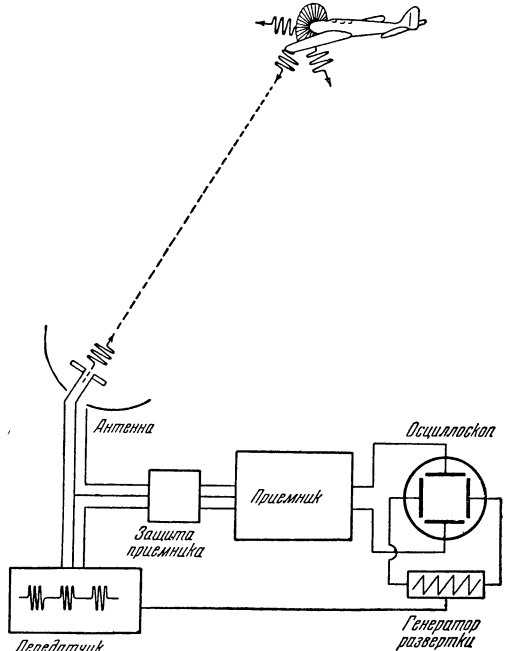


Рис. 535. Схема радиолокатора.

и приема радиоволн в радиолокаторах применяется одна и та же антенна. Прием радиоволн, рассеянных

объектом, производится во время пауз работы передатчика. Чтобы мощные импульсы передатчика не вывели из строя чувствительный приемник, последний защищается специальным устройством, основной частью которого является газоразрядная трубка. При попадании импульса передатчика в тракт приемника в первые же моменты в трубке зажигается интенсивный газовый разряд, экранирующий приемник от попадания радиоволн. После же окончания импульса передатчика разряд гаснет и приемник оказывается соединенным с антенной.

Для определения *направления* на искомый объект антенна делается подвижной. Она поворачивается во всех направлениях, и когда ее излучение падает на объект, возникает рассеянные радиоволны, которые доходят обратно до радиолокатора и регистрируются приемником. Ясно, что для обнаружения этих рассеянных волн нужно, чтобы к их приходу передатчик уже окончил свою работу, и именно поэтому в радиолокации применяют очень короткие импульсы.

Для измерения *расстояния* до объекта в радиолокаторах определяют время, затраченное волнами при движении до объекта и обратно. Для этого выход приемника присоединяют к вертикальным пластинам электронного осциллоскопа, а к горизонтальным его пластинам прикладывают пилообразное напряжение, сообщаемое электронному лучу равномерное движение в горизонтальном направлении. Эту временную развертку осциллоскопа синхронизируют с передатчиком. Когда в приемник попадает импульс, возвратившийся от объекта, то он усиливается и демодулируется в приемнике и на экране появляется узкий вертикальный пик. Кроме этого, в приемник еще попадает слабый импульс от передатчика, который после демодуляции дает второй пик вблизи начала развертки. Поэтому на экране получается картина, схематически изображенная на рис. 536.

Если  $l$  — расстояние между обоими пиками, а  $v$  — скорость горизонтального движения луча, то затраченное волной время

$$t = \frac{l}{v}.$$

С другой стороны, это же время равно

$$t = \frac{2r}{c},$$

где  $r$  — расстояние до объекта, а  $c$  — скорость распространения

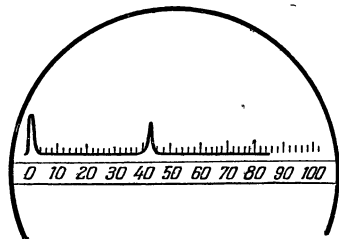


Рис. 536. Картина на экране осциллоскопа радиолокатора.



электромагнитного импульса, совпадающая в воздухе с фазовой скоростью распространения радиоволн. Поэтому

$$r = \frac{c}{2v} l,$$

откуда, измеряя промежуток между пиками  $l$ , можно определить расстояние до объекта  $r$ .

Отметим, что рис. 535 поясняет лишь *принцип* действия радиолокаторов и притом лишь одного из их типов. В действительности же радиолокаторы представляют собой очень сложные установки, содержащие большое число различных узлов и блоков.

В настоящее время радиолокация находит себе различные и важные военные применения (обнаружение самолетов и кораблей, орудийная наводка, ночное бомбометание и другие). Дальность действия современных радиолокаторов достигает нескольких сотен километров. В последние годы радиолокация была с успехом использована для точного изучения движения планет.

Мы могли остановиться лишь на некоторых применениях радиотехники. Помимо этого, в настоящее время радиоволны применяют для передачи неподвижных и движущихся изображений (*фототелеграфия, телевидение*), для вождения кораблей и самолетов (*радионавигация*), для точного измерения расстояний на земной поверхности (*радиогеодезия*), в астрофизике для исследования радиоизлучения небесных тел (*радиоастрономия*); радиотехника лежит в основе устройства *электронных счетных машин*, решающих сложнейшие задачи со сказочной быстротой, и применяется для многих других технических и научных целей.

---

## ДОБАВЛЕНИЯ

### 1. Теория опытов Кавендиша и Максвелла (к § 32)

Максвелл рассчитал, каким образом распределились бы заряды между сферами, расположенными так, как описано в опытах § 32, если бы существовало уклонение от закона Кулона, и показал, как можно вычислить по данным опыта возможную величину этого уклонения.

Предположим, что закон Кулона несправедлив и напряженность поля  $E$  точечного заряда  $q$  выражается формулой

$$E = \frac{q}{r^n},$$

где  $n$  отлично от 2. При этом мы не выписываем справа постоянный множитель  $1/4\pi\epsilon_0$ , который все равно выпадает из окончательного результата (формула (9)). Тогда потенциал в поле точечного заряда будет:

$$U = \frac{q}{n-1} \frac{1}{r^{n-1}}.$$

Вычислим теперь потенциал  $U_i$ , создаваемый равномерно заряженной сферой в какой-либо точке  $C$ , находящейся *внутри* сферы на расстоянии  $\xi$  от ее центра (рис. 537). Пусть  $a$  — радиус сферы,  $\sigma$  — поверхностная плотность заряда на ней, а  $q = 4\pi a^2 \sigma$  — полный заряд сферы. Тогда

$$U_i(\xi) = \frac{\sigma}{n-1} \int_0^\pi \frac{2\pi a^2 \sin \vartheta d\vartheta}{r^{n-1}},$$

где  $2\pi a^2 \sin \vartheta d\vartheta = dS$  — элемент поверхности сферы в сферических координатах. Так как

$$r^2 = a^2 + \xi^2 - 2a\xi \cos \vartheta,$$

то

$$U_i(\xi) = \frac{\sigma}{n-1} 2\pi a^2 \int_0^\pi \frac{\sin \vartheta d\vartheta}{(a^2 + \xi^2 - 2a\xi \cos \vartheta)^{\frac{n-1}{2}}}.$$

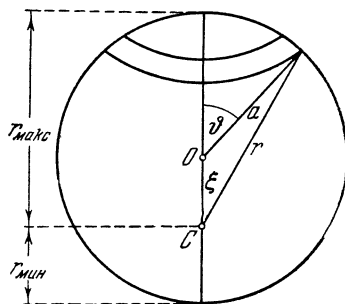


Рис. 537. К вычислению потенциала, создаваемого равномерно заряженной сферой.

Вводя новую переменную  $x = \cos \vartheta$ , получаем:

$$\begin{aligned} U_i(\xi) &= \frac{q}{n-1} \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \frac{dx}{(a^2 + \xi^2 - 2a\xi x)^{\frac{n-1}{2}}} = \\ &= \frac{q}{(n-1)(n-3)} \frac{1}{2a\xi} (a^2 + \xi^2 - 2a\xi x)^{-\frac{n-3}{2}} \Big|_{-1}^{+1} = \\ &= \frac{q}{(n-1)(n-3)} \frac{1}{2a\xi} [(a-\xi)^{3-n} - (a+\xi)^{3-n}] = \\ &\approx \frac{q}{(n-1)(n-3)} \frac{1}{2a\xi} (r_{\min}^{3-n} - r_{\max}^{3-n}). \end{aligned}$$

Здесь  $r_{\min} = a - \xi$  есть минимальное расстояние рассматриваемой точки до сферы, а  $r_{\max} = a + \xi$  — максимальное расстояние.

Если точка, где разыскивают потенциал, находится *вне* сферы, на расстоянии  $\xi > a$  от ее центра, то  $r_{\min} = \xi - a$ ,  $r_{\max} = \xi + a$ . Поэтому потенциал  $U_a(\xi)$  во *внешней* точке есть

$$U_a(\xi) = \frac{q}{(n-1)(n-3)} \frac{1}{2a\xi} [(\xi - a)^{3-n} - (\xi + a)^{3-n}].$$

Положим теперь  $n = 2 - \delta$  (где  $\delta$  может быть как положительным, так и отрицательным). Величина  $\delta$  характеризует *отклонение* от закона Кулона, а при  $\delta = 0$  мы получаем закон Кулона точно. Из опытов Кулона можно заключить, что  $\delta$  если и не равно нулю, то очень мало. Поэтому положим  $\delta \ll 1$ , разложим полученные выражения для потенциала в ряд Тейлора по степеням  $\delta$  и ограничимся только членами первого порядка малости. Тогда

$$U = U_{n=2} - \left( \frac{dU}{dn} \right)_{n=2} \cdot \delta.$$

Это дает:

$$U_i(\xi) = \frac{q}{a} - \delta \frac{q}{2a\xi} [(a - \xi) \ln(a - \xi) - (a + \xi) \ln(a + \xi)], \quad (1)$$

$$U_a(\xi) = \frac{q}{\xi} - \delta \frac{q}{2a\xi} [(\xi - a) \ln(\xi - a) - (\xi + a) \ln(\xi + a)]. \quad (2)$$

Полагая в полученных выражениях  $\xi = a$  и раскрывая получающиеся неопределенности, мы получим значение потенциала *на самой сфере* в виде:

$$U(a) = U_i(a) = U_a(a) = \frac{q}{a} + \delta \frac{q}{a} \ln 2a. \quad (3)$$

После этих подготовительных расчетов перейдем к опытам Кавендиша и Максвелла. Пусть  $A$  — радиус внутренней сферы,  $B$  — радиус внешней сферы,  $q_1$  — заряд внутренней сферы,  $q_2$  — заряд внешней сферы. Тогда потенциал  $U_1$  внутренней сферы ( $A$ ) есть

$$\begin{aligned} U_1 = U(A) + U_i(A) &= \frac{q_1}{A} + \delta \frac{q_1}{A} \ln 2A + \\ &+ \frac{q_2}{B} - \delta \frac{q_2}{2BA} [(B - A) \ln(B - A) - (B + A) \ln(B + A)]. \quad (4) \end{aligned}$$

Для потенциала  $U_2$  внешней сферы аналогично имеем:

$$U_2 = U(B) + U_a(B) = \frac{q_2}{B} + \delta \frac{q_2}{B} \ln 2B + \\ + \frac{q_1}{B} - \delta \frac{q_1}{2AB} [(B-A) \ln(B-A) - (B+A) \ln(B+A)]. \quad (5)$$

Когда мы соединяем обе сферы металлической проволокой, то их потенциалы принимают одинаковое значение  $U_0$ , которое измеряют на опыте (потенциал, до которого заряжают первоначально обе соединенные друг с другом сферы). Поэтому

$$U_1 = U_2 = U_0.$$

Подставляя сюда выражения для  $U_1$  и  $U_2$  из (4) и (5), получаем два уравнения:

$$U_0 = q_1 f(A) + q_2 \Phi,$$

$$U_0 = q_2 f(B) + q_1 \Phi,$$

где введены обозначения:

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{x} + \frac{\delta}{x} \ln 2x, \\ \Phi &= \frac{1}{B} + \frac{\delta}{2AB} [(B-A) \ln(B-A) - (B+A) \ln(B+A)]. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Из этих уравнений мы можем исключить заряд  $q_2$  внешней сферы и выразить заряд  $q_1$  внутренней сферы через известный из опыта первоначальный общий потенциал сфер  $U_0$ . Это дает:

$$q_1 = U_0 \frac{f(B) - \Phi}{f(A) f(B) - \Phi^2}. \quad (7)$$

Полученное выражение показывает, что если только  $\delta \neq 0$ , то и  $q_1 \neq 0$ , т. е. на внутренней сфере будет некоторый заряд. И, наоборот, если  $\delta = 0$  (закон Кулона точно выполняется), то из (6) имеем:  $f(B) = \frac{1}{B}$ ,  $\Phi = \frac{1}{B}$ , откуда  $q_1 = 0$ .

Однако, присоединяя к внутренней сфере электромметр, мы измеряем не ее заряд, а потенциал. Поэтому вычислим еще потенциал внутренней сферы, после того как внешняя сфера будет удалена. В этом случае потенциал  $U$  сферы  $A$  создается только зарядом  $q_1$ , находящимся на самой этой сфере. Поэтому согласно формулам (3) и (7) имеем:

$$U = \frac{q_1}{A} [1 + \delta \ln 2A] = \frac{U_0}{A} \frac{[f(B) - \Phi] (1 + \delta \ln 2A)}{f(A) \cdot f(B) - \Phi^2}. \quad (8)$$

Подставляя сюда вместо  $f$  и  $\Phi$  их выражений (6) и учитывая, что  $\delta$  — величина малая, мы можем с достаточным приближением положить:

$$\delta f(B) \ln 2A = \frac{\delta}{B} \ln 2A, \quad \delta \Phi \ln 2A = \frac{\delta}{B} \ln 2A, \\ f(A) \cdot f(B) - \Phi^2 = \frac{1}{AB} - \frac{1}{B^2}.$$

Подставляя эти выражения в (8) и выполняя несложные преобразования, получаем окончательно:

$$U = \frac{1}{2} \frac{B}{B-A} U_0 \delta \left[ \ln \frac{4B^2}{B^2 - A^2} + \frac{B}{A} \ln \frac{B-A}{B+A} \right]. \quad (9)$$

Зная, до какого потенциала  $U_0$  были заряжены первоначально обе сферы, и подставляя для  $U$  наименьшее значение потенциала, которое еще может обнаружить электромметр, по этой формуле можно определить наибольшее возможное значение  $\delta$ . Таким образом и был получен верхний предел для  $\delta$ , приведенный в § 32.

## 2. Силовые линии и линии тока (к § 68)

Рассмотрим внутри проводящей среды бесконечно малый параллелепипед с ребрами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , параллельными координатным осям, и с вершиной в точке  $(x, y, z)$  и вычислим поток вектора плотности тока  $\mathbf{j}$  через его поверхность. Тогда, поступая так же, как и в § 16, мы найдем, что этот поток равен

$$\left( \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} \right) d\tau,$$

где  $d\tau = dx dy dz$  — объем параллелепипеда. Но поток вектора плотности тока сквозь какую-либо поверхность (§ 59) равен заряду, проходящему через эту поверхность за единицу времени. Поэтому, если считать положительным направление внешней нормали к поверхности параллелепипеда (так же, как в § 16), то написанное выражение дает величину заряда, ежесекундно выходящего из параллелепипеда. Оно должно равняться *уменьшению* заряда внутри объема  $d\tau$  за единицу времени, т. е.

$$- \frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau,$$

где  $\rho$  — объемная плотность заряда в точке  $(x, y, z)$ . Поэтому

$$\frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (1)$$

Полученное соотношение называется *уравнением непрерывности*.

Если мы имеем постоянный ток, то все электрические величины не зависят от времени и  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ . В этом случае

$$\frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} = 0. \quad (2)$$

Но для однородной проводящей среды согласно закону Ома

$$j_x = \lambda E_x, \quad j_y = \lambda E_y, \quad j_z = \lambda E_z,$$

где  $\lambda$  постоянно. Поэтому из формулы (2) следует:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0.$$

Мы видим, что поле  $\mathbf{E}$  в проводящей среде удовлетворяет тому же уравнению (ср. § 16), что и *электростатическое* поле  $\mathbf{E}_{ст}$  в вакууме при отсутствии объемных зарядов ( $\rho = 0$ ).

Однако, чтобы показать, что  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{E}_{ст}$  совпадают, нужно еще доказать, что для обоих полей одинаковы условия на границе электродов. В общем

случае эти граничные условия различны, так как  $E_{ст}$  всегда перпендикулярно к поверхности проводника, а поле  $E$  этому условию может и не удовлетворять. Но для электродов многих форм поле  $E$  также перпендикулярно к поверхности электродов. Примерами могут служить сферический и цилиндрический конденсаторы, для которых это очевидно из соображений симметрии. Поле будет также *всегда* перпендикулярно к поверхности электродов *любой формы*, если удельная электропроводность среды *намного меньше электропроводности вещества электродов*, так как в этом случае потенциал во всех точках каждого электрода будет практически одинаковым. А это и есть практически наиболее интересные случаи. Поэтому можно принять, что оба поля  $E$  и  $E_{ст}$  не только удовлетворяют одинаковому дифференциальному уравнению, но и одинаковым граничным условиям, а значит, *оба поля совпадают*.

### 3. Метод контурных токов (к § 77)

Чтобы понизить число уравнений системы, к которой приводят правила Кирхгофа, пользуются различными вспомогательными приемами. Рассмотрим один из них, известный под названием *метода контурных токов*.

Пусть в какой-либо точке разветвления  $a$  (рис. 538) сложной цепи сходятся  $n$  участков цепи  $I, 2, 3$  и т. д., образующих стороны простых контуров  $I, II, III$  и т. д. (т. е. таких, которые не имеют разветвлений). Охарактеризуем каждый из простых контуров определенным током *постоянной силы вдоль всего контура*. Эти токи будем называть *контурными токами* и припишем им определенное положительное направление, например, будем их считать направленными по часовой стрелке в каждом контуре. Силу контурных токов *определим* таким образом, чтобы сила тока в любом участке была равна разности двух соседних контурных токов. Если обозначить контурные токи через  $I_1, I_2, \dots, I_n$ , а фактические токи в участках цепи  $I, 2, \dots$  — через  $i_1, i_2, \dots, i_n$ , то это значит, что мы полагаем (рис. 538):

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= I_n - I_1, \\ i_2 &= I_1 - I_2, \\ \dots &\dots \dots \\ i_n &= I_{n-1} - I_n. \end{aligned} \right\} (1)$$

Складывая почленно эти равенства, находим:

$$\sum i_k = 0.$$

Это будет справедливым для каждой точки разветвления. Мы видим, что введение контурных токов согласно формуле (1) приводит автоматически к удовлетворению первой системы уравнений Кирхгофа. Поэтому остается решить только вторую систему уравнений, написанную для контурных токов. Найдя же контурные токи, мы можем определить по формулам (1) и фактические токи во всех участках цепи. Этот метод позволяет снизить число уравнений системы на столько единиц, сколько независимых уравнений дает первое правило Кирхгофа.

Поясним применение метода на примере схемы моста. Эту схему мы уже рассматривали в § 65, однако ограничились частным случаем *уравновешенного* моста. Теперь мы рассмотрим общий случай.

Выделим в схеме моста (рис. 539) три *простых* контура:  $I$  (1, 3, 5),  $II$  (2, 4, 5) и  $III$  (2, 3, 4), на которые распадается эта схема, и введем

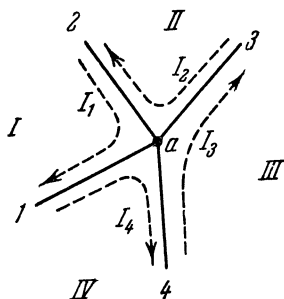


Рис. 538. К методу контурных токов.

контурные токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$ , направленные по часовой стрелке. Тогда вторая система уравнений Кирхгофа, записанная для контурных токов, будет:

$$r_1 I_1 + r_5 (I_1 - I_2) + r_3 (I_1 - I_3) = 0,$$

$$r_2 I_2 + r_4 (I_2 - I_3) + r_5 (I_2 - I_1) = 0,$$

$$r I_3 + r_3 (I_3 - I_1) + r_4 (I_3 - I_2) = \mathcal{E}.$$

Или:

$$(r_1 + r_3 + r_5) I_1 - r_5 I_2 - r_3 I_3 = 0,$$

$$-r_5 I_1 + (r_2 + r_4 + r_5) I_2 - r_4 I_3 = 0,$$

$$-r_3 I_1 - r_4 I_2 + (r + r_3 + r_4) I_3 = \mathcal{E}.$$

Отметим, что мы получили всего три уравнения, в то время как непосредственное применение обоих правил Кирхгофа привело бы нас к шести уравнениям, соответственно шести участкам схемы моста.

Определитель этой системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} r_1 + r_3 + r_5 & -r_5 & -r_3 \\ -r_5 & r_2 + r_4 + r_5 & -r_4 \\ -r_3 & -r_4 & r + r_3 + r_4 \end{vmatrix}.$$

Рис. 539. Введение контурных токов в схему моста.

Найдем контурные токи. Пользуясь обычным правилом решения системы алгебраических линейных уравнений, мы имеем:

$$I_1 = \mathcal{E} \frac{r_4 r_5 + r_3 (r_2 + r_4 + r_5)}{\Delta}, \quad I_2 = \mathcal{E} \frac{r_3 r_5 + r_4 (r_1 + r_3 + r_5)}{\Delta},$$

$$I_3 = \mathcal{E} \frac{(r_1 + r_3 + r_5) (r_2 + r_4 + r_5) + r_5^2}{\Delta}.$$

Ток в ветви гальванометра

$$i_5 = I_1 - I_2 = \mathcal{E} \frac{r_2 r_3 - r_1 r_4}{\Delta}.$$

Если мост уравновешен, то  $i_5 = 0$ . Это дает:

$$r_2 r_3 - r_1 r_4 = 0 \quad \text{или} \quad \frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4},$$

что совпадает с результатом § 65.

Величину  $\Delta$  можно найти по правилу вычисления определителя третьего порядка:

$$\Delta = r_5 [(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) r + (r_1 + r_2) (r_3 + r_4)] + \\ + r (r_2 + r_4) (r_1 + r_3) + r_1 r_2 (r_3 + r_4) + r_3 r_4 (r_1 + r_2).$$

#### 4. Время релаксации (к § 80)

Если имеются два проводника произвольной формы в каком-либо однородном изоляторе, то они образуют конденсатор, обладающий некоторой емкостью  $C$ . Если те же электроды погрузить в однородную проводящую среду, то образуется проводник, обладающий определенной электропроводностью  $\Delta$ . И емкость, и электропроводность определяются конфигурацией

электрического поля, которая одна и та же в обоих случаях, и поэтому между емкостью  $C$  и электропроводностью  $\Lambda$  данных электродов существует простая связь.

Действительно, если электроды находятся в вакууме, то поверхностная плотность заряда в какой-либо точке поверхности электрода равна

$$\sigma = \epsilon_0 E,$$

где  $E$  — напряженность поля у электрода, а  $\epsilon_0 = 1/4 \pi \cdot 9 \cdot 10^9$  ф/м — электрическая постоянная. Отсюда полный заряд электрода

$$q = \epsilon_0 \int_S E dS,$$

где интегрирование производится по всей поверхности одного из электродов. Поэтому емкость рассматриваемого конденсатора

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\epsilon_0}{U} \int_S E dS, \quad (1)$$

где  $U$  — напряжение между электродами. Если электроды находятся в среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , то емкость будет в  $\epsilon$  раз больше.

С другой стороны, если те же электроды погружены в среду с удельной электропроводностью  $\lambda$ , то плотность тока у поверхности электродов

$$j = \lambda E.$$

Полный ток между электродами

$$i = \lambda \int_S E dS,$$

где интегрирование опять можно производить по поверхности того же электрода, что и в первом случае. Поэтому электропроводность будет:

$$\Lambda = \frac{i}{U} = \frac{\lambda}{U} \int_S E dS. \quad (2)$$

Деля почленно оба выражения (1) и (2) друг на друга, мы получаем искомое соотношение в виде

$$\frac{C}{\Lambda} = \frac{\epsilon \epsilon_0}{\lambda}. \quad (3)$$

Подставляя это выражение в формулу (82.3), находим время релаксации среды:

$$\tau = rC = \frac{C}{\Lambda} = \frac{\epsilon \epsilon_0}{\lambda}. \quad (4)$$

Время релаксации определяется диэлектрической проницаемостью среды  $\epsilon$  и ее удельной электропроводностью  $\lambda$ .

Рассмотрим численный пример. Диэлектрическая проницаемость стекла имеет порядок  $\epsilon \sim 10$ , а его удельную электропроводность примем равной  $\lambda \sim 10^{-7}$  ом $^{-1}$  · м $^{-1}$ . Отсюда находим:

$$\tau \sim 10 \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{1}{10^{-7}} \sim 10^{-3} \text{ сек.}$$



Следовательно, в стекле электрическое равновесие устанавливается за время порядка 0,001 сек. Для металлов вследствие их большой электропроводности время релаксации гораздо меньше и имеет порядок  $10^{-17} - 10^{-19}$  сек.

Отметим, что формула (3) может быть во многих случаях полезна. Если нужно определить емкость какого-либо конденсатора, то вместо измерения емкости можно измерить его электропроводность в среде с известным  $\lambda$  и по формуле (1) определить емкость. И, наоборот, полученное соотношение позволяет свести измерение электропроводности к измерению емкости.

### 5. Взаимная энергия двух токов (произвольные контуры) (к § 111)

Пусть имеются два произвольных контура 1 и 2 (рис. 540) и в контуре 2 установлен ток  $i_2$ , создаваемый источником тока с э. д. с.  $\mathcal{E}_2$ . Замкнем

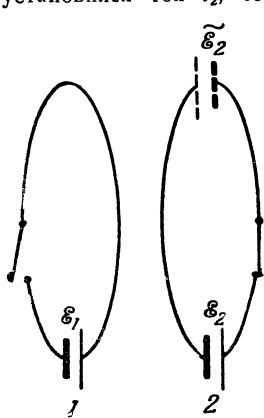


Рис. 540. К вычислению взаимной энергии двух токов.

теперь контур 1 на источник тока с э. д. с.  $\mathcal{E}_1$ . В контуре начнет устанавливаться ток  $i_1$ . Если бы ток  $i_2$  оставался постоянным, то в контуре 1 возникла бы дополнительно только э. д. с. самоиндукции. Работа источника  $\mathcal{E}_1$  против этой э. д. с. и есть вычисленная нами в § 108 собственная энергия тока 1, равная  $\frac{1}{2} L_1 i_1^2$ .

Однако вследствие магнитной связи в контуре 2 возникнет еще э. д. с. взаимной индукции —  $L_{12} \frac{di_1}{dt}$ . Чтобы сделать ток  $i_2$  постоянным, мы должны были бы включить в контур 2 компенсирующую переменную э. д. с.:

$$\tilde{\mathcal{E}}_2 = + L_{12} \frac{di_1}{dt}.$$

Она произвела бы за время установления тока  $i_1$  определенную работу, которая возникает только потому, что между обоими контурами имеется магнитная связь. Работа э. д. с.  $\tilde{\mathcal{E}}_2$  и равна взаимной энергии обоих контуров.

Отсюда получается, что увеличение взаимной энергии за время  $dt$

$$dW_{12} = \tilde{\mathcal{E}}_2 i_2 dt = L_{12} \frac{di_1}{dt} i_2 dt = L_{12} i_2 di_1$$

(где  $i_2 = \text{const}$ ), а полная взаимная энергия

$$W_{12} = L_{12} i_2 \int di_1 = L_{12} i_2 i_1.$$

Мы получили формулу (111.2) для случая произвольных контуров.

Если бы мы предположили, что сначала имеется установившийся ток  $i_1$  и в присутствии этого тока создается ток  $i_2$ , то в нашем мысленном опыте потребовалось бы включение в контур 1 компенсирующей переменной э. д. с.

$$\tilde{\mathcal{E}}_1 = + L_{21} \frac{di_2}{dt},$$

и мы получили бы:

$$W_{12} = L_{21} i_1 i_2.$$

Но произведенная работа в обоих случаях должна быть одинакова, так как в результате мы получаем одно и то же магнитное поле. Отсюда следует, что

$$L_{12} = L_{21}.$$

В учении о магнетизме часто пользуются представлением о постоянных магнитах. Примером постоянного магнита может служить намагниченный кусок стали. Абсолютно жестким постоянным магнитом называют такое намагниченное тело, которое создает неизменное магнитное поле, не зависящее от воздействия окружающих других магнитов или токов. Легко видеть, что взаимная энергия абсолютно жесткого магнита и контура с током равна нулю. Действительно, если в контуре в присутствии магнита устанавливается ток, то никакого индукционного воздействия контура на магнит не будет. Поэтому магнитное поле, создаваемое магнитом, будет оставаться неизменным и не потребуются включения компенсирующей переменной э. д. с., работа которой и представляет взаимную энергию.

## 6. Теорема Лармора (к § 127)

Рассмотрим доказательство теоремы Лармора. Пусть в отсутствие магнитного поля на заряженную частицу действует центральная сила  $F(r)$ . Тогда уравнение движения частицы есть

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = F(r). \quad (1)$$

Предположим теперь, что мы включили внешнее магнитное поле с индукцией  $B$  и ввели новую систему координат, которая равномерно вращается с угловой скоростью  $\Omega$ , параллельной направлению  $B$ . Уравнение движения частицы изменится. На нее, во-первых, будет действовать благодаря магнитному полю сила Лорентца (§ 99):

$$F_{\text{Л}} = e [vB].$$

Во-вторых, во вращающейся системе координат мы должны ввести еще дополнительные силы инерции, а именно силу Кориолиса

$$F_{\text{К}} = 2m [v\Omega]$$

и центробежную силу

$$F_{\text{ц}} = m\Omega^2 \cdot r.$$

Для достаточно малого  $\Omega$  центробежной силой (пропорциональной  $\Omega^2$ ) можно пренебречь по сравнению с силой Кориолиса (пропорциональной  $\Omega$ ). Так как, по условию,  $B$  и  $\Omega$  параллельны, то при должном выборе величины  $\Omega$  можно сумму  $F_{\text{Л}} + F_{\text{К}}$  сделать равной нулю. Это будет, если

$$vB \sin(\vartheta, B) + 2mv\Omega \sin(\vartheta, B) = 0$$

или

$$\Omega = -\frac{1}{2} \frac{e}{m} B.$$

Это значит, что в рассматриваемой вращающейся системе координат уравнение движения частицы будет иметь прежний вид (1), а следовательно, действие магнитного поля в первом приближении (пока можно пренебречь центробежной силой) сводится к наложению дополнительного равномерного вращения с угловой скоростью  $\Omega$ . Если движущаяся частица есть электрон, то  $e$  отрицательно, и мы получаем формулу (127.2).

### 7. Закон Богуславского — Лэнгмюра (к § 170)

Рассмотрим вывод закона Богуславского — Лэнгмюра для случая плоского диода. Распределение потенциала между катодом и анодом при наличии пространственного заряда можно найти из уравнения Пуассона (§ 30):

$$\frac{d^2U}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0} = \frac{ne}{\epsilon_0}. \quad (1)$$

Здесь  $U$  — значение потенциала в произвольной точке на расстоянии  $x$  от катода,  $\rho$  — объемная плотность пространственного заряда в той же точке,  $n$  — концентрация электронов,  $e$  — абсолютная величина заряда электрона,  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная.

Далее, плотность тока  $j$  через диод равна

$$j = nev, \quad (2)$$

где  $v$  — скорость электрона

Наконец, скорость электронов  $v$  в любой точке определяется значением потенциала  $U$  в этой точке. Действительно, так как в диоде имеется высокий вакуум, то электроны движутся без соударений и поэтому их кинетическая энергия равна работе сил поля. Если начальная скорость электронов мала по сравнению со скоростью, приобретаемой под действием поля, то ею можно пренебречь, и тогда

$$\frac{1}{2} mv^2 = eU. \quad (3)$$

Исключая из этих трех уравнений концентрацию  $n$  и скорость  $v$ , мы приходим к следующему уравнению, определяющему распределение потенциала:

$$\frac{d^2U}{dx^2} = aU^{-1/2}, \quad (4)$$

где обозначено:

$$a = \frac{j}{\epsilon_0 \sqrt{2 \frac{e}{m}}}.$$

Так как мы отсчитываем потенциалы от потенциала катода, то

$$U = 0 \quad \text{при} \quad x = 0. \quad (5)$$

Это условие представляет собой первое граничное условие задачи. Чтобы сформулировать второе граничное условие, будем считать, что во всем интервале изменения потенциала ток ограничивается только пространственным зарядом, т. е. что эмиссионная способность катода бесконечно велика. Чтобы при этом условии плотность тока через диод была конечной, нужно, чтобы напряженность поля  $-\frac{dU}{dx}$  у катода была бесконечно малой. Это дает второе граничное условие в виде:

$$\frac{dU}{dx} = 0 \quad \text{при} \quad x = 0. \quad (6)$$

Решение уравнения (4), удовлетворяющее граничным условиям, имеет вид:

$$U = ax^\beta, \quad (7)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — постоянные,

Значения  $\alpha$  и  $\beta$  можно определить, подставляя выражение (7) в уравнение (4). Это дает:

$$\alpha\beta(\beta - 1)x^{\beta-2} = \alpha a^{-1/2}x^{-\beta/2}.$$

Приравнивая между собой показатели степени и коэффициенты в обеих частях равенства, находим:

$$\beta = \frac{4}{3}, \quad \alpha = \left(\frac{9a}{4}\right)^{2/3}.$$

Таким образом, распределение потенциала выражается формулой:

$$U = \left(\frac{9a}{4}\right)^{2/3} x^{4/3}. \quad (8)$$

При значении  $x = d$  потенциал равен потенциалу анода  $U_a$ . Поэтому

$$U_a = \left(\frac{9a}{4}\right)^{2/3} d^{4/3}. \quad (9)$$

Подставляя в это выражение вместо  $a$  его значение и разрешая полученное уравнение относительно плотности тока  $j$ , находим окончательно:

$$j = \frac{4}{9} \frac{\epsilon_0}{d^2} \sqrt{2 \frac{e}{m}} \cdot U_a^{3/2}, \quad (10)$$

что совпадает с формулами (170.1) и (170.2), приведенными в тексте.

## 8. Устойчивость электрических разрядов (к §§ 195, 241)

Рассмотрим электрическую цепь, показанную на рис. 541, содержащую источник постоянной э. д. с.  $\mathcal{E}$ , нагрузочное сопротивление  $r$  (включающее и внутреннее сопротивление источника), емкость  $C$ , индуктивность  $L$  и проводник  $R$  с нелинейной вольт-амперной характеристикой  $v = f(i)$ . Выберем положительные направления токов так, как показано на рисунке, и применим к нашей цепи правила Кирхгофа.

Тогда для контура  $\mathcal{E}Cr\mathcal{E}$  получаем:

$$rI = -u + \mathcal{E},$$

где  $u$  — напряжение на конденсаторе, а для контура  $CRLC$ :

$$f(i) = u - L \frac{di}{dt}.$$

Кроме этого мы имеем

$$I + i_c = i, \quad u = \frac{q}{C}, \quad i_c = -\frac{dq}{dt},$$

где  $q$  — мгновенное значение заряда конденсатора. Исключая из написанных уравнений  $I$  и  $i_c$ , мы получаем два дифференциальных уравнения первого порядка относительно  $i$  и  $u$ :

$$\left. \begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= u - f(i), \\ rC \frac{du}{dt} &= \mathcal{E} - ri - u. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

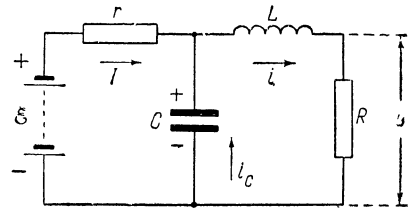


Рис. 541. К вопросу об устойчивости электрических разрядов.

Эти уравнения *нелинейны*, так как для проводников, не подчиняющихся закону Ома, функция  $f(i)$  нелинейна.

В стационарном состоянии разряда  $\frac{di}{dt} = \frac{du}{dt} = 0$ , и поэтому стационарные значения тока  $i_0$  и напряжения  $u_0$  определяются соотношениями

$$u_0 = f(i_0), \quad u_0 = \mathcal{E} - ri_0, \quad (2)$$

которые мы уже получили и обсудили в § 195.

Чтобы выяснить, является ли данное состояние разряда устойчивым, мы будем поступать в соответствии с общим методом исследования устойчивости движений, разработанным Ляпуновым, а именно, мы предположим, что стационарные значения тока и напряжения изменились на малые величины  $x$  и  $y$ , так что

$$i = i_0 + x, \quad u = u_0 + y.$$

Далее, для малых изменений тока и напряжения малый участок вольт-амперной характеристики можно заменить отрезком прямой линии и положить

$$f(i) = f(i_0) + R_i x,$$

где  $R_i$  — дифференциальное сопротивление проводника в рассматриваемой точке характеристики. Подставляя это в уравнения (1) и принимая во внимание условия стационарности (2), мы получаем для  $x$  и  $y$  два *линейных* уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\frac{R_i}{L} x + \frac{1}{L} y, \\ \frac{dy}{dt} &= -\frac{1}{C} x - \frac{1}{rC} y, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

которые допускают уже простое исследование.

Исключая из уравнений (3) переменную  $y$ , мы получаем линейное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\alpha \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \quad (4)$$

где

$$2\alpha = \frac{R_i}{L} + \frac{1}{rC}, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \left(1 + \frac{R_i}{r}\right). \quad (5)$$

Такое же точно уравнение получается и для  $y$ . С этим уравнением мы уже встречались в § 237 при исследовании собственных электрических колебаний. Мы видели, что при  $\omega_0^2 > \alpha^2$  оно описывает затухающие колебания с коэффициентом затухания  $\alpha$  (§ 238). При  $\omega_0^2 < \alpha^2$  получается аperiодический процесс

$$x = A_1 e^{-k_1 t} + A_2 e^{-k_2 t}, \quad (6)$$

где

$$k_1 = \alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}, \quad k_2 = \alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}. \quad (7)$$

Чтобы случайные отклонения  $x$  и  $y$  затухали с течением времени, т. е. чтобы состояние разряда было устойчивым, очевидно, необходимо, чтобы было либо  $\alpha > 0$  (если  $\omega_0^2 > \alpha^2$ ), либо чтобы  $k_1$  и  $k_2$  были оба положительными (если  $\omega_0^2 < \alpha^2$ ). Если же хотя бы одна из величин  $k_1$  или  $k_2$  будет отрицательна,

то случайные изменения тока и напряжения будут нарастать с течением времени и состояние разряда будет неустойчивым.

Если  $R_i > 0$ , то все величины в (5) положительны и  $\alpha > 0$ ,  $\omega_0^2 > 0$ . При этом  $\alpha > \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$  и, следовательно,  $k_1$  и  $k_2$  всегда положительны. Отсюда видно, что в проводниках с положительным дифференциальным сопротивлением стационарные состояния разряда всегда устойчивы.

Положим теперь, что дифференциальное сопротивление  $R_i < 0$ . Тогда

$$2\alpha = \frac{1}{rC} - \frac{|R_i|}{L}, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \left(1 - \frac{|R_i|}{r}\right), \quad (8)$$

где  $|R_i|$  — абсолютное значение дифференциального сопротивления. Чтобы и в этом случае  $k_1$  и  $k_2$  были оба положительны, необходимо, чтобы было по-прежнему  $\alpha > 0$  и  $\omega_0^2 > 0$ . А для этого необходимо выполнение двух условий:

$$r > |R_i|, \quad L > |R_i| rC, \quad (9)$$

которые и есть условия устойчивости разряда.

Если в схему рис. 541 включена электрическая дуга (или другой проводник с характеристикой S-типа), то первое из условий (9), как мы знаем (§ 195), обозначает, что при любом значении э. д. с.  $\mathcal{E}$  имеется только одно стационарное состояние разряда, а следовательно, не будет скачков тока (§ 195). Если цепь содержит еще достаточно большую индуктивность, так что выполняется и второе условие (9), то все состояния разряда будут устойчивы, и мы сумеем получить на опыте всю вольт-амперную характеристику.

Напротив, для получения незатухающих колебаний (§ 241) необходимо, чтобы при данных э. д. с.  $\mathcal{E}$  и параметрах схемы существовало тоже только одно стационарное состояние, однако это состояние должно быть *неустойчивым*. Поэтому при выполнении первого из условий (9) и нарушении второго условия (9) цепь рис. 446, содержащая электрическую дугу, будет *самовозбуждаться* и в ней установятся незатухающие колебания.

Условия устойчивости разряда зависят, конечно, от типа схемы, в которую входит проводник с отрицательным дифференциальным сопротивлением. Поэтому в качестве второго практически интересного примера мы рассмотрим еще схему, показанную на рис. 542. Эта схема близко соответствует туннельному диоду (§ 231), где  $C$  может обозначать как внешнюю емкость, так и собственную емкость диода. Применяя к этой схеме правила Кирхгофа, мы получим два дифференциальных уравнения первого порядка:

$$\left. \begin{aligned} L \frac{dI}{dt} &= \mathcal{E} - rI - u, \\ C \frac{du}{dt} &= I - i, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где ток  $i$  через диод связан с напряжением  $u$  на диоде заданным уравнением вольт-амперной характеристики  $i = \varphi(u)$ . Поступая дальше в точности

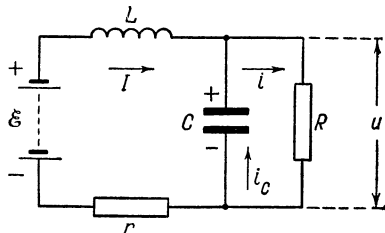


Рис. 542. К вопросу об устойчивости электрических разрядов.

так же, как и в первом примере, легко найти, что условия устойчивости разряда для схемы рис. 542 имеют вид:

$$r < |R_l|, \quad L < |R_l| r C. \quad (11)$$

Первое из этих условий для туннельного диода (и любого проводника с характеристикой  $N$ -типа) совпадает с условием единственности стационарного состояния (ср. § 195). Поэтому при нарушении этого условия будут наблюдаться скачки напряжения. Если же первое условие будет выполнено, но нарушено второе условие (11), в схеме будет единственное, но неустойчивое стационарное состояние, и схема будет самовозбуждаться.

## 9. К объяснению циклотронного резонанса (к § 206)

Количественная теория циклотронного резонанса имеет особенно простой вид для *свободных* электронов. В этом случае уравнение движения электрона есть

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = e\mathbf{E} + e[\mathbf{v}B_0].$$

Направим координатную ось  $X$  параллельно электрическому полю  $E$ , а ось  $Z$  — параллельно магнитной индукции  $B_0$  (см. рис. 381). Тогда  $E_x = E$ ,  $E_y = E_z = 0$ ,  $B_z = B_0$ ,  $B_y = B_x = 0$ , и написанное векторное уравнение распадается на два скалярных уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= \frac{e}{m} E + \omega_c v_y, \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\omega_c v_x. \end{aligned}$$

Здесь по-прежнему  $\omega_c$  обозначает циклотронную частоту, определяемую формулой (206.1). Исключим из этих двух уравнений скорость  $v_y$ , для чего продифференцируем первое уравнение один раз по времени, умножим второе уравнение на  $\omega_c$  и сложим оба уравнения почленно. Тогда получим:

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} = \frac{e}{m} \frac{dE}{dt} - \omega_c^2 v_x. \quad (1)$$

Аналогично, исключая из обоих уравнений  $v_x$ , мы найдем:

$$\frac{d^2 v_y}{dt^2} = -\frac{e}{m} \omega_c E - \omega_c^2 v_y. \quad (2)$$

Положим теперь, что электрическое поле изменяется по синусоидальному закону

$$E = E_0 \sin \omega t, \quad (3)$$

и будем искать *установившиеся* вынужденные колебания электрона. Так как вынужденные колебания гармонического осциллятора происходят с той же частотой, что и колебания внешней силы, то мы будем искать решения в виде

$$\mathbf{v}_x = v_{x0} \sin(\omega t + \alpha), \quad v_y = v_{y0} \sin(\omega t + \beta), \quad (4)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — пока неизвестные разности фаз между колебаниями составляющих скорости и колебаниями электрического поля. Подставляя выражения (3)

и (4) в уравнения (2) и (1) и выражая из этих последних скорости электрона  $v_x$  и  $v_y$ , получаем:

$$v_x = -\frac{e}{m} \frac{\omega E_0}{\omega^2 - \omega_c^2} \cos \omega t, \quad v_y = +\frac{e}{m} \frac{\omega_c E_0}{\omega^2 - \omega_c^2} \sin \omega t. \quad (5)$$

Кинетическая энергия электрона равна

$$W = \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2) = \frac{1}{2m} \cdot \frac{e^2 E_0^2}{(\omega^2 - \omega_c^2)^2} (\omega^2 \cos^2 \omega t + \omega_c^2 \sin^2 \omega t). \quad (6)$$

Она периодически изменяется во времени, т. е. различна в разных точках траектории электрона. Поэтому мы найдем *среднее* ее значение  $\bar{W}$  за полный период обращения. Так как

$$\overline{\cos^2 \omega t} = \overline{\sin^2 \omega t} = \frac{1}{2},$$

то

$$\bar{W} = \frac{1}{4} \frac{e^2 E_0^2}{m} \frac{\omega^2 + \omega_c^2}{(\omega^2 - \omega_c^2)^2}. \quad (7)$$

Она не зависит от времени, а значит, при условии  $\omega \neq \omega_c$  *свободный* электрон при *установившихся* вынужденных колебаниях не поглощает энергию электромагнитной волны.

При резонансе ( $\omega = \omega_c$ ) амплитуда колебаний скорости и энергия  $\bar{W}$  стремятся к бесконечности. Это значит, что электрон все время будет двигаться по неустановившейся траектории, непрерывно увеличивая свою энергию, а электромагнитная волна будет испытывать поглощение.

## 10. Электромагнитное поле диполя (к § 272)

Рассмотрим подробнее, какой вид имеет электромагнитное поле диполя в волновой области.

Мы знаем, что заряд, движущийся с постоянной скоростью, вызывает только *постоянное* магнитное поле  $H$ . С другой стороны, согласно основному положению теории Максвелла для появления вихревого электрического поля необходимо, чтобы  $\frac{\partial H}{\partial t}$  было отлично от нуля. Поэтому для излучения

нужно, чтобы заряд двигался с определенным *ускорением*  $\dot{v} = \ddot{x}$  (точка обозначает дифференцирование по времени) или, иначе, чтобы вторая производная по времени от момента диполя  $\ddot{p} = q\ddot{x}$  была не равна нулю. В соответствии с этим точный расчет показывает, что электрическое поле  $E$  волны (а следовательно и магнитное поле  $H$ ; ср. (269.4)) *пропорционально*  $\ddot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right)$ .

Аргумент  $\left(t - \frac{r}{c}\right)$  показывает, что колебания поля в точке, удаленной на расстояние  $r$  от диполя, *запаздывают* относительно колебаний  $\ddot{p}$  на время  $\frac{r}{c}$ , так что  $E(t)$  и  $H(t)$  в рассматриваемой точке в момент  $t$  определяются значением  $\ddot{p}$  в *более ранний* момент времени  $\left(t - \frac{r}{c}\right)$ .



Легко сообразить, как зависят оба поля  $E$  и  $H$  от расстояния  $r$ . Энергия, проходящая через каждую единицу поверхности в поле электромагнитной волны, пропорциональна  $E^2$  или, соответственно,  $H^2$ . Поэтому поток энергии, проходящий сквозь поверхность сферы радиусом  $r$ , окружающей диполь, пропорционален поверхности этой сферы  $4\pi r^2$  и  $E^2$ , т. е. пропорционален  $E^2 r^2$ . Так как эта энергия не зависит от  $r$  (вакуум, поглощение энергии не происходит), то отсюда следует, что  $E$  и  $H$  пропорциональны  $\frac{1}{r}$ .

Величина полей  $E$  и  $H$  зависит еще от направления излучения, т. е. от угла  $\vartheta$ , составленного радиусом-вектором  $r$  с осью диполя (рис. 543). Мы уже говорили, что вблизи диполя его магнитное поле выражается той же формулой, что и для элемента тока. Это магнитное поле пропорционально  $\sin \vartheta$  и равно нулю в любой точке, лежащей на продолжении оси диполя. Совершенно так же и напряженности полей  $E$  и  $H$  в волновой зоне пропорциональны  $\sin \vartheta$ .

Точный расчет приводит к следующему результату:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\ddot{p} \left( t - \frac{r}{c} \right) \sin \vartheta}{c^2 r}, \quad H = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E. \quad (1)$$

Здесь  $c = 3 \cdot 10^8$  м/сек — скорость распространения электромагнитных волн в вакууме, а все величины предполагаются измеренными в системе СИ.

Оба поля  $E$  и  $H$  направлены перпендикулярно к направлению распространения, т. е. к направлению  $r$ , и связаны с ним правилом правого буравчика (рис. 543).

Отметим, что формула (1) справедлива лишь для таких движений зарядов, скорость которых  $v$  мала по сравнению со скоростью света  $c$  (нерелятивистский случай,  $\beta = \frac{v}{c} \ll 1$ ).

В частном случае, когда  $p$  изменяется по гармоническому закону (272.1), мы имеем:

$$\ddot{p} \left( t - \frac{r}{c} \right) = -p_0 \omega^2 \sin \omega \left( t - \frac{r}{c} \right) = -p_0 \omega^2 \sin (\omega t - kr),$$

и выражение (1) принимает вид:

$$E = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_0 \omega^2 \sin \vartheta}{c^2 r} \sin (\omega t - kr). \quad (2)$$

**Энергия, излучаемая диполем.** Значение вектора потока энергии в какой-либо точке с координатами  $r$ ,  $\vartheta$  есть

$$P = EH = \frac{p_0^2 \omega^4 \sin^2 \vartheta}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3 r^2} \sin^2 (\omega t - kr).$$

Интерес представляет не мгновенное значение  $P$ , а его среднее значение  $\bar{P}$  за достаточно большой промежуток времени, т. е. интенсивность излучения. Так как

$$\overline{\sin^2 (\omega t - kr)} = \frac{1}{2},$$

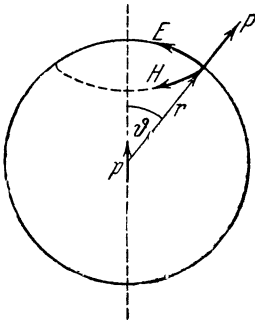


Рис. 543. Электромагнитное поле в шаровой волне, излучаемой диполем.

то

$$\bar{P} = \frac{1}{32\pi^2\epsilon_0 c^3} \frac{p_0^2 \omega^4 \sin^2 \vartheta}{r^2}. \quad (3)$$

Интенсивность излучения пропорциональна четвертой степени частоты колебаний  $\omega^4$ . Она зависит также от направления излучения (пропорциональна  $\sin^2 \vartheta$ ). Зависимость интенсивности излучения диполя от направления изображена на рис. 544 («диаграмма направленности» излучения). Таким

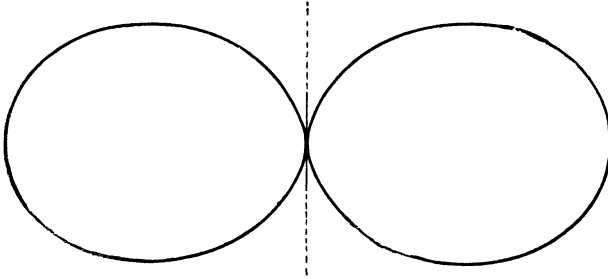


Рис. 544. Диаграмма направленности излучения элементарного диполя.

образом, в направлении своей оси диполь ничего не излучает. Напротив, в направлениях, перпендикулярных к оси диполя, интенсивность излучения наибольшая.

Вычислим, наконец, полную энергию  $w$ , излучаемую диполем по всем направлениям в единицу времени. Так как  $\bar{P}$  есть энергия, проходящая через единицу поверхности в 1 сек, то

$$w = \int_S \bar{P}_n dS,$$

где интегрирование нужно производить по произвольной поверхности  $S$ , охватывающей диполь. Выбирая в качестве таковой сферу с радиусом  $r$  с центром в точке нахождения диполя и пользуясь сферическими координатами  $r$  и  $\vartheta$  (рис. 543), мы имеем:

$$dS = 2\pi r^2 \sin \vartheta d\vartheta,$$

$$\bar{P}_n dS = \bar{P} dS = \frac{p_0^2 \omega^4}{16\pi\epsilon_0 c^3} \sin^3 \vartheta d\vartheta,$$

а следовательно,

$$w = \frac{1}{12\pi} \frac{p_0^2 \omega^4}{\epsilon_0 c^3}. \quad (4)$$

Написанное выражение можно представить в другом виде. Для этого выразим амплитуду колебаний момента  $p_0$  через амплитуду тока в диполе  $i_0$  согласно (272.2). Получим:

$$w = \frac{1}{12\pi} \frac{l^2 \omega^2}{\epsilon_0 c^3} i_0^2, \quad (5)$$

где  $l$  — длина диполя. Это выражение подобно выражению для мощности, выделяемой переменным током в контуре с сопротивлением  $r$ :

$$w = \frac{1}{2} r i_0^2.$$

Поэтому величину

$$r_{\text{изл}} = \frac{1}{6\pi} \frac{l^2 \omega^2}{\epsilon_0 c^3} \quad (6)$$

называют *сопротивлением излучения* диполя. Это понятие часто применяют в радиотехнике к излучающим антеннам передающих радиостанций.

## 11. Давление электромагнитных волн (к § 273)

Давление электромагнитной волны для простейшего случая нормального падения можно вычислить из уравнений Максвелла следующим образом. Если  $j$  есть плотность тока, вызываемого в теле электрическим полем волны  $E$  (рис. 516), а  $H$  — магнитное поле волны, то сила  $f$ , действующая на единицу объема тела, есть

$$f = jB = \mu\mu_0 jH.$$

Поэтому давление волны равно

$$p = \int_0^{\infty} \bar{f} dx.$$

Здесь  $\bar{f}$  обозначает среднее по времени от силы  $f$ .

Обратимся теперь к уравнениям Максвелла, которые для плоской волны имеют вид:

$$\frac{\partial D}{\partial t} + j = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad \frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{\partial E}{\partial x}.$$

Умножая первое из уравнений на  $\mu\mu_0 H$ , а второе — на  $\epsilon\epsilon_0 E$  и складывая их, мы имеем:

$$\frac{\partial}{\partial t} (DB) + f = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{2} \epsilon\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu\mu_0 H^2 \right),$$

где выражение в круглых скобках в правой части есть объемная плотность энергии  $u$  электромагнитной волны в рассматриваемой точке.

Так как  $D$  и  $B$  суть периодические функции времени, то  $\frac{\partial}{\partial t} (DB)$  есть знакопеременная функция и ее среднее значение по времени равно нулю. Поэтому

$$\bar{f} = -\frac{d}{dx} \bar{u}.$$

Подставляя это выражение в формулу для  $p$ , имеем:

$$p = -\int_0^{\infty} \frac{d\bar{u}}{dx} dx = \bar{u}(0) - \bar{u}(\infty).$$

В этом выражении  $\bar{u}(0)$  есть полная объемная плотность энергии суммарного электромагнитного поля у поверхности тела, а  $\bar{u}(\infty) = 0$ . Если коэффициент отражения тела равен нулю, то у поверхности будет только

падающая волна и  $\bar{u}(0)$  равно объемной плотности энергии  $\bar{u}$  в падающей волне (формула (273.1)). Если коэффициент отражения равен единице (абсолютное зеркало), то перед зеркалом будут присутствовать и падающая, и отраженная волны, и  $\bar{u}(0)$  равно  $2\bar{u}$ . В промежуточном случае мы получим формулу (273.2).

Если волна падает на тело наклонно, то появляется нормальная к поверхности составляющая электрического поля волны  $E_n$ . Это значит, что на поверхности возникают электрические заряды с поверхностной плотностью  $\sigma = \epsilon_0 E_n$  и появляется еще электрическая сила, равная  $\sigma E_n$  на каждую единицу поверхности тела. Ее направление противоположно направлению магнитной силы, найденной выше, и поэтому она уменьшает давление волны. Расчет показывает, что разность обеих этих сил, магнитной и электрической, выражается формулой (273.4).

## 12. Система единиц Гаусса

Мы видели, что для электрических и магнитных величин можно построить две различные системы единиц СГС: абсолютную электростатическую систему СГСЭ (§ 5) и абсолютную электромагнитную систему СГСМ (§ 83). Принципиально вполне возможно пользоваться только одной из этих систем, безразлично какой, так как все магнитные величины можно выразить в электростатических единицах, а все электрические величины — в электромагнитных единицах.

Рассмотрим сначала, как будет выглядеть основной закон электростатики — закон Кулона в системе СГСМ. Представим себе, что в среде, диэлектрическая проницаемость которой в системе СГСЭ есть  $\epsilon$ , имеется точечный заряд  $q_{1Э}$  (измеренный в единицах СГСЭ), который действует на второй точечный заряд  $q_{2Э}$ , помещенный в узкой полости, параллельной линиям поля. Тогда сила взаимодействия в системе СГСЭ (нерационализованной) равна

$$F = \frac{q_{1Э} q_{2Э}}{\epsilon r^2},$$

где  $F$  выражено в динах, а  $r$  измерено в сантиметрах. При этом  $\epsilon$  есть безразмерная величина, а ее значение для вакуума равно единице. Если измерять заряды в единицах СГСМ, то  $q_{1Э} = c q_{1М}$ ,  $q_{2Э} = c q_{2М}$ , и та же самая сила будет выражаться формулой

$$F = \frac{c^2}{\epsilon} \frac{q_{1М} q_{2М}}{r^2},$$

где  $F$  и  $r$  по-прежнему измеряются в динах и сантиметрах. Отсюда видно, что диэлектрическая проницаемость в системе СГСМ есть  $\epsilon_M = \epsilon/c^2$ . Она оказывается теперь уже не безразмерной, а имеет размерность, обратную размерности квадрата скорости. Диэлектрическая проницаемость вакуума ( $\epsilon = 1$ ) уже не равна единице, а имеет значение  $\epsilon_{0М} = 1/c^2 = \frac{1}{9 \cdot 10^{20}} \text{ сек}^2/\text{см}^2$ .

Посмотрим теперь, какой вид будет иметь основной закон магнитного взаимодействия токов в системе СГСЭ. Выражая в формуле (82.1а) силы токов в единицах СГСМ, мы должны положить для вакуума  $K = 1$ . В среде с магнитной проницаемостью  $\mu$  (измеренной в единицах СГСМ) закон Ампера — (по-прежнему в нерационализованной форме) имеет вид:

$$dF_{12} = \mu \frac{i_{1М} i_{2М} [dl_2 [dl_1 r_{12}]]}{r_{12}^3}.$$

Здесь  $\mu$  есть безразмерная величина, а ее значение для вакуума равно единице. Если  $i_{1Э}$  и  $i_{2Э}$  — силы тех же токов, измеренные в единицах СГСЭ, то  $i_{1М} = i_{1Э}/c$ ,  $i_{2М} = i_{2Э}/c$ , и поэтому закон Ампера в системе СГСЭ принимает вид:

$$dF_{12} = \frac{\mu}{c^2} \frac{i_{1Э} i_{2Э} [dl_2 [dl_1 r_{12}]]}{r_{12}^3}.$$

Таким образом, в системе СГСЭ магнитная проницаемость есть *размерная* постоянная  $\mu_0 = \mu/c^2$ . Ее значение для вакуума ( $\mu = 1$ ) равно  $\mu_{0Э} = 1/9 \times 10^{20}$  сек<sup>2</sup>/см<sup>2</sup>.

Резюмируя сказанное, мы видим, что в каждой из двух абсолютных систем СГСЭ и СГСМ диэлектрическая и магнитная проницаемости  $\epsilon$  и  $\mu$  играют неравноправные роли. Если  $\epsilon$  имеет нулевую размерность (система СГСЭ), то  $\mu$  оказывается размерной постоянной, и наоборот, если  $\mu$  безразмерна (система СГСМ), то  $\epsilon$  имеет размерность. При этом оказываются различными и их значения  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  для вакуума:

$$\text{система СГСЭ: } \epsilon_0 = 1, \quad \mu_0 = \frac{1}{9 \cdot 10^{20}} \text{ сек}^2/\text{см}^2;$$

$$\text{система СГСМ: } \epsilon_0 = \frac{1}{9 \cdot 10^{20}} \text{ сек}^2/\text{см}^2, \quad \mu_0 = 1.$$

Чтобы обойти это неудобство и сделать обе характеристики вещества  $\epsilon$  и  $\mu$  равноправными величинами нулевой размерности, была разработана так называемая *абсолютная симметричная система электрических и магнитных единиц*, которая является сочетанием систем СГСЭ и СГСМ. Принцип ее построения был указан в работах Гаусса и Вебера, а сама система получила название *системы единиц Гаусса*. В этой системе *единицы всех электрических величин* (заряда, напряженности электрического поля, разности потенциалов, электрического смещения, емкости, силы тока, сопротивления, проводимости и э. д. с.) *совпадают с единицами системы СГСЭ*; диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  есть безразмерная величина, равная для вакуума единице. *Единицы же измерения всех магнитных величин* (напряженности магнитного поля, магнитной индукции, магнитного потока, индуктивности, магнитного напряжения и «магнитных зарядов») *совпадают с единицами системы СГСМ*. Магнитная проницаемость  $\mu$  считается безразмерной величиной и равной для вакуума единице.

Однако в § 83 мы видели, что для обращения в единицу коэффициента пропорциональности в законе Ампера силу тока нужно измерять в единицах СГСМ. Поэтому при переходе к системе Гаусса во всех законах магнитного поля появится размерная постоянная, а именно, электродинамическая постоянная  $c$ .

Посмотрим, как будут выглядеть основные законы магнитного поля в системе Гаусса. Из сказанного ясно, что закон Ампера в системе Гаусса выражается той же формулой, что и в системе СГСЭ, которая уже была приведена выше. Выражение для напряженности магнитного поля, создаваемого элементом тока (ср. § 86), будет:

$$dH = \frac{i}{c} \frac{[dlr]}{r^3}.$$

Магнитное напряжение по замкнутому контуру (ср. § 88) равно

$$\oint H_s ds = \frac{4\pi i}{c}.$$

Сила, действующая на элемент тока в магнитном поле (ср. § 90), выражается формулой

$$dF = \frac{i}{c} [dIB],$$

а сила, действующая на движущийся заряд в вакууме (сила Лорентца, § 98),

$$F = \frac{e}{c} [vH]$$

(так как в системе Гаусса  $B$  и  $H$  для вакуума совпадают).

Работа при перемещении контура с током в магнитном поле дается формулой (ср. § 95)

$$A = \frac{i}{c} (\Phi_2 - \Phi_1).$$

Основной закон электромагнитной индукции в системе Гаусса имеет вид:

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt}.$$

Магнитный поток сквозь контур, создаваемый током в самом рассматриваемом контуре (ср. § 105), равен

$$\Phi = \frac{1}{c} Li,$$

а э. д. с. самоиндукции есть

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{c^2} L \frac{di}{dt}.$$

Наконец, оба уравнения Максвелла имеют вид (ср. § 151):

$$\frac{\partial N}{\partial t} + 4\pi i = c \oint H_s ds, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -c \oint E_s ds.$$

Остальные, более частные формулы могут быть получены без труда самими читателями.

### 13. Таблица электрических и магнитных единиц

В заключение мы приводим сводку наиболее важных электрических и магнитных единиц для двух, наиболее употребительных систем: Международной системы единиц СИ и абсолютной симметричной системы единиц СГС (системы Гаусса).

В таблице приведены названия единиц и их обозначения в виде символических формул, образование которых было разъяснено в тексте книги (§ 5). Как уже говорилось выше, такой способ обозначения производных единиц определяет их размерность, т. е. показывает, как изменяется величина данной единицы при изменении величины других единиц системы.

Для единиц системы СИ даны их обозначения через основные и другие производные единицы, в соответствии с определением этих единиц в системе СИ. В системе единиц Гаусса определяющие соотношения не устанавливаются. Поэтому для единиц этой системы даны их обозначения через основные единицы системы (см, г, сек). Такие обозначения, очевидно, не зависят от выбора определяющего закона.

В таблице также приведена величина единиц системы Гаусса в единицах системы СИ. При выводе этих соотношений следует помнить, что система СИ является рационализованной (ср. § 6), а система Гаусса (так же как и системы СГСЭ и СГСМ) употребляется в нерационализованной форме.

## Электрические и магнитные единицы

Величина	Обозначения в тексте	Международная система единиц СИ		Система единиц Гаусса		
		наименование	единица	наименование	единица	соотношение с единицей СИ
Электрический заряд	$q$	кулон (к)	1 а · сек		$1 \text{ с.м.}^{3/2} \cdot \text{г.}^{1/2} \cdot \text{сек.}^{-1}$	$\frac{1}{3 \cdot 10^9} \text{ к}$
Напряженность электрич. поля	$E$	вольт на метр (в/м)	1 в · м <sup>-1</sup>		$1 \text{ с.м.}^{-1/2} \cdot \text{г.}^{1/2} \cdot \text{сек.}^{-1}$	$3 \cdot 10^4 \text{ в/м}$
Электрическая постоянная (диэлектрическая проницаемость вакуума)	$\epsilon_0$	фарада на метр (ф/м)	1 ф · м <sup>-1</sup>		безразмерна	
Поток электрического смещения	$N$	кулон (к)	1 а · сек		$1 \text{ с.м.}^{3/2} \cdot \text{г.}^{1/2} \cdot \text{сек.}^{-1}$	$\frac{1}{4\pi \cdot 3 \cdot 10^9} \text{ к}$
Электрическое смещение	$D$	кулон на квадратный метр (к/м <sup>2</sup> )	1 к · м <sup>-2</sup>		$1 \text{ с.м.}^{-1/2} \cdot \text{г.}^{1/2} \cdot \text{сек.}^{-1}$	$\frac{1}{4\pi \cdot 3 \cdot 10^5} \text{ к/м.}^2$
Разность потенциалов, напряжение, э. д. с.	$U, E$	вольт (в)	1 вт · а <sup>-1</sup>		$1 \text{ с.м.}^{1/2} \cdot \text{г.}^{1/2} \cdot \text{сек.}^{-1}$	300 в
Емкость	$C$	фарада (ф)	1 к · в <sup>-1</sup>		1 см	$\frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \text{ ф}$

Продолжение

Величина	Обозначения в тексте	Международная система единиц СИ		Система единиц Гаусса		
		наименование	единица	наименование	единица	соотношение с единицей СИ
Сила тока	$i$	ампер (а)	1 а		$1 \text{ с.м.}^{3/2} \cdot \text{з.}^{1/2} \cdot \text{сек.}^{-2}$	$\frac{1}{3 \cdot 10^9} \text{ а}$
Электрическое сопротивление	$R, r$	ом (ом)	$1 \text{ в.} \cdot \text{а.}^{-1}$		$1 \text{ с.м.}^{-1} \cdot \text{сек}$	$9 \cdot 10^{11} \text{ ом}$
Напряженность магнитного поля	$H$	ампер на метр (а/м)	$1 \text{ а} \cdot \text{м.}^{-1}$	эрстед (э)	$1 \text{ с.м.}^{-1/2} \cdot \text{з.}^{1/2} \cdot \text{сек.}^{-1}$	$\frac{10^3}{4\pi} \text{ а/м}$
Магнитная постоянная (магнитная проницаемость вакуума)	$\mu_0$	генри на метр (зн/м)	$1 \text{ зн} \cdot \text{м.}^{-1}$		безразмерна	
Поток магнитной индукции	$\Phi$	вебер (вб)	$1 \text{ в.} \cdot \text{сек}$	максвелл (мкс)	$1 \text{ с.м.}^{3/2} \cdot \text{з.}^{1/2} \cdot \text{сек.}^{-1}$	$10^{-8} \text{ вб}$
Магнитная индукция	$B$	тесла (тл)	$1 \text{ вб} \cdot \text{м.}^{-2}$	гаусс (гс)	$1 \text{ с.м.}^{-1/2} \cdot \text{з.}^{1/2} \cdot \text{сек.}^{-1}$	$10^{-4} \text{ тл}$
Индуктивность	$L$	генри (зн)	$1 \text{ вб} \cdot \text{а.}^{-1}$	гильберт (зб)	$1 \text{ с.м}$	$10^{-9} \text{ зн}$
Магнитодвижущая сила (магнитное напряжение по замкнутому контуру)	$E_m$	ампер (а)	1 а		$1 \text{ с.м.}^{1/2} \cdot \text{з.}^{1/2} \cdot \text{сек.}^{-1}$	$\frac{10}{4\pi} \text{ а}$



## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Абсолютная электромагнитная единица магнитного заряда** 269  
— — система единиц 179  
— электростатическая единица заряда 21  
— — система единиц 21  
**Абсолютный нормальный электрохимический потенциал** 484  
**Автоколебательные системы** 530  
**Автотрансформатор** 325  
**Автоэлектронная дуга** 426  
— эмиссия 398  
**Аккумулятор железо-никелевый** 492  
— свинцовый 491  
**Ампер** 197  
**Амперметр** 130  
**Анизотропия намагничивания ферромагнетиков** 259  
**Анизотропные диэлектрики** 104  
— магнетики 245  
**Анодная характеристика триода** 388  
**Антиферромагнетики** 288  
**Антиферромагнитная точка Кюри** 288  
**Апериодический разряд** 522  
**Асинхронный двигатель переменного тока** 317
- Баллистическая постоянная** 132  
**Баллистический гальванометр** 132  
— метод измерения магнитной индукции 257  
**Бифилярная обмотка** 226
- Вакуумные диоды** 378  
**Валентная связь** 372  
**Вектор намагничивания** 241  
— поляризации 96  
— потока электромагнитной энергии 608  
— электрического смещения 101  
**Векторные диаграммы колебаний** 310
- Взаимная индукция** 230  
— энергия двух токов 232, 644  
**Вибратор открытый** 593, 602  
**Вихревые поля** 187, 318  
— токи 314, 321  
**Внешняя контактная разность потенциалов** 497  
**Внутренняя контактная разность потенциалов** 494  
**Волна сферическая** 613  
**Волновое уравнение** 598, 600  
— число 582  
**Вольт-амперная характеристика проводника** 134  
**Вольтметр** 135  
**Вольт-секунда** 212  
**Вращающееся магнитное поле** 313  
**Время релаксации** 172, 642  
**Вторичная электронная эмиссия** 378, 394  
**Выпрямитель** 384  
— германиевый 510  
— селеновый 511
- Газотрон** 433  
**Гальванические элементы** 25, 485  
**Гальванопластика** 480  
**Гальваноскоп** 129  
**Гальваностегия** 480  
**Генератор ламповый** 533  
— электростатический 75  
**Генераторы переменного тока** 298  
— постоянного тока 299  
**Гетеродинный прием** 630  
**Гидраты** 474  
**Гиромагнитное отношение** 274  
**Гистерезис** 260  
**Глубина модуляции** 624  
**Глубины проникновения тока** 326  
**Градиент потенциала** 53  
**Граничные условия для магнитного поля** 252  
— — — электрического поля 102

- Давление электромагнитных волн 615, 654  
 Давления и натяжения Фарадея — Максвелла 239  
 Движение ионов в электролитах 471  
 Двойное преломление электромагнитных волн 607  
 Двойной электрический полюс 46  
 Двухполупериодный выпрямитель 385  
 Двухпроводная линия 82  
 Двухфазный ток 305  
 Делитель напряжения 138  
 Демодулятор с кристаллическим детектором 628  
 — — трехэлектродной лампой 629  
 Демодуляция колебаний 623, 627  
 — сеточная 629  
 Деполяризация 488  
 Детектирование 628  
 Диаграммы токов векторные 562  
 Диамагнетика 255  
 Динактронный эффект 397  
 Диоды полупроводниковые 510  
 — туннельные 512  
 Диполь электрический 602  
 — элементарный 612  
 Диффузионная разность потенциалов 485  
 Диэлектрики 13  
 — неполярные 111  
 — полярные 114  
 Диэлектрическая восприимчивость 104  
 — проницаемость 104  
 Диэлектрический гистерезис 117  
 Длина диффузии электронов и дырок в полупроводниках 514  
 — электромагнитной волны 582  
 Добротность контура 528  
 Дробовой эффект 393  
 Дроссель 546  
 Дуговой разряд 424  
 — —, применение 426  
 Дырочная проводимость 372  
  
 Единица измерения магнитной постоянной 222  
 — — электрической постоянной 83  
 — — напряженности магнитного поля 185  
 — — электрического поля 54  
 — — разности потенциалов 51  
 Емкость 78  
 — кабеля 82
- Закон Богуславского — Лэнгмюра 380, 646  
 — взаимодействия токов 175  
 — Кулона 20  
 — — для диэлектриков 106  
 — Ленца 210  
 — Ленца — Джоуля 148  
 — Максвелла 601  
 — Ома 134, 357  
 — —, дифференциальная форма 141  
 — — для замкнутой цепи 151  
 — — — переменного тока 549  
 — Оствальда 470  
 — преломления линий смещения 105  
 — Фарадея второй 465  
 — — первый 464  
 —  $\frac{3}{2}$  380  
 Законы магнитной цепи 291  
 — Фарадея, объяснение 466  
 Зародыши перемагничивания 290  
 Затухание колебаний 520  
 Зонд пламенный 62  
 — с накаленной нитью 63  
 — электрический 62  
  
 Измерение магнитного напряжения 217  
 — магнитной индукции 216  
 Изоляторы 13, 371  
 Изотропные диэлектрики 103  
 — магнетики 245  
 Импульс напряжения 212  
 Индуктивность двухпроводной линии 221  
 — контура 221  
 — соленоида 220  
 Индукционный ускоритель 327  
 Индуцированные заряды 15  
 Ионизаторы 399  
 Ионизационный потенциал атома 401  
 Ионизация газов 399  
 — электронными ударами 399  
 Искровой вольтметр 417  
 — колебательный контур 530  
 — разряд 417  
 Использование отрицательных сопротивлений 531  
 Источник тока 147  
  
 Кадмиевый нормальный элемент 58  
 Каналовые лучи 416  
 Катодная пленка 410  
 Катодное падение потенциала 411  
 — —, аномальное 411  
 — пятно 426  
 — темное пространство 410

- Катодные лучи 414  
 Катоды подогревные 383  
 — прямого нагрева 383  
 Квазистационарные токи 170  
 Классическая электронная теория металлов 357  
 — — —, пределы применимости 364  
 Колебания линии собственные 589  
 — релаксационные 538  
 Количество магнетизма 269  
 Компаундные машины 302  
 Компенсационный метод измерения э. д. с. 162  
 Конденсатор 77  
 — переменной емкости 87  
 — плоский 64, 77  
 — сложный 89  
 — технический бумажный 86  
 — цилиндрический 64, 77, 81  
 — шаровой 63, 77, 81  
 — электролитический 87, 481  
 Контакт двух полупроводников 506  
 Контактная разность потенциалов 401  
 Контур с током в магнитном поле 198  
 Коронный разряд 419  
 Коэффициент взаимной индукции 230  
 — вторичной эмиссии 394  
 — диссоциации 469  
 — затухания колебаний 526  
 — мощности 561  
 — объемной ионизации 407  
 — Пельтье 494  
 — поверхностной ионизации 408  
 — полезного действия источника тока 164  
 — самоиндукции 220  
 — скольжения ротора 317  
 — Томсона 502  
 — трансформации 325  
 — усиления лампы 386  
 — электризации 104  
 Кривая намагничивания ферромагнетиков 257  
 Кристаллические детекторы 512  
 Кристаллы с ионной проводимостью 478  
 — — — электронной проводимостью 478  
 — со смешанной проводимостью 479  
 Критическая напряженность поля 417  
 Крутильные весы Кулона 18  
 Кулонометр 129  
 Лавины ионные 407  
 — электронные 407  
 Ламповые усилители 391  
 Линейная плотность поверхностного тока 242  
 Линейные напряжения 306  
 — токи 306  
 Линзы магнитные 460  
 — электрические 457  
 Линии силовые 640  
 — тока 124, 640  
 — электрического смещения 37  
 Логарифмический декремент затухания 520  
 Магнетики 240  
 Магнетон 279  
 Магнетрон 443  
 Магнитная восприимчивость 245  
 — индукция 194  
 — — в магнетике 243  
 — постоянная 181  
 — проницаемость вещества 223  
 — силовая линия 186  
 — цепь 291  
 Магнитное действие тока 126  
 — насыщение 258  
 — поле 29  
 — — в центре кругового проводника 184  
 — — движущегося заряда 203  
 — — прямого длинного провода 191  
 — — — тока 185  
 — — соленоида 191  
 — — тороидальной катушки 190  
 Магнитно-мягкие материалы 266  
 Магнитные ловушки 433  
 Магнитный момент тока 192, 194  
 — поток 202  
 Магнитомеханическое явление 276  
 Магнитострикция 288  
 Магнитоэлектрические приборы 200  
 Масса электромагнитного поля 616  
 Масс-спектрограф 451  
 Международная система единиц 23  
 Метод зеркальных изображений зарядов 83  
 — контурных токов 641  
 — магнитной фокусировки 442  
 — электролитической ванны 143  
 Механический импульс электромагнитного поля 616  
 Механоманнитное явление 277  
 Микроскопическое поле 99  
 Многосеточные лампы 396  
 Модулирующая функция 623  
 Модуляция амплитудная 623

- Модуляция колебаний 622  
 — на анод 626  
 — сетку 625  
 Молекулярные токи Ампера 268  
 Молнии кратные 422  
 — шаровые 423  
 Молния 421  
 Момент диполя 46  
 Мощность тока 147
- Наведенные заряды** 15  
 Направление легкого намагничивания 260  
 — тока 124  
 — трудного намагничивания 260  
 Напряжение разложения электролита 490  
 — эффективное 559  
 Напряженность магнитного поля 182  
 — — — внутри магнетика 243  
 — пробоя 417  
 — электрического поля 29, 53  
 — — — внутри диэлектрика 99  
 Незатухающие электрические колебания 519  
 Неоднородная поляризация 97  
 Независимые газовые разряды 405  
 Неустойчивость плазмы 433  
 Нормальные парамагнетики 262  
 — элементы 57  
 Нормальный водородный электрод 484  
 — электрохимический потенциал 484  
 Нулевой провод 309
- Обратная связь** 535  
 Обратный ом 135  
 — пьезоэлектрический эффект 121  
 Объемная плотность зарядов 32  
 — — — энергии магнитного поля 229  
 — — — электрического поля 92  
 Ограниченный магнетик 248  
 Однородное намагничивание 241  
 Ом 135  
 Опыт Манделъштама и Папалекси 353  
 — Рентгена и Эйхенвальда 342  
 — Трутона и Нобля 342  
 — Эйнштейна и Гааза 276  
 Опыты Кавендиша 72  
 — Кавендиша и Максвелла, теория 637  
 — Лебедева 607  
 — Милликена 351  
 — Роуленда и Эйхенвальда 205  
 — с инерцией электронов 352
- Основной закон электромагнитной индукции 212  
 Острия 73  
 Отрицательные заряды 14  
 Отрицательный ион 27  
 Очистка (рафинирование) металлов 481
- Параллельное соединение конденсаторов** 87  
 — — — сопротивлений 159  
 Парамагнетики 255  
 Парно-электронная связь 372  
 Первое катодное свечение 410  
 — правило Кирхгофа 158  
 Первый закон Фарадея 464  
 Перенапряжения при электролизе 490  
 Петлевой осциллограф 195  
 Петля гистерезиса 117, 260  
 Плавкий предохранитель 154  
 Плазма 431  
 — изотермическая 431  
 — неизотермическая 431  
 Плоские электромагнитные волны 599  
 Плоский конденсатор 35, 80  
 Плотность импульса электромагнитного поля 617  
 — потока смещения 39  
 — тока 124  
 — — смещения 331  
 Поверхностная плотность заряда 32  
 Поверхность заряженного проводника 40  
 — равного потенциала 55  
 Подвижность газовых ионов 403  
 Поддержание колебаний 529  
 Поле вихревое 210  
 — заряженного шара 42  
 — равномерно заряженного цилиндра 44  
 Полное сопротивление цепи 151  
 Положительные заряды 14  
 — лучи 416  
 — ионы 27  
 Положительный столб 410  
 Полупроводники 370  
 Полусвободные электромагнитные волны 632  
 Поляризационные заряды 95  
 Поляризация дипольная 111  
 — диэлектриков 95  
 — ионная 111  
 — ионного смещения 111  
 — молекулярная 113  
 — ориентационная 111

- Поляризация остаточная 117  
 — элементов 488  
 Поляризуемость молекулы 110  
 Пондеромоторные силы 165  
 Порошковые фигуры 286  
 Последовательное соединение конденсаторов 88  
 Постоянная времени контура 172  
 Потенциалы разложения 481  
 Потенциометр 163  
 Поток вектора магнитной индукции 202  
 — — электрического смещения 37  
 — — рассеяния 324  
 Пояс Роговского 218  
 Правило Кирхгофа второе 158  
 — — первое 158  
 — — левой руки 195  
 Преломление линий магнитной индукции 251  
 Преобразования Лоренца 346  
 Примесная электропроводность полупроводников 373  
 Принцип наложения 31  
 — относительности для электромагнитных явлений 246  
 — радиосвязи 621  
 Провод с постоянным током, энергия 611  
 Проводники 13  
 Пространственный заряд 379  
 Противозлектродвижущая сила 303  
 Процессы намагничивания ферромагнетика 289  
 Пусковые реостаты 303  
 Пьезоэлектрический эффект 119  
  
 Работа выхода электрона из металла 375  
 Равномерно заряженная плоскость 39  
 — заряженный цилиндр 43  
 — — шар 42  
 Радиолокация 633  
 Радиопередатчик 625  
 Разделение электрических зарядов 26  
 Размагничивающий фактор 249  
 Разность потенциалов 48, 49  
 Распределенные системы 577  
 Распространение электромагнитного импульса вдоль проводов 579  
 Распространяющаяся электромагнитная волна, энергия 610  
 Резонанс диамагнитный 453  
 — напряжений 553  
 — параметрический 566  
  
 Резонанс токов 563  
 — циклотронный 453, 650  
 Рентгеновские трубки 414  
 — — ионные 415  
 — — электронные 416  
 Реостат со скользящим контактом 138  
 Рекомбинация ионов 401, 469  
 — электронов и дырок 373  
 Ртутная дуговая лампа 425  
  
 Самоиндукция 219  
 Самопроизвольная поляризация сегнетоэлектриков 118  
 Самостоятельный газовый заряд 405  
 — — —, возникновение 408  
 Сверхпроводимость 140, 361  
 Свечение рекомбинации 402  
 Свободные электроны 27  
 Свободный заряд 100  
 Сегнетоэлектрики 116  
 Сеточная характеристика триода 387  
 Сила Лоренца 207  
 — тока 124  
 Силовые линии 33  
 Силы обменного взаимодействия 286  
 — пондеромоторные 236  
 Синхронные двигатели 304  
 Система единиц Гаусса 181, 655  
 Системы многофазных токов 305  
 Скин-эффект 325  
 Скорость распространения электромагнитных волн 591  
 Сложение электрических полей 31  
 Смешанная электропроводность полупроводников 375  
 Смешанное соединение конденсаторов 88  
 Собственная электропроводность полупроводников 371  
 — энергия тока 228  
 Соединение звездой 308  
 — треугольником 309  
 Соединения источников тока 161  
 Сольваты 474  
 Сопrotivление комплексное 572  
 Станок Ампера 173  
 Стеkanie зарядов 74  
 Стронние силы 147  
 Стоячая электромагнитная волна 583  
 — — —, энергия 610  
 Страты 410  
 Стриммерная теория искры 418

- Стримеры отрицательные 419  
 — положительные 419  
 Супергетеродинный приемник 630
- Температура Кюри 261  
 Температурный коэффициент сопротивления 138  
 Теорема Лармора 275, 645  
 — Остроградского — Гаусса 39  
 — — для диэлектриков 107  
 — — — магнитного поля 248  
 — Пойнтинга 609  
 Теория близкодействия 28  
 — дальнего действия 28  
 — Максвелла, значение 337  
 — электролитической диссоциации 468  
 Тепловой гальванометр 130  
 — эффект химической реакции 149  
 Тепло Пельтье 150  
 Термометр сопротивления 139  
 Термопары 504  
 Термостолбики 505  
 Термоэлектричество 503  
 Термоэлектродвижущая сила 503  
 Термоэлектронная эмиссия 377, 378  
 Термоэлементы 504  
 Тесла 194, 213  
 Тетрод 396  
 Тиратрон 433  
 Тлеющее свечение 410  
 Тлеющий разряд 410  
 — —, применение 413  
 Ток насыщения диода 379  
 — смещения 329  
 Точечный заряд 18  
 Точка Кюри 118  
 — Нееля 288  
 Трансформатор 323  
 — резонансный 594  
 — Тесла 595  
 Трехфазный ток 307  
 Триод 385
- Удельная магнитная восприимчивость 257  
 — электропроводность вещества 137  
 — — электролита 475  
 Удельное сопротивление вещества 137  
 Удельный заряд  $\beta$ -лучей 447  
 — — катодных лучей 446  
 — — электронов 450  
 Управляемые термоядерные реакции 432  
 Уравнение волны 582  
 — Лапласа 68
- Уравнение непрерывности 640  
 — Пуассона 45  
 Уравнения Максвелла 333  
 — — в дифференциальной форме 335  
 Усилитель полупроводниковый 514  
 — резонансный 565  
 Условия квазистационарности 592  
 — самовозбуждения лампового генератора 537  
 Условия равновесия зарядов в проводниках 51  
 Установление колебаний 555  
 Устойчивость электрических зарядов 427, 647
- Фазные напряжения 306  
 — токи 306  
 Фарада 78  
 Фарадеев цилиндр 72  
 Фарадеево темное пространство 410  
 Ферриты 268  
 Ферромагнетики 257  
 Формальная теория магнетизма 268  
 Формула Ричардсона 382  
 Фотоионизация 410  
 Фотоэлектрический эффект 409  
 Фотоэмиссия 377
- Химические деполяризаторы 488  
 Химическое действие тока 127  
 Холодная эмиссия 398
- Циклотрон 439  
 Цилиндр Венельта 463  
 Цилиндрический конденсатор 43
- Число переноса анионов 478  
 — — катионов 477
- Эквивалентная концентрация раствора 475  
 Эквипотенциальная поверхность 55  
 Эквипотенциальные линии 55  
 Экстраток замыкания 220  
 — размыкания 219  
 — самоиндукции 219  
 Электризация посредством влияния 14  
 Электрическая индукция 14, 37  
 — постоянная 24  
 Электрические колебания незатухающие 519  
 — — собственные 519  
 — — флуктуации 393  
 Электрический ветер 74  
 — диполь 46

- Электрический ток 124  
 Электрическое напряжение 48  
   — поле 28, 29  
   — — диполя 66  
   — смещение 37  
   — сопротивление 134, 135  
 Электродвигатель 299  
   — постоянного тока 302  
 Электродвижущая сила 151  
   — — поляризации 489  
 Электродинамическая            постоянная  
   179  
 Электролитическая ванна 143  
   — диссоциация 467  
 Электромагнит 293  
 Электромагнитная индукция 208  
   — — в движущихся проводниках  
   344  
   — масса движущегося заряда 620  
 Электромагнитное поле 29  
   — — диполя 651  
 Электромагнитные волны 581  
 Электрометаллургия 481  
 Электрометр 56  
   — квадрантный 60  
   — с конденсатором 81  
   — струнный 58  
 Электрон-вольт 51  
 Электронная поляризация смеще-  
   ния 110  
   — теория 27  
   — эмиссия 377  
 Электронно-дырочный переход 507  
 Электронно-лучевая трубка 462  
 Электронные умножители 395  
 Электронный микроскоп 457  
   — осциллограф 462  
   — парамагнитный резонанс 279  
 Электроны проводимости 27, 355  
 Электропроводность проводника 135  
   — электролита 474  
 Электроскоп 14  
 Электростатическая защита 70  
   — машина 16  
 Электростатический вольтметр 56  
 Электростатическое поле 48  
 Электрострикция 109  
 Электрохимический потенциал 482  
   — эквивалент 129  
 Элемент Даниэля 485  
   — Лекланше 488  
   — тока 176  
 Элементарный диполь, излучение 613  
   — заряд 27, 467  
   — ток 192  
 Энергия заряженного конденсатора  
   86  
   —, излучаемая диполем 652  
   — ионизации 399  
   — магнитного поля 228  
   — электрического поля 91  
   — электромагнитных волн 607  
 Эталоны напряжения 57  
 Эффективная масса 453  
   — сила переменного тока 559  
 Явление Пельтье 492  
   — Томсона 501  
   — Холла 366  
   — — аномальное 369

*Сергей Григорьевич Калашиков.*

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО.

М., 1964 г., 668 стр. с илл.

Редакторы *Л. Ф. Верес* и *В. Д. Козлов.*

Техн. редактор *С. Я. Шкляр.*

Корректор *З. В. Автонгова.*

---

Сдано в набор 9/V 1964 г. Подписано к печати 26/IX 1964 г. Бумага 60×90<sup>1/16</sup>. Физ. печ. л. 41,75. Условн. печ. л. 41,75. Уч.-изд. л. 44,85. Тираж 64 000 экз. Т-14807. Цена книги 1 р. 45 к. Заказ № 1290.

---

Издательство «Наука».

Главная редакция

физико-математической литературы.

Москва, В-71, Ленинский проспект, 15.

---

Главполиграфпром Государственного комитета Совета Министров СССР по печати. Отпечатано в Ленинградской типографии № 1 «Печатный Двор» им. А. М. Горького, Гатчинская, 26 с матриц Ленинградской типографии № 2 им. Евгении Соколовой, Измайловский пр., 29.



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»  
- ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

---

ИМЕЮТСЯ В ПРОДАЖЕ УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ  
ПО ФИЗИКЕ:

Беклемишев А. В., Меры и единицы физических величин, Физматгиз, 1963, 296 стр., 56 коп. Учебное пособие для вузов.

Будаков Б. М. и др., Сборник задач по математической физике, Гостехиздат, 1956, 683 стр., 1 р. 45 к. Учебное пособие для университетов.

Горелик Г. С., Колебания и волны. Введение в акустику, радиофизику и оптику. Под ред. проф. С. М. Рытова, Физматгиз, 1959, 572 стр., 1 р. 48 к. Учебное пособие для университетов.

Кикоин И. К., Кикоин А. К., Молекулярная физика, Физматгиз, 1963, 500 стр., 97 коп. Учебное пособие для физических вузов и факультетов.

Левич В. Г. и др., Курс теоретической физики, т. II. Электромагнитные процессы в веществе. Квантовая механика, Физматгиз, 1962, 820 стр., 1 р. 51 к. Учебное пособие для физико-технических вузов.

Хайкин С. Э., Физические основы механики, Физматгиз, 1962, 772 стр., 1 р. 75 к. Учебное пособие для университетов

---

*Книги продаются в книжных магазинах, а также высылаются по почте наложенным платежом без задатка всеми республиканскими, краевыми и областными отделениями «Книга — почтой».*

1 р. 45 к.