

FUNDAMENTAL PHYSICS

JAY OREAR CORNELL UNIVERSITY

SECOND EDITION

JOHN WILEY-NEW YORK • 1967

ДЖ. ОРИР

ПОПУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

ПЕРЕВОД
СО ВТОРОГО АМЕРИКАНСКОГО ИЗДАНИЯ

ИЗДАТЕЛЬСТВО „МИР“ • МОСКВА • 1969

УДК 530

Перевод с английского

Редактор
Л. В. ГЕССЕН

Художник
Г. И. МАНУЙЛОВ

Редакция литературы по физике

Инд. 2-3-1
68-69

Круг читателей этой книги весьма широк — в первую очередь это учащиеся старших классов средней школы, студенты первых курсов вузов и техникумов. Книга заинтересует также инженеров, желающих расширить свой физический кругозор, и специалистов «соседних» с физикой наук — математиков, химиков, биологов, геологов и т. д. Интересной и весьма полезной она будет огромной армии преподавателей физики средних школ, техникумов и вузов, которые найдут здесь не только новый материал, но и почерпнут опыт поиска новых путей преподавания *классической* физики *современными* методами.

При подготовке настоящей книги был использован перевод первого американского издания, выполненный С. П. Бакановым, В. П. Смилгой и Е. М. Лейкиным. Подготовка текста нового издания выполнена Е. М. Лейкиным.

ОТ РЕДАКЦИИ

Вышедшая в свет в 1964 г. в переводе на русский язык книга Джея Орира «Популярная физика» вызвала большой интерес у наших читателей. В 1966 г. было выпущено второе издание, которое так же сразу же разошлось. В значительной мере это было связано с тем, что автору удалось найти способ интересно и увлекательно рассказать об основах современной физики и передать читателю волнующую атмосферу научных открытий.

Другой не менее важной причиной успеха книги был сам подход к изложению общей физики. Автор отошел от классических канонов и исходил из лежащих в фундаменте современной физики «основных принципов», и в том числе принципов симметрии, включающих законы сохранения, отражающих единую структуру физики как науки. Преимущество такого подхода неоспоримо.

В 1967 г. в США вышло новое, переработанное и расширенное издание книги Орира; с этого нового издания и был выполнен перевод, предлагаемый вниманию наших читателей.

Автор переработал книгу в методическом отношении, и в этом смысле новое издание представляет собой дальнейший шаг в утверждении новых путей преподавания физики, нового подхода к изложению основ науки. При подготовке этого издания автор разумно учел также опыт использования первой его книги как учебника. Для повышения наглядности и более глубокого раскрытия физической сущности явлений автор внес в изложение множество уточнений и изменений, добавил свыше ста новых рисунков. Прекрасной находкой является релятивистское обоснование природы магнитных сил. Изложение в целом стало более четким, более зрелым. Удачно и особенно интересно изложены основные идеи и применения физики микромира. Эти разделы фактически написаны заново.

Автору удалось в простой и доступной форме осветить новейшие открытия физики элементарных частиц.

**ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА
КО ВТОРОМУ
АМЕРИКАНСКОМУ
ИЗДАНИЮ**

Эта книга не просто «просмотренное и исправленное второе издание» с новой нумерацией задач и добавлением на нескольких страницах в конце описания новейших достижений. Это издание — серьезная попытка заново переписать всю книгу с тем, чтобы отвести больше места объяснениям, не расширяя самого предмета. Добавлено лишь несколько новых концепций, однако в книге значительно увеличилось количество примеров, рисунков и задач (свыше 100 новых рисунков и около 100 задач). Многие новые примеры и объяснения обязаны своим появлением моему пятилетнему контакту со студентами и преподавателями.

Основное новшество состоит в том, что я решился с единых позиций изложить квантовую механику (гл. 12—16). Я рассматриваю эти главы как серьезное введение в квантовую механику на таком математическом уровне, при котором можно обойтись без дифференциального исчисления. Мне неизвестно о существовании другого подобного курса, в котором основные положения и применение квантовой механики излагались бы столь всесторонне как с качественной, так и с количественной точек зрения, и я убежден, что значительную часть квантовой механики можно изучить, не зная высшей математики. В большинстве случаев, встречающихся в физике, когда существуют объяснения как с применением высшей математики, так и без нее, я предпочитаю последние, даже для подготовленной аудитории. Объяснения с использованием элементарной математики обычно обеспечивают лучшее понимание и легче поддаются наглядной интерпретации.

Я знаю по собственному опыту, что первокурсники колледжей могут усваивать фундаментальные понятия как квантовой механики, так и специальной теории относительности и что они с особым удовольствием знакомятся с этими разделами. На основе квантовой механики легко интерпретировать такие вопросы, как строение атома, теория металлов, строение ядер, дифракционное

рассеяние, полупроводники, гибридизация химических связей, физические процессы в лазерах, радиоактивность и т. п. Еще одна особенность нового издания — количественное изложение вопросов космологии и принципа относительности ускорения Маха, а также релятивистское обоснование происхождения магнитных сил.

В 1960 г., когда вышло в свет первое издание, считалось дерзостью насыщать до такой степени вводный курс теорией относительности, квантовой механикой и их приложением к атомной и ядерной физике, физике твердого тела и высоких энергий. Еще одним новшеством первого издания был формат книги, использование двухцветной печати, большое количество снимков с пузырьковых камер, моделей электронного облака атомов, гауссова система единиц в разделах, посвященных электричеству. Позднее появились новые учебники для высшей школы, позаимствовавшие ряд этих нововведений. Еще одним шагом в этом направлении явилось создание вводных курсов для будущих физиков в Калифорнийском технологическом институте и Калифорнийском университете (Беркли).

Характерная особенность этого издания — внедрение страница за страницей новой системы обучения. Опыт показывает, что основное преимущество этой системы состоит в том, что она позволяет учащимся установить, насколько они действительно усвоили только что прочитанное.

Чтобы отдавать себе отчет в том, что понято, а что нет, нужна определенная степень зрелости. Следует убедить учащихся в необходимости отвечать по мере продвижения вперед на каждый вопрос, помещенный внизу на полях, прежде чем заглядывать в ответ.

В новом издании была сделана серьезная попытка дать изложение, отвечающее уровню быстро развивающейся науки. Я должен сознаться, что прогресс физики за последние 6 лет превзошел мои ожидания, причем темп развития, по-видимому, возрос. Возьмем,

к примеру, число элементарных частиц. Казалось, что к моменту завершения первого издания число элементарных частиц закрепилось на цифре 30. Но в последующие пять лет оно увеличилось с 30 до примерно 200 и не видно этому ни конца, ни края. К счастью, открытие новых частиц породило новые представления о симметрии, которые позволяют легче понять существование даже 30 первоначальных частиц. Однако затем было обнаружено нарушение других более привычных свойств симметрии или законов сохранения, которые должны были бы управлять элементарными частицами. Наряду с этими и другие новые открытия, такие, как сверхзвезды — квазары или оптические квантовые генераторы (лазеры), включены в наиболее подходящие разделы книги. Все изложение приведено в соответствии с состоянием физики на 1966 г., а не 1900 г., как в большинстве учебников, или 1925 г., как в некоторых книгах, посвященных якобы современной физике.

За большую часть нового материала я благодарен студентам и преподавателям Корнеллского университета. Я хочу особенно поблагодарить проф. А. Бирдена, Р. Спроулла, Ф. Моррисона и Р. Раджарамана. Я хочу также выразить признательность проф. М. Сэндсу за полезные обсуждения нового курса физики, разработанного Фейнманом, Лейтоном и Сэндсом.

Джей Орир

Сентябрь 1966 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА К ПЕРВОМУ РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Эта книга, по крайней мере косвенно, обязана своим появлением достижениям Советского Союза, запустившего первый искусственный спутник Земли. Это событие в преподавательских кругах Соединенных Штатов произвело огромное впечатление, не утратившее своей силы и по сей день. Внезапно многим стало ясно, что высшее образование в Соединенных Штатах находится в неудовлетворительном состоянии. К примеру, полный курс физики в объеме высшей школы слушают менее 25% студентов, а в колледжах физику изучает значительно менее половины всех учащихся.

К тому же большинство читаемых курсов физики следует считать весьма устаревшими. По традиции большинство научных дисциплин преподносилось в виде обособленных разделов, содержащих некоторую классификацию огромной массы фактов. Между тем теперь нам известно, что в отличие от других дисциплин физика имеет очень простую, логически стройную структуру, связывающую ее в единое целое. Во многих учебниках, например, свет и электричество излагаются как независимые и не связанные друг с другом разделы, хотя уже почти столетие известна глубокая связь между этими разделами. Показательным примером может служить объяснение на основе квантовой механики электропроводности и закона Ома. Преподносить закон Ома как самостоятельный закон природы — значит допускать ошибку.

Число действительно основных законов природы исключительно мало. Кроме того, эти наиболее важные законы обычно довольно просто формулируются математически. После усвоения этих основных законов весь остальной материал фактически без особого труда встает на свое место. Этот новый подход к изучению физики получил наименование метода основных принципов. Данная книга представляет собой приложение указанного метода к изучению физики учащимися колледжей со слабым предварительным ознакомлением с основами

физики или даже без всякой подготовки. Правительство Соединенных Штатов ассигновало пять миллионов долларов на более широкое внедрение метода основных принципов в преподавание физики в нашей высшей школе. Многие из фотографий, помещенных в этой книге, получены от Комитета по изучению физических наук, субсидируемого правительством. Этот Комитет занимается разработкой новых курсов физики для высшей школы, в которых не только принят метод основных принципов в отличие от энциклопедического подхода, но и воздастся должное грандиозному скачку вперед, происшедшему в физике с 1925 г.

Советский спутник, безусловно, послужил толчком к возникновению нового направления в преподавании науки в Соединенных Штатах. Я не представляю себе всех последствий этого события, но данная книга тем не менее даст советскому читателю некоторое представление о том направлении, в котором развивается сейчас в США высшее образование..

Джей Орир

Июнь 1961 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

Что же такое физическая реальность? Что приводит в движение Вселенную? Что представляют собой «загадки» природы? Таковы проблемы, определяющие направленность и дух данной книги. Она предназначена в первую очередь как пособие для студентов со слабой предварительной подготовкой по математике и физике. Но она должна быть на первых порах полезна и студентам колледжей, специализирующимся по физике.

Основное внимание в книге уделено тем главным принципам или фундаментальным законам, на которых покоится вся наука. Предмет изложения, собственно, представляет собой часть обширного собрания различных разделов, называемых физикой. Таким образом, это еще один учебник для колледжей, причем в нем поверхностно изложены более прикладные разделы, по традиции причисляемые к физике. Очень немного, к примеру, говорится о машинах, вращательной динамике, фотометрии, оптических приборах, теории переменного тока, калориметрии, теории упругости, акустике и т. д. Ограничив книгу основами физики, мы тем самым сузили предмет изложения, получив возможность более глубоко рассмотреть затронутые вопросы. Основным исключением является гл. 9, в которой довольно подробно изложена электроника, что позволяет разъяснить основные принципы радио и телевидения и дать представление об огромном значении для техники понимания основных законов природы. Те, кто питает отвращение к изучению инженерных вопросов, могут опустить эту главу.

По своей природе физика в самой основе — глубоко философская наука. Она отражает непрерывную борьбу человеческого разума с природой, полную самых неожиданных открытий, с которыми люди должны сообразовывать затем свою деятельность. Эту борьбу заманчиво преподнести студентам гуманитарных специальностей в историческом и философском аспектах. При этом, однако, часто впадают в ошибку, рассказывая студентам о науке, вместо того чтобы

учить их самой науке. В результате студент не получает реального представления о физическом мире, в котором он живет. «Образованный» человек должен быть знаком с обоими аспектами. В идеале он должен приобретать знания в науке и познавать ее связи с другими дисциплинами в курсах философии. Однако подобный «гуманитарный подход» можно без ущерба для дела использовать во вводном курсе физики, коль скоро основное внимание уделяется изучению самой науки. Поэтому в книге известное внимание уделено влиянию науки на нашу культуру. Наряду с научными методами и «искусством» научных открытий в ней обсуждаются философская, социальная и политическая стороны связи науки с нашей культурой. Однако эти вопросы играют второстепенную роль по сравнению с изложением предмета самой науки. Мы использовали увлекательные стороны и культурную ценность эпизодов из истории физики, где это соответствовало основной цели изложения. Показателем того, насколько успешно студент усвоил материал, служит его способность решать задачи, требующие некоторого размышления. Мой опыт использования материала этой книги и ее задач в курсах для колледжей, читавшихся в Колумбийском и Корнеллском университетах, убеждает, что студенты гуманитарных специальностей способны постичь основные принципы науки. Об этом свидетельствует их умение применять эти принципы к решению задач.

Порядок изложения материала определялся главным образом моими индивидуальными соображениями педагогического характера. Кое-где обсуждение проблем современной физики опережает классические или доклассические варианты. Я старался, как правило, избежать такой последовательности: изложить предмет в соответствии со старыми представлениями, сообщить студентам, что сейчас это неверно, затем заставить их забыть все старое и переучить на новый лад. Если встречается новый раздел, то сначала он обычно приводится в окончательном

варианте. Тогда с современных позиций студент сможет более полно познакомиться и усвоить различные старые представления. Порядок размещения разделов определялся не традицией, а требованиями более сжатого логического изложения. Так, явление проникновения через барьер, носящее весьма общий характер, в тексте впервые встречается в связи с обсуждением автоэлектронной эмиссии из металла. Это обсуждение связано с предшествующим рассмотрением уровня Ферми, связи в металле, кривых потенциальной энергии, которое в свою очередь зависит от знакомства с такими вопросами, как электронные волны в ящике, электронное облако в атоме, электрический потенциал. Возвращаясь еще дальше в логической последовательности, мы встречаемся с корпускулярно-волновым дуализмом, интерференцией волн, теорией электричества, энергией, механикой и т. д. Таким образом, большая часть этой книги отведена основным звеньям логической последовательности изложения. Вследствие компактной, единой теоретической структуры физики многие главы не соответствуют ранее принятой последовательности разобщенных и «независимых» разделов в традиционных учебниках. Я не смог ограничить содержание глав строго определенными рамками и разделить главы как бы непроницаемыми перегородками. Иным может показаться проще и последовательнее излагать классическую физику именно в такой манере, однако это противоречило бы самой природе. Я пытался излагать истинное положение вещей: в книге откровенно говорится о недостатках и ограниченности представлений современной физики.

Кроме того, я старался не скрывать, что для современного описания большинства физических явлений необходима квантовая теория. Благодаря развитию квантовой электродинамики достигнут огромный прогресс в понимании явлений физического мира и строения вещества. Учащихся колледжей, насколько это возможно, следует

знакомить с современными представлениями. Некоторым преподавателям физики может показаться, что такие вопросы, как электронное облако, квантовая теория химической связи, уровень Ферми, замедление хода времени, строение ядра, космология и сохранение четности, чересчур трудны и абстрактны для усвоения. Однако мой опыт преподавания такого курса на протяжении последних шести лет показывает, что студенты гуманитарных специальностей с большим трудом усваивают третий закон Ньютона, нежели уровень Ферми или инвариантность относительно зарядового сопряжения. Заканчивая курс, они не только хорошо чувствуют современную физику, но и предпочитают ее классической.

В заключение я хочу поблагодарить моих коллег в Корнелле за их поддержку, и особенно профессоров Роберта Спроулла, Филиппа Моррисона, Джона Де-Вайра и Ричарда Фейнмана за полезные советы. Многие любезно предоставили в мое распоряжение имевшиеся у них иллюстрации, подбор которых для книги вряд ли оказался бы под силу одному человеку. Ким Чой из Корнелла помог мне рассчитать электронные облака атома водорода и ядерное облако дейтерия. Я благодарен Френсису Шрэгу и многим другим студентам за внесенный ими большой вклад в первое издание этого учебника.

Я в неоплатном долгу перед Энрико Ферми, который не только сообщил мне большую часть моих познаний по физике, но и научил методам ее изучения. Как преподаватель Ферми был хорошо известен своей замечательной способностью предельно просто и ясно излагать самые трудные вопросы. Он достигал этого прямым путем, очень мало прибегая к математике и обращая основное внимание на физическую сущность явлений. В этой книге я пытался передать характер и увлекательность физики так, как это мог бы сделать Ферми.

Джей Орир

Сентябрь 1960 г.





ГЛАВА 1

ВВЕДЕНИЕ

ОБРАЩЕНИЕ АВТОРА К УЧАЩИМСЯ

В этой книге появилась одна особенность, отражающая идеи новой системы обучения. Внизу каждой страницы (где позволяет место) помещены вопросы для проверки того, насколько понят и усвоен материал, а на следующей странице даны ответы. Чтобы извлечь максимальную пользу из этих вопросов, читатель, прежде чем продолжить чтение, должен задержаться и ответить на вопрос, не заглядывая в ответ. Вопросы сравнительно просты, а на многие можно ответить, даже не прибегая к помощи бумаги и карандаша. Если какой-то вопрос оказался не под силу, то скорее всего это обусловлено тем, что прочитанное недостаточно хорошо понято. Здесь мы имеем дело с обычной проблемой, возникающей при изучении физики. Само чтение может не вызывать трудностей, однако для понимания требуется нечто большее, чем просто прочитать или зазубрить,— необходимо думать, и нет простых способов обойтись без размышлений. Итак, если вы не справились с одним из вопросов, то имейте в виду, что не следует двигаться дальше, пока вы не прочитаете еще раз и не продумаете весь раздел. Помните, что мы овладеваем знаниями только тогда, когда полностью отдаем себе отчет в том, чего мы не понимаем.

ВВЕДЕНИЕ § 1. Что такое физика!

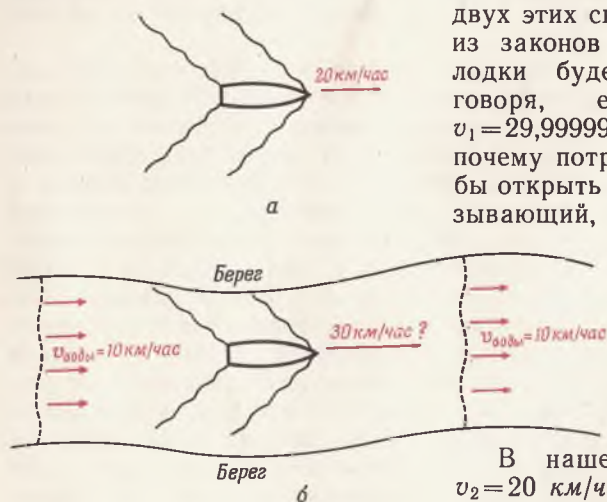
ФИЗИКА — ЭТО ТО, ЧЕМ ФИЗИКИ ЗАНИМАЮТСЯ
ПОЗДНО ВЕЧЕРОМ

У нас нет строгого определения, что такое физика, и мы не можем точно сказать, какие вопросы относятся к этой науке, а какие нет. Представление о некоторых разделах, отнесенных автором этой книги к физике, читатель получит, изучив ее оглавление.

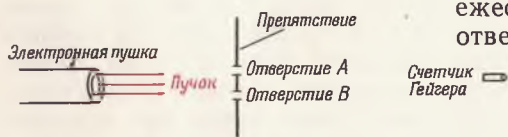
Одна из задач физики—установление «законов» окружающего мира. Открытие ряда таких законов явилось сюрпризом для ученых и философов. В самом деле, некоторые открытия оказались столь неожиданными и настолько противоречащими «здравому смыслу», что с трудом завоевывали признание. Скептически к ним относились даже нобелевские лауреаты. Яркий пример: Эйнштейн опубликовал теорию относительности и теорию фотоэффекта в 1905 г., однако Нобелевской премии за последнюю был удостоен лишь в 1921 г. Он не получил Нобелевской премии ни за одну из своих работ по теории относительности. По-видимому, для некоторых из прежних нобелевских лауреатов, которые участвовали в обсуждении новых кандидатур, теория относительности казалась слишком радикальной.

Зато теперь физики весьма подозрительно относятся к тому, что вытекает из «здорового смысла» и кажется очевидным. Ведь «здравый смысл» является продуктом человеческого разума, и совсем не обязательно Мать-Природа должна быть устроена именно так, как о ней думают люди. Вот простой пример. Сегодня мы сомневаемся даже в том, что $2 + 2 = 4$ в применении к физическим явлениям. Мы знаем, что, прибавляя к 20 млрд. *см/сек* еще 20 млрд. *см/сек* мы получим не 40 млрд. *см/сек*, а только 27,3 млрд. *см/сек*! Мы твердо знаем правило сложения скоростей, хотя с точки зрения «здорового смысла» это правило может показаться странным. Результирующая скорость всегда будет меньше суммы ее составляю-

Фиг. 1. Лодка, плывущая по течению. *а* — так лодку видит наблюдатель, плывущий по течению (лодка в неподвижной воде); *б* — так лодку видит наблюдатель, стоящий на берегу (лодка в потоке, скорость которого 10 км/час).



Фиг. 2. Электронная пушка, посылающая пучок электронов в отверстия *A* и *B*.



щих. Если скорости малы по сравнению со скоростью света, то этот эффект все равно существует, хотя он и очень мал. Рассмотрим в качестве примера движение лодки вниз по реке (фиг. 1) со скоростью 20 км/час относительно воды. Если скорость самой воды равна 10 км/час, то результирующая скорость лодки по отношению берега, казалось бы, должна быть в точности равна сумме двух этих скоростей, т. е. 30 км/час. Однако из законов физики следует, что скорость лодки будет несколько меньше. Строго говоря, ее скорость будет равна $v_1 = 29,9999999999999866$ км/час. Ясно, почему потребовалось столько времени, чтобы открыть этот эффект. Закон физики, указывающий, как надо складывать скорости, получил имя эйнштейновского закона сложения скоростей (см. гл. 11). Он гласит:

$$v_{\text{рез}} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

где c — скорость света.

В нашем примере $v_1 = 10$ км/час, а $v_2 = 20$ км/час. Мы видим, что для решения повседневных задач вполне годится старый классический закон $v_{\text{рез}} = v_1 + v_2$, так как

$$\frac{v_1 v_2}{c^2} \ll 1.$$

Рассмотрим еще один противоречащий «здравому смыслу» пример. Оказывается, что $2 + 2$ может быть равно нулю, или, если хотите, можно сделать так, чтобы $2 + 2 = 8$.

Направим пучок электронов из электронной пушки на непроницаемое препятствие, в котором имеются два отверстия *A* и *B* (фиг. 2). Поместим в отдалении за препятствием счетчик Гейгера и закроем отверстие *B*. В этом случае счетчик будет регистрировать каждую секунду 2 электрона. Теперь откроем отверстие *B* и закроем отверстие *A*. И снова получим 2 отсчета в секунду. Наконец, откроем оба отверстия. Счетчик вообще перестал регистрировать электроны! Результат

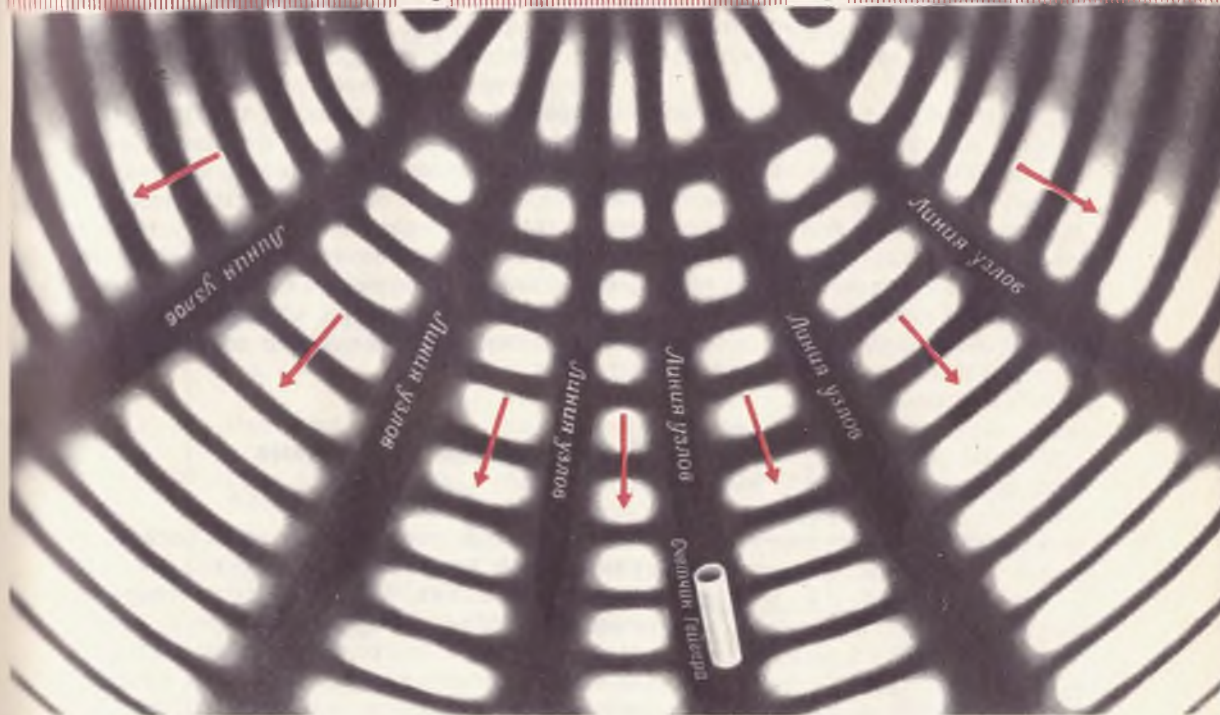
Электронный пучок (волны, падающие на препятствие)



Щель А

Препятствие

Щель В



Фиг. 3. Картина, создаваемая пучком электронов, прошедшим два отверстия (согласно современной волновой теории вещества).

Такой была бы интенсивность электронов в данный момент времени. Темные участки соответствуют нулевой интенсивности.

не только меньше суммы двух слагаемых, как в случае сложения скоростей, он меньше каждого из слагаемых. Если хотите, немного подвигайте счетчик в вертикальном направлении. Вы сможете найти точку, в которой он будет давать 8 отсчетов в секунду, т. е. вдвое больше простой суммы двух слагаемых. На первый взгляд всему этому трудно поверить. Однако это так, и подобную картину наблюдали в лаборатории (см. фиг. 263 на стр. 379). Столь необычное явление обусловлено волновой природой вещества. В гл. 12 мы увидим, что все частицы обладают определенными волновыми свойствами и что поэтому такие явления вполне естественны. На фиг. 3 показано, как выглядели бы электронные волны, прошедшие одновременно через оба отверстия *A* и *B*.

Рассмотренные примеры с лодкой и электронным пучком иллюстрируют соответственно применение теории относительности и квантовой теории. Множество физических явлений, гораздо более фундаментальных, чем рассмотренные выше, базируется на этих двух основных принципах нашего физического мира. Поэтому значительную часть этой книги мы посвятим изложению теории относительности и квантовой теории.

§ 2. Единицы измерения

ДЛИНА, ВРЕМЯ, МАССА

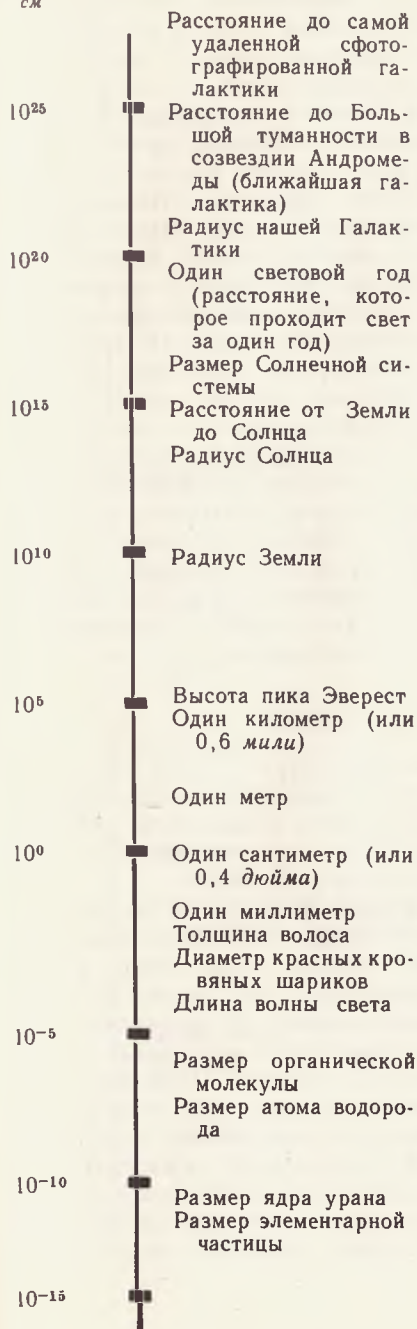
В большой своей части физика посвящена измерениям различных физических величин, таких, как длина, время, частота, скорость, площадь, объем, масса, плотность, заряд, температура и энергия. Многие из этих величин взаимосвязаны. Например, скорость есть длина, деленная на время. Плотность есть масса, деленная на объем, а объем — длина, умноженная на длину и умноженная снова на длину. Большинство физических величин можно выразить через длину, время и массу. Некоторые из этих соотношений приведены в табл. 1. Мы будем знакомиться

Таблица 1
Единицы измерения

Величины	Размерность
Площадь	L^2
Объем	L^3
Скорость	L/T
Ускорение	L/T^2
Плотность	M/L^3
Импульс	ML/T
Сила	ML/T^2
Энергия	ML^2/T^2

Таблица 2

Порядок величин расстояний

Расстояния
(размеры),
см

с этими физическими величинами по мере их появления в книге.

Длина

Определения длины, площади и объема даются в евклидовой геометрии. В настоящее время используется несколько единиц измерения длины, например: метр, дюйм, фут, миля. Почти во всех странах, за исключением США и стран Британского содружества, принята метрическая система. Хотя английская система мер принята в США в качестве официальной системы, американские ученые, однако, пользуются почти исключительно метрической системой. В этой книге мы используем также метрическую систему.

Первоначально *метр* был определен через расстояние от Северного полюса до экватора, которое составляет около 10 000 км, или 10^7 м. Эталоном метра служит расстояние между штрихами на платиновом стержне, хранящемся в Международной палате мер и весов в Париже. Однако Мать-Природа позаботилась о том, чтобы обеспечить нас несравненно более точной единицей длины, нежели расстояние между двумя штрихами на куске металла. Это — длина световой волны, соответствующей любой узкой спектральной линии. Парижский эталон метра был прокалиброван с помощью длины волны определенной спектральной линии. Американский дюйм связан с международным метром следующим образом: 1 дюйм в точности равен 2,54 см (100 см = 1 м).

Соотношения между другими единицами приведены в приложении к книге (стр. 547). В повседневной практике часто возникает необходимость прежде всего перевести английские единицы в метрические. В табл. 2 приведены различные длины, с которыми имеют дело в физике: от самых малых (размер элементарных частиц) до самых больших (расстояние до самых удаленных из наблюдавшихся галактик).

Таблица 8

Порядок величины времени	Время
Интервал времени, сек	
10^{15}	Период полураспада U^{238} — возраст Земли Время, прошедшее с момента появления жизни на Земле
	Возраст человечества Период полураспада плутония
10^{10}	Продолжительность жизни человека Один год
10^5	Один день
	Время жизни свободного нейтрона
10^0	Одна секунда — время между двумя биениями сердца
	Период колебания струны банджо
10^{-5}	Время жизни μ -мезона
10^{-10}	Время жизни возбужденного атома до испускания света
10^{-15}	Период обращения электрона вокруг протона в атоме водорода
10^{-20}	Период обращения нейтрона и протона в ядре Время, за которое свет пересекает элементарную частицу

Время

Время — это физическая категория, поэтому его определение должно исходить из определенных законов физики. Например, законы физики утверждают, что период вращения Земли должен оставаться постоянным с очень высокой степенью точности. Этот факт можно использовать для определения основной единицы времени, которая называется средними солнечными сутками. Кроме того, согласно законам физики, период колебаний пластинки кристалла в генераторе с кварцевой стабилизацией частоты должен оставаться постоянным, если не меняются температура и другие внешние условия. Таким образом, на основе электронного генератора можно сделать очень точные часы. То же можно сказать о частоте колебаний атомов в молекуле. И действительно, атомные часы, которые «считают» эти колебания, являются самыми точными часами в мире. Основная единица времени, применяемая как в английской, так и в метрической системах, — это *секунда* (сокращенно *сек*). Она составляет долю

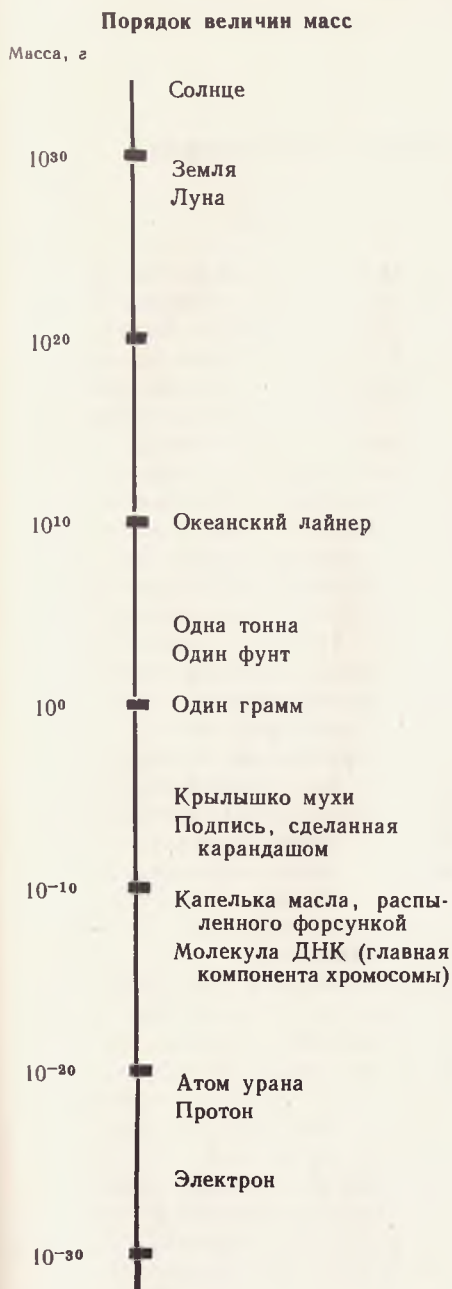
$$\frac{1}{60} \times \frac{1}{60} \times \frac{1}{24} = \frac{1}{86\,400}$$

средних солнечных суток.

В табл. 3 приведены физические интервалы времени, начиная с возраста Земли и кончая интервалом, за который свет пересекает элементарную частицу.

Основывая понятие времени на законах физики, мы тем не менее не можем быть уверены, что эти законы абсолютно точны. Допустим, например, что скорость света медленно увеличивается со временем. Это привело бы к изменению некоторых наших эталонов длины и времени. Правда, до сих пор не получено ни одного экспериментального доказательства изменения какой-либо универсальной физической константы со временем. Однако не исключено, что они меняются столь медленно, что при достигнутой в настоящее время точности измерений это

Таблица 4



не может быть зафиксировано. Мы увидим в дальнейшем, что новые экспериментальные данные опрокидывают казалось бы «нерушимые» законы физики. Нужно приучиться здраво смотреть на существующие «законы» физики и быть готовыми их пересмотреть, если появится убедительный эксперимент, опровергающий эти законы.

Если мы попытаемся глубже разобраться в природе времени, то обнаружим, что ни физики, ни философы не понимают ее до конца. Наше нынешнее понимание физического устройства мира не столь глубоко, как этого хотелось бы. Вопрос о достижении истины в конечной инстанции — не нов. К сожалению, физики не в состоянии разрешить эту классическую проблему.

Масса

Масса — тоже физическая категория. В основе ее определения также должны лежать законы физики. В гл. 3 мы дадим современное определение массы, исходя из закона сохранения импульса. В метрической системе за единицу массы вначале была взята масса 1 см^3 воды при определенных температуре и давлении. Эту единицу назвали *грамм*. Таким образом, плотность воды выражается очень удобной величиной — 1 г на 1 см^3 . В английской системе за единицу массы принимается *фунт* (*ф*). Один килограмм (10^3 г) равен $2,204 \text{ ф}$ массы¹⁾. В табл. 4 приведены значения масс, встречающиеся в физике.

Такие величины, как сила и энергия, физики измеряют обычно в метрах, килограммах и секундах или соответственно в сантиметрах, граммах и секундах. Первая система единиц называется системой MKS, вторая — системой CGS. Мы будем пользоваться в книге обеими этими метрическими системами единиц.

При решении задач все величины долж-

¹⁾ Для краткости мы будем писать вместо грамм — *г*, вместо килограмм — *кг* и вместо фунт — *ф*.

ны выражаться либо в системе MKS, либо в системе CGS. Смешение единиц недопустимо.

§ 3. Математический аппарат физики

$$10^a \times 10^b = 10^{a+b}$$

Физические величины можно вычислить и измерить с очень большой точностью. Такой количественный подход требует знакомства с математикой. К счастью, многие основные принципы и понятия физики можно усвоить, пользуясь лишь элементарной алгеброй и геометрией. Таково, по-видимому, общее свойство основных законов природы: чем ближе к истине, тем проще основные законы. Необходимость в более сложном математическом аппарате обычно возникает при попытке рассчитать какие-либо следствия из основных законов. Например, решить так называемую задачу трех тел (решить уравнение движения трех взаимодействующих тел). Эта задача не является основной, ибо такое движение в действительности представляет собой суперпозицию движений трех взаимодействующих пар. Основную же задачу — нахождение орбит двух тел, взаимодействующих обратно пропорционально квадрату расстояния, — решил несколько столетий назад Исаак Ньютон. В астрономии задача двух тел легко решается методами элементарной математики.

Для точного же расчета движения трех тел потребовалась бы сложнейшая электронная вычислительная машина, которая выполняет за 1 сек такое огромное число операций, для которых человеку необходимо несколько недель. Хотя производство вычислительных машин находится еще на начальной стадии, они уже широко применяются в физике и других областях исследований, а также в промышленности.

Для полного понимания всего изложенного в этой книге совсем не обязательно

Вопрос 1. (Ответы помещаются на последующих страницах.) Чему равно отношение наибольшего расстояния в табл. 2 к наименьшему?

знать тригонометрию, дифференциальное исчисление, или высшую математику. Тем не менее нужно хорошо владеть некоторыми разделами алгебры. Многие студенты, изучая физику в колледжах, не имеют дела с алгеброй на протяжении нескольких лет.

Кроме того, во многих школьных программах опускаются разделы алгебры, необходимые для чтения этой книги. Поэтому, прежде чем познакомиться с этой книгой, тем, кто не силен в математике, придется немного вспомнить ее. Для этой цели мы приводим в конце главы задачи. В конце данного параграфа мы даем обзор сведений по математике, которые потребуются при чтении книги.

Для тех, кто не уверен в своих познаниях в области математики, приводятся следующие упражнения. Проверьте, какие из приведенных математических соотношений неверны.

1. Если $1/R = 1/R_1 + 1/R_2$, то $R = R_1 + R_2$.

2. $(a + b)^2 = a^2 + b^2$.

3. Если диаметр круга равен 10^{-8} см, то его радиус равен 10^{-4} см.

4. Радиус этого круга равен 5^{-8} см.

5. $\frac{A}{B} + \frac{X}{Y} = \frac{A+X}{B+Y}$.

6. Если катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла 30° , равен 1 см, то гипотенуза равна $\sqrt{3}$ см.

7. $4 : \frac{1}{2} = 2$.

8. $\sqrt{16ab} = 4ab$.

9. $\sqrt{10^3} = 5^3$.

10. $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

11. Пусть a и b — отрицательные числа и b/a больше единицы. Тогда разность $(a-b)$ отрицательна.

12. $\frac{10^{-10}}{10^{-5}} = 10^{-15}$.

Ответ 1. Согласно табл. 2, расстояние до наиболее удаленной из видимых галактик примерно 10^{27} см, а размер элементарной частицы примерно 10^{-13} см. Отношение $10^{27}/10^{-13} = 10^{27+13} = 10^{40}$.

Если вы не смогли ответить более чем на

один вопрос, то вы основательно подзабыли математику, и, прежде чем двигаться дальше, решите задачи, помещенные в конце главы. Приведенные выше соотношения все неверны. Правильные ответы даны на стр. 36.

Степени десяти

Физики чаще всего сталкиваются с величинами, которые либо много больше, либо много меньше единицы. Поэтому для удобства принято записывать любую величину, независимо большую или маленькую, в виде произведения некоторого числа, большего единицы и меньшего десяти, на число десять в соответствующей степени. Так, например, физик записал бы государственный долг США в виде $3,3 \cdot 10^{11}$ долларов, или иначе — $3,3 \cdot 10^5$ млн. долларов. Показатель степени показывает, на сколько знаков вправо нужно передвинуть запятую десятичной дроби. Если вы захотите написать эту величину, не вводя степени десяти, то запятую придется сдвинуть вправо на 11 знаков: 330 000 000 000 долларов. Если показатель степени отрицательный, то запятая перемещается точно таким же образом, но только влево. Например, радиус атома водорода равен $5 \cdot 10^{-9}$ см. Передвинув запятую влево на девять знаков, мы получим 0,000 000 005 см.

Для умножения и деления чисел, представленных таким способом, нужно пользоваться правилом

$$10^a \times 10^b = 10^{a+b} \quad \text{и} \quad \frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}.$$

Пример. Ядерный реактор превращает в сутки в энергию 1 г урана. Какова его мощность в ваттах?

Мощность — это энергия, отнесенная к единице времени. Если расчеты проводить в системе MKS, то ответ получится в ваттах. Энергию можно вычислить с помощью известного соотношения Эйнштейна $W = Mc^2$, где c — скорость света, равная $3 \cdot 10^8$ м/сек. Эквивалентность массы и энергии рассматривается в гл. 5 и 11.

Итак, мощность

$$P = \frac{Mc^2}{t}.$$

Вопрос 2. Чему равно

$$10^{-2} : 10^{-5}?$$

(Проделайте вычисления в уме или на бумаге, прежде чем заглянуть в ответ. Если вы ошиблись, то подзаимитесь, а уже потом двигайтесь дальше.)

где $M=10^{-3}$ кг, $t=60 \times 60 \times 24$ сек $=8,64 \cdot 10^4$ сек. Подставив численные значения, получим

$$P = \frac{10^{-3} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{8,64 \cdot 10^4} = \frac{10^{-3} \cdot (9 \cdot 10^{16})}{8,64 \cdot 10^4} \text{ вт.}$$

Ответ выразится степенью десяти, которая равна сумме показателей в числителе за вычетом суммы показателей в знаменателе, т. е. $(-3+16)-4=9$. Итак,

$$P = \frac{9}{8,64} \cdot 10^9 = 1,04 \cdot 10^9 \text{ вт,}$$

или около 1 млн. кВт. Такую мощность потребляет в среднем целый штат США.

Теперь, когда мы познакомились с правилами обращения со степенями десяти, выясним, почему половина от 10^{-8} не равна ни 10^{-4} , ни 5^{-8} . Число 10^{-4} можно записать в виде

$$10^{-4} = 10^4 \cdot 10^{-8}.$$

Отсюда видно, что ответ 10^{-4} отличается от правильного в 20 000 раз. Другой распространенный ответ, который обычно учащиеся дают, 5^{-8} . Но это означает

$$5^{-8} = \left(\frac{10}{2}\right)^{-8} = \frac{10^{-8}}{2^{-8}} = 2^8 \cdot 10^{-8} = 256 \cdot 10^{-8}.$$

Мы видим, что этот ответ в 512 раз больше истинного. Правильный ответ:

$$\frac{1}{2} \cdot 10^{-8} = 0,5 \cdot 10^{-8}.$$

Это равно также $5 \cdot 10^{-9}$.

Совместные уравнения

Мы должны уметь решать системы из двух или большего числа совместных уравнений. В качестве примера рассмотрим три уравнения из гл. 2 (в данный момент нас интересует не физика, а только алгебра).

1. Формула для центростремительного ускорения:

$$a_c = \frac{v^2}{R}. \quad (1.1)$$

Ответ $2 \cdot 10^{-2} : 10^{-5} =$
 $= \frac{10^{-2}}{10^{-5}} = 10^{-2+5} = 10^3.$

2. Связь между скоростью v и периодом T :

$$v = \frac{2\pi R}{T}. \quad (1.2)$$

3. Связь между периодом T и частотой f :

$$f = \frac{1}{T}. \quad (1.3)$$

Нам надо найти формулу для центростремительного ускорения, содержащую только f и R . Для начала формула (1.1) содержит в правой части нежелательное v , которое можно исключить, подставив вместо v величину $2\pi R/T$:

$$a_c = \frac{\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}. \quad (1.4)$$

Но теперь нежелательной величиной является T . Ее можно исключить, выразив T из (1.3) и подставив в (1.4). Согласно (1.3), $T = 1/f$. Подстановка дает

$$a_c = \frac{4\pi^2 R}{(1/f)^2} = 4\pi^2 f^2 R.$$

Дробные показатели степени

Общее правило перемножения степеней одного и того же числа состоит в следующем:

$$N^a \times N^b = N^{a+b}.$$

Положив $a = b = 1/2$, получим

$$N^{1/2} \times N^{1/2} = N.$$

Это означает, что $N^{1/2} = \sqrt{N}$. Точно также $N^{1/3} = \sqrt[3]{N}$. Выражение $N^{2/3}$ означает $(N^{1/3})^2$, или квадрат кубического корня из N . Оно совпадает с $(N^2)^{1/3}$ — кубическим корнем из квадрата N .

Значение цифры

Допустим, что мы экспериментально измеряем скорость движения. Тело прошло 10 см в точности за 3 сек. Тогда

$$v = \frac{10 \text{ см}}{3 \text{ сек}} = 3,33333 \text{ см/сек.}$$

Вопрос заключается в следующем: сколько нужно написать десятичных знаков, чтобы выразить $10/3$ в виде десятичной дроби? Принято удерживать самое большее один лишний десятичный знак сверх последнего надежного. Пусть расстояние 10 см измерено с точностью до 1% . Тогда результат можно выразить в виде $v = 3,33 \pm 0,03$ см/сек. Итак, поскольку истинное значение скорости лежит где-то между $3,30$ и $3,36$ см/сек, то первые две тройки являются значащими цифрами. Сотые доли ненадежны. Запись результата в виде $v = 3$ см/сек или $v = 3,333$ см/сек представляет собой порочную практику. Предпочтительна следующая запись: $v = 3,33$ см/сек. Удержание большего числа десятичных знаков не только доставляет лишнюю работу, но и вводит в заблуждение. Может создаться иллюзия, что наш результат точнее, чем это есть на самом деле.

Допустим, что $v = 3,33$ см/сек складывается с другой скоростью $v' = 4,51 \times 10^2$ см/сек. Пусть величина v' также измерена с точностью до 1% :

$$v = 3,33 \text{ см/сек}$$

$$v' = 451,00 \text{ см/сек}$$

$$v + v' = 454,33 \text{ см/сек}$$

Заметьте, что если принять ответ равным $4,5433 \cdot 10^2$ см/сек, то это будет означать, что точность нашего результата лучше, чем 10^{-4} . Однако точность суммы не может быть больше точности любого из слагаемых. Поэтому мы должны написать 454 ± 5 см/сек, или $4,54 \cdot 10^2$ см/сек.

При перемножении или делении *относительная (в процентах) точность* результата не может превышать точности исходных величин. Если одна из величин измерена с точностью до 1% , а другая — с точностью до $0,1\%$, то точность их произведения составит 1% .

В данной книге, если это не оговорено особо, мы будем записывать все величины с точностью до 1% . Вычисления в задачах следует проводить с такой же степенью точ-

Вопрос 3. Если величины $A = 112$ и $B = 102$ обе известны с точностью 1% , то с какой точностью известна величина $(A - B)$?

ности (например, с помощью обычной логарифмической линейки).

Мы сделаем одно исключение из нашего правила для скорости света. Эта скорость $c = 2,9979 \cdot 10^8$ м/сек. Она встречается столь часто, что мы будем просто писать $3 \cdot 10^8$ м/сек или $3 \cdot 10^{10}$ см/сек, допуская при этом ошибку не более чем на 10^{-3} .

Переход от одной системы единиц к другой

В физических расчетах часто приходится переходить от одной системы единиц к другой. В качестве примера переведем значение скорости 60 миль/час в метры в секунду:

$$60 \text{ миль/час} = 60 \times \frac{1 \text{ миля}}{1 \text{ час}}.$$

Теперь вместо 1 мили подставим эквивалентное ей значение 1,61 км:

$$\begin{aligned} 60 \text{ миль/час} &= 60 \times \frac{(1,61 \text{ км})}{1 \text{ час}} = \\ &= 60 \times 1,61 \frac{1 \text{ км}}{1 \text{ час}}. \end{aligned}$$

Вместо 1 км напишем теперь 10^3 м и вместо 1 час — 60 мин:

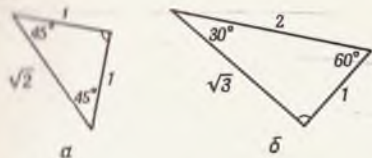
$$\begin{aligned} 60 \text{ миль/час} &= 60 \times 1,61 \times \frac{10^3 \text{ м}}{60 \text{ мин}} = \\ &= \frac{60 \times 1,61 \times 10^3}{60} \frac{\text{м}}{60 \text{ сек}} = \\ &= 26,8 \text{ м/сек}. \end{aligned}$$

Итак, вы видите, что перевод одних единиц в другие можно осуществить, подставляя эквивалентные значения. Поскольку каждая единица имеет свое собственное численное значение, то очень важно четко записывать эти единицы, как в приведенном примере. Результат решения физической задачи всегда следует приводить, снабдив численную величину обозначением соответствующих единиц.

Ответ 3. $A - B = 112 - 102 = 10 \pm 1$. Как A , так и B имеют ошибку ± 1 . Ошибка результата составляет $1/10$, т. е. точность этой величины 10%.

Фиг. 4. Два прямоугольных треуголь-
ника.

а — равнобедренный; б — с углами 30° и 60° .

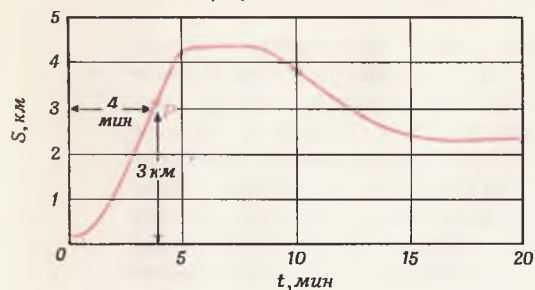


Геометрия

Мы должны уметь вычислять площади и объемы простых фигур: треугольников, прямоугольников, кругов, кубов, цилиндров и шаров. Нам придется ближе познакомиться с так называемыми «законами подобия». Рассмотрим, например, консервные банки различных размеров, высота которых всегда совпадает с их диаметром. С точки зрения геометрии, все эти банки представляют собой подобные фигуры. Допустим, что маленькая банка стоит 10 центов, а большая, «двойного размера» (высота и диаметр которой вдвое больше), — 50 центов. Многие хозяйки, если не большинство, полагают, что в 5 маленьких банках больше содержимого, нежели в одной «двойной». Но, купив 8 маленьких банок, хозяйка переплатит 30 центов. Действительно, закон подобия гласит, что объемы подобных фигур относятся как кубы их линейных размеров. Но 2 в кубе равно 8. «Двойная» банка вмещает в 8 раз больше содержимого, чем одна маленькая. Поверхность же «двойной» банки в 4 раза превышает поверхность маленькой, потому что площади относятся как квадраты линейных размеров. Когда вы покупаете плоскую лепешку, то выгоднее покупать одну «двойную», чем четыре «одинарные», при условии, конечно, что «двойная» стоит дешевле, чем четыре «одинарные».

Для чтения этой книги необходимо знакомство с теоремой Пифагора и со свойствами треугольников двух типов, изображенных на фиг. 4. Это знаменитые прямоугольные треугольники: один с углом 30° , а другой с углом 45° . Теорема Пифагора утверждает, что квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов катетов. Кроме того, нужно помнить, что такое «подобные треугольники» и что соответственные углы в них равны, а стороны пропорциональны. Еще одна полезная теорема из геометрии: если стороны одного угла перпендикулярны соответствующим сторонам другого угла, то такие углы равны.

Фиг. 5. График движения автомобиля.



§ 4. Графическое изображение

КАРТИНА СТОИТ ДЕСЯТКА ТЫСЯЧ СЛОВ

Следует научиться читать и рисовать графики. Нам встретятся случаи, когда единственный способ зафиксировать информацию — это нарисовать график. Часто представить происходящее легче, взглянув на график, нежели на уравнение. На фиг. 5 изображен график, на котором мы попрактикуемся. На нем запечатлена 20-минутная история поездки на автомашине по прямой дороге; S — расстояние от дома водителя, а t — время, прошедшее с момента отъезда из дому. Давайте посмотрим, какую информацию можно выудить из этого графика.

Любая из точек на кривой дает нам величину S в определенный момент t . Например, точка P имеет координаты 3 км по шкале S и 4 мин по шкале t . Таким образом, благодаря точке P мы знаем, что автомашина достигла трехкилометровой отметки спустя 4 мин после отъезда. Мы видим, что автомашина проехала в первую минуту примерно $\frac{1}{4}$ км, а весь первый километр за 2 мин. Поскольку 1 км/мин соответствует 60 км/час, средняя скорость в первые две минуты составляла половину этого значения, или 30 км/час. Можно сделать вывод, что водитель не пытался поначалу гнать машину (легковая автомашина может развить скорость 60 км/час примерно за 8 сек). По истечении второй минуты водитель поддерживал скорость 1 км/мин, что соответствует постоянной скорости 60 км/час. Однако при $t=5$ мин он быстро остановился, примерно за $\frac{1}{5}$ мин, или 12 сек. Пришлось, конечно, пустить в ход тормоза (чтобы затормозить до полной остановки при скорости 60 км/час, надо по меньшей мере 3 сек). Затем водитель простоял около 3 мин на расстоянии примерно 4 км от дома. При $t=8$ мин он двинулся обратно к дому с меньшей поспешностью (с меньшим ускорением), нежели вначале. Однако спустя 2 мин он стал постепенно сбрасывать скорость и продолжал это делать до остановки в момент $t=16$ мин.

В конце он катился еще около 1 мин, пока не утратил скорости. Мы приходим к выводу, что у него упала мощность двигателя (вероятно, он израсходовал горючее).

Как видите, график рассказал нам все, за исключением того, почему водитель затормозил в 4 км от дома и почему он решил повернуть назад. Но и об этом можно сделать кое-какие предположения.

Вероятно, водитель затормозил потому, что внезапно обнаружил почти полное отсутствие горючего. Заметим, что мы определяем скорость автомашины по наклону кривой, так как скорость пропорциональна этому наклону. Если кривая идет горизонтально, то скорость обращается в нуль.

§ 5. Наука и общество

ОСНОВНАЯ ЦЕЛЬ

Почти каждый шаг на пути познания закономерностей физического мира находит в конечном счете то или иное практическое приложение. Однако физики, как правило, не очень уж интересуются практическим применением своей работы. Многим, может быть, покажется удивительным, что неизбежная польза, которую приносит человечеству труд физиков, обычно не является движущей силой их деятельности. Физиков гораздо больше интересует познание секретов природы, вскрытие сущности физических явлений. Дает это практический «выход» или нет — дело второстепенное.

К примеру, некоторые ученые подвергли критике проект «Аполлон» (проект полета на Луну) на том основании, что он не вносит большого вклада в фундаментальные науки. Для этих критиков полет человека на Луну — чисто испытательный, а не чисто научный эксперимент. Однако это испытание, по-видимому, величайший и самый выдающийся из подвигов в истории человечества. Люди веками мечтали о нем. Сейчас, обладая техническими возможностями и ресур-

Вопрос 4. Где находится автомобиль, согласно фиг. 5, в момент $t=10$ мин, и чему приближенно равна его скорость?

сами, мы должны достигнуть этой вершины. США достаточно богаты, чтобы вести космические исследования и в то же время решать свои социальные проблемы, если это оказывается необходимым. Если же исследования кажутся слишком дорогостоящими, то средства, вероятно, можно сэкономить, сократив темп реализации программы и выработав новое отношение к мерам предосторожности. Разве стали бы мы возражать против них, если бы космические исследования оказались столь же рискованными, как, скажем, покорение Эвереста? Для физиков познание окружающего мира само по себе необычайно важно. Ведь человек — единственное существо, способное к такому познанию. Наше научное познание представляет собой центральную часть современной культуры и цивилизации.

Вторая, чаще упоминаемая причина потребности изучения физики заключается в том, что в наш век — век автоматике, излучений, атомной энергии, космических полетов, ракет и ядерных бомб — просто невозможно обойтись без научных знаний. Почти в каждом номере газеты имеется статья, которую нельзя по-настоящему понять, не зная физики. Возьмите любую из этих статей. Некоторые из них имеют жизненно важное значение. Вряд ли люди, имеющие весьма слабое представление о науке, окажутся в состоянии принимать важные решения по таким жизненным вопросам. А ведь, насколько мы понимаем, от этих решений зависит существование человеческой цивилизации.

Ответы (см. стр. 27)

$$1. R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

$$2. (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

3 и 4. Радиус равен $5 \cdot 10^{-9}$ см.

$$5. \frac{A}{B} + \frac{X}{Y} = \frac{AY + BX}{BY}.$$

Ответ 4. Расстояние от дома водителя в момент $t = 10$ мин равно $S = 3,7$ км, причем водитель возвращается к дому со скоростью 1 км в 3 мин, или 20 км/час.

6. Гипотенуза равна 2 см.
7. $4 : \frac{1}{2} = 8$.
8. $\sqrt{16ab} = 4\sqrt{ab}$.
9. $\sqrt{10^3} = 10\sqrt{10}$.
10. $\frac{1}{a+b} = (a+b)^{-1}$.
11. $(a-b)$ больше нуля.
12. 10^{-5} .

Задачи

1. Извлеките корень кубический из 6^6 .
2. Выразите величину, обратную $(1/A+1/B)$, в виде дроби, не содержащей дробей ни в числителе, ни в знаменателе.
3. Выразите скорость 60 миль/час в футах в секунду.
4. Длина световой волны, отвечающей определенной спектральной линии, равна $5,981 \cdot 10^{-5}$ см. Сколько волн такой длины уложится на 1 м?
5. Диаметр протона равен 10^{-13} см, его масса $1,6 \cdot 10^{-24}$ г. Какова плотность протона в г/см³?
6. Разрешите относительно x равенство:

$$a = \frac{x-1}{x+1}.$$

7. Найдите β из $1/(1-\beta^2) = 1,25$.
8. Чему равна $\frac{1}{5}$ от 10^{-10} ? Чему равно $10^{-10} : \frac{1}{5}$?
9. Чему равно $16^{1/4}$?
10. В 4 г гелия содержится $N_0 = 6,02 \cdot 10^{23}$ атомов. Какова масса одного атома гелия?
11. Кусок мыла разрезали на две части одинаковой формы (подобные фигуры). Большой кусок на 50% длиннее маленького. Во сколько раз в большом куске больше мыла, чем в маленьком?
12. Разрешите выражение $v = \sqrt{2as}$ относительно a .
13. Период колебаний кристалла в генераторе равен $2,5 \cdot 10^{-6}$ сек. Какова частота генератора в числе колебаний в 1 сек?
14. 2 г водорода содержат $N_0 = 6,02 \cdot 10^{23}$ молекул. Какова масса атома водорода (в одной молекуле H_2 содержатся два атома)?
15. Выразите W через e и R , воспользовавшись следующими соотношениями:

$$W = \frac{1}{2} mv^2 + U_i$$

$$U = -\frac{e^2}{R},$$

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{e^2}{R^2}.$$

16. Упростите выражения

$$\frac{x^3 \cdot (4x)^2}{(2x)^4}, \quad \frac{(N^{2a})^3}{(N^6)^a}.$$

17. Упростите дроби

$$\frac{a^2 - b^2}{b - a}, \quad \frac{x^{2a} - x^a}{x^a + x^{2a}}.$$

18. Разрешите относительно v выражение

$$M = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

19. Найдите x и y :

$$x + y = -2,$$

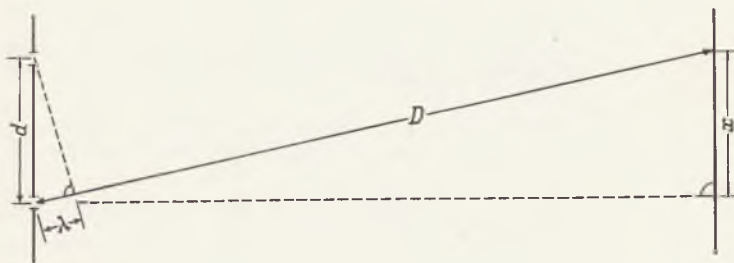
$$x - y = 8.$$

20. Вычтите $-U_0$ из $-W_0$. Изобразите результат геометрически и вычислите для случая $W_0=2$, $U_0=7$.

21. Высота равностороннего треугольника 5 см. Чему равна его сторона?

22. В некоторой системе единиц масса нейтрона равна 939,506, а масса протона 938,213. Какова разница между этими массами в той же системе единиц и сколько значащих цифр она содержит?

23. На фиг. 6 $D=1$ м, $d=0,1$ мм, $\lambda=5 \cdot 10^{-5}$ см. Найдите x в см.



Фиг. 6. К задаче 23.

24. Предмет виден на расстоянии 100 м под углом 1° . Какова его высота?

(Указание. 1° равен $1/360$ полного круга. Таким образом, высота предмета составляет $1/360$ часть длины окружности радиусом 100 м.)

25. Каждые 100 м дорога поднимается на 3 м. Каков угол ее наклона к горизонтали?

26. Исключите t из приведенных уравнений;

$$x = v_x t,$$

$$y = v_y t + \frac{1}{2} g t^2.$$

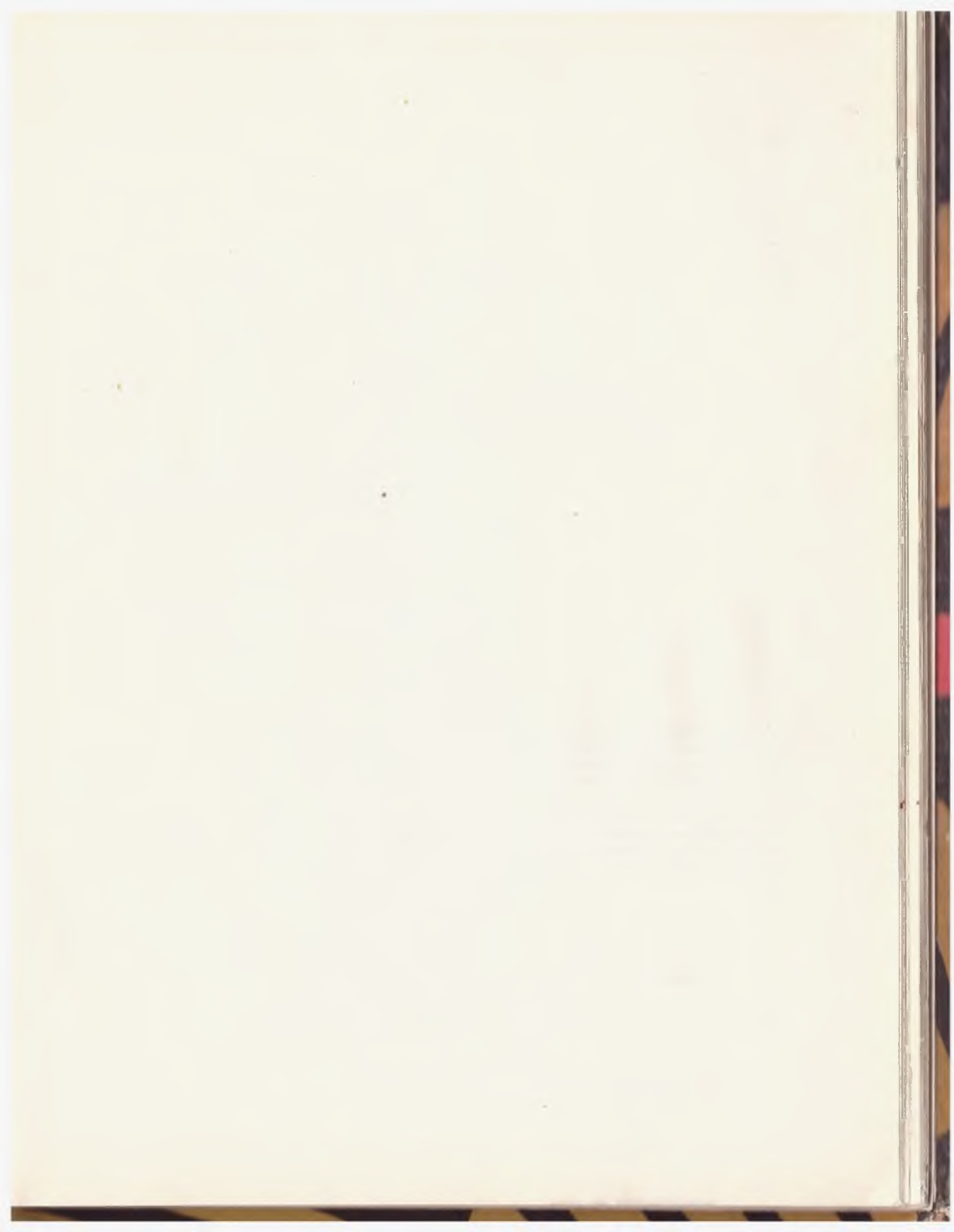
27. Какова длина волны, соответствующая частоте 60 колебаний в секунду, если скорость звука принята равной 340 м/сек? (Иными словами, на какое расстояние перемещается звуковая волна за $1/60$ сек?)

28. В приведенной ниже системе двух уравнений x' и t' выражены через x и t . Выразите x и t через x' и t' .

Получите выражение для x , не содержащее t . А теперь получите выражение для t , не содержащее x :

$$x' = \frac{x + \beta ct}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$ct' = \frac{ct + \beta x}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$



ГЛАВА 2

КИНЕМАТИКА



КИНЕМАТИКА § 1. Скорость

ЧТО ПОКАЗЫВАЕТ СПИДОМЕТР

Кинематика изучает движение. В кинематике мы имеем дело с положением тела или частицы, скоростью и ускорением, но не интересуемся ни природой движущихся тел или частиц, ни силами, вызывающими ускорение. И несмотря на эти временные ограничения, мы почти сразу же окажемся способными решать многие практические задачи.

В наш век автомобилизма с понятием скорости сталкиваются уже с детства. Спидометр автомобиля показывает его мгновенную скорость (в км/час).

Постоянная скорость

Если автомобиль движется с постоянной скоростью, то пройденное им расстояние прямо пропорционально времени движения. При движении с постоянной скоростью v

$$s = vt,$$

где s — расстояние, пройденное за время t . На фиг. 7 изображен путь s тела, движущегося с постоянной скоростью, в зависимости от времени t .

Если разделить правую и левую части написанного выше равенства на t , то мы получим

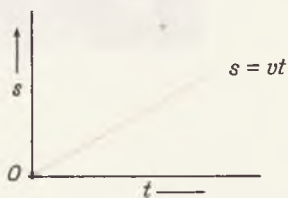
$$v = \frac{s}{t}, \quad (2.1)$$

если v постоянно.

Мгновенная скорость

Рассмотрим теперь более общий случай, когда скорость может меняться со временем. Пусть вначале скорость меняется только по величине, но не по направлению. Такое движение по прямой в заданном направлении носит название одномерного движения. Мы допускаем, однако, изменение направления на противоположное. В этом случае v будет отрицательно; это означает, что вели-

Фиг. 7. График зависимости от времени t пути s , проходимого телом, движущимся с постоянной скоростью.



чина s уменьшается. Строго говоря, нам следовало бы пользоваться термином «скорость», когда речь идет лишь о величине скорости, а не о ее направлении. В нашем описании одномерного движения его направление сохраняется благодаря использованию отрицательных значений v .

Предположим, что автомобиль движется неравномерно (ускоряется или замедляется). Совершенно очевидно, что при этом формула (2.1) не будет соответствовать «показанию спидометра». Она будет давать правильный результат только в том случае, если величина s очень мала. Такие очень малые отрезки пути мы будем обозначать символом Δs , а через Δt обозначать время, за которое тело проходит этот отрезок Δs ¹⁾. Тогда мгновенная скорость определится следующим образом:

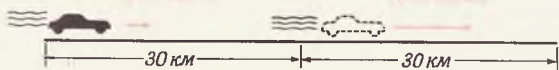
$$\text{Мгновенная скорость} \quad v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (2.2)$$

Более строго,

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{\Delta s}{\Delta t} \right].$$

Это соотношение означает, что v есть предел отношения $\Delta s/\Delta t$ при Δt , стремящемся к нулю. Перед нами математически строгое определение мгновенной скорости²⁾.

Фиг. 8. Автомобиль, двигавшийся первую «половину» пути со скоростью v_1 , а вторую «половину» — со скоростью v_2 .



Средняя скорость

Допустим, что автомобиль проехал 60 км (фиг. 8), причем первые 30 км он двигался со скоростью 20 км/час, а остальные 30 км — со скоростью 60 км/час. У вас появляется соблазн сказать, что средняя скорость автомобиля равна

¹⁾ Здесь символ Δ — сокращенное обозначение вычитания, а именно: $\Delta s = s_2 - s_1$, где s_1 — расстояние до автомобиля в момент t_1 , а s_2 — расстояние в момент t_2 . Аналогично, $\Delta t = t_2 - t_1$.

²⁾ Тот, кто немного знаком с дифференциальным исчислением, сразу же узнает в нашем выражении для мгновенной скорости определение производной s по t ($v = ds/dt$).

$(20+60)/2$, т. е. 40 км/час . Однако так вычислять среднюю скорость было бы неверно. Вспомните, что мы условились определять среднее значение скорости по отношению к прошедшему времени, а не по отношению к пройденному пути. Если t_1 — время, затраченное автомобилем на первую половину пути (со скоростью v_1), а t_2 — время, затраченное на вторую половину, то средняя по времени скорость равна

$$\bar{v} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}. \quad (2.3)$$

Эта формула представляет собой пример вычисления так называемого взвешенного среднего значения. Величины t_1 и t_2 в соотношении (2.3) носят название весовых множителей. Таким образом, среднюю скорость автомобиля можно найти, вычислив t_1 и t_2 из соотношения $t = s/v$, которое получено из (2.1).

Легко видеть, что $t_1 = 30 \text{ км} / (20 \text{ км/час}) = 1,5 \text{ час}$; $t_2 = 30 \text{ км} / (60 \text{ км/час}) = 0,5 \text{ час}$. Подставив эти величины в (2.3), получим

$$\bar{v} = \frac{20 \cdot 1,5 + 60 \cdot 0,5}{1,5 + 0,5} \text{ км/час} = 30 \text{ км/час}.$$

Итак, средняя скорость автомобиля равна 30 , а не 40 км/час .

Из (2.3) легко получить простую формулу для средней скорости. Для этого достаточно вспомнить, что $v_1 t_1 = s_1$ — расстояние, пройденное со скоростью v_1 . Аналогично, $v_2 t_2 = s_2$. Формулу (2.3) можно, таким образом, переписать в виде

$$\bar{v} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2},$$

или

Средняя скорость

$$\bar{v} = \frac{s}{t}, \quad (2.4)$$

Вопрос 1. Предположим, что жарким летом температура 30°С держится в течение 16 час , а 20°С — в течение 8 час . Какова среднесуточная температура?

где s — полное расстояние, а t — время, за которое проходит это расстояние. Эта формула автоматически учитывает все весовые множители и поэтому дает истинное значение средней скорости в любых случаях при

самых произвольных изменениях мгновенной скорости.

Тот же самый результат получится, конечно, и для трех или большего числа интервалов времени. Любое изменение скорости можно разбить на множество мелких интервалов, в каждом из которых скорость будет по существу оставаться постоянной. Мы увидим в этом случае, что формула (2.4) является совершенно общей и охватывает все случаи одномерного движения.

Пример 1. Допустим, что движущийся со скоростью 60 км/час автомобиль остановился через 4 сек после начала торможения. Допустим также, что за эти 4 сек скорость равномерно падала от 60 км/час до нуля. Тогда средняя скорость за время торможения будет равна 30 км/час. Какое расстояние пройдет автомобиль от момента начала торможения до полной остановки? Если разрешить (2.4) относительно s , то мы получим

$$s = \bar{v} t.$$

Средняя скорость $\bar{v} = 30$ км/час, или $\approx 8,3$ м/сек. Таким образом, $s = 8,3$ м/сек \times 4 сек = 33,2 м. Не следует ли придерживаться дистанции 30 м, когда едешь со скоростью 60 км/час? Знание физики позволило бы водителю лучше управлять машиной!

Пример 2. Велосипедист едет по пересеченной местности. Когда дорога идет в гору, скорость его составляет 5 км/час, а с горы 20 км/час. Какова его средняя скорость, если общий путь, пройденный при подъеме, такой же, как и при спуске?

Пусть D — протяженность всех подъемов. Тогда $s = 2D$ — все пройденное расстояние. Согласно (2.4), средняя скорость равна

$$v = \frac{2D}{t}. \quad (2.5)$$

Для решения поставленной задачи остается определить t — время движения:

$$t = t_1 + t_2,$$

где t_1 — время преодоления подъема, а t_2 — время спуска. Но из равенства (2.1) имеем

$$t_1 = \frac{D}{v_1} \quad \text{и} \quad t_2 = \frac{D}{v_2}.$$

Следовательно,

$$t = \frac{D}{v_1} + \frac{D}{v_2}.$$

Ответ 1. Весовой множитель для 30°С в два раза больше, чем для 20°С; следовательно,

$$\bar{T} = \frac{30 \times 2 + 20 \times 1}{2 + 1} = 26,6^\circ\text{С}.$$

Подставим теперь это выражение в формулу (2.5) и получим

$$\bar{v} = \frac{2D}{D\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right)} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}.$$

Наконец, воспользовавшись численными значениями скоростей ($v_1=5$ км/час и $v_2=20$ км/час), имеем

$$\bar{v} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 20}{5 + 20} \text{ км/час} = 8 \text{ км/час}.$$

Заметьте, что, решая эту задачу, мы пользовались алгебраическими символами, пока не получили конечный результат. В принципе это хорошее правило — не подставлять численные значения до самого конца. Подстановка численных значений лишь в конечную формулу обычно позволяет избежать большого количества арифметических операций и снижает вероятность появления ошибок.

§ 2. Ускорение

НАЖИМАЯ НА АКСЕЛЕРАТОР ИЛИ ТОРМОЗЯ

По определению, тело движется с постоянным ускорением, если его скорость равномерно возрастает со временем:

$$v - v_0 = at,$$

или

$$\text{Постоянное ускорение} \quad a = \frac{v - v_0}{t}, \quad (2.6)$$

где $v - v_0$ — приращение скорости за время t . Начальная скорость в начальный момент интервала времени t равна v_0 . Величина a называется ускорением и имеет размерность длины, деленной на квадрат времени. Обычно ускорение измеряют в м/сек², см/сек² или фут/сек². Если процесс ускорения происходит неравномерно, то величина

$$\text{Мгновенное ускорение} \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

в пределе малых значений Δt дает мгновенное ускорение.

В этой главе мы ограничимся рассмотрением лишь примеров с постоянным ускорением.

Вопрос 2. Автомобиль находится в точке s_1 в момент времени t_1 и в точке s_2 в момент времени t_2 . Какова средняя скорость движения?

Пример 1. Тело выходит из состояния покоя с постоянным ускорением $9,8 \text{ м/сек}^2$. Сколько времени ему требуется, чтобы развить скорость, равную скорости света ($3 \cdot 10^8 \text{ м/сек}$)?

Разрешив (2.6) относительно t , получим

$$t = \frac{v}{a},$$

или

$$t = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/сек}}{9,8 \text{ м/сек}^2} = 3,06 \cdot 10^7 \text{ сек},$$

т. е. почти год.

Этот пример порождает сомнение в правильности формулы (2.6). Действительно, многие из вас уже слышали о том, что ни одно тело не может двигаться со скоростью, превышающей скорость света. А формула (2.6) не накладывает никаких ограничений на величину v . Все дело в том, что формулы первых пяти параграфов этой главы, полученные впервые Галилеем в самом начале XVII века, представляют собой законы так называемой классической механики.

В 1905 г. Эйнштейн предложил внести изменения в эти законы, которые были бы существенны только при очень больших скоростях, сравнимых со скоростью света. Новая теория Эйнштейна получила название «специальной теории относительности» и подверглась всесторонней проверке в многочисленных экспериментах. В современной теории относительности правильная формула (2.6) должна быть записана в виде

$$v = \frac{at}{\sqrt{1 + \left(\frac{at}{c}\right)^2}},$$

где c — скорость света, a — постоянное ускорение, измеренное наблюдателем, находящимся на движущемся теле. Из этой формулы видно, что когда величина (at) становится гораздо больше c , то знаменатель стремится к (at/c) и скорость v приближается к

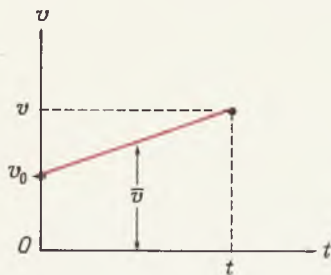
$$v = \frac{at}{at/c} = c.$$

С другой стороны, если (at) гораздо меньше c , то квадратный корень в знаменателе

Ответ 2. Автомобиль прошел путь $s = s_2 - s_1$ за время $t_2 - t_1$, следовательно,

$$v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}.$$

Фиг. 9. Зависимость от времени t скорости v тела, движущегося с постоянным ускорением и начальной скоростью v_0 .



очень близок к единице и $v=at$ с большой степенью точности.

При «обычных» скоростях релятивистскими эффектами, конечно, можно пренебречь. Поэтому вполне разумно, изучая классическую механику, продолжать пользоваться выражением (2.6). Эффекты, возникающие при больших скоростях, мы обсудим в гл. 11.

Пример 2. Водитель, едущий со скоростью 90 км/час, внезапно замечает впереди на расстоянии 30 м застрявший грузовик. Водитель тормозит с максимально возможным отрицательным ускорением примерно -5 м/сек² (более резкое торможение приведет к скольжению колес и путь торможения от этого только увеличится). Сколько времени придется тормозить и удастся ли избежать столкновения с грузовиком?

Чтобы найти время, надо решить уравнение (2.6) относительно t :

$$t = \frac{v - v_0}{a},$$

где $v_0=25$ м/сек — начальная скорость, а конечная скорость $v=0$. Ускорение $a=-5$ м/сек² отрицательно, поскольку оно направлено против движения. Подстановка этих величин дает

$$t = \frac{0 - 25 \text{ м/сек}}{-5 \text{ м/сек}^2} = 5 \text{ сек.}$$

За это время средняя скорость

$$\bar{v} = \frac{1}{2} \cdot 25 \text{ м/сек}$$

и

$$S = vt = 12,5 \text{ м/сек} \cdot 5 \text{ сек} \approx 62,5 \text{ м.}$$

Итак, столкновение неизбежно!

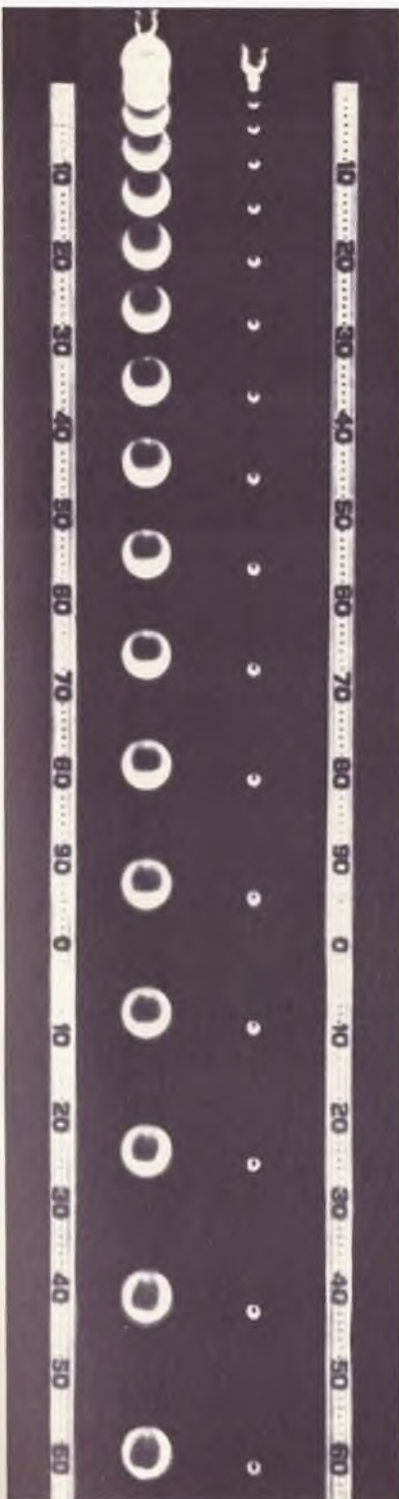
Решая уравнение (2.6) относительно v , получаем

$$v = v_0 + at. \quad (2.7)$$

График функции $v=v_0+at$ представлен на фиг. 9. Средняя скорость за период времени t изобразится на этом графике длиной вертикального отрезка, верхняя точка которого лежит посередине между v_0 и v , т. е. на расстоянии $\frac{1}{2}(v_0+v)$ от оси времени. Итак,

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}. \quad (2.8)$$

Вопрос 3. Автомобиль трогается с места и развивает скорость v_1 за время t_1 . Чему равно среднее ускорение, если его выразить через v_1 и t_1 ?



Но поскольку средняя скорость тела равна s/t [формула (2.4)], то

$$\frac{s}{t} = \frac{v_0 + v}{2},$$

или

$$s = \frac{v_0 t + vt}{2}.$$

Теперь подставим в эту формулу вместо скорости v ее значение (2.7). Тогда получим

$$s = \frac{v_0 t + (v_0 + at) t}{2},$$

или, окончательно,

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (2.9)$$

Этой формулой выражается расстояние, которое проходит тело за время t , если оно движется с постоянным ускорением a . Если в начальный момент тело покоилось, то $s = at^2/2$.

Формулу (2.9) впервые получил Галилей. Вопреки общепринятому мнению того времени он показал, что если пренебречь сопротивлением окружающего воздуха, то все тела будут падать с одним и тем же ускорением, направленным к центру Земли (фиг. 10). Это ускорение равно $9,8 \text{ м/сек}^2$, его принято обозначать символом g . Галилей провел тщательные и очень точные опыты, чтобы доказать, что расстояние, пройденное телом, прямо пропорционально квадрату времени. Галилей измерял промежуток времени по количеству воды, вытекавшей из тоненькой трубочки в дне большого сосуда. Это устройство похоже на песочные часы. Только



Фиг. 10. Фотография двух падающих шариков различной массы, полученная со стробоскопическим освещением.

Эту фотографию получили, открывая объектив и чередуя вспышки света каждые $1/30 \text{ сек}$. Заметьте, что маленький шарик достигает пола одновременно с большим. Оба шарика начинают падать одновременно.

вместо песка была использована вода. Сам эксперимент заключался в следующем. По наклонной плоскости вниз пускался шар. Одновременно под отверстие трубочки представлялся сосуд. Оказалось, что, если количество воды в сосуде возрастало вдвое, расстояние, пройденное шаром, увеличивалось в 4 раза в согласии с формулой (2.9).

Пример 3. Турист, стоя на краю Большого Каньона, бросает вниз камень (что весьма легкомысленно, так как там могут быть люди). Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить, через сколько секунд камень достигнет дна. Глубина каньона 1500 м.

В этой задаче нам известны s и a . Нужно найти t . Воспользуемся для этой цели формулой (2.9), которая связывает s , a и t и соответствует постоянному ускорению вдоль прямой. Положим в ней $v_0=0$, $a=g$. Тогда

$$s = \frac{gt^2}{2}.$$

Выразив отсюда t , получим

$$t^2 = \frac{2s}{g},$$

или

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}}. \quad (2.10)$$

Таким образом, алгебраически задача для t уже решена. Остается подставить численные значения: $s=1500$ м, $g=9,8$ м/сек²; теперь

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1500}{9,8}} = 18,2 \text{ сек.}$$

Пример 4. Мальчик подбрасывает мяч на высоту 20 м и ловит его, когда он падает вниз. Сколько времени мяч находится в полете?

Эту задачу можно упростить. Дело в том, что время подъема мяча в точности равно времени падения, поскольку изменение скорости мяча, т. е. его ускорение, в обоих случаях совершенно одинаково, а скорость в наивысшей точке равна нулю. Поэтому движение мяча при падении с высоты 20 м является, так сказать, обращением его движения при подъеме. Из формулы (2.10) немедленно получается время падения:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}},$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{9,8}} \approx 2 \text{ сек.}$$

Ответ 3. Подобно средней скорости $\bar{v}=s_1/t_1$, где s_1 — приращение пути за время t_1 , среднее ускорение $\bar{a}=v_1/t_1$, где v_1 — приращение скорости за время t_1 .

Полное время полета мяча равно удвоенной величине, т. е. 4 сек.

Чему равно ускорение мяча в точке высшего подъема? Большинству покажется, что нулю. На самом деле в этот момент скорость равна нулю, это отнюдь не означает, что и ускорение равно нулю. Фактически скорость непрерывно уменьшается. В момент, когда скорость обращается в нуль, она меняет знак с плюса на минус и скорость ее изменения по-прежнему равна $a = -9,8 \text{ м/сек}^2$.

Пример 5. Существуют ракеты, которые, пройдя расстояние всего 200 км, могут развить скорость (примерно 11 км/сек), позволяющую им покинуть Землю. Такая скорость позволяет ракете освободиться от влияния земного притяжения. Предположим, что ускорение при этом постоянно. Чему оно равно?

Для решения данной задачи подошла бы формула, связывающая s , v и a . Однако у нас такой формулы пока нет. Начнем с того, что выпишем формулу (2.6), которая служит определением ускорения:

$$a = \frac{v}{t}.$$

Но правая часть этого равенства содержит новую неизвестную величину t . Правда, ее можно найти из уравнения, связывающего t с известными v и s . Для этой цели подходит формула (2.4), если вспомнить, что средняя скорость ракеты за время t равна $v/2$ [см. (2.8)]. Итак, величина $\bar{v} = v/2$ должна быть равна s/t :

$$\frac{1}{2} v = \frac{s}{t},$$

или

$$t = \frac{2s}{v} = \frac{400}{11} \text{ сек} = 36,4 \text{ сек}$$

Подставив это значение в формулу для a , найдем

$$a = \frac{v}{t} = \frac{11 \cdot 10^3}{36,4} \text{ м/сек}^2 = 302 \text{ м/сек}^2,$$

что в 31 раз больше ускорения свободного падения g ! Обычно в таких случаях говорят, что ускорение равно 31 g .

Это ускорение слишком велико, чтобы космонавты могли выдержать его при старте.

Пример, который мы только что рассмотрели, труднее предыдущих. Нам потребова-

Вопрос 4. В момент времени t_1 автомобиль находился в точке s_1 , его скорость равна v_1 и он тормозит с постоянным ускорением a . Найти положение автомобиля s_2 в момент t_2 .

лось вычислить дополнительную величину t , и только после этого мы смогли найти a . Математик сказал бы, что нам пришлось решить два совместных уравнения с двумя неизвестными a и t . В физике такие задачи не редкость: для их решения нужно либо дополнительно вычислить некую величину, либо исключить ее из написанных уравнений. Сам выбор подходящих уравнений и переменных по существу представляет собой серию попыток, причем зачастую ошибочных. В этом смысле работа физика напоминает решение кроссвордов.

Покажем теперь, как исключить t из наших уравнений, чтобы не тратить времени на вычисление этой величины в дальнейшем. Иными словами, выведем соотношение между s , a и v . Если тело начинает равномерно ускоряться, имея скорость v_0 , то его средняя скорость выразится в виде

$$\frac{v_0 + v}{2} = \frac{s}{t}.$$

С другой стороны,

$$v - v_0 = at.$$

Перемножим эти равенства между собой и получим

$$\left(\frac{v + v_0}{2}\right)(v - v_0) = \frac{s}{t} at, \\ v^2 - v_0^2 = 2as. \quad (2.11)$$

Пример 6. См. пример 2 на стр. 48. С какой скоростью автомобиль врежется в грузовик? Как и раньше, $v_0 = 25$ м/сек, $a = -5$ м/сек², а расстояние до грузовика $s = 30$ м. Решая уравнение (2.11) относительно v и подставляя численные значения, получаем

$$v = \sqrt{v^2 + 2as} = \sqrt{(25)^2 + 2(-5)30} \approx 18 \text{ м/сек} \approx \\ \approx 65 \text{ км/час}.$$

Мы видим, что на первых 30 м торможение не столь эффективно, как на последующих.

Пример 7. Из самолета выпрыгнул парашютист. Он будет свободно падать с ускорением, пока благодаря сопротивлению воздуха не достигнет конечной скорости около 200 км/час, или примерно 60 м/сек (при такой скорости сопротивление, оказываемое воздухом падающему человеческому телу, эквивалентно силе тяжести). Предположим, что парашют не рас-

Ответ 4. Согласно (2.9), путь $s_2 - s_1$, пройденный за время $t_2 - t_1$, равен $s_2 - s_1 = v_1(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}(-a)(t_2 - t_1)^2$. Ускорение равно $-a$, поскольку автомобиль тормозит.

крылся, но парашютисту посчастливилось попасть в сугроб из рыхлого снега, который и затормозил падение с постоянным ускорением. Допустим, что парашютист может выдержать ускорение не более $30 g$. Какой высоты должен быть снежный сугроб?

В этой задаче $v_0 = 60 \text{ м/сек}$, а конечная скорость $v = 0$; ускорение $a = -30 g \approx -300 \text{ м/сек}^2$. Выражая s из (2.11) и подставляя числовые значения, получаем

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (60)^2}{2(-300)} = 6 \text{ м.}$$

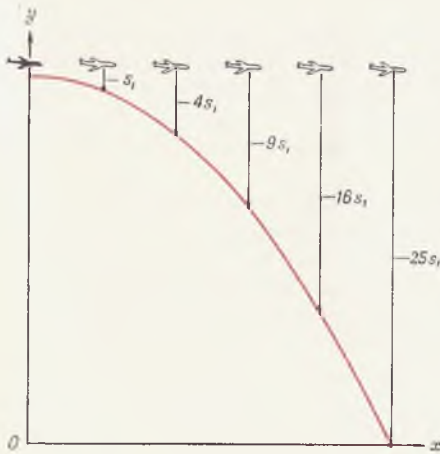
На самом деле известны случаи, когда альпинисты пролетали в свободном падении многие сотни метров и, падая в мягкий снег, оставались живыми. Возможно, при соответствующих условиях прыгуну не понадобится парашют. Он сможет затормозить падение, погрузившись на 6 м или более в воду.

§ 3. Сложное движение

ВЕРТИКАЛЬНОЕ И ГОРИЗОНТАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЯ ПОРОЗНЬ И СОВМЕСТНО

Фиг. 11. Положения шара, выброшенного с самолета, через равные промежутки времени.

В течение первого промежутка времени шар пролетает путь s_1 .



Представьте себе пассажира самолета, роняющего какой-либо предмет. Он видит, как тот вертикально летит вниз с ускорением g и падает на пол кабины. Теперь предположим, что в полу есть дыра. Тогда пассажир самолета увидел бы, как предмет продолжает падать по вертикальной линии прямо вниз (фиг. 11). (В действительности упавший предмет будет все время отставать от самолета из-за сопротивления воздуха.)

Ну, а что же увидит наблюдатель, находящийся на земле? Если y_0 — высота самолета, а y — высота падающего предмета, то наблюдатель на земле увидит, что расстояние $(y_0 - y)$ увеличивается пропорционально квадрату времени. В нашем примере величина $(y_0 - y)$ соответствует s в формуле (2.9). Таким образом,

$$y_0 - y = \frac{1}{2} gt^2,$$

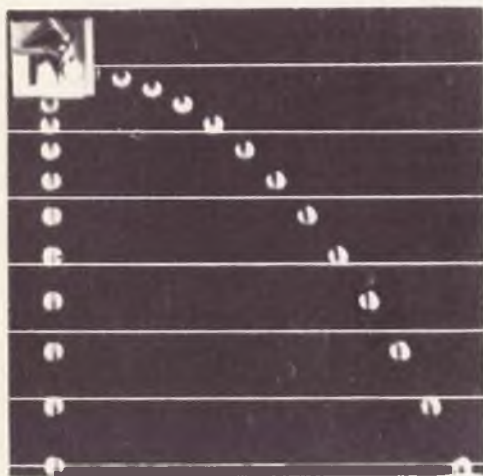
или

$$y = y_0 - \frac{1}{2} gt^2. \quad (2.12)$$

Обозначим через x расстояние по горизонтали между падающим телом и вертикаль-

Фиг. 12. Фотография двух мячей для гольфа (брошенных одновременно), полученная со стробоскопическим освещением.

В начальный момент правый мяч получил за счет пружины начальную скорость в горизонтальном направлении.



ной линией, соединявшей самолет с землей в момент начала падения тела (на фиг. 11 x — это расстояние от линии Oy). Если пренебречь сопротивлением воздуха, то расстояние самолета, а следовательно, и нашего предмета от этой вертикальной линии равно

$$x = v_0 t, \quad (2.13)$$

где v_0 — скорость самолета, т. е. начальная скорость нашего предмета с точки зрения наблюдателя на земле. Уравнение траектории падающего тела, видимой земным наблюдателем, можно получить, выразив t с помощью (2.13) и подставив это значение в формулу (2.12):

$$t = \frac{x}{v_0},$$

$$y = y_0 - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0} \right)^2,$$

$$y = y_0 - \frac{g}{2v_0^2} x^2.$$

Тот, кто знаком с аналитической геометрией, сразу узнает в этом выражении уравнение параболы. На фиг. 12 изображена траектория падающего мяча, которому сообщили начальную скорость в горизонтальном направлении.

Галилей был первым, кому удалось показать, что траектории снарядов — это параболы (если пренебречь сопротивлением воздуха). Это он заметил, что горизонтальное и вертикальное движения можно рассматривать совершенно независимо. А так как нет причин, ускоряющих движение в горизонтальном направлении, то пройденное по горизонтали расстояние описывается формулой

$$x = (v_0)_x t.$$

Символом $(v_0)_x$ мы обозначили составляющую начальной скорости v_0 в направлении x . Вертикальное же перемещение всегда описывается формулой (2.12). Если бы y

начальной скорости тела была составляющая в вертикальном направлении $(v_0)_y$, то

$$y = y_0 + (v_0)_y t - \frac{1}{2} g t^2.$$

Пример. Бомбардировщик летит на высоте 10 000 м со скоростью 1000 км/час. Пренебрегая сопротивлением воздуха, подсчитать, за сколько километров до цели летчик должен сбросить бомбу, чтобы точно поразить цель?

Для решения этой задачи сначала следует определить время, которое потребуется бомбе, чтобы долететь до цели. Чтобы найти t , воспользуемся формулой (2.10), положив $s = 10\,000$ м:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10\,000}{9,8}} = 45 \text{ сек.}$$

За это время самолет, а следовательно, и бомба пролетят по горизонтали расстояние

$$x = v_0 t = 278 \text{ м/сек} \times 45 \text{ сек} = 12\,500 \text{ м} = 12,5 \text{ км.}$$

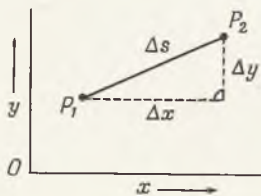
§ 4. Векторы

МАТЕМАТИКА СТРЕЛОК

Теперь, когда мы вслед за одномерным движением приступили к разбору движений в двух направлениях, очень важно понять, что скорость тела является величиной, которую называют *вектором*. Вектор характеризуется одновременно величиной и направлением. Скорость не будет полностью определена, если вы зададите только ее величину и не укажете, в какую сторону она направлена. Очень часто удобно иметь дело с составляющими (компонентами) скорости по осям x и y : v_x и v_y . Они связаны с величиной полной скорости v соотношением

$$v_x^2 + v_y^2 = v^2.$$

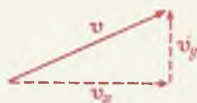
Фиг. 13. Перемещение Δs и его составляющие по осям x и y : Δx и Δy .



Это видно на фиг. 13. На ней изображено движение тела из точки P_1 в точку P_2 в течение времени Δt . Расстояния Δx и Δy представляют собой составляющие полного перемещения Δs соответственно вдоль x и y . По теореме Пифагора

$$(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 = (\Delta s)^2.$$

Фиг. 14. Составляющие вектора v по осям x и y .



Деля обе части этого равенства на $(\Delta t)^2$, получаем

$$\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2 = \left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)^2,$$

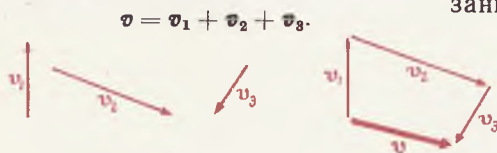
или

$$v_x^2 + v_y^2 = v^2.$$

Сложение векторов

Кроме того, фиг. 13 иллюстрирует также простое геометрическое правило сложения скоростей. Перенесем вектор v_y так, чтобы его конец совпадал с началом (т. е. со стрелкой) вектора v_x . Тогда вектор, соединяющий конец v_x с началом v_y , и будет равен результирующей скорости, как это показано еще раз на фиг. 14. Так как любое перемещение тела в конечном итоге складывается из отдельных перемещений, то указанное геометрическое правило легко обобщить на случай сложения скоростей, направленных в любые стороны. Это общее правило сложения векторов известно как правило параллелограмма, или правило многоугольника.

Фиг. 15. Как получить сумму трех векторов с помощью правила многоугольника:



$$v = v_1 + v_2 + v_3.$$

На фиг. 15 показано, как сложить три вектора, чтобы получить вектор суммы v :

$$v = v_1 + v_2 + v_3.$$

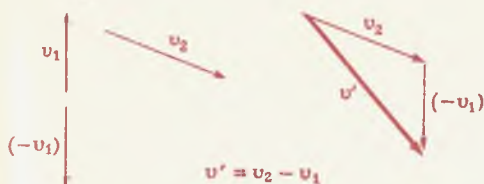
Нужно просто начертить каждый последующий вектор так, чтобы его конец совпадал с началом (стрелкой) предыдущего. Сумма получится, если затем соединить конец первого вектора с началом (стрелкой) последнего.

Вычитание векторов

Допустим, мы хотим найти вектор $v' = v_2 - v_1$, т. е. разность векторов, изображенных на фиг. 15. Заметим, что вычитание алгебраически эквивалентно прибавлению отрицательной величины, а именно

$$v' = v_2 + (-v_1),$$

Фиг. 16. Как получить разность двух векторов.



а отрицательный вектор $(-v_1)$ — это тот же вектор v_1 , но смотрящий в противоположную сторону (фиг. 16).

Составляющие вектора

Кроме правила многоугольника, для сложения векторов существует и иной метод, называемый *сложением составляющих*. Чтобы воспользоваться им, надо найти составляющие каждого вектора по осям x и y . К примеру, составляющие вектора v_2 на фиг. 15 по осям x и y можно найти, перенеся конец v_2 в начало нашей системы координат. Затем опустить из начала вектора перпендикуляры к осям. Точки пересечения этих перпендикуляров с осями характеризуют величину составляющих вектора по осям x и y . На фиг. 17 находим $(v_2)_x = +5$, а $(v_2)_y = -2$.

Сумма $v = v_1 + v_2 + v_3$ получается путем суммирования сначала всех составляющих по оси x ; это дает составляющую по оси x вектора v :

$$v_x = (v_1)_x + (v_2)_x + (v_3)_x.$$

Аналогично,

$$v_y = (v_1)_y + (v_2)_y + (v_3)_y.$$

Результирующий вектор v получается в результате сложения v_x и v_y , как на фиг. 14.

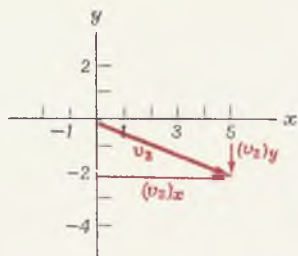
Многие из величин, с которыми придется иметь дело в физике, представляют собой векторы, и чтобы складывать любые из них, нужно поступать описанным образом. Из понятий, с которыми мы уже познакомились, ясно, что векторами являются перемещение (путь), скорость и ускорение.

Пример. На фиг. 18 изображен паром, движущийся под углом 30° на северо-запад со скоростью 8 км/час относительно воды. Река течет на восток со скоростью 4 км/час . Каким будет казаться с берега направление движения и скорости парома?

Произведем сложение векторов

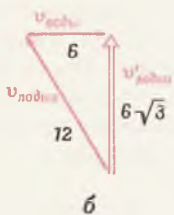
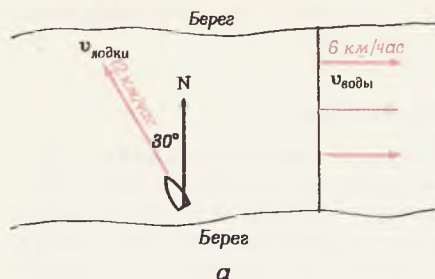
$$v'_{\text{паром}} = v_{\text{паром}} + v_{\text{вода}}$$

Процедура сложения изображена на фиг. 18, б; она приводит к треугольнику с углами 30° и 60° . Резуль-

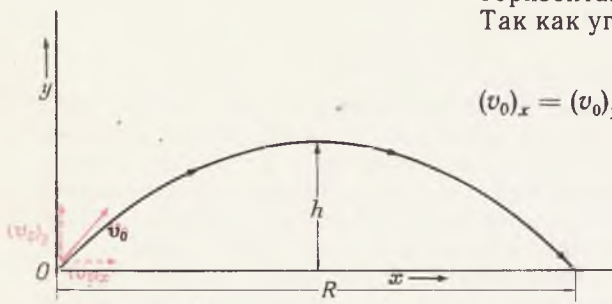


Фиг. 17. Определение составляющих вектора v_2 по осям x и y .

Фиг. 18. Переправа через реку.



Фиг. 19. Траектория снаряда, выпущенного под углом 45° с начальной скоростью v_0 .



тирующая скорость (жирная красная стрелка) указывает на север, а ее величина находится из теоремы Пифагора

$$v_{\text{паром}}'^2 = v_{\text{паром}}^2 - v_{\text{вода}}^2$$

$$v_{\text{паром}}' = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3} = 6,8 \text{ км/час.}$$

Итак, согласно правилу сложения векторов, $8+4$ может равняться $6,8$.

§ 5. Полет снаряда

это для военных

(при желании можно пропустить)

Прежде всего рассмотрим такой случай. Пушка стреляет под углом 45° к горизонту (фиг. 19). Допустим, что начальная скорость снаряда при вылете из ствола орудия $v_0 = 1 \text{ км/сек}$, и, как всегда, пренебрежем сопротивлением воздуха. Нужно определить, сколько времени снаряд будет находиться в полете, на какую высоту он поднимется, на какое расстояние от орудия долетит (каков радиус поражения нашего орудия). Для решения этой задачи отдельно рассмотрим горизонтальное и вертикальное движения. Так как угол вылета по условию равен 45° , то

$$(v_0)_x = (v_0)_y = \frac{v_0}{\sqrt{2}} = 707 \text{ м/сек.}$$

Займемся сначала вертикальным движением.

Соотношение (2.7) дает

$$v_y = (v_0)_y - gt,$$

где ускорение $a = -g$. Знак минус означает, что ускорение уменьшает скорость. Решим теперь уравнение относительно t , учитывая, что в самой верхней точке полета, очевидно, $v_y = 0$:

$$t_1 = \frac{(v_0)_y - v_y}{g} = \frac{707 - 0}{9,8} \text{ сек,}$$

$$t_1 = 72 \text{ сек,}$$

где t_1 — время, за которое снаряд достигает

максимальной высоты подъема. Полное время полета равно удвоенному значению t_1 , т. е. 144 сек. Найдем теперь само значение высоты подъема h и радиуса поражения R . Вспомним, что средняя скорость движения по вертикали равна высоте h , деленной на 72 сек, т. е. $\bar{v}_y = h/t_1$; кроме того,

$$\bar{v}_y = \frac{1}{2} (v_0)_y,$$

и мы имеем

$$\frac{h}{t_1} = \frac{1}{2} (v_0)_y,$$

$$h = \frac{(v_0)_y t_1}{2} = \frac{707 \cdot 72}{2} \text{ м},$$

$$h = 25,4 \text{ км}.$$

Радиус поражения R немедленно получается из формул:

$$x = (v_0)_x t,$$

$$R = (v_0)_x \cdot (144 \text{ сек}),$$

$$R = (707 \cdot 144) \text{ м},$$

$$R = 102 \text{ км}.$$

Обратите внимание на очень интересный факт: если стрелять под углом 45° , то дальность полета снаряда R будет в 4 раза превышать максимальную высоту его подъема h . Теперь рассмотрим случай, когда ствол орудия наклонен под произвольным углом θ к горизонту. При этом $(v_0)_x = v_0 \cos \theta$, $(v_0)_y = v_0 \sin \theta$. Пользуясь простейшими формулами тригонометрии, можно показать, что дальность полета снаряда максимальна при стрельбе под углом $\theta = 45^\circ$. Этот результат — пример одного из первых применений физики в военном деле — был получен также Галилеем.

Применим полученные только что сведения к решению более современных задач. Мы имеем в виду межконтинентальные баллистические ракеты (МКБР). Возьмем в качестве примера типичную ракету с максимальной дальностью полета 8000 км. Пред-

Вопрос 5. Лучшие из спортивных автомобилей развивают скорость 60 км/час спустя 10 сек после старта. Чему равно их ускорение в единицах g ?

положим, что эта ракета летит в направлении цели с расстояния 8000 км и что впервые ракета обнаружена, когда она пролетела уже половину пути. Попробуем ответить на следующие вопросы. Сколько времени остается для принятия необходимых мер обороны? С какой скоростью летит ракета в момент обнаружения? Какую скорость будет иметь МКБР, когда она достигнет цели? Какова максимальная высота ее подъема? Чтобы ответить на все эти вопросы, нужно ввести некоторые упрощающие предположения. Прежде всего предположим, что можно пренебречь кривизной поверхности Земли на расстоянии 8000 км и считать ее плоской. Далее, будем считать, что величина g не меняется с высотой. Наконец, как всегда, пренебрежем сопротивлением воздуха.

Ракета выпущена на максимальное расстояние, следовательно, она должна войти в стратосферу под углом 45° к горизонту. Таким образом, мы знаем, что $(v_0)_x = (v_0)_y$, $R = 8000$ км, ускорение в вертикальном направлении $g = 9,8$ м/сек². Этих довольно скудных сведений оказывается вполне достаточно для ответа на все поставленные вопросы. Начнем с движения по вертикали:

$$v_y = (v_0)_y - gt.$$

Обозначим через t_1 время подъема ракеты на максимальную высоту. При $t = t_1$ и $v_y = 0$

$$0 = (v_0)_y - gt_1,$$

или

$$t_1 = \frac{(v_0)_y}{g}.$$

Заменим $(v_0)_y = (v_0)_x$ в написанном выше выражении. Тогда

$$t_1 = \frac{(v_0)_x}{g}$$

Величину $(v_0)_x$ можно найти, деля расстояние R на $2t_1$ — полное время полета. Таким

Ответ 5. $\bar{a} = \frac{v}{t} = \frac{16,6 \text{ м/сек}}{10 \text{ сек}} = 1,7 \text{ м/сек}^2$, что примерно в 5 раз меньше g . Крайний предел, при котором, независимо от мощности двигателя, начинается движение юзом, соответствует $a = g/2$.

образом, заменив в последнем соотношении $(v_0)_x$ на $R/2t_1$, получим

$$t_1 = \frac{\left(\frac{R}{2t_1}\right)}{g}, \quad t_1^2 = \frac{R}{2g},$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{8 \cdot 10^6}{2 \cdot 9,8}} = 639 \text{ сек.}$$

Итак, для принятия мер обороны остается еще около 10,5 мин. Скорость ракеты в точке максимального подъема равна дальности полета по горизонтали, деленной на полное время полета:

$$(v_0)_x = \frac{R}{2t_1} = \frac{8000}{2 \cdot 639} = 6,26 \text{ км/сек.}$$

Скорость в момент поражения цели совпадает с начальной скоростью v_0 и в $\sqrt{2}$ раз больше, чем $(v_0)_x$, т. е.

$$v_0 = 1,41 \cdot 6,26 \text{ км/сек} = 8,85 \text{ км/сек.}$$

Средняя вертикальная скорость равна просто максимальной высоте h , деленной на t_1 , и составляет половину от $(v_0)_y$:

$$\frac{h}{t_1} = \frac{1}{2} (v_0)_y,$$

$$h = \frac{(v_0)_y t_1}{2}.$$

Величина же $(v_0)_y$ совпадает с $(v_0)_x = 6,26 \text{ км/сек}$. Следовательно,

$$h = \frac{6,26 \cdot 639}{2} = 2000 \text{ км.}$$

Мы получили уже знакомый нам результат, что высота подъема при стрельбе под углом 45° составляет ровно четверть от максимальной дальности полета. Интересно отметить следующее. Несмотря на упрощающие предположения, полученные результаты находятся в хорошем согласии с тем, что нам известно о современных межконтинентальных баллистических ракетах. Ракеты с радиусом действия 8000 км покрывают это расстояние

примерно за 20 мин, а необходимая начальная их скорость $v_0 = 8,85$ км/сек сравнима с скоростью спутника Земли.

§ 6. Центробежное ускорение

УСКОРЕНИЕ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЕ НАПРАВЛЕНИЮ ДВИЖЕНИЯ

При движении снаряда в момент достижения им максимальной высоты ускорение g будет направлено перпендикулярно скорости снаряда. При этом, как вы уже видели, снаряд движется по кривой. В этом параграфе мы рассмотрим особый случай движения, когда ускорение *всегда* направлено перпендикулярно скорости. Прежде всего покажем, что это имеет место при равномерном движении тела по окружности. При этом его ускорение, оставаясь перпендикулярным скорости в любой момент времени, направлено к центру окружности (радиус этой окружности составляет прямой угол со скоростью тела, поскольку скорость направлена по касательной к окружности).

На фиг. 20, а показаны два последовательных положения тела, равномерно движущегося по окружности. Пусть Δt — время, необходимое, чтобы тело преодолело расстояние Δs между этими положениями. За это время направление скорости меняется: v_1 превращается в v_2 .

Для вычисления ускорения $\Delta v / \Delta t$ мы должны прежде всего найти Δv , т. е. изменение скорости за время Δt . Вектор Δv представляет собой разность векторов v_2 и v_1 . Эту разность легко получить, если сложить векторы $(-v_1)$ и v_2 (фиг. 20, б). Вектор же $(-v_1)$ — это не что иное, как вектор v_1 , повернутый в обратном направлении:

$$\Delta v = (-v_1) + v_2 = v_2 - v_1.$$

Чтобы завершить наш расчет, заметим, что треугольник на фиг. 20, б со сторонами Δv , $-v_1$ и v_2 подобен треугольнику на фиг. 20, а

Фиг. 20. Два последовательных положения тела, равномерно движущегося по окружности (а), и вектор $\Delta v = v_2 - v_1$ (б).



с соответствующими сторонами Δs , R_1 и R_2 . Действительно, оба треугольника равнобедренные, а стороны ϑ_1 и ϑ_2 перпендикулярны соответственно сторонам R_1 и R_2 . Следовательно, и углы, обозначенные через θ , равны. Далее, поскольку соответствующие стороны подобных треугольников пропорциональны, то

$$\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v}{R}, \quad \Delta v = \frac{v}{R} \Delta s.$$

Если разделить обе части последнего равенства на Δt , то мы получим

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{R} \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

В пределе малых Δt два последовательных положения на фиг. 20 будут близки друг к другу и $\Delta s/\Delta t = v$. Итак,

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{R} \cdot v = \frac{v^2}{R}.$$

Величина $\Delta v/\Delta t$ представляет собой искомое ускорение, называемое центростремительным ускорением a_c . Каждый раз, когда тело движется по криволинейной траектории, мы имеем дело с центростремительным ускорением. Еще раз выпишем только что полученную формулу для центростремительного ускорения:

$$\text{Центростремительное ускорение} \quad a_c = \frac{v^2}{R}. \quad (2.14)$$

Отметим, что центростремительное ускорение меняет только направление вектора скорости, совершенно не влияя на его величину. Следует также помнить, что ускорение a_c направлено по радиусу окружности к ее центру. (На фиг. 20, б Δv будет тем точнее направлено к центру, чем ближе друг к другу два последовательных положения.)

Для тех, кто знаком с термином «центробежная сила», мы хотим отметить, что он никогда не встретится в нашем обсуждении. Это фиктивная сила, которая возникает только в том случае, когда наблюдатель находится во вращающейся системе отсчета.

Вопрос 6. Может ли тело двигаться по криволинейной траектории без ускорения?



Фиг. 21. Модель первого советского искусственного спутника Земли.

Ответ 6. Нет, потому что направление скорости меняется, и вектор \vec{v}_1 очевидно не может быть равен \vec{v}_2 .

Мы же всегда наблюдаем вращающиеся тела извне и никогда не оказываемся внутри них.

Пример. Каково центростремительное ускорение тела на экваторе, вызванное вращением Земли? Тело находящееся на экваторе, проходит 40 000 км (длина окружности земного экватора) за одни сутки ($8,64 \cdot 10^4$ сек). Таким образом, его скорость равна

$$v = \frac{4 \cdot 10^7 \text{ м}}{8,6 \cdot 10^4 \text{ сек}} = 463 \text{ м/сек.}$$

Согласно формуле (2.14), тело должно иметь ускорение v^2/R , направленное к центру Земли ($R=6360$ км)

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(463)^2}{6,36 \cdot 10^6} \text{ м/сек}^2 = 0,034 \text{ м/сек}^2.$$

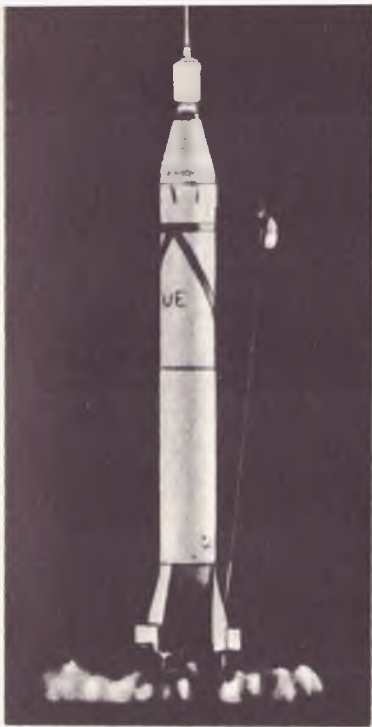
Эта величина составляет примерно 0,34% от $g=9,8 \text{ м/сек}^2$. Как мы увидим в следующей главе именно по этой причине люди на экваторе весят примерно на 0,34% меньше, чем на любом из полюсов. Поэтому на экваторе легче пробежать 1 милю за 4 мин, нежели на Северном полюсе.

§ 7. Искусственные спутники Земли

МОЛНИЕНОСНЫЕ СНАРЯДЫ

Почему искусственный спутник Земли не «падает» на Землю с ускорением $g=9,8 \text{ м/сек}^2$, как это происходит со всеми телами вблизи земной поверхности? На самом же деле он тоже падает. Летящий на небольшой высоте искусственный спутник Земли непрерывно падает на Землю с ускорением силы тяжести g . Больше того, если бы спутник перестал падать на Землю, т.е. освободился бы от действия земного притяжения, то, продолжая двигаться без ускорения, он улетел бы от Земли по касательной к своей орбите. Наблюдателю на поверхности Земли при этом показалось бы, что спутник взмыл вверх.

Согласно (2.14), любое тело, движущееся по круговой орбите вокруг Земли, должно иметь ускорение $a_c=v^2/R$, направленное к центру нашей планеты. Спутник, вращающийся вблизи земной поверхности, может



Фиг. 22. Запуск ракеты с первым американским искусственным спутником Земли «Эксплорер I» 31 января 1958 г.

Фиг. 23. Проект запуска искусственного спутника Земли, предложенный еще Исааком Ньютоном.



рассматривать как тело, свободно падающее с постоянным ускорением $a_c = 9,8 \text{ м/сек}^2$. Мы можем теперь вычислить скорость и период обращения первого советского искусственного спутника (фиг. 21). Эта скорость v_c носит специальное название *первой космической скорости*. Именно такую скорость необходимо придать спутнику, чтобы вывести его на орбиту. Поскольку центростремительное ускорение равно g , то

$$\frac{v_c^2}{R} = g.$$

где $R \approx 6500 \text{ км}$ — расстояние до центра Земли. Следовательно,

$$v_c = \sqrt{gR} = \sqrt{9,8 \cdot 6,5 \cdot 10^6} \text{ м/сек} = 8 \text{ км/сек}.$$

С такой скоростью и были запущены первый советский искусственный спутник и американский спутник «Эксплорер I» (фиг. 22). Если разделить длину орбиты на скорость, развиту спутником, то получим время одного оборота спутника, летящего на небольшой высоте:

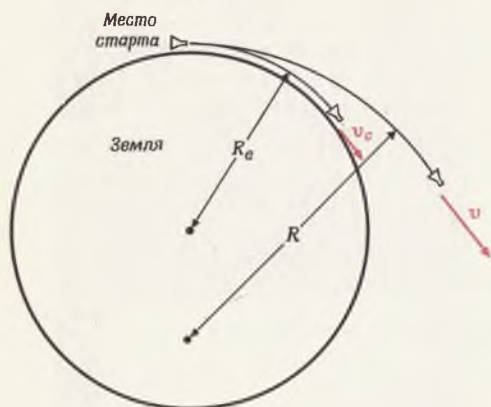
$$T = \frac{40\,000 \text{ км}}{8 \text{ км/сек}} = 5\,000 \text{ сек} = 83 \text{ мин}.$$

Если спутник движется по более удаленной орбите, то время одного оборота увеличится.

Впервые эти расчеты произвел Исаак Ньютон еще примерно в 1660 г. На фиг. 23 изображены различные орбиты спутников Земли. Этот чертеж сделал сам Ньютон. Он представлял себе запуск искусственных спутников как выстрел из огромной пушки с вершины высокой горы. По мнению Ньютона, если ядру сообщалась начальная скорость 8 км/сек , то оно становилось спутником Земли, что и изображено на чертеже. На нем изображены также траектории ядер, вылетающих из ствола орудия с меньшими, но более доступными начальными скоростями. Итак, мы видим, что идея создания искусственных спутников Земли отнюдь

Фиг. 24. Начало двух возможных орбит спутников.

Спутник со скоростью v_c движется по окружности относительно центра Земли. Спутник с большей скоростью v стартует на орбите с большим радиусом кривизны R .



не нова. Еще во времена Ньютона волновала она умы ученых.

Что же произойдет, если мы сообщим снаряду несколько большую скорость? На этот вопрос можно ответить, решив уравнение (2.14) относительно R :

$$R = \frac{v^2}{a_c}. \quad (2.15)$$

Здесь a_c должно по-прежнему равняться g , поскольку все тела, как бы быстро они ни двигались, испытывают одно и то же ускорение силы тяжести, если только они находятся вблизи поверхности Земли.

Итак, подставим вместо a_c в (2.15) величину $g = \frac{v_c^2}{R_e}$. Это даст

$$R = \frac{v^2}{g} = \frac{v^2}{\left(\frac{v_c^2}{R_e}\right)} = \left(\frac{v}{v_c}\right)^2 R_e.$$

Из этой формулы видно, что если v превышает v_c на 10%, то $(v/v_c)^2 = 1,21$ и R будет на 21% больше радиуса Земли. Напомним что R — это радиус кривизны траектории снаряда в тот момент, когда его скорость равна v , а ускорение g . Фиг. 24 иллюстрирует эту ситуацию. Подобный снаряд начнет удаляться от Земли. Спустя некоторое время у скорости появится составляющая, направленная от центра Земли. Следовательно, появится составляющая ускорения силы тяжести в направлении, противоположном направлению движения. В результате будет уменьшаться и снаряд в конце концов «упадет» опять на Землю. Как следует из гл. 4, точная траектория представляется собой эллипс, один из фокусов которого находится в центре Земли.

§ 8. Проверка размерности

НЕБОЛЬШОЕ ПРЕДОСТЕРЕЖЕНИЕ...

При решении различных задач и попытках проверить полученные формулы весьма полезно проверять размерность обеих частей

Вопрос 7. Правильно или ложно утверждение: искусственный спутник Земли не может двигаться по устойчивой орбите, если не выполняется условие $v = \sqrt{gR_e}$?

уравнения. Если вы допустили ошибку, то она, как правило, проявится в том, что размерность правой части уравнения будет отличаться от размерности его левой части. В качестве примера проверим размерность соотношения $v = \sqrt{2as}$ в системе CGS. Размерность левой части — $см/сек$. Если ускорение выражено правильно, т. е. в $см/сек^2$, то размерность правой части будет

$$\sqrt{\frac{см}{сек^2}} \times см = \sqrt{\frac{(см)^2}{(сек)^2}} = \frac{см}{сек}.$$

Множитель $\sqrt{2}$ справа является величиной безразмерной. Поэтому проверить его правильность таким методом мы, конечно, не можем.

Пример 1. Студент помнил, что путь, пройденный свободно падающим телом, выражается либо формулой $s = \frac{1}{2} at$, либо $s = \frac{1}{2} at^2$. Как выбрать из этих двух формул верную?

Ради разнообразия представим себе, что он оперирует с английскими единицами. Тогда получается, что

$$\text{размерность } (at) = \left(\frac{\text{фут}}{\text{сек}^2} \right) \times (\text{сек}) = \text{фут/сек},$$

$$\text{размерность } (at^2) = \left(\frac{\text{фут}}{\text{сек}^2} \right) \times (\text{сек}^2) = \text{фут}.$$

Отсюда видно, что правильной оказывается вторая формула для s .

Пример 2. Центробежное ускорение можно выразить через радиус R и период обращения T (время одного оборота). Проверьте размерность нескольких выражений, составленных из R и T : а) T^2/R ; б) T^2R ; в) R/T^2 :

$$\text{а) } \left(\frac{T^2}{R} \right) = \frac{\text{сек}^2}{см}.$$

$$\text{б) } (T^2R) = \text{сек}^2 \times см,$$

$$\text{в) } \left(\frac{R}{T^2} \right) = \frac{см}{\text{сек}^2}.$$

Последнее выражение совпадает по размерности с ускорением a_c . Точная формула содержит еще численный множитель $4\pi^2$ и имеет вид

$$a_c = \frac{4\pi^2}{T^2} R.$$

Ее можно вычислить непосредственно. Для этого достаточно вспомнить, что скорость тела равна длине

Ответ 7. Ложно. Спутник на фиг. 24 обладает гораздо большей скоростью и все же находится на устойчивой орбите. В настоящее время вокруг Земли на устойчивых орбитах находится свыше 1000 тел (включая Луну), и ни одно из них не имеет v , которое в точности равнялось бы $\sqrt{gR_e}$.

окружности ($2\pi R$), деленной на период T . Подставив в соотношение (2.14) $v=2\pi R/T$, получим

$$a_c = \frac{\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2}{R},$$

или

$$a_c = \frac{4\pi^2}{T^2} R. \quad (2.16)$$

Задачи

1. Уравнения (2.1) и (2.4) содержат в правой части одну и ту же величину s/t . Тем не менее эти уравнения имеют совершенно разный смысл. Объясните, в чем здесь дело.

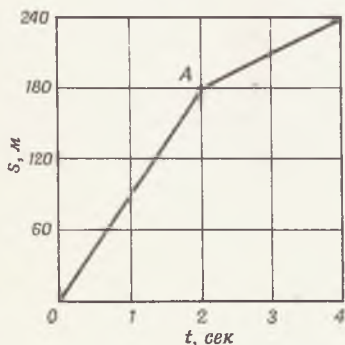
2. Тело, находившееся в состоянии покоя, приходит в движение с постоянным ускорением. Его мгновенная скорость выражается через s и t : $v=2s/t$. Выведите эту формулу.

3. Как согласуется результат $v=2s/t$ задачи 2 с выражением (2.1), по которому $v=s/t$?

4. Пусть тело начинает двигаться равномерно с начальной скоростью v_0 . Выведите формулу для скорости v (задача 2), выразив ее через v_0 , s и t .

5. Автомобиль выезжает из точки $s=0$ и через 4 сек попадает в точку $s=80$ (фиг. 25).

Фиг. 25. К задаче 5.



а) Какое расстояние он проехал за первые 3 сек?
б) Чему равна мгновенная скорость в момент $t=1$ сек?

в) Чему равна средняя скорость за первые 4 сек?

г) Чему равна средняя скорость за первые 3 сек?

д) В точке A наклон графика резко изменился. Возможно ли это на самом деле?

6. В момент времени t_1 тело находилось в точке x_1 и имело скорость v_1 , а в момент t_2 в точке x_2 его скорость достигала v_2 .

а) Какова средняя скорость тела в этих величинах (ускорение не предполагается постоянным)?

б) Каково среднее ускорение тела?

7. Двигатель ракеты может развивать тягу, в точности равную весу ракеты. Чему будет равно ускорение ракеты, если ее запустить по горизонтальному треку без трения? Чему будет равно ускорение ракеты, если ее запустить вертикально с поверхности Земли?

8. В какой точке траектории снаряд обладает наименьшей скоростью?

9. Автомобиль прошел расстояние s_1 со скоростью v_1 , а расстояние s_2 со скоростью v_2 . Какова его «средняя» скорость по отношению к пройденному

расстоянию? (Здесь весовыми множителями являются s_1 и s_2 .)

10. Мальчик подбрасывает мяч вертикально вверх, а затем ловит его через 2 сек (на той же высоте от земли). С какой скоростью он бросает этот мяч? На какую высоту он его подбрасывает?

11. При движении по прямолинейному шоссе автомобиль прошел 10 км с постоянной скоростью 30 км/час. Следующие 10 км он прошел также с постоянной скоростью 60 км/час. Какова средняя скорость автомобиля на всем пути?

12. Для выхода на орбиту космонавт должен разогнаться из состояния покоя за время T до первой космической скорости 8 км/сек. Допустим, что ускорение в этот период составляет 4 g. Сколько времени потребуется ракете, чтобы достигнуть первой космической скорости, и какой путь пройдет она за это время?

13. Тело, движущееся со скоростью 10 м/сек, начинает равномерно замедляться и останавливается, пройдя путь в 20 м. Чему равно его (на этот раз отрицательное) ускорение? Сколько времени потребовалось телу для полной остановки?

14. Выберите правильное утверждение (фиг. 26): Вектор C равен $A+B$, $A-B$, $B-A$; не равен ни одной из этих комбинаций Вектор Z равен $X+Y$, $X-Y$, $Y-X$; не равен ни одной из этих комбинаций.

15. Дети играют в мяч. Водящий находится в 20 м от «домика». Он бросает мяч, стараясь попасть в «домик». Одновременно один из участников игры бежит в «домик». У него уходит на это 3,5 сек. Максимальная высота полета мяча 7 м. Успеет ли участник вовремя спрятаться в «домике»?

16. Спутник вращается по орбите на высоте 531 км. Из сверхдальнобойного орудия, направленного вертикально, делается попытка сбить этот спутник. Будем считать, что ускорение свободного падения g везде постоянно ($9,8 \text{ м/сек}^2$), и пренебрежем сопротивлением воздуха. Какой должна быть начальная скорость снаряда, чтобы он хотя бы долетел до спутника? Сколько времени ему для этого потребуется?

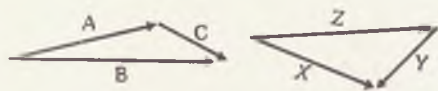
17. Стальной шар подпрыгивает на стальной плите с периодом 1 сек. Какова высота каждого подскока?

18. Двигаясь со скоростью 100 км/час, автомобиль налетает на стену. Полученный им удар равносителен удару, который испытал бы автомобиль, упав на землю с некоторой высоты. Какова эта высота?

19. Предположите, что тот же автомобиль сталкивается со встречным тяжелым грузовиком, имеющим такую же скорость — 100 км/час. Допустим, что грузовик при ударе почти не потерял своей скорости. Какова в этом случае эквивалентная высота падения?

20. Предположим, что реактивный лайнер из сооб-

Фиг. 26. К задаче 14.



ражений удобства пассажиров не должен развивать ускорений по горизонтали, превышающих $2g$. Расстояние от Нью-Йорка до Филадельфии равно 160 км . За какое минимальное время наш лайнер проделает этот путь, соблюдая указанное условие? Какой максимальной скорости он достигает во время полета?

21. Мяч падает на плоскую поверхность с высоты 20 м и вновь подпрыгивает на высоту 5 м . Чему равна скорость мяча в момент падения на плоскость? Сколько времени проходит от начала падения мяча до момента достижения им точки наивысшего подъема? Какова скорость мяча в момент отскока?

22. Некоторые ракеты, находящиеся на вооружении армии США, достигнув высоты 300 м , развивают скорость около 1000 км/час . Каково их ускорение (в единицах g)?

23. Предположим, что для запуска ракеты-перехватчика остается 1 мин . Нападающая ракета летит на высоте 200 км . Если двигатели ракеты-перехватчика способны развить ускорение $10 g$ и если она запускается вертикально вверх, то будет ли этого времени достаточно, чтобы сбить ракету?

24. Рассмотрим самолет, крейсерская скорость которого по отношению к воздуху составляет 300 км/час . Он регулярно совершает рейсы между пунктами A и B на расстоянии 400 км друг от друга. Не учитывая время для старта, остановки и разворота, найти:

- Сколько времени занимает рейс в оба конца в безветренный день?
- Сколько времени он занимает, когда от B к A дует ветер со скоростью 50 км/час ?
- Сколько времени он занимает, если дует боковой ветер со скоростью 50 км/час ?

25. Мальчик бросает камень из окна на высоте 30 м над землей. Другой мальчик бросает камень из окна на высоте 24 м над землей в тот момент, когда первый камень пролетает мимо.

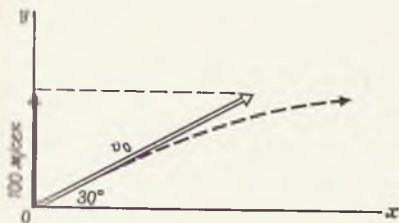
- С какой скоростью камни достигнут земли?
- Сколько времени пройдет между моментами падения на Землю первого и второго камней?

26. Тело выходит из состояния покоя с постоянным ускорением g и движется так в течение целого года. Пользуясь формулой релятивистской механики, найдите его конечную скорость. Если бы тело ускорилось в течение 10 лет , на сколько его скорость отличалась бы от скорости света?

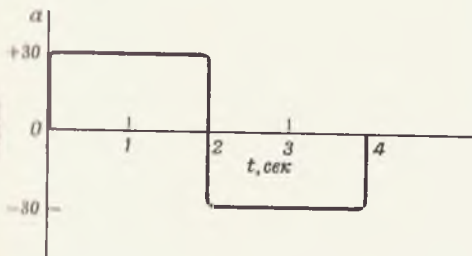
27. Расстояние от Земли до Луны составляет примерно $385\,000 \text{ км}$. Каково центростремительное ускорение Луны при ее вращении вокруг Земли?

28. Во сколько раз центростремительное ускорение спутника больше центростремительного ускорения Луны, если радиус его орбиты в 60 раз меньше (считая от центра Земли)? Можно ли сказать, что центростремительное ускорение меняется обратно пропорционально квадрату расстояния от центра Земли?

Фиг. 27. К задаче 29.



Фиг. 28. К задаче 30.



Фиг. 29. К задаче 33.



29. Рассмотрим снаряд, выпущенный под углом 30° к горизонту. Вертикальная составляющая начальной скорости равна 100 м/сек . Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите:

- Начальную скорость.
- Пусть T — полное время полета. Чему равно v_y в момент $T/2$? Чему равно ускорение в этот момент?
- Чему равно v_y , когда t почти равно T ?
- Чему равно v_y при $t=T/4$?

30. Частица сначала покоится, а потом начинает двигаться с ускорением, изображенным на фиг. 28.

- Начертите зависимость скорости частицы от времени.
- Начертите зависимость пути от времени.
- Какова максимальная скорость частицы на протяжении 4 сек ?
- Какой путь пройдет частица за 4 сек ?

31. Река течет на запад со скоростью 5 км/час . Паром движется относительно воды со скоростью 10 км/час в направлении 30° на север-северо-восток. Какова величина и направление скорости парома с точки зрения наблюдателя на берегу?

32. Какова среднесуточная температура, если она равномерно растет от 30° до 60° F с полуночи до 10 часов утра, затем до 4 часов дня остается равной 60° и, наконец, равномерно падает до 40° до полуночи?

33. На фиг. 29 изображен прибор, сконструированный для изучения поведения насекомых при ускорениях в $100 g$. Прибор состоит из стержня длиной 10 см и контейнеров для насекомых на его концах. Стержень вращается относительно своей середины.

- Чему равна скорость насекомых при $100 g$?
- Чему равно число оборотов в 1 сек ?

34. Допустим, что ракета проекта «Аполлон» вышла на круговую орбиту около Луны. Если радиус окололунной орбиты равен $1/3$ радиуса Земли, а ускорение силы тяжести на Луне равно $g/12$, где $g=980 \text{ см/сек}^2$, то каково отношение скорости ракеты к скорости летящего на небольшой высоте спутника Земли? Иначе говоря, чему равно отношение первых космических скоростей для Луны и для Земли?





ГЛАВА 3

ДИНАМИКА

ДИНАМИКА § 1. Законы движения Ньютона

САМОЕ ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ

Динамика занимается изучением общих законов взаимодействия материальных тел.

Как мы увидим, широкий класс явлений удается описать или объяснить на основе законов движения Ньютона. Одним из основных свойств любого материального тела является наличие у него инертной массы. Другим новым для читателя понятием, используемым для описания взаимодействий материальных тел, является понятие силы. Количественные представления о силе и инертной массе были впервые даны Исааком Ньютоном. (В этой книге термины *масса* и *инертная масса* имеют один и тот же смысл. Мы будем пользоваться любым из них, специально не оговаривая это в дальнейшем.) Определение массы и силы содержится в формулировке трех законов движения Ньютона. Прежде всего мы кратко сформулируем эти законы, а затем займемся обсуждением содержащихся в них определений массы и силы.

Первый закон Ньютона

Будучи предоставлено самому себе (при отсутствии результирующей внешней силы), тело сохраняет состояние покоя или равномерного движения с равным нулю ускорением. В математической форме это утверждение имеет вид

Первый закон $a = 0$, если $F = 0$.

Второй закон Ньютона

Действующая на тело результирующая сила равна произведению массы тела на его ускорение:

Второй закон $F_{\text{рез}} = Ma$. (3.1)

Третий закон Ньютона

При любом взаимодействии двух тел сила, с которой первое тело воздействует на

второе, равна по величине и направлена противоположно силе, с которой второе тело воздействует на первое:

Третий закон $F_{AB} = -F_{BA}$ (3.2)

Рассмотрим сначала содержание первого закона. Легко видеть, что с математической точки зрения он представляет собой частный случай более общего второго закона. Одна из причин, по которой этот частный случай выделен в особый закон, заключается в том, что на первый взгляд он кажется противоречащим всем повседневным наблюдениям. Известно, что если перестать тянуть или толкать движущееся тело, то оно, как правило, останавливается, а не продолжает двигаться с постоянной скоростью. Так, автомобиль с выключенным мотором останавливается. Если верить первому закону Ньютона, то на катящийся по инерции автомобиль должна действовать тормозящая сила. И действительно, такими внешними силами является сопротивление воздуха и трение автомобильных шин о поверхность шоссе. Они-то и сообщают автомобилю отрицательное ускорение до тех пор, пока он не остановится. До Ньютона в науке безраздельно господствовало мнение, основанное на древнем учении Аристотеля. Главным принципом этой системы является утверждение, что при отсутствии воздействия внешних сил все тела должны покоиться. Другой ошибкой Аристотеля было утверждение, что все тела падают со скоростью, пропорциональной их весу. Как мы видели, Галилей одним из первых выступил с критикой этих принципов.

В заключение следует сделать еще одно замечание о первом законе Ньютона. Очевидно, что первый закон Ньютона нарушается, если сам наблюдатель движется с ускорением. Поэтому Ньютон специально указал, что все эти три закона движения справедливы только при условии, что наблюдатель находится в так называемой инерциальной системе отсчета. Ньютон дал определение инерциальной системы как любой

системы, которая покоится или движется равномерно и прямолинейно по отношению к неподвижным звездам.

В действительности не так-то просто, как можно было бы думать, найти инерциальную систему отсчета. Необходимо знать устройство Вселенной (космологию). Проблема нахождения инерциальной системы отсчета будет детально обсуждаться в гл. 11.

Внимательного читателя, пожалуй, может смутить второй закон Ньютона, ибо он содержит два новых понятия — силу и массу, ни одному из которых, собственно говоря, не было дано строгого определения. Однако второй и третий законы Ньютона совершенно однозначно определяют обе эти величины.

В нашем изложении мы дадим определение инертной массы с помощью закона сохранения импульса, который является совершенно эквивалентным выражением третьего закона Ньютона. Сейчас уже установлено, что третий закон Ньютона не является абсолютно справедливым; наблюдались значительные отклонения от него. В главе, посвященной теории относительности, мы увидим, что сигналы не могут распространяться со скоростью, превышающей скорость света. Поэтому третий закон Ньютона, вообще говоря, нельзя применять к силе, действующей на расстоянии; в противном случае силы можно было бы использовать для передачи сигналов с бесконечно большой скоростью.

Вот простой пример нарушения третьего закона Ньютона: заряженная частица удаляется от проводника, по которому течет электрический ток. В гл. 8 мы увидим, что в этом случае на заряженную частицу действует магнитное поле тока. В то же время результирующая сила, действующая со стороны заряженной частицы на проводник с током, в точности равна нулю. Это явно противоречит третьему закону Ньютона, утверждающему, что действия двух тел друг на друга равны по величине. С другой стороны, третий закон Ньютона справедлив в

тех случаях, когда речь идет о взаимодействии покоящихся тел, а также в случае контактных взаимодействий. Что же касается закона сохранения импульса, то он, насколько нам известно, является точным законом природы. До сих пор не обнаружено ни одного случая нарушения этого закона. Он тщательно проверялся в самых разнообразных экспериментах.

В действительности законы Ньютона можно вывести из законов сохранения энергии и импульса, и наоборот. Дело вкуса — что считать основным законом. Более того, используя высшую математику, можно показать, что законы сохранения энергии и импульса следуют из принципов симметрии, основанных на однородности пространства и времени. Под однородностью пространства мы понимаем тождественность законов физики в любой из точек пространства. Однородность во времени означает, что законы физики не меняются со временем.

Прежде чем мы сможем продолжать обсуждение законов Ньютона, следует дать определение инертной массе. Поэтому следующий параграф мы посвящаем закону сохранения импульса.

§ 2. Закон сохранения импульса

НЕРУШИМЫЙ ЗАКОН ПРИРОДЫ

Импульсом тела \mathbf{P} называется произведение массы тела на его скорость:

$$\text{Определение импульса} \quad \mathbf{P} = M\mathbf{v}. \quad (3.3)$$

Закон сохранения импульса гласит, что в отсутствие внешних сил сумма импульсов частиц остается неизменной. Пусть, например, сталкиваются две частицы с массами M_A и M_B . Тогда

$$\mathbf{P}_A + \mathbf{P}_B = \mathbf{P}'_A + \mathbf{P}'_B,$$

или

$$\text{Сохранение импульса} \quad M_A \mathbf{v}_A + M_B \mathbf{v}_B = M_A \mathbf{v}'_A + M_B \mathbf{v}'_B. \quad (3.4)$$

где v_A и v_B — скорости частиц до соударения, а v'_A и v'_B — их скорости после соударения.

На фиг. 30 изображено соударение бильярдных шаров. Закон соударения носит совершенно общий характер. Как видно из фиг. 31, он справедлив для элементарных частиц в той же мере, что и для бильярдных шаров. Отметим, что в формулу (3.4) входят векторы скоростей. Следовательно, они не обязательно имеют одно и то же направление.

Рассмотрим сначала случай простейшего применения закона — два тела первоначально покоятся (фиг. 32), т. е. $v_A = v_B = 0$. Затем оба тела приходят во взаимодействие благодаря высвобождению пружины или небольшому взрыву между ними. В идеале масса пружины должна быть много меньше M_A и M_B . Поскольку начальный импульс равен нулю, левая часть (3.4) обращается в нуль и мы имеем

$$0 = M_A v'_A + M_B v'_B,$$

или

$$M_B v'_B = -M_A v'_A,$$

где знак минус означает, что векторы параллельны, но направлены в противоположные стороны. Что касается абсолютных величин векторов, то

$$M_B v'_B = M_A v'_A,$$

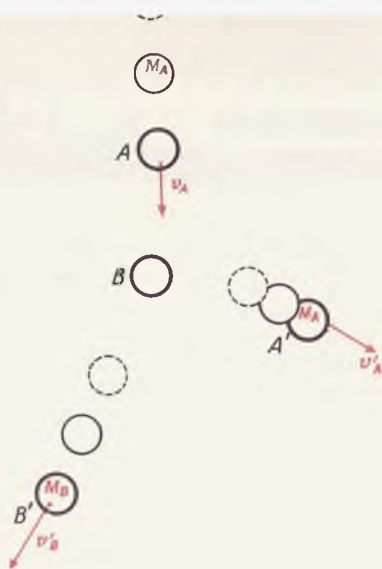
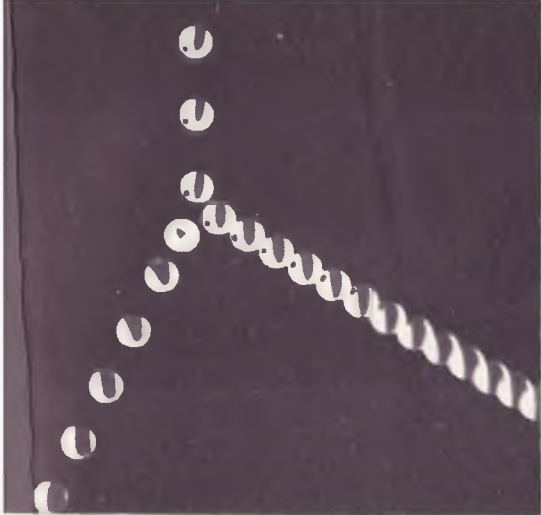
или

$$M_B = M_A \frac{v'_A}{v'_B}, \quad (3.5)$$

где v'_A и v'_B — абсолютные величины векторов скорости.

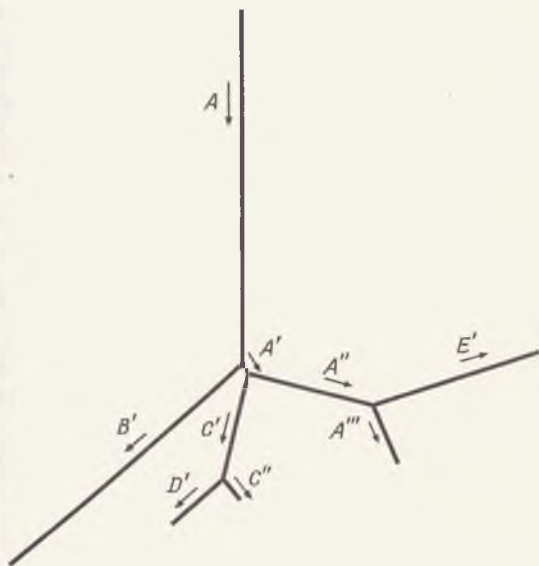
Теперь у нас есть оперативная процедура для определения массы. Предположим, что M_A — известная эталонная масса. Это может быть, скажем, эталон одного кило-

Вопрос 1. Бильярдный шар со скоростью v_A в направлении x сталкивается с двумя другими шарами. Напишите уравнение, связывающее составляющие по оси y конечных скоростей v'_A , v'_B и v'_C .



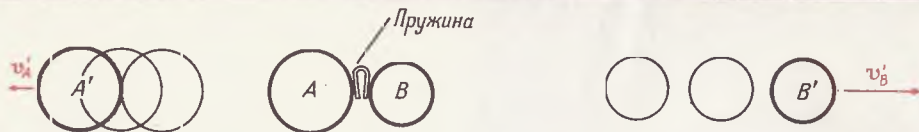
Фиг. 30. Соударение двух бильярдных шаров одинаковой массы.

Шар B до удара покоился; шар A появился сверху, а после удара покатился на право; освещение стробоскопическое (частота 30 вспышек в секунду).



Фиг. 31. Последовательные столкновения протона с другими протонами, находившимися в состоянии покоя.

Протон A появляется сверху и сначала соударяется с протоном B . Протоны B , C , D и E до соударения находились в состоянии покоя (ядра жидкого водорода). Фотография получена в пузырьковой камере с жидким водородом в Лаборатории излучений имени Э. Лоуренса Калифорнийского университета. В пузырьковой камере следы летящих протонов видны в виде цепочки мельчайших пузырьков.



Фиг. 32. Фотография движения двух шаров различной массы, полученная со стробоскопическим освещением. Шары приведены в движение пружиной, помещенной между ними. Масса шара A вдвое больше массы шара B .

грамма — цилиндр из платинового сплава, хранящийся во Франции. Тогда любую неизвестную массу M_B можно найти, приводя ее во взаимодействие с M_A с помощью пружины, находящейся между ними, и измеряя отношение конечных скоростей.

Мы видим, что инертную массу любого тела можно найти, просто измерив отношение конечных скоростей. Может показаться, что согласно закону сохранения импульса отношение конечных скоростей не зависит от силы пружины. На самом деле это не вполне так. Если бы удалось найти сверхсильную пружину, которая была бы способна сообщить скорости, сравнимые со скоростью света, то оказалось бы, что от силы пружины не зависит величина

$$\frac{v_A'}{v_B'} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{v_B'}{c}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_A'}{c}\right)^2}}$$

Этот экспериментальный факт наряду с (3.4) приводит нас к выводу, что масса тела в действительности зависит от скорости

$$M = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (3.6)$$

где M_0 — масса покоящегося тела, c — скорость света.

До гл. 11 мы будем в хорошем приближении считать, что масса представляет собой постоянную величину, которая не зависит от скорости. Пока мы все время будем иметь дело со скоростями, не превышающими

Ответ 1. Согласно закону сохранения импульса, составляющая импульса по оси y должна остаться равной нулю. Следовательно,

$$0 = (v_A')_y + (v_B')_y + (v_C')_y.$$

ми 1% от скорости света. Даже при скорости 0,01c увеличение массы, согласно формуле (3.6), составит лишь 1/20 000.

Еще одним экспериментальным следствием определения массы, содержащимся в (3.5), является свойство аддитивности. Под этим мы понимаем следующее: если соединить вместе две массы M_B и M_C , то, определив описанным выше путем полную массу M_D , обнаружим, что она численно равна сумме масс M_B и M_C . Свойство аддитивности массы может показаться читателю очевидным. Однако так это или не так, на любую гипотезу следует проверять на опыте. Многие привычные физические величины вовсе не аддитивны, например векторы. Другим примером является сложение объемов. Если смешать литр спирта с литром воды, то общий объем будет заметно меньше 2 л.

Прежде чем переходить к определению силы и обсуждению второго закона Ньютона, покажем на примерах, насколько полезно применять закон сохранения импульса при решении различных задач.

Пример 1. При выстреле из ружья весом 3 кг вылетает пуля, которая весит 10 г (фиг. 33). Ее скорость в момент вылета 600 м/сек. Какова скорость отдачи ружья, если в момент выстрела приклад не был крепко прижат к плечу стрелка?

Суммарный импульс ружья и пули до выстрела был равен нулю. Согласно закону сохранения импульса, алгебраическая сумма импульсов ружья и пули после выстрела также должна быть равна нулю:

$$M_g v'_g + M_b v'_b = 0,$$

где $M_g v'_g$ — импульс ружья, $M_b v'_b$ — импульс пули после выстрела,

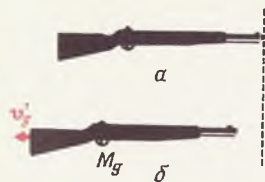
$$v'_g = -\frac{M_b}{M_g} v'_b = -\frac{10}{3 \cdot 10^3} \cdot 6 \cdot 10^4 \text{ см/сек},$$

$$v'_g = -200 \text{ см/сек}.$$

Знак минус показывает, что ружье отскакивает в направлении, противоположном направлению полета пули.

Фиг. 33. Скорость отдачи ружья такова, что сумма импульсов ружья и пули равна нулю.

а — перед выстрелом; б — после выстрела.



Пример 2. В ракете массой 20 т (20 000 кг) 80% ее массы составляет горючее. Какую конечную скорость может сообщить ракете такой запас горючего, если все оно будет выброшено в виде выхлопных газов со средней скоростью 1 км/сек по отношению к Земле? Влиянием земного притяжения и сопротивлением воздуха пренебречь.

Этот пример аналогичен предыдущему. Отдача ракеты соответствует отдаче ружья. А каждую молекулу выходящего газа можно рассматривать как пульку, которой «стреляет» ракета. Полный импульс выхлопных газов равен массе горючего M_f , умноженной на среднюю скорость газа v_f (фиг. 34). Как и в предыдущем примере, в начальный момент полный импульс равен нулю. Следовательно, и в любой момент времени суммарный импульс также равен нулю:

$$P_f' + P_r' = 0,$$

или

$$M_f v_f' + M_r v_r' = 0,$$

где M_r — масса «пустой» ракеты, v_r' — ее конечная скорость. Разрешив это равенство относительно v_r' , найдем

$$v_r' = - \frac{M_f}{M_r} v_f'.$$

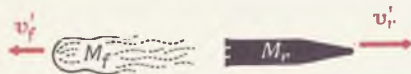
Так как по условию масса горючего в 4 раза больше массы «пустой» ракеты, а $v_f = 1$ км/сек, то

$$v_r' = - 4 \cdot 1 \text{ км/сек}, \text{ или } v_r' = - 4 \text{ км/сек}.$$

Знак минус означает, что ракета движется в направлении, противоположном направлению потока выхлопных газов.

Мы видим, что конечная скорость ракеты может быть сколь угодно большой; для этого надо соответственно увеличить отношение масс горючего и пустой ракеты. Однако следует иметь в виду, что оболочка ракеты должна быть достаточно прочна, чтобы выдержать груз горючего. Это, естественно, ограничивает величину отношения M_f/M_r . Впрочем, это ограничение можно обойти, используя многоступенчатые ракеты. Предположим, что M_r — масса второй ступени ракеты. Пусть снова 80% ее массы составляет горючее. Тогда эта вторая ступень может развить дополнительно скорость $v_r' = 4$ км/сек. Следовательно, конечная ско-

Фиг. 34. Ракета после старта. Выхлопные газы движутся влево со средней скоростью v_f' , а ракета — направо со скоростью v_r' .



Фиг. 35. Ракета до освобождения головного конуса (а) и после срабатывания пружины (б).



рость «пустой» второй ступени будет уже 8 км/сек . А такая скорость как раз необходима, чтобы вывести ракету на орбиту вокруг Земли.

Пример 3. Третья ступень ракеты (фиг. 35) состоит из ракеты-носителя весом 500 кг и головного конуса весом 10 кг . Между ними помещена сжатая пружина. При испытаниях на земле пружина сообщила конусу скорость 51 см/сек по отношению к ракете-носителю. Каковы будут скорости конуса и ракеты, если их отделение произойдет на орбите при движении со скоростью 8 км/сек ?

Пусть $M_A = 500 \text{ кг}$ — масса ракеты-носителя, $M_B = 10 \text{ кг}$ — масса конуса. Полный импульс до момента отделения равен $(M_A + M_B) v_0$. По закону сохранения импульса

$$M_A v_A + M_B v_B = (M_A + M_B) v_0.$$

Далее, из наземных испытаний известно, что

$$v_B - v_A = 51 \text{ см/сек},$$

или

$$v_A = v_B - 51 \text{ см/сек}.$$

Подстановка в уравнение импульсов дает

$$M_A (v_B - 51 \text{ см/сек}) + M_B v_B = (M_A + M_B) v_0,$$

$$v_B = v_0 + \frac{M_A}{M_A + M_B} \cdot 51 \text{ см/сек},$$

$$v_B = 8000,5 \text{ м/сек},$$

$$v_A = (8000,5 - 0,51) \text{ м/сек} = 7999,99 \text{ м/сек}.$$

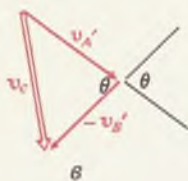
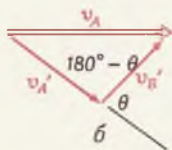
Итак, пружина сообщает головному конусу ракеты дополнительную скорость $0,5 \text{ м/сек}$. При этом скорость ракеты-носителя уменьшается на $0,01 \text{ м/сек}$.

Пример 4. Покажите, что при упругом ударе бильярдных шаров одинаковой массы шар, по которому был сделан удар кием, и шар-мишень после соударения разлетаются под углом 90° , т. е. на фиг. 30 векторы v_A и v_B взаимно перпендикулярны. Под упругим мы подразумеваем такое столкновение, в результате которого величина относительной скорости остается такой же, как и до столкновения.

Нам надо показать, что на фиг. 36,а $\theta = 90^\circ$. Согласно (3.4), $v_A = v_A' + v_B'$. Построим эту сумму векторов (фиг. 36, б). Относительная скорость $v_A - v_B$ до столкновения была равна v_A . После столкновения

Вопрос 2. Если ракета запускается из состояния покоя, то не будут ли выхлопные газы иметь среднюю скорость, равную нулю?

Фиг. 36. Соударение бильярдных шаров.



она равна $v_C = v_A' - v_B'$ (фиг. 36, в). Заметим, что угол между v_A' и v_B' равен исходному углу θ . Поскольку столкновение упругое, $v_C = v_A$ и три стороны треугольника на фиг. 36, в равны трем сторонам треугольника на фиг. 36, б. Следовательно, равны и соответственные углы θ и $180^\circ - \theta$, а именно

$$\theta = 180^\circ - \theta,$$

или

$$2\theta = 180^\circ,$$

$$\theta = 90^\circ.$$

§ 3. Сила

«тяни толкай» в физике

Теперь, когда имеется строгое определение массы и импульса, можно воспользоваться вторым законом Ньютона, чтобы дать определение силе. Первоначальная ньютоновская формулировка второго закона не совпадала с приведенной в начале главы: $F = Ma$. Ньютон утверждал, что сила, действующая на тело с массой M , равна скорости изменения импульса этого тела со временем:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t}, \text{ или } F = \frac{\Delta(Mv)}{\Delta t}, \quad (3.7)$$

где ΔP — изменение импульса тела за малый промежуток времени Δt . При обычных скоростях (гораздо меньше скорости света) массу M можно считать постоянной. Тогда равенство (3.7) можно переписать в виде

$$F = M \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

или

$$F = Ma,$$

так как $\Delta v/\Delta t$ по определению есть ускорение. Конечно, Ньютон не подозревал, что масса растет с увеличением скорости в соответствии с (3.6). Он считал, что произведение массы на ускорение математически всегда должно быть эквивалентно скорости изменения импульса со временем. С точки

Ответ 2. Нет. В этом случае импульс ракеты был бы равен начальной величине, т. е. нулю.

же зрения современной релятивистской механики правильно первоначальное определение силы (3.7). Выражение $F = Ma$ служит очень хорошим приближением, когда мы имеем дело с обычными скоростями. Пока мы занимаемся классической механикой, мы будем продолжать пользоваться приближенным выражением $F = Ma$. Изучение релятивистской механики отложим до гл. 11. Однако ничего предосудительного нет в том, что уже в этой главе, посвященной классической теории, мы забежали несколько вперед, дав строгие определения массы и силы [см. формулы (3.6) и (3.7)], справедливые как в классической, так и в релятивистской механике.

Важно не забывать, что где бы мы ни встретили в этом параграфе символ F , он всегда обозначает *результатирующую* силу, действующую на массу M . Чтобы проверить важность этого утверждения, ответим на несколько вопросов.

Вопрос. Может ли тело оставаться в состоянии покоя, если его толкает внешняя сила?

Да. Может, если существует еще одна внешняя сила, такая, что векторная сумма всех внешних сил обращается в нуль, т. е. $F_{\text{рез}} = 0$.

Вопрос. Если действующая на тело результирующая сила равна нулю, должно ли тело находиться в состоянии покоя?

Нет. Тело может двигаться с постоянной скоростью.

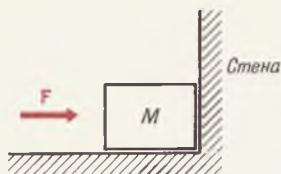
В системе MKS сила измеряется в $\text{кг} \cdot \text{м}/\text{сек}^2$, а в системе CGS — в $\text{г} \cdot \text{см}/\text{сек}^2$. Эти две единицы носят специальные названия — соответственно *ньютон* и *дина*. Сила в 1 *ньютон* сообщает массе в 1 *кг* ускорение $1 \text{ м}/\text{сек}^2$. Коэффициент перехода от ньютона к дина получается следующим образом:

$$1 \text{ ньютон} = \frac{1 \text{ кг} \times 1 \text{ м}}{(1 \text{ сек})^2}.$$

Заменим 1 *кг* равной ему величиной 10^3 г , а 1 *м* — величиной 10^2 см . Тогда получим

Вопрос 3. Правильно или ложно утверждение: если тело не находится в состоянии покоя, то результирующая сила, действующая на тело, не должна быть равна нулю?

Фиг. 37. Брусok, прижатый к неподвижной стенке.



$$1 \text{ ньютон} = \frac{(10^3 \text{ г}) \times (10^2 \text{ см})}{(1 \text{ сек})^2} =$$

$$= 10^5 \frac{(1 \text{ г}) \times (1 \text{ см})}{(1 \text{ сек})^2} = 10^5 \text{ дин.}$$

Сила реакции

Если два тела приведены в соприкосновение друг с другом, например брусок прижат к стене или к плите, то возникают силы реакции. Существует не только сила, действующая на плиту со стороны бруска, но и сила, действующая на брусок со стороны плиты. В конечном счете источником обеих этих сил являются силы отталкивания, действующие между атомами. Если электронные оболочки двух атомов начинают перекрываться, то между ними возникает отталкивание, и чем больше сближаются атомы, тем больше отталкивание. Эта сила отталкивания имеет электромагнитное происхождение и может значительно превосходить гравитационные силы. Если брусок сильнее прижать к плите, то это приведет к большему сближению атомов на поверхности бруска с атомами на поверхности плиты, пока результирующая сила отталкивания не станет равна и противоположна приложенной силе. Мы называем подобные силы отталкивания поверхностей тел *силами реакции*.

Рассмотрим следующий «парадокс». Деревянный брусок с массой M прижимается к твердой неподвижной стене с силой F (фиг. 37). Из второго закона Ньютона вытекает, что его ускорение равно

$$a = \frac{F}{M}.$$

Это, казалось бы, говорит о том, что брусок будет ускоряться и должен начать двигаться. Однако опыт показывает, что он не будет двигаться. В чем здесь дело?

Парадокс исчезает, если вспомнить, что сила F в уравнении $F=Ma$ представляет собой *результатирующую силу*. Если на одно и то же тело с массой M действуют одновременно две силы F_1 и F_2 , то результирующая

Ответ 3. Ложно. Тело может двигаться с постоянной скоростью и в этом случае $F_{\text{рез}}=0$.

сила равна $F_{\text{рез}} = F_1 + F_2$. В нашем примере, кроме приложенной силы F , на брусок действует еще сила F' , с которой на него давит стенка. Результирующая сила $F_{\text{рез}} = F + F'$. По третьему же закону Ньютона сила F' равна и противоположна силе, с которой брусок давит на стенку, т. е. $F' = -F$. Таким образом, $F_{\text{рез}} = F + (-F) = 0$ и второй закон Ньютона дает

$$a = \frac{F_{\text{рез}}}{M} = 0.$$

Прежде чем перейти к дальнейшему изложению, попытаемся проиллюстрировать исключительную простоту и изящество законов Ньютона. Правда, правильное применение этих законов часто оказывается делом очень тонким. Приводимый ниже парадокс должен послужить предостережением неосторожному «мыслителю».

Рассмотрим два бруска с массой M_A и M_B , движущихся по плоской поверхности без трения, как показано на фиг. 38. Сила F приложена к бруску A и через него передается бруску B . По третьему закону Ньютона брусок B должен с равной и противоположной силой ($-F$) воздействовать на брусок A . Если пренебречь трением о плоскость, то результирующая сила, действующая на A , будет равна сумме приложенной силы F и силы реакции $-F$ бруска B . Таким образом, $F_{\text{рез}} = F + (-F) = 0$ и

$$a = \frac{F_{\text{рез}}}{M} = 0.$$

Отсюда следует, что, как бы велика ни была сила F , приложенная к бруску A , он никогда не сдвинется с места.

Ошибка в этих рассуждениях заключается в предположении, что сила F передается через брусок A и, следовательно, приложена также к бруску B . В законах Ньютона, однако, нигде не говорится, что это должно быть так. Поэтому правильнее было бы предположить, что со стороны бруска A на брусок B действует некая произвольная сила F' . В этом случае результи-

Фиг. 38. Два бруска, движущиеся по поверхности без трения.



Вопрос 4. Всегда ли сила, действующая на стену на фиг. 37, равна силе, действующей со стороны стены на брусок?

рующей силой, действующей на брусок B , будет сила F' , а на брусок A — сила $F - F'$. Применение второго закона Ньютона к брускам A и B дает соответственно:

$$F - F' = M_A a,$$

$$F' = M_B a.$$

Складывая эти равенства, получаем

$$F = (M_A + M_B) a \quad \text{и} \quad a = \frac{F}{M_A + M_B}.$$

Заметьте, что этот результат получается просто, если разделить приложенную силу F на общую массу обоих брусков.

Оставшиеся три параграфа этой главы мы посвятим приложениям законов Ньютона. Они дадут читателю некоторое представление о том, как применять эти законы к решению задач механики.

§ 4. Наклонная плоскость

УКРОЩЕНИЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Из опыта известно, что все свободно падающие тела имеют одинаковое ускорение. По второму закону Ньютона сила тяжести, действующая на любое тело с массой M у поверхности Земли, должна быть равна $F_G = Mg$, где $g = 9,8 \text{ м/сек}^2$.

Вопрос. Чему равно ускорение массы M , расположенной на плите?

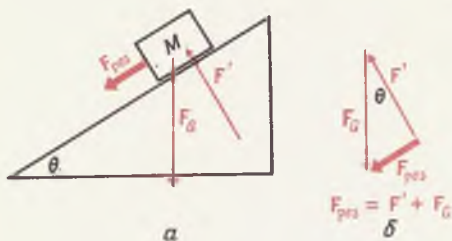
Поскольку скорость массы не меняется, то ее ускорение по определению должно быть равно нулю.

Вопрос. Чему равна результирующая сила, действующая на массу M , которая расположена на плите?

Поскольку ускорение равно нулю, то результирующая сила $F_{\text{рез}} = Ma = M(0) = 0$. Сила реакции плиты F' , действующая на массу, равна и противоположна силе тяжести, давящей на плиту. Результирующая сила $F_{\text{рез}} = F_G - F' = Mg - Mg = 0$. Это справедливо для вертикальных сил даже в том слу-

Ответ 4. Согласно 3-му закону Ньютона это всегда так.

Фиг. 39. Силы, действующие на брусок M , скользящий вниз по наклонной плоскости без трения.



чае, если масса M скользит вдоль плиты без трения. При отсутствии трения не будет и горизонтальной составляющей у силы.

Если мы теперь наклоним плиту без трения, то по-прежнему составляющая вдоль поверхности будет равна нулю; сила реакции плиты, единственная сила, действующая на M , должна быть перпендикулярна поверхности (фиг. 39). Допустим, что угол наклона плиты составляет θ . Чему равно ускорение массы, соскальзывающей по наклонной плоскости?

В этом случае сила F' , т. е. сила реакции наклонной плоскости на тело M , должна быть такой, чтобы $F_{рез}$ была направлена вдоль плоскости. Кроме того, сила F' должна быть перпендикулярна наклонной плоскости. Три вектора, $F_{рез}$, F' и сила тяжести F_G , показаны на фиг. 39. На фиг. 39, б приведена схема сложения этих векторов по правилу многоугольника. Результирующий вектор равен $F_{рез}$. Угол между F' и F_G должен составлять θ , поскольку F' и F_G перпендикулярны соответственно наклонной плоскости и основанию.

Поскольку синус угла равен отношению противолежащего катета к гипотенузе, то, согласно фиг. 39,

$$\sin \theta = \frac{F_{рез}}{F_G}.$$

Подставляя Ma вместо $F_{рез}$ и Mg вместо F_G , получаем

$$\sin \theta = \frac{Ma}{Mg},$$

или

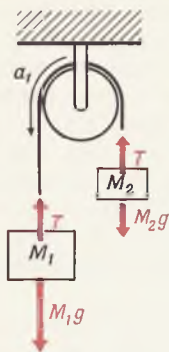
$$a = g \sin \theta.$$

§ 5. Машина Атвуда

ЕЩЕ ОДИН СПОСОБ УПРАВЛЯТЬ СИЛОЙ ТЯЖЕСТИ

Машина Атвуда представляет собой два груза с массой M_1 и M_2 , которые подвешены на легкой нити, перекинутой через неподвиж-

Фиг. 40. Машина Атвуда.



ный блок (фиг. 40). Если бы масса нити была действительно равна нулю, то и результирующая сила, действующая на нить, также должна была бы обратиться в нуль. В противном случае ее ускорение оказалось бы бесконечно большим. Иными словами, если один конец нити тянуть с силой T , то другой конец нужно тянуть с такой же силой T . На фиг. 40 сила T обозначает реакцию нити, действующую на каждую из двух масс M_1 и M_2 . Результирующая сила, действующая на M_1 , равна

$$M_1g - T = M_1a_1. \quad (3.8)$$

На M_2 действует результирующая сила

$$M_2g - T = M_2a_2.$$

Так как длина нити не меняется, то $a_1 = -a_2$ и последнее равенство принимает вид

$$M_2g - T = -M_2a_1,$$

или

$$T = M_2g + M_2a_1.$$

Подставим теперь это выражение для T в (3.8):

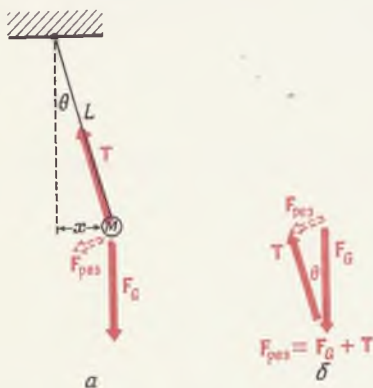
$$M_1g - (M_2g + M_2a_1) = M_1a_1.$$

Разрешая это равенство относительно a_1 , получаем

$$a_1 = \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} g.$$

Вы видите, что, беря достаточно близкие по величине массы, можно сделать ускорение сколь угодно малым. При этом, конечно, надо иметь в виду, что если величина $M_1 - M_2$ окажется очень малой, то массами нити и блока нельзя будет пренебречь.

Фиг. 41. Простой маятник.



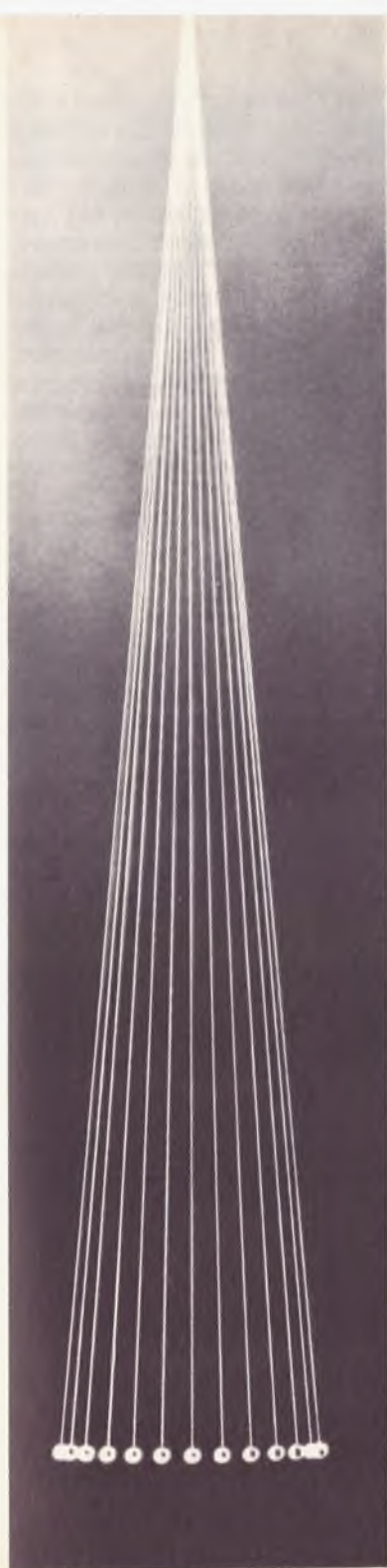
Вопрос 5. Трактор тащит плуг с силой F .

- Должна ли сила со стороны земли на плуг также равняться F ?
- Должна ли сила, с которой плуг тянет трактор назад, иметь ту же величину F ?

§ 6. Простой гармонический маятник

ОБЫЧНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Простой маятник представляет собой небольшой грузик с массой M , подвешенный на нити длиной L . Когда говорят о движении



такого маятника, то всегда предполагают, что его отклонение x гораздо меньше L . Воспользовавшись схемой, изображенной на фиг. 41, найдем ускорение грузика M . На фиг. 41, б приведена схема сложения векторов F_G и T . Их сумма равна $F_{\text{рез}}$. Этот векторный треугольник подобен треугольнику, изображенному на фиг. 41, а: соответствующие стороны этих треугольников параллельны. Следовательно,

$$\frac{F_{\text{рез}}}{F_G} = \frac{x}{L} \quad (\text{в пределе малых } \theta). \quad (3.9)$$

Подставим теперь Ma вместо $F_{\text{рез}}$, а Mg вместо F_G и получим

$$\frac{Ma}{Mg} = \frac{x}{L},$$

или

$$a = -\left(\frac{g}{L}\right)x.$$

Мы вводим знак минус, чтобы не забывать, что a и x направлены в противоположные стороны.

Это первый пример, когда ускорение меняется по величине. Заметьте, что в этом примере ускорение просто связано с отклонением x — оно прямо пропорционально x и всегда направлено противоположно x . Такое движение носит название простого гармонического движения. Характерный признак такого движения — постоянство отношения величины ускорения к величине отклонения:

$$\frac{a}{x} = -K.$$

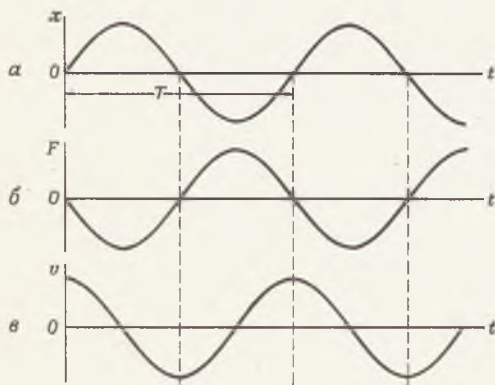
Это соотношение выполняется во многих известных видах движений. Например, упругая сила растянутой пружины обычно пропорциональна ее удлинению x . Это проверенное на опыте свойство пружин получило название закона Гука. Следовательно, груз, подвешенный на конце пружины, должен также совершать простые гармонические ко-



Фиг. 42. Фотография качаний простого маятника, полученная со стробоскопическим освещением.

Фиг. 43. Характеристики простого гармонического колебания.

a — зависимость смещения от t ; время одного полного колебания представляет собой период T ; b — зависимость силы или ускорения от t ; v — зависимость скорости от t .



лебания. Существует множество других примеров таких движений — колебания любой точки звучащей скрипичной струны, колебания небольшого объема воздуха в трубе органа, колебания атома в твердом теле. Причина, по которой огромное число движений в природе представляет собой простое гармоническое движение, заключается в следующем. Независимо от того, как (пусть даже очень сложно) сила зависит от расстояния, пока она, как принято говорить, является гладкой функцией расстояния, ее изменение при достаточно малых отклонениях должно быть прямо пропорционально этому отклонению. Поэтому при малых отклонениях почти всех тел от их положения равновесия выполняется упомянутое выше условие и тело начинает совершать простые гармонические колебания.

Пусть максимальное отклонение грузика равно x_0 . В этом положении возвращающая сила максимальна, она тянет груз к положению равновесия $x=0$, заставляя его проскочить эту точку и дойти до положения $x=-x_0$ (если пренебречь трением). Затем весь процесс повторяется. Время, которое грузик затрачивает на движение из точки $x=x_0$ в точку $x=-x_0$ и обратно, называется полным периодом колебаний T .

На фиг. 43 изображены графики зависимости x , силы F и скорости v от t для тела, совершающего простые гармонические колебания, начавшиеся в точке $x=0$.

Величина T зависит только от отношения a/x . В следующем параграфе мы покажем, что

$$-\frac{a}{x} = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

для простого гармонического движения любого вида. В случае простого гармонического маятника

$$\frac{g}{L} = \frac{4\pi^2}{T^2},$$

или

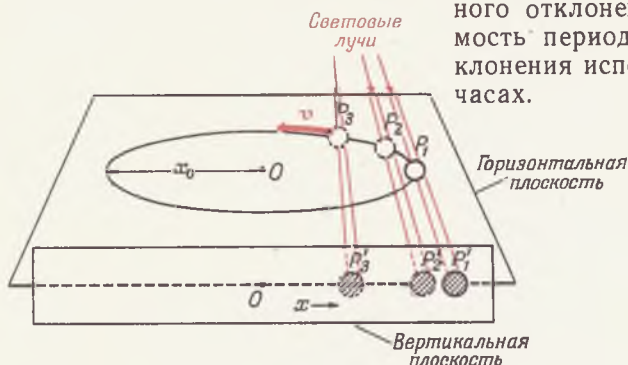
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}.$$

Ответ 5. а) Только в том случае, если плуг движется с постоянной скоростью. Если плуг движется с ускорением, то сила со стороны трактора должна превышать силу со стороны земли.

б) Да. Это прямое следствие третьего закона Ньютона.

Фиг. 44. Исходная окружность.

Проекция положения шара на вертикальную плоскость совершает движение по такому же закону, как и грузик маятника.



Исходная окружность

На фиг. 44 изображена тень шарика, равномерно вращающегося по окружности радиусом x_0 со скоростью v . Покажем, что движениe тени на экране представляет собой простое гармоническое движение, т. е. что отношение a/x остается постоянным при всех значениях x .

Поскольку тень на экране есть не что иное, как вид на окружность сбоку, то движение тени будет представлять собой движение взад и вперед по прямой (вдоль оси x) с максимальным смещением x_0 . Ускорение a тени равно проекции на ось x центростремительного ускорения шарика a_c .

Найдем a , воспользовавшись фиг. 45. На ней изображен вид сверху на исходную окружность (см. фиг. 44). Из подобия треугольников

$$\frac{a}{x} = \frac{a_c}{x_0}$$

Так как $a_c = -(4\pi^2/T^2)x_0$ [см. (2.15)], то

$$\frac{a}{x} = -\frac{\frac{\pi}{T^2} x_0}{x_0},$$

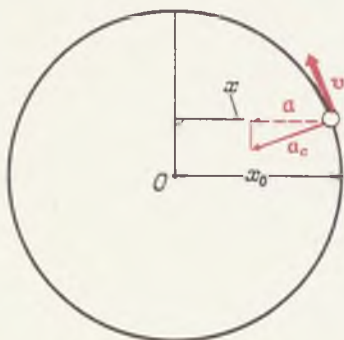
или

$$\frac{a}{x} = -\frac{4\pi^2}{T^2} \quad (3.10)$$

Итак, мы доказали, что ускорение тени, деленное на ее смещение, всегда постоянно и равно $4\pi^2/T^2$, где T — период колебания. Это справедливо для любого вида простого гармонического движения. Отношение a/x всегда равно $4\pi^2/T^2$.

Фиг. 45. Вид сверху на исходную окружность.

Вектор a представляет собой проекцию ускорения грузика a_c на ось x



Пример 1. Через центр нашей планеты из Америки в Австралию просверлен канал. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти, сколько времени понадобится камню, чтобы пролететь по этому каналу через весь земной шар, если действующая на камень сила тяжести меняется по закону $F_g = Mg(r/R)$, где r — расстояние от центра Земли, а $R = 6400$ км — радиус Земли. Согласно второму закону Ньютона,

$$Ma = Mg \frac{r}{R}.$$

Отсюда отношение ускорения к отклонению

$$\frac{a}{r} = \frac{g}{R}.$$

Вы видите, что это отношение не зависит от положения камня, т. е. удовлетворяется условие простого гармонического движения. С другой стороны, величина (g/R) должна быть равна $4\pi^2/T^2$, или

$$\frac{g}{R} = \frac{4}{T^2},$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}},$$

$$T = 5,1 \cdot 10^3 \text{ сек}, \quad T = 85 \text{ мин.}$$

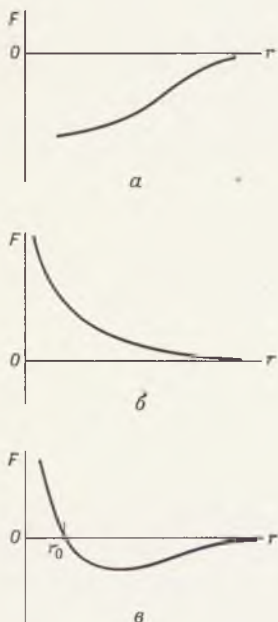
Время «полета» до Австралии составляет половину полного периода, т. е. 42,5 мин.

Рассмотрим теперь поподробнее утверждение, что атомы при смещении из положения равновесия совершают простые гармонические колебания. Рассмотрим молекулу водорода, состоящую из двух атомов водорода, которые удерживают друг друга благодаря взаимному притяжению электронов и протонов. На фиг. 46, а изображена сила притяжения двух атомов водорода в зависимости от расстояния r одного из протонов от центра молекулы. Однако между двумя протонами, кроме того, действует сила отталкивания, изображенная на фиг. 46, б. Сумма этих сил дает результирующую силу, действующую между двумя атомами водорода (фиг. 46, в). Положению равновесия соответствует $r_0 = 4 \cdot 10^{-9}$ см, при котором наклон кривой $\Delta F/\Delta r = -1,1 \cdot 10^6$ дин/см.

Пример 2. Используя приведенные выше данные, вычислим частоту колебания двух атомов в молекуле водорода.

Фиг. 46. Типичная сила, действующая между двумя атомами в молекуле.

Положению равновесия соответствует $r=r_0$, при котором $F=0$; r — расстояние протона от центра молекулы.



Пусть $x=r-r_0$ — смещение относительно положения равновесия. Тогда из наклона кривой при $r=r_0$ в случае малых смещений $F=-1,1 \cdot 10^6 x$ дин. Деля обе части на массу протона ($1,67 \cdot 10^{-24}$ г), получаем $a=-(0,66 \cdot 10^{30}) x$ см/сек².

Отношение $a/x=-4\pi^2/T^2$ равно $0,66 \cdot 10^{30}$ сек⁻². Находя T , получаем $7,74 \cdot 10^{-15}$ сек. Ежесекундно происходит $1/(7,74 \cdot 10^{-15})$, или $1,29 \cdot 10^{14}$ колебаний. Электрически заряженная частица, колеблющаяся с такой частотой, будет испускать электромагнитное излучение такой же частоты. Это — инфракрасное излучение. Если бы частота была в 3,5 раза выше, то излучение представляло бы собой видимый свет. Итак, мы приходим к выводу, что нагретый газообразный водород испускает инфракрасное излучение с частотой $1,29 \cdot 10^{14}$ гц.

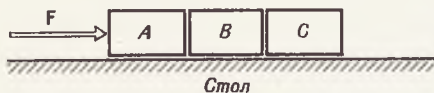
Задачи

1. Могут ли обе силы, о которых говорится в третьем законе Ньютона, действовать на одно тело?
2. Представьте себе, что вы находитесь посредине площадки, на которой отсутствует трение, например на идеальном катке. Как бы вы вышли из такого затруднительного положения?
3. Мальчик едет на велосипеде. Их общая масса равна M . Какая *внешняя* сила ускоряет эту массу? Что за сила (внешняя) тормозит M при остановке? (Давление на педали не является внешней силой в системе мальчик — велосипед.)
4. Пусть сила пропорциональна смещению $F=kx$; в каких единицах выражается k в системе CGS?
5. К трактору цепью прикреплено бревно, которое он тащит с постоянной скоростью 5 км/час с усилием 1000 ньютонов. Сила тяжести, действующая на бревно, составляет $F_G=2000$ ньютонов. Воспользовавшись первым законом Ньютона, определите результирующую силу, действующую на бревно.
6. Укажите, в чем ошибочность следующего рассуждения. Трактор тянет плуг с силой F . По третьему закону Ньютона сила реакции на плуг со стороны почвы равна $-F$. Поскольку сумма этих двух сил равна нулю, плуг не может двигаться.
7. Сила F действует на тело массой M в течение времени t_0 . Насколько увеличился импульс тела?
8. Два бруска, связанные между собой нитью, подвешены, как показано на фиг. 47.
 - а) Какую силу F нужно приложить к верхней нити, чтобы оба бруска оставались в состоянии покоя?

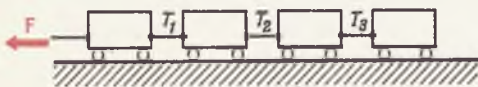
Фиг. 47. К задаче 8.



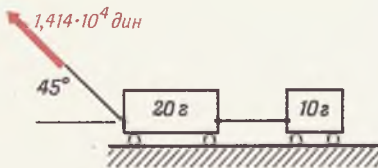
Фиг. 48. К задаче 10.



Фиг. 49. К задаче 13.



Фиг. 50. К задаче 14.



- б) Какую силу нужно приложить к верхней нити, чтобы привести их в движение вверх с ускорением 2 м/сек^2 ? Каково натяжение связывающей нити?

9. Мяч непрерывно подпрыгивает на высоту h без потери энергии.

- а) Совершает ли он простое гармоническое движение?
б) Вычислите формулу для периода колебаний мяча.

10. На три идентичных бруска действует сила, направленная вдоль поверхности плиты без трения (фиг. 48).

- а) Чему равна результирующая сила, действующая на брусок А в вертикальном направлении?
б) Чему равна результирующая сила, действующая на брусок В?
в) Чему равно ускорение бруска С?
г) С какой силой брусок А действует на брусок В?

11. Пуля с массой 5 г , летящая с горизонтальной скоростью 500 см/сек , попадает в деревянный брусок с массой 2 кг , который лежит на гладкой горизонтальной поверхности, и застревает в нем. С какой скоростью будет двигаться брусок вместе с пулей после такого удара?

12. Предположим, что в атоме водорода электрон с массой $9 \cdot 10^{-28} \text{ г}$ вращается вокруг протона по окружности диаметром 10^{-8} см . Сила притяжения составляет 10^{-2} дин . Какова скорость электрона? Сколько оборотов в 1 сек делает электрон?

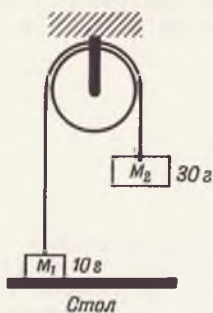
13. Ребенок тащит за веревочку с силой F игрушечный поезд из четырех вагончиков (фиг. 49). Масса каждого вагончика равна M . Выразить натяжение веревочек T_1 , T_2 и T_3 через F и M . Чему равно ускорение (трением следует пренебречь)?

14. Ребенок берет без трения две тележки с силой $1,414 \cdot 10^4 \text{ дин}$, натягивая веревку под углом 45° (фиг. 50). Чему равно ускорение первой тележки (ее масса 20 г)? Каково натяжение нити, связывающей тележки? Каково натяжение веревки, которую держит ребенок? Какая сила действует на первую тележку со стороны пола?

15. Маятник длиной 1 м колеблется на 5 см от положения равновесия.

- а) Какова его скорость при максимальном смещении?

Фиг. 51. К задаче 16.



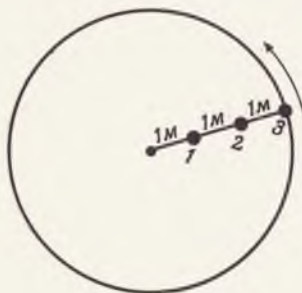
- б) Чему равно в этом случае ускорение?
в) Чему равны ускорение и скорость при прохождении положения равновесия?

16. Грузы M_1 и M_2 подвешены к нити, перекинутой через блок без трения (фиг. 51). Груз M_1 лежит на столе. Какая сила требуется, чтобы удержать M_1 на столе? Чему равно натяжение нити в динах? Чему было бы равно натяжение нити, если бы груз M_1 освободился?

17. Тело массой 500 г установлено на одном краю горизонтальной плоскости без трения. Затем этот край плоскости подняли на $2,5\text{ см}$. Какова будет скорость тела, когда оно достигнет другого края?

18. Мальчик качается на качелях. Максимальное отклонение от положения равновесия 2 м . Максимальное ускорение $0,5\text{ м/сек}^2$. Если ускорение пропорционально отклонению, каков период колебаний?

Фиг. 52. К задаче 20.

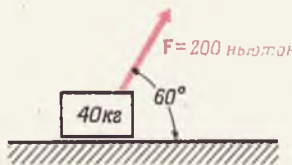


19. Космический корабль массой 10^6 кг поднимается вертикально вверх. Сила тяги его двигателей $2,94 \cdot 10^7\text{ ньютон}$. Чему равно ускорение?

(У к а з а н и е. Результирующая сила, действующая на корабль, не равна тяге.)

20. Мальчик вращает в горизонтальной плоскости (фиг. 52) три шара, привязанные к веревке длиной 1 м (силой тяжести пренебречь). Масса каждого шара 100 г . Каково натяжение всех трех кусков веревки, если внешний шар движется со скоростью 6 м/сек ? Какая веревка разорвется в первую очередь, если вращение ускорить? (Веревки, конечно, одинаковые.)

Фиг. 53. К задаче 22.

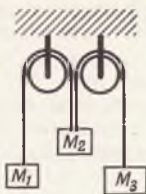


21. Пусть скорость шара на исходной окружности (см. фиг. 44) равна v_0 . Выразите через v_0 и x_0 следующие величины:

- а) максимальное ускорение тени;
б) период колебаний тени;
в) частоту (число колебаний в 1 сек).

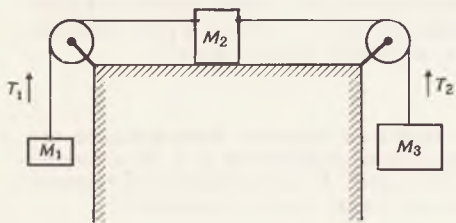
22. Брусок массой 40 кг лежит на поверхности без трения. На него действуют сила тяжести и внешняя сила F , как показано на фиг. 53. Чему равна результирующая сила и как она направлена? Пусть теперь $F = 800\text{ ньютон}$ вместо 200 ньютон . Как изменится величина результирующей силы?

Фиг. 54. К задаче 23.



23. На фиг. 54 изображена «двойная» машина Атвуда. Считая блоки невесомыми и пренебрегая трением, найдите ускорение M_1 . Выразите его через M_1 , M_2 , M_3 и g .

Фиг. 55. К задаче 24.



24. Рассмотрим видоизмененную машину Атвуда (фиг. 55); предположим, что блоки невесомы и лишены трения и что M_2 скользит вдоль поверхности без трения. Пусть T_1 — натяжение левой нити, а T_2 — правой. Предположим, что M_3 тяжелее M_1 .

- Чему равны результирующие силы, действующие на M_1 и M_2 ? (Ответ выразите через M_1 , M_3 , g , T_1 и T_2 .)
- Чему равнялась бы результирующая сила, действующая на M_2 , если бы эту массу мы удерживали на месте рукой? Чему в этом случае равно T_1 ?
- Пусть только M_1 удерживается на месте рукой. Чему равно в этом случае T_1 ?
- Чему равно ускорение свободно движущихся трех масс? (Ответ выразите через массы и g .)

Содержание: 1. Введение 2. Глава 1 3. Глава 2 4. Глава 3 5. Глава 4 6. Глава 5 7. Глава 6 8. Глава 7 9. Глава 8 10. Глава 9 11. Глава 10 12. Глава 11 13. Глава 12 14. Глава 13 15. Глава 14 16. Глава 15 17. Глава 16 18. Глава 17 19. Глава 18 20. Глава 19 21. Глава 20 22. Глава 21 23. Глава 22 24. Глава 23 25. Глава 24 26. Глава 25 27. Глава 26 28. Глава 27 29. Глава 28 30. Глава 29 31. Глава 30 32. Глава 31 33. Глава 32 34. Глава 33 35. Глава 34 36. Глава 35 37. Глава 36 38. Глава 37 39. Глава 38 40. Глава 39 41. Глава 40 42. Глава 41 43. Глава 42 44. Глава 43 45. Глава 44 46. Глава 45 47. Глава 46 48. Глава 47 49. Глава 48 50. Глава 49 51. Глава 50 52. Глава 51 53. Глава 52 54. Глава 53 55. Глава 54 56. Глава 55 57. Глава 56 58. Глава 57 59. Глава 58 60. Глава 59 61. Глава 60 62. Глава 61 63. Глава 62 64. Глава 63 65. Глава 64 66. Глава 65 67. Глава 66 68. Глава 67 69. Глава 68 70. Глава 69 71. Глава 70 72. Глава 71 73. Глава 72 74. Глава 73 75. Глава 74 76. Глава 75 77. Глава 76 78. Глава 77 79. Глава 78 80. Глава 79 81. Глава 80 82. Глава 81 83. Глава 82 84. Глава 83 85. Глава 84 86. Глава 85 87. Глава 86 88. Глава 87 89. Глава 88 90. Глава 89 91. Глава 90 92. Глава 91 93. Глава 92 94. Глава 93 95. Глава 94 96. Глава 95 97. Глава 96 98. Глава 97 99. Глава 98 100. Глава 99 101. Глава 100



ГЛАВА 4

ТЯГОТЕНИЕ

ТЯГОТЕНИЕ § 1. Закон всемирного тяготения Ньютона

источник силы

В гл. 3 мы рассматривали общие свойства сил, не обсуждая их происхождение. Каким образом возникают силы? Согласно современным представлениям, существует всего четыре типа различных сил, перечисленные в табл. 5. В большинстве повседневных приложений физики мы имеем дело с электромагнитными и гравитационными силами. Только при рассмотрении ядерной физики (гл. 15 и 16) нам придется иметь дело с ядерными и слабыми силами. Мы начнем формальное знакомство с гравитационным взаимодействием в этой главе, а с электромагнитным — в гл. 7.

Если верить Ньютону, то к открытию закона всемирного тяготения его привело упавшее на землю яблоко. У Ньютона возникла мысль, что сила, заставляющая падать на землю яблоко, могла бы быть тождественна силе, заставляющей Луну «падать» в направлении Земли. Зная расстояние до Луны и, таким образом, ее скорость, Ньютон рассчитал величину v^2/R для Луны и обнаружил, что она составляет 1/3600 часть от ус-

Таблица 5

Сравнение различных типов сил

Тип сил	Источник сил	Относительная величина (на малых расстояниях)	Радиус действия
Гравитационные	Инертная масса	$\sim 10^{-38}$	Большой
Слабые	Все элементарные частицы	$\sim 10^{-15}$	Малый
Электромагнитные	Все, что несет электрический заряд	$\sim 10^{-2}$	Большой
Ядерные	Протоны, нейтроны, пионы, странные частицы	1	Малый

корения яблока. Он обратил внимание на то, что эта величина равна квадрату отношения расстояний от яблока и Луны до центра Земли. Это навело его на мысль, что сила тяжести меняется обратно пропорционально квадрату расстояния.

Пример 1. Чему равно на Луне ускорение, обусловленное земным притяжением?

Луна — спутник Земли, который находится от нее на расстоянии $R_m = 384\,000\text{ км} = 60 R_e$, где R_e — радиус Земли. Любой предмет на расстоянии $384\,000\text{ км}$ от Земли будет испытывать то же ускорение земного притяжения, что и Луна. Согласно (2.15), ускорение Луны в направлении центра Земли $a_m = (4\pi^2/T_m^2) R_m$; где T_m — время одного полного оборота, равное 27,3 дня. Переводя R_m в метры, а T_m в секунды, получаем $a_m = 2,73 \cdot 10^{-3}\text{ м/сек.}^2$. Отметим, что ускорение спутника, летящего низко над поверхностью Земли, составляет $9,8\text{ м/сек.}^2$, т. е. примерно в 3600 раз больше.

Ньютон был потрясен тем фактом, что 3600 — это отношение квадратов расстояний, т. е. $g/a_m = R_m^2/R_e^2$. Следовательно, в пределах точности наших вычислений ускорение силы тяжести уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния от центра Земли.

В окончательном виде ньютоновский закон всемирного тяготения для силы, действующей между двумя телами с массой M_1 и M_2 , выглядит так:

$$F = G \frac{M_1 M_2}{r^2}, \quad (4.1)$$

где r — расстояние между телами. Постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\text{ ньютон} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$ в системе MKS и $G = 6,67 \cdot 10^{-8}\text{ дин} \cdot \text{см}^2/\text{г}^2$ в системе CGS. Величину G следует определить из опыта. Ньютон оценил константу G , зная объем Земли и предугадывая ее среднюю плотность, а тем самым и массу нашей планеты. Покажем, как можно таким способом определить G . Применим формулу (4.1) к телу массой M , лежащему на земной поверхности. На него действует сила

$$F_G = G \frac{M_e M}{R_e^2}. \quad (4.2)$$

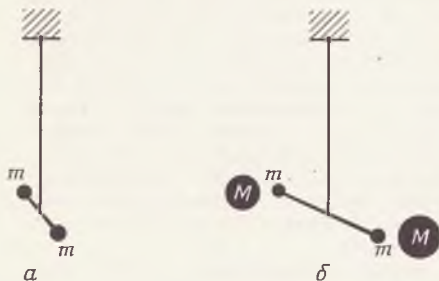
Как указывалось в гл. 2, сила тяжести, действующая на массу M , заставляет ее падать с ускорением $a = g$. Итак, в выражении $F_G = Ma$ величина $a = g$. Таким образом,

Ньютоновский закон всемирного тяготения

Вопрос 1. Если бы яблока в саду Ньютона находилась на высоте 384 000 км, то с каким бы ускорением падало яблоко?

Фиг. 56. Идея эксперимента Кавендиша.

a — два маленьких свинцовых шарика с массой m скреплены горизонтальным стержнем, подвешенным на тонкой кварцевой нити; *b* — две большие свинцовые сферы с массой M поднесены к шарикам m ; гравитационное притяжение между M и m заставляет стержень поворачиваться, закручивая нить; сила, необходимая для закручивания нити, известна из предварительных измерений.



$F_G = Mg$. Подставляя теперь выражения (4.2) для силы тяжести F_G , мы получаем

$$G \frac{M_e M}{R_e^2} = Mg,$$

или, сокращая на M и решая относительно G , найдем

$$G = \frac{g R_e^2}{M_e}, \quad (4.3)$$

где M_e — масса Земли, R_e — ее радиус. Если величина M_e известна, то можно определить и G . И наоборот, зная G из прямых измерений силы, действующей между двумя свинцовыми шариками, можно с помощью (4.3) найти массу Земли:

$$M_e = \frac{g R_e^2}{G}.$$

Впервые прямой опыт по определению G проделал в 1797 г. Генри Кавендиш. Схема его опыта показана на фиг. 56. Теперь мы понимаем, почему его эксперимент назван «взвешиванием Земли», хотя сама Земля не принимала никакого участия в опыте. Больше того, опыт Кавендиша было бы гораздо легче провести при отсутствии земного притяжения.

Пример 2. Какова максимальная сила гравитационного притяжения между двумя свинцовыми шарами с массой 45 кг каждый и диаметром 20 см? Сравнить эту силу с силой притяжения Земли.

Согласно (4.1), сила гравитационного притяжения между свинцовыми шарами равна

$$F = G \left(\frac{M}{R} \right)^2.$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \left(\frac{45}{0,2} \right) \text{ ньютонов} = 3,37 \cdot 10^{-6} \text{ ньютонов}.$$

Эта сила меньше возникающей в большинстве случаев силы трения. Именно поэтому ее можно обнаружить лишь в очень тонком эксперименте, каким и был опыт Кавендиша. Земля притягивает каждый из этих шаров с силой $F_G = Mg = 45 \cdot 9,8 \text{ ньютонов} = 440 \text{ ньютонов}$, т. е. более чем в 100 миллионов раз сильнее их взаимного притяжения.

Ответ 1. С тем же, что и ускорение Луны, которое равно $a_m = g/(60)^2$.

Мы увидим в следующем параграфе, что опыт Кавендиша, помимо определения по

величине G массы Земли, мог бы дать массу Солнца и массы всех планет, имеющих спутники. Для определения массы Солнца необходимо знать величину G , расстояние от Земли до Солнца и время, за которое Земля совершает один оборот вокруг Солнца.

§ 2. Законы Кеплера

индукция

Еще до того, как Ньютон постулировал свой закон всемирного тяготения, Иоганн Кеплер обнаружил, что «запутанное» движение планет Солнечной системы можно было бы описать с помощью трех простых законов. Законы Кеплера укрепили веру в гипотезу Коперника о том, что планеты вращаются вокруг Солнца, а не вокруг Земли.

Утверждать в начале XVII века, что планеты вращаются вокруг Солнца, а не вокруг Земли, было величайшей ересью. Джордано Бруно, открыто защищавший гелиоцентрическую систему Коперника, как еретик, был осужден святой инквизицией и сожжен на костре. Даже великий Галилей, несмотря на довольно тесную дружбу с папой римским, был заточен в тюрьму, осужден инквизицией и вынужден был публично отречься от своих взглядов.

В те времена священными и неприкосновенными считались учения Аристотеля и Птолемея, гласившие, что орбиты планет возникают в результате сложных движений по системе окружностей. Так, для описания орбиты Марса требовалась дюжина или около того окружностей различного диаметра. Иоганн Кеплер поставил задачу «доказать», что Марс и Земля должны обращаться вокруг Солнца. Он пытался найти орбиту простейшей геометрической формы, которая точно соответствовала бы многочисленным измерениям положения планеты. Прошли годы утомительных вычислений, прежде чем Кеплер смог сформулировать три простых

Фиг. 57. Построение эллипса с помощью двух булавок, нити и карандаша.

Точки A и B — фокусы эллипса.



закона, очень точно описывающих движение всех планет. И не только планет, но и их спутников.

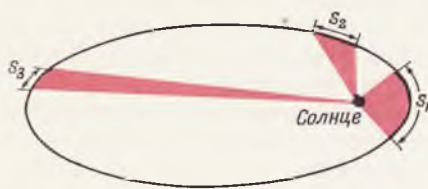
Первый закон Кеплера

Все планеты обращаются по эллиптическим орбитам, в фокусе которых находится Солнце.

Эллипс обладает несколькими характерными геометрическими свойствами. Одним из них можно воспользоваться для построения эллипса с помощью нити, карандаша и двух булавок (фиг. 57). Для этой цели оба конца нити закрепляют в точках A и B . Затем, поместив в точку P карандаш, описывают им эллипс. Точки A и B называются фокусами эллипса. Часто эллипс определяют как кривую, сумма расстояний от любой точки которой до двух фиксированных точек (фокусов) остается постоянной. Эллипс обладает еще одним геометрическим свойством. Прямые AP и BP образуют с касательной к эллипсу в точке P одинаковые углы. Иными словами, луч света или звуковая волна, вышедшие из точки A , обязательно попадут в результате отражения в точку B . На этом принципе основано устройство «шепчущей галереи», какую иногда можно обнаружить в музеях или научных выставках. В такой галерее стены имеют форму эллипса. Два человека, став в фокусах A и B даже на расстоянии 15 м, могут свободно разговаривать друг с другом шепотом, причем другие посетители не услышат ни единого слова.

Фиг. 58. К объяснению второго закона Кеплера.

Закрашенные площади равны; отрезки пути s_1 , s_2 и s_3 планета проходит за равные промежутки времени.



Второй закон Кеплера

Прямая, соединяющая Солнце и какую-либо планету, за равные промежутки времени описывает одинаковую площадь.

Закрашенные участки на фиг. 58 имеют одинаковую площадь. Согласно второму закону Кеплера, планеты должны затрачивать одинаковое время для прохождения любого из отрезков пути s_1 , s_2 и s_3 . Отсюда следует,

Вопрос 2. Чему равно G на поверхности Луны?

Фиг. 59. Спутник связи «Ранняя пташка» в космическом пространстве (по изображении художника).



что, когда Земля ближе всего проходит около Солнца (в начале января), ее скорость максимальна. Из второго закона Кеплера следует также, что зимний период в северном полушарии должен быть короче, чем в южном. В южном полушарии зима начинается в июле, когда Земля наиболее удалена от Солнца.

Третий закон Кеплера

Кубы расстояний двух любых планет от Солнца относятся как квадраты их периодов обращения:

$$\frac{R_1^3}{R_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}, \quad (4.4)$$

где R_1 и T_1 — расстояние и период обращения планеты 1, а R_2 и T_2 — расстояние и период обращения планеты 2. Кеплер установил, что в качестве расстояния R следует брать главную полуось эллипса.

Логический метод, с помощью которого Кеплер вывел эти три закона, носит название индуктивного. В § 3 мы увидим, как Ньютону удалось получить те же законы дедуктивным методом. Ньютон сумел сформулировать законы Кеплера, исходя из закона всемирного тяготения. В этом смысле можно считать, что он объяснил, почему планеты движутся по законам Кеплера.

Пример. На какой высоте должен двигаться спутник «Ранняя пташка»? Этот американский спутник (фиг. 59) неопределенно долго парит над одной и той же точкой земного экватора. А обусловлено это тем, что его период обращения равен периоду обращения Земли. Мы уже знаем, что спутник, летавший на расстоянии примерно 6400 км от центра Земли (первый советский искусственный спутник), имел период обращения $T=5000$ сек.

Для решения поставленной задачи воспользуемся третьим законом Кеплера. Будем считать «планетой» 1 спутник, «скользящий» над поверхностью Земли. Тогда $R_1=6400$ км, $T_1=5 \cdot 10^3$ сек. Нам нужно найти R_2 при условии, что период T_2 равен 1 суткам, или $8,6 \cdot 10^4$ сек. Разрешим (4.4) относительно R_2 :

$$R_2^3 = \frac{T_2^2}{T_1^2} R_1^3.$$

Ответ 2. Тому же самому, что и на поверхности Земли или в любом другом месте. Это универсальная постоянная.

$$R_2 = \sqrt[3]{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2} R_1,$$

$$R_2 = \sqrt[3]{\left(\frac{86}{5}\right)^2} \times 6400 \text{ км},$$

$$R_2 = 47\,000 \text{ км}.$$

Таким образом, спутник, пролетающий над экватором на высоте примерно 40 000 км, будет парить над одной и той же точкой земной поверхности (если, конечно, он вращается в ту же сторону, что и Земля).

Предположим, что в этой задаче нужно найти высоту спутника с периодом обращения 27,5 суток. Проведя те же расчеты, получим, что высота равна 384 000 км. Такова высота «первого» спутника Земли. Имя его — Луна.

Фиг. 60. Орбита первой искусственной планеты.

Для сравнения приведены орбиты Земли и Марса. Все три орбиты представляют собой эллипсы, хотя орбиты Марса и Земли кажутся почти окружностями.



§ 3. Вывод законов Кеплера

ДЕДУКЦИЯ

Примерно 300 лет назад Ньютону удалось дать полный вывод законов Кеплера.

В действительности вычисления Ньютона превосходят математический уровень данной книги. Мы же попробуем дать простое вычисление законов Кеплера, не используя дифференциального исчисления и отправляющееся от ньютоновского закона всемирного тяготения. Рассмотрим сначала частный случай третьего закона Кеплера — случай, когда планеты движутся вокруг Солнца по окружностям. В действительности орбиты всех планет, за исключением Плутона, очень мало отличаются от окружностей, причем Солнце находится в их общем центре. На фиг. 60 дано точное изображение (в соответствующем масштабе) орбит Земли и Марса. Даже самый придирчивый глаз не сумеет отличить орбиты последних от окружностей. Орбита же первой искусственной планеты совершенно явно вытянута.

Мы сравним периоды обращения планет 1 и 2 (фиг. 62). Исходным пунктом, как обычно, будет второй закон Ньютона

$$F_1 = M_1 a_1. \quad (4.5)$$

Поскольку планета 1 движется равномерно по окружности, ее единственным ускорением будет центростремительное ускорение. Воспользуемся на свой страх и риск формулой (2.16) для центростремительного ускорения, которая содержит период T :

$$a_1 = \frac{4\pi^2}{T_1^2} R_1.$$

Подставляя это выражение в (4.5), получаем

$$F_1 = M_1 \left(\frac{4\pi^2}{T_1^2} R_1 \right). \quad (4.6)$$

Каково происхождение силы F_1 ? Конечно, она обусловлена силой тяжести, гравитационным притяжением планеты 1 Солнцем, которое описывается законом всемирного тяготения Ньютона (4.1). Итак, мы можем подставить

$$F_1 = G \frac{M_s M_1}{R_1^2}$$

в левую часть (4.6), что даст

$$G \frac{M_s M_1}{R_1^2} = M_1 \frac{4\pi^2}{T_1^2} R_1. \quad (4.7)$$

Таким образом,

$$\frac{4\pi^2}{T_1^2} R_1 = G \frac{M_s}{R_1^2}$$

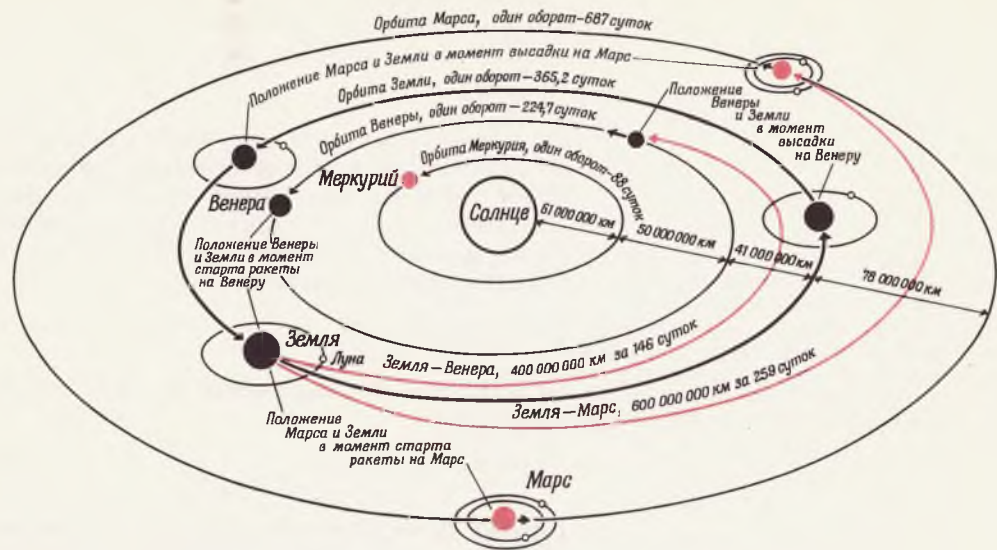
и

$$\frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{GM_s}{4\pi^2}. \quad (4.8)$$

Заметьте, что это равенство не содержит массы планеты 1. Точно такой же расчет можно повторить и для планеты 2, расстояние от которой до Солнца равно R_2 :

$$\frac{R_2^3}{T_2^2} = \frac{GM_s}{4\pi^2}. \quad (4.9)$$

Вопрос 3. Истинно или ложно утверждение: результирующая сила, действующая на Луну, равна сумме центростремительной и гравитационной сил?



Фиг. 61. Предполагаемые траектории космического полета на Марс и Венеру.

Заметьте, что путь космического корабля всегда представляет собой часть эллипса, причем Солнце находится в одном из его фокусов.

Приравнивая левые части выражений (4.8) и (4.9), получаем

$$\frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2}, \quad \text{или} \quad \frac{R_1^3}{R_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}.$$

Это и есть третий закон Кеплера. Вывод его для более общего случая эллиптической орбиты гораздо сложнее, и мы не будем приводить его здесь.

Пример 1. Расстояние от Марса до Солнца на 52% больше расстояния от Земли до Солнца. Какова продолжительность года на Марсе?

Так как

$$\frac{R_{\text{Марс}}}{R_{\text{Земля}}} = 1,52, \quad \text{то} \quad \frac{T_{\text{Марс}}^2}{T_{\text{Земля}}^2} = (1,52)^3$$

и

$$T_{\text{Марс}} = \sqrt{3,5} \cdot T_{\text{Земля}} = 1,87 \text{ года.}$$

Прежде чем перейти к выводу второго закона Кеплера, попытаемся выудить еще кое-какие сведения из формулы (4.8). Эту формулу можно использовать для вычис-

Ответ 3. Ложно. Обе силы представляют собой одно и то же.

ления массы Солнца. Выражая M_s из (4.8), получаем

$$M_s = \frac{4\pi^2 R_1^2}{GT_1^2}, \quad (4.10)$$

где R_1 и T_1 — расстояние и период для любой планеты (например, для Земли). И Кавендиш, и задолго до него уже знали, чему равно T_1 для Земли. Это один год, или $3,15 \cdot 10^7$ сек. Из астрономических наблюдений известно расстояние от Земли до Солнца $R_1 = 1,5 \cdot 10^{13}$ см. Подставляя эти данные в (4.10), получаем $M_s = 2 \cdot 10^{33}$ г.

Вычисления, использованные при выводе (4.10), можно применить к любому спутнику, вращающемуся вокруг центрального тела массы M_s . Следовательно, мы можем применить (4.10) в случае одного из спутников Юпитера, движущегося по орбите радиусом R_1 с периодом T_1 . Конечно, M_s надо заменить массой Юпитера M_j . В этом случае мы получим вместо (4.10)

$$M_j = \frac{4\pi^2 R_1^3}{GT_1^2}. \quad (4.11)$$

Возьмем для наших вычислений спутник Юпитера, называемый Ио. Галилей измерил его период $T_1 = 1,77$ дня $= 1,53 \cdot 10^5$ сек. Расстояние от спутника до Юпитера $R_1 = 4,22 \cdot 10^{10}$ см. Подставляя эти величины в (4.11), получаем

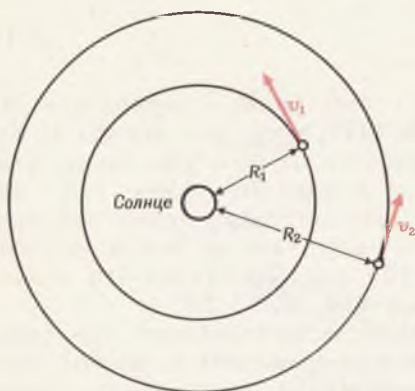
$$M_j = 1,9 \cdot 10^{30} \text{ г.}$$

Эти вычисления демонстрируют могущество ньютоновского закона всемирного тяготения. Пока мы вычислили с его помощью массы Земли, Солнца и планет, имеющих спутники. Мы можем также найти расстояния до всех планет, выразив эти расстояния через расстояние от Земли до Солнца. Для этого надо просто понаблюдать за небом, чтобы установить, за какое время планета совершает один оборот.

Вопрос 4. Истинно или ложно утверждение: если космонавт выключает двигатель, то космический корабль перестает ускоряться?

Пример 2. Чему равно отношение скоростей двух планет на фиг. 62?

Фиг. 62. Движение планет по разным круговым орбитам (к выводу третьего закона Кеплера).



Для ответа лучше использовать формулу $a_1 = v_1^2/R_1$ для центростремительного ускорения. Тогда (4.5) принимает вид

$$F_1 = M_1 \left(\frac{v_1^2}{R_1} \right),$$

$$G \frac{M_s M_1}{R_1^2} = M_1 \frac{v_1^2}{R_1},$$

или

$$v_1^2 R_1 = GM_s.$$

Аналогично,

$$v_2^2 R_2 = GM_s.$$

Приравнивая левые части, получаем

$$v_1^2 R_1 = v_2^2 R_2,$$

или

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}.$$

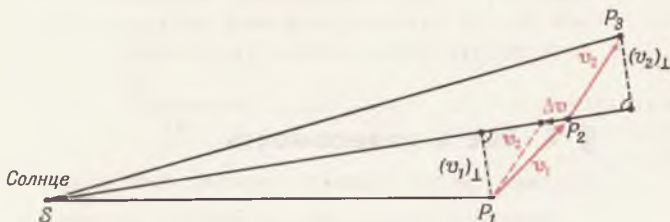
Теперь приведем простой вывод второго закона Кеплера для случая плоской геометрии.

Второй закон Кеплера — закон равных площадей — мы выведем, воспользовавшись фиг. 63. Рассмотрим три близких положения P_1 , P_2 и P_3 планеты на орбите. Будем считать, что планета проходит каждый из отрезков P_1P_2 и P_2P_3 за 1 сек. Тогда расстояние между P_1 и P_2 численно равно скорости v_1 планеты, а P_2P_3 — ее скорости v_2 в следующую секунду. По первому закону Ньютона компонента скорости, перпендикулярная линии SP_2 , должна остаться неизменной, поскольку составляющая силы в этом направлении равна нулю (сила направлена вдоль SP_2 к Солнцу). Иными словами, $(v_1)_\perp = (v_2)_\perp$. Площадь, которую описывает за первую секунду линия, соединяющая планету с Солнцем, — это площадь треугольника SP_1P_2 ; за вторую секунду — площадь треугольника SP_2P_3 . Но оба эти треугольника имеют одно и то же основание SP_2 и одинаковые высоты v_\perp . Поэтому их площади равны. Заметьте, что в этом выводе мы

Ответ 4. Ложно. При выключенном двигателе ускорение равно $a = F_G/M$, где F_G — результирующая гравитационная сила.

Фиг. 63. Последовательные положения P_1 , P_2 и P_3 планеты через 1 сек.

Площадь SP_1P_2 , описываемая за первую секунду, должна быть равна площади SP_2P_3 , описываемой за вторую секунду.



линии, соединяющей оба взаимодействующих тела¹⁾. Таким образом, второй закон Кеплера оказался более общим, чем два других. Он справедлив и для сил, у которых нет зависимости, обратной пропорциональной квадрату расстояния.

Самым трудным является вывод первого закона Кеплера. Обычно для этого пользуются высшей математикой (дифференциальными уравнениями), и вывод оказывается довольно громоздким.

Существует вывод, не использующий дифференциального исчисления. Однако он слишком громоздкий и запутанный, чтобы останавливаться на нем.

Прежде чем закончить этот параграф, рассмотрим ошибку, которую часто делают учащиеся. Мы знаем, что для любой планеты гравитационное притяжение равно и противоположно центробежной силе. Почему же тогда результирующая сила не является векторной суммой обеих и, следовательно, не обращается в нуль? Конечно, если бы результирующая действующих на планету сил равнялась нулю, то согласно первому закону Ньютона планета двигалась бы не по окружности, а вдоль прямой. Как указывалось на стр. 63, центробежная сила — это фиктивная сила, которая возникает только во вращающейся системе отсчета. С другой стороны, как центростремительная, так и

¹⁾ Такие силы независимо от их величины и природы называются *центральными*. — Прим. перев.

гравитационная силы существуют, однако обе они представляют собой одно и то же. Согласно второму закону Ньютона, $F_G = Ma_c$, где F_G — сила, обусловленная тяготением, а a_c — ускорение, вызванное силой F_G (в случае движения по окружности это центростремительное ускорение).

§ 4. Вес и невесомость

ЧЕЛОВЕК ВЕСИТ СТОЛЬКО, СКОЛЬКО ЕМУ КАЖЕТСЯ

Среди преподавателей физики нет единого мнения, как следует определить вес. Мы воспользуемся в этой книге определением, которое имеет смысл с точки зрения физиологии. Согласно нашему определению вес человека — это то, что он измерил бы, взвесив себя на пружинных (типа медицинских) весах.

*Весом тела мы называем силу, с которой тело давит на пол*¹⁾. В некоторых книгах вес тела определяется как гравитационная сила, действующая на тело. Но в этом случае космонавт никогда не был бы в состоянии невесомости. В подобных случаях оба определения несовместимы.

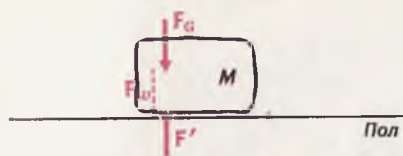
Как бы то ни было, вес тела представляет собой силу и измеряется в *ньютонгах* или *динах*. Физики обычно не измеряют вес в *граммах*, так как это единица измерения массы, а не силы²⁾. Пусть F_w — вес тела с

¹⁾ Это определение не является полным, так как оно не охватывает случая, когда человек находится в плавательном бассейне. Чтобы учесть и такую возможность, мы должны подойти к определению чисто физиологически и сказать, что вес человека пропорционален той силе, с которой жидкость в полукруглых каналах внутреннего уха действует на нервные окончания.

²⁾ Английская система мер в этом отношении особенно запутана. Например, единицей силы в этой системе является *фунт (ф)*, который определяется следующим образом: сила в 1 *ф* сообщает массе в 1 *ф* ускорение 32 *фут/сек*². Одно и то же слово *фунт* используется для обозначения двух совершенно различных понятий! Чтобы избежать путаницы, мы в этой книге не будем пользоваться английской единицей силы.

Фиг. 64. Тело на поверхности земли. Стрелки указывают точки приложения сил.

Жирные стрелки — силы, приложенные к M ; F_w действует на подставку.



массой M . Если тело покоится на поверхности земли (фиг. 64), то величина $F_{рез}$ должна быть равна нулю (здесь мы пренебрегаем слабым эффектом вращения Земли). Величина $F_{рез}$ — это F_G плюс F' — реакция земной поверхности

$$F_{рез} = F_G + F'. \quad (4.12)$$

По третьему закону Ньютона эта реакция всегда в точности равна и противоположна силе, с которой тело M действует на Землю (и которую мы назвали весом F_w). Таким образом,

$$F' = -F_w.$$

Подставляя в (4.12), получаем

$$F_{рез} = F_G - F_w,$$

или

$$F_w = F_G - F_{рез}. \quad (4.13)$$

В нашем случае тело M покоится на поверхности земли и $F_{рез}$ должно быть равно нулю, т. е.

$$F_w = F_G,$$

или

$$F_w = Mg,$$

представляет собой вес тела с массой M , покоящегося на земной поверхности.

Предположим теперь, что опора, на которой лежит тело, движется вниз с ускорением a . Подобное происходит, когда тело M находится в лифте. Тогда $F_{рез} = Ma$ и вес можно найти, подставляя в (4.13) величину

$$F_w = F_G - Ma,$$

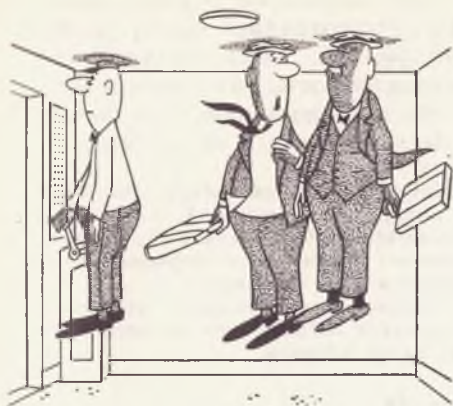
или

$$F_w = M(g - a),$$

если ускорение направлено вниз. Вы видите, что всякий раз, как только лифт начинает двигаться вниз, вес человека уменьшается. Этот эффект ощущается не только внутренним ухом, но и всеми внутренними органами (например, желудком).



Фиг. 65. Пассажиры в состоянии невесомости. Самолет летит вниз с ускорением $a=9,8$ м/сек².

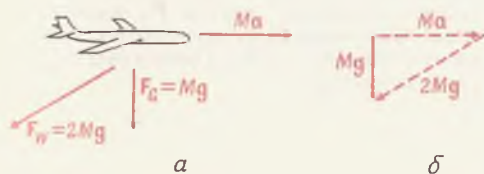


Фиг. 66. Так представляет себе художник-кариканист пассажиров лифта, спускающегося с ускорением, превышающим g .

Если лифт ускоряется вверх, мы должны изменить знак у a . Тогда $F_w = M(g + a)$. Если бы лифт свободно падал, то $a = g$ и, как следует из написанного выше равенства $F_w = -M(g - a)$, вес был бы равен нулю. Это состояние называется состоянием невесомости. Пассажиры лифта выглядели бы тогда подобно испытателям на фиг. 65 или девушке, изображенной на фотографии, открывающей эту главу.

Все предметы в лифте свободно парили бы в воздухе до тех пор, пока кабина не остановится. Из гл. 2 мы знаем, что все спутники и снаряды движутся подобно свободно падающим телам. Поэтому пассажиры межпланетного корабля должны испытывать состояние невесомости, как только будет израсходовано все горючее или выключены двигатели. Им будет нелегко напиться воды, так как вода выльется из стакана и будет плавать в воздухе в виде большой капли. Можно достигнуть состояния невесомости и в обычном самолете. Для этого просто надо вести самолет по параболической траектории, подобной траектории снаряда, летящего с такой же горизонтальной составляющей скорости. Во время такого полета мотор, конечно, должен работать. Его энергия будет затрачиваться на преодоление сопротивления воздуха. При этом пассажиры смогут находиться в состоянии невесомости более 15 сек. Ниже мы приводим выдержку из статьи В. Юнга в журнале «Лайф», в которой описано ощущение невесомости.

Фиг. 67. Самолет движется с таким горизонтальным ускорением, что вес его пассажиров удваивается.



«Свободный полет в состоянии невесомости придает легкость не только телу, но и духу. Вспоминаю, как нелепо я ухмылялся, глядя на соседей, когда мне открылся этот новый мир. Трудно было понять, где «верх», а где «низ». Когда самолет начал очередной, третий раз маневрировать, мне ничего не стоило, энергично оттолкнувшись от пола носками ног, «проплыть» через всю кабину самолета. Когда я достиг противоположной стенки кабины, майор Браун поймал меня прямо в воздухе, иначе я влетел бы в кабину пилотов. Хотя он крепко ухватился за неподвижную деталь оборудования кабины, все же, чтобы остановить меня, ему потребовалось немалое усилие, ибо невесомость не уничтожает импульса тела. Оттолкнувшись от его руки, я легко взлетел к потолку».

Если бы лифт опускался с ускорением, превышающим g , то создалась бы ситуация, показанная на фиг. 66. Здесь, правда, есть некая неправдоподобность: пассажиры чувствовали бы себя гораздо лучше, если бы они на потолке стояли ногами, а не головой.

Пример 1. Допустим, что пассажиры самолетов не испытывают неприятных ощущений, если только их вес не увеличивается более чем вдвое ($F_w = 2 Mg$). Какое максимальное ускорение в горизонтальной плоскости допускается этим условием?

Пусть a — искомое максимальное ускорение. Кресло самолета всегда воздействует на пассажира с силой ($-F_w$). Таким образом,

$$F_{\text{рез}} = F_G - F_w = Ma,$$

$$F_G = Ma + F_w.$$

Значения F_w и F_G равны соответственно $2 Mg$ и Mg . Однако направлены они по-разному: F_G — вниз, а Ma — горизонтально. Эти два вектора складываются, как показано на фиг. 67. По теореме Пифагора

$$Ma = \sqrt{(2Mg)^2 - (Mg)^2}, \quad a = \sqrt{3} g.$$

Пример 2. Вагонетки аттракциона «Американские горы» (фиг. 68) развивают максимальную скорость $v = \sqrt{4gR}$, где R — радиус углубления. Каким будет вес пассажиров на дне углубления?

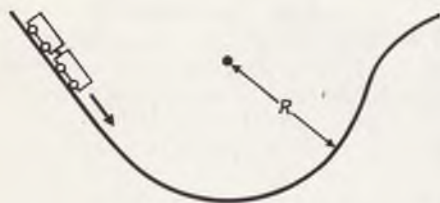
Вес можно найти, вычислив $F_{\text{рез}}$ и подставив результат в (4.13). $F_{\text{рез}}$ можно найти из второго закона Ньютона $F_{\text{рез}} = Ma$. Чему равно a : сумме g и центростремительного ускорения или просто центростремительному ускорению? Хотя сила тяжести и может влиять на движение, ускорение определяется как скорость изменения скорости и, как было видно из фиг. 20, равно v^2/R . Подставляя $v = \sqrt{4gR}$ в это выражение, мы получаем

$$a = \frac{(\sqrt{4gR})^2}{R} = 4g.$$

Следовательно, $F_{\text{рез}} = 4 Mg$ и направлена вверх.

Вектор $-F_{\text{рез}}$ имеет длину $4 Mg$ и направлен вниз. К нему следует прибавить вектор F_G длиной Mg и направленный также вниз. В этом случае вес, согласно (4.13), равен $4 Mg + Mg = 5 Mg$. Пассажиры будут ощущать пятикратный вес.

Фиг. 68. Скатывание вагонеток.



§ 5. Гравитационная масса

ЧТО УСКОРЯЕТСЯ?

В этой книге мы используем термины *масса* и *инертная масса* на равных основаниях. В гл. 3 мы видели, что массу (или инертную массу) тела можно определить, прикладывая к нему силу и измеряя соответствующее ускорение. Отношение $F_{\text{рез}}/a$ и есть инертная масса предмета. Но нет никаких априорных оснований, по которым гравитационная сила, действующая на тело, была бы пропорциональна инертной массе. Насколько мы знаем, она точно так же могла бы быть пропорциональна числу нейтронов в теле. В действительности число нейтронов в атоме пропорционально массе атома. Однако водород, как газообразный, так и жидкий, не содержит нейтронов и, следовательно, сила тяжести не должна была бы действовать на водород. Жидкий водород был бы невесомым. Однако если поставить опыт и измерить гравитационную силу, действующую на водород (или что-либо еще), то мы обнаружим в пределах ошибок измерений, что гравитационная сила пропорциональна инертной массе предмета. Подобное не имеет места в случае электростатических сил. Здесь $F = Q_1 Q_2 / r^2$ представляет собой силу, которая действует между телами 1 и 2, а Q_1 и Q_2 — электрические заряды этих тел. Таким образом, предметы с большой массой могут иметь маленький электрический заряд, и наоборот.

Ньютоновский закон всемирного тяготения можно было бы записать в более общем виде:

$$F = G \frac{Q_1 Q_2}{r^2},$$

где Q_1 и Q_2 — гравитационные заряды тел 1 и 2 (которые не надо путать с электрическими зарядами). Теперь все дело в экспериментальной проверке: будет ли Q всегда пропорционально M , каким бы ни было тело? Нам хотелось бы подчеркнуть, что не существует априорной причины, по которой гра-

витационный заряд (называемый также гравитационной массой) должен был бы быть пропорционален инертной массе. Более того, если гравитационная и инертная массы оказались бы в точности одинаковы, мы открыли бы новый фундаментальный физический закон, подобный закону сохранения импульса или законам Ньютона. Отношение гравитационной и инертной масс было недавно измерено с высокой точностью для самых разнообразных элементов и оказалось для всех веществ одинаковым в пределах точности эксперимента, которая достигала 10^{-10} . По этой причине считается, что гравитационная и инертная массы тождественны. Этот основной постулат является отправной точкой общей теории относительности Эйнштейна. Эквивалентность гравитационной и инертной масс называется *принципом эквивалентности*; о нем говорится более детально в гл. 11.

Пример. Покажите, каким образом точные измерения периода колебаний простого гармонического маятника зависят от отношения гравитационной и инертной масс.

Пусть Q_e — гравитационная масса Земли, а Q_A — гравитационная масса грузика маятника, который сделан из вещества A . Тогда гравитационная сила, действующая на грузик, равна

$$F_G = G \frac{Q_e Q_A}{R_e^2}.$$

Величина GQ_e/R_e^2 представляет собой физическую константу, которая зависит от размеров Земли. Обозначим ее через g_0 :

$$g_0 = G \frac{Q_e}{R_e^2}.$$

Тогда

$$F_G = g_0 Q_A.$$

Согласно формуле (3.9), в вычислении периода простого гармонического маятника

$$\frac{F_{\text{рез}}}{F_G} = \frac{x}{L}.$$

или

$$\frac{(M_A a)}{(g_0 Q_A)} = \frac{x}{L}.$$

Вопрос 5. Истинно или ложно утверждение: если человек не ускоряется, то он должен быть в состоянии невесомости?

так что

$$\frac{a}{x} = \frac{Q_A}{M_A} \frac{g_0}{L}.$$

При простом гармоническом движении эта постоянная должна быть равна $4\pi^2/T^2$ (см. стр. 93). Таким образом,

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{Q_A}{M_A} \frac{g_0}{L},$$

или

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_0}} \sqrt{\frac{M_A}{Q_A}}.$$

Если отношение M_A/Q_A меняется от вещества к веществу, то изменение вещества грузика должно сопровождаться изменением периода колебаний.

Согласно принципу эквивалентности, испытывающая ускорение лаборатория математически эквивалентна покоящейся, но находящейся в эквивалентном поле силы тяжести. Одно из следствий принципа эквивалентности состоит в том, что нельзя установить результирующую гравитационную силу, действующую на Солнечную систему. Насколько нам известно, могут существовать гигантские удаленные массы (столь далекие, что их трудно обнаружить), оказывающие гравитационное притяжение на наш ограниченный участок Вселенной. Согласно принципу эквивалентности, все ограниченные тела «падали» бы, находясь в условиях невесомости, в направлении этих удаленных масс с одинаковым ускорением и мы не обнаружили бы вообще никаких локальных эффектов. Мы не могли бы почувствовать, «падаем» мы или нет, и зарегистрировать ускорение относительно окружающих нас предметов. Наша ограниченная система казалась бы нам инерциальной системой отсчета, в то время как с точки зрения наблюдателя, находящегося на удаленных массах, мы двигались бы с ускорением. В этом смысле старое определение веса как результирующей гравитационной силы, действующей на предмет, стало бы бессмысленным. Дело в том, что для определения точного значения

Ответ 5. Ложно. Человек, находящийся на планете, может не иметь ускорения, но он будет иметь вес, равный той силе тяжести, с которой планета действует на него.

результатирующей гравитационной силы, действующей на предмет, нам надо было бы учесть наличие всего вещества во Вселенной, даже если бы мы не могли его обнаружить. Дальнейшие следствия принципа эквивалентности будут обсуждаться в гл. 11. Основное, что нам хотелось бы сейчас подчеркнуть, это то, что согласно этому принципу мы не можем до конца понять утверждение $F = ma$ или силы тяжести, не учитывая влияния всего вещества во Вселенной.

Задачи

1. Можно ли провести опыт Кавендиша по «взвешиванию Земли» на Марсе? Получится ли такой же результат?
2. Можем ли мы, исходя из третьего закона Кеплера, сравнить периоды обращения Луны и Земли? Можно ли сравнить периоды обращения Луны и спутника Юпитера? Можно ли сравнить периоды обращения всех спутников Юпитера?
3. Какова размерность G в системе MKS?
4. Лифт начинает двигаться вверх с начальным ускорением 5 м/сек^2 .
 - а) Что произойдет с кажущимся весом пассажиров (увеличится, уменьшится, останется прежним)?
 - б) Что произойдет с периодом колебаний маятника в таком лифте (увеличится, уменьшится, останется прежним)?
 - в) Когда лифт достигает скорости 10 м/сек , он продолжает двигаться с такой постоянной скоростью. Что произойдет с кажущимся весом пассажиров в этом случае по сравнению с их весом в состоянии покоя (увеличится, уменьшится, останется прежним)?
5. Если бы диаметр Земли был вдвое меньше, то ее масса составляла бы $\frac{1}{8}$ часть настоящей массы. Какова была бы величина g на такой уменьшенной вдвое Земле?
6. Если бы масса Луны была вдвое больше, а вращалась бы она на той же орбите, каков был бы период ее обращения?
7. Масса Луны составляет $0,012$ от массы Земли. Ее диаметр в 4 раза меньше диаметра Земли. Чему равна величина g на Луне?

8. Лифт начинает движение с ускорением 5 м/сек^2 . Сколько будет весить человек в таком лифте, если его масса 60 кг ? Лифт, поднимаясь, развил постоянную скорость 10 м/сек . Каков при этом вес человека? Сколько будет весить человек, если трос оборвется?

9. Человек весом 600 ньютон входит в лифт на 50-м этаже 100-этажного здания и встает на весы. Когда лифт начинает двигаться, человек видит, что весы показывают 720 ньютон в течение 5 сек , затем 600 ньютон в течение 20 сек и 480 ньютон в течение 5 сек , после чего лифт останавливается на одном из конечных пунктов.

- Куда двигался лифт — вверх или вниз?
- Какова высота здания (подобный метод может использовать космонавт, чтобы узнать, какое расстояние прошел космический корабль)?

10. Каков вес человека в космическом корабле из задачи 19 гл. 3 (стр. 97)? Обычная масса его 60 кг .

11. Человек массой 50 кг начал спускаться вниз, скользая по веревке. Его ускорение $1/7 g$.

- Каков кажущийся вес человека?
- Каково натяжение веревки?

12. Газеты писали, что собака на втором советском искусственном спутнике находилась в состоянии невесомости. Однако наблюдения показали, что спутник во время полета вращался. Предположим, что это вращение происходит с периодом 10 сек , а собака находится на расстоянии 245 см от оси вращения. Каков вес собаки в этих условиях по сравнению с ее нормальным весом?

13. Ракета, в которой находилась мышь массой $0,1 \text{ кг}$, стартует вертикально вверх. Когда она достигает высоты 50 км и скорости 980 м/сек , горючее кончается. Какой будет теперь масса мыши?

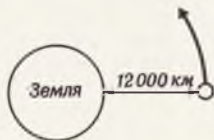
14. Новый спутник движется на расстоянии двух земных радиусов ($12\,600 \text{ км}$) над поверхностью Земли (фиг. 69).

- Найдите период обращения нового спутника из условия, что период спутника, летящего на небольшой высоте, равен 90 мин .
- Чему равно центростремительное ускорение нового спутника в единицах g ?
- Чему равно центростремительное ускорение Луны в единицах g (расстояние до Луны равно 60 земным радиусам)?

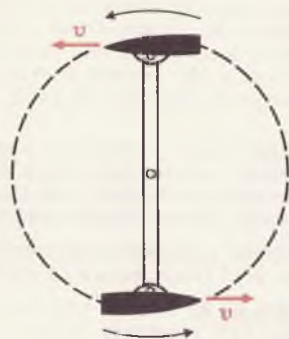
15. Расстояние между центрами двух одинаковых шаров равно 1 м . Сила их гравитационного притяжения равна 1 ньютон . Каковы их массы?

16. В некоторой точке пространства между Землей и Луной сила тяжести, обусловленная действием обеих планет, равна нулю. Где находится эта точка? Рас-

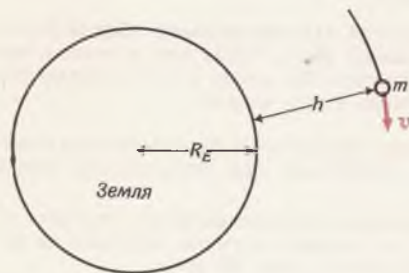
Фиг. 69. К задаче 14.



Фиг. 70. К задаче 17.



Фиг. 71. К задаче 22.



стояние от Земли до Луны равно 384 000 км, масса Луны составляет 1,2% от массы Земли. В романе Жюль Верн «Из пушки на Луну» сказано, что пассажиры снаряда испытали состояние невесомости, лишь пролетая через эту точку. Объясните, почему это неверно.

17. В этой задаче мы сделаем расчет аттракциона, в котором желающие могут испытать состояние невесомости в течение короткого промежутка времени. Две «ракеты» укреплены на 20-метровых штангах и вращаются в вертикальной плоскости со скоростью v (фиг. 70). Какова должна быть величина этой скорости, чтобы пассажиры стали невесомыми, в верхнем положении «ракеты»? Чему будет равен их вес в нижнем положении «ракеты»?

18. Вычислите величину g на расстоянии 100 км от поверхности Земли.

19. Зная величину G и расстояние от Земли до Солнца (150 млн. км), рассчитайте массу Солнца.

20. Покажите, зная расстояние от Юпитера до одного из его спутников и период обращения последнего, как найти массу Юпитера.

21. Какова скорость v спутника Земли, вращающегося по круговой орбите, если последняя удалена от земной поверхности на расстояние h ? Выразите v через радиус Земли R , g (ускорение силы тяжести на поверхности Земли). Увеличивается или уменьшается скорость спутника при его «торможении» в плотных слоях атмосферы?

22. Спутник движется по круговой орбите на высоте h над поверхностью Земли (фиг. 71).

- Выразите гравитационную силу через h и другие подходящие величины.
- Чему равна центростремительная сила?
- Чему равна результирующая сила?
- Выразите скорость v через G , M_e , R_e и h .
- Если h уменьшается, то что происходит со скоростью (увеличивается или уменьшается)?

23. Если бы скорость Луны удвоилась, причем Луна продолжала бы движение по круговой орбите, то каков был бы радиус этой орбиты? Найдите новый период обращения.

24. Найдите силу притяжения к Земле тела с массой 1 кг, находящегося в месте расположения Луны. Как будет притягивать Солнце это тело, находящееся в месте расположения Луны? Расстояние от Луны до Солнца 150 млн. км, от Земли до Луны — 384 тыс. км. Эту задачу легко решить, не зная ни G , ни масс Земли и Солнца.



ГЛАВА 5

МОМЕНТ
КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ
И ЭНЕРГИЯ

МОМЕНТ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ И ЭНЕРГИЯ

Существует несколько основных законов природы, имеющих математическую форму законов сохранения. Закон сохранения гласит, что в замкнутой системе некая физическая величина (например, полный импульс или энергия) всегда остается постоянной (или сохраняется).

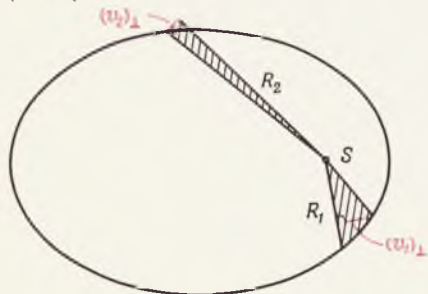
Под замкнутой системой мы понимаем систему частиц, не подверженную никакому внешнему воздействию. На нее не должны действовать внешние силы. Однако это не накладывает никаких ограничений на внутренние силы. Частицы могут взаимодействовать между собой любым способом. Законы сохранения, которые мы будем изучать в этой главе, все считаются точными законами. До сих пор не было обнаружено никаких отклонений от этих законов. С одним из законов сохранения — законом сохранения импульса — мы уже познакомились в гл. 3. Теперь рассмотрим тесно связанный с ним закон сохранения момента количества движения.

§ 1. Закон сохранения момента количества движения

ВЕЧНОЕ ВРАЩЕНИЕ

В конце предыдущей главы мы отметили, что вывод закона равных площадей вовсе не связан с ньютоновским законом всемирного тяготения. Действительно, закон равных площадей — это частный случай более общего закона сохранения момента количества движения. Посмотрите на фиг. 72. Заштрихованные треугольники представляют собой площади, которые описываются за 1 сек прямой, соединяющей планету с Солнцем.

Фиг. 72. Заштрихованные «треугольники» представляют собой площади, которые описывает за 1 сек прямая, соединяющая планету с Солнцем, при двух положениях планеты.



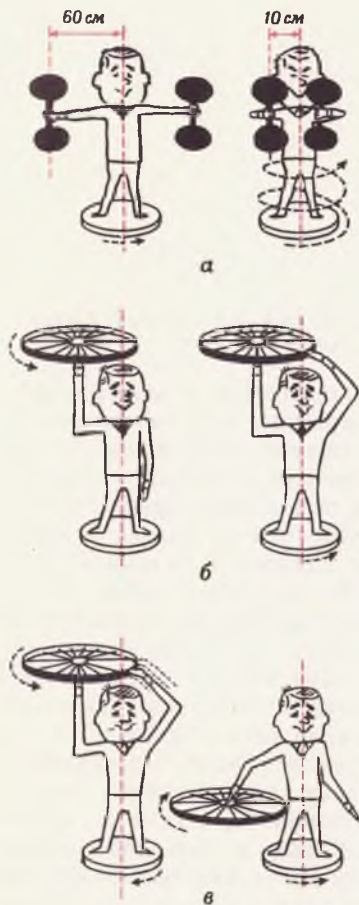
Площади этих треугольников соответственно равны $\frac{1}{2}R_1(v_1)_\perp$ и $\frac{1}{2}R_2(v_2)_\perp$, где v_\perp — составляющая v , перпендикулярная R .

Таким образом,

$$R_1 \cdot M(v_1)_\perp = R_2 \cdot M(v_2)_\perp$$

Величина $M(v_1)_\perp$ — это составляющая им-

Фиг. 73. Демонстрация закона сохранения момента количества движения. а — опыт с гантелями; б — спортсмен держит крутящееся колесо, а затем останавливает его; в — спортсмен раскручивает колесо, а затем переворачивает его



пульса $(P_1)_\perp$, перпендикулярная линии R_1 . Следовательно,

$$R_1 \cdot (P_1)_\perp = R_2 \cdot (P_2)_\perp. \quad (5.1)$$

Величина $R \cdot P_\perp$ называется моментом количества движения. Равенство (5.1) гласит, что величина $R \cdot P_\perp$ остается постоянной независимо от положения планеты на орбите. Иными словами, полный момент количества движения Солнечной системы сохраняется (он никогда не уменьшается и не увеличивается). Это утверждение справедливо независимо от того, измеряется расстояние R от Солнца или от какой-нибудь другой точки пространства, ускорение которой равно нулю. Закон сохранения момента количества движения утверждает, что полный момент количества движения любой замкнутой системы должен всегда оставаться неизменным. Этот закон выполняется независимо от характера взаимодействия частиц системы между собой. Он хорошо проверялся, и не было обнаружено ни одного отклонения от него.

Пример. Спортсмен легкого веса, стоя на столике, который может вращаться вокруг вертикальной оси¹⁾, держит в разведенных руках две тяжелые гантели (фиг. 73). Его подталкивали, пока он не начал вращаться со скоростью один оборот в секунду. Затем спортсмен согнул руки, прижав гантели к груди. Что произойдет?

Допустим, что гантели первоначально находились на расстоянии 60 см от оси вращения, а потом — на расстоянии 10 см. Пренебрежем моментом количества движения самого спортсмена по сравнению с моментом количества движения гантелей.

Начальная скорость гантелей $v_1 = 2\pi R_1 / T_1$, где $R_1 = 60$ см, $T_1 = 1$ сек. Полный начальный момент количества движения равен

$$2R_1 M v_1 = 4\pi M \frac{R_1^2}{T_1},$$

где M — масса каждой гантели. Когда руки согнуты, то полный момент количества движения равен

$$2R_2 M v_2 = 4\pi M \frac{R_2^2}{T_2}.$$

Вопрос 1. Должно ли $R_1 (P_1)_\perp$ для планеты 1 равняться $R_2 (P_2)_\perp$ для планеты 2?

¹⁾ Такое устройство носит название скамьи Жуковского. — Прим. перев.

По закону сохранения момента количества движения эти два выражения должны быть равны между собой; таким образом,

$$\frac{R_1^2}{T_1} = \frac{R_2^2}{T_2},$$

$$T_2 = \frac{R_2^2}{R_1^2} T_1,$$

$$T_2 = \frac{100}{3600} \cdot 1 \text{ сек.},$$

$$T_2 = \frac{1}{36} \text{ сек.}$$

Итак, согнув руки, спортсмен начнет вращаться со скоростью 36 оборотов в 1 сек.

Еще одна классическая демонстрация с использованием вращающейся подставки — спортсмен с вращающимся велосипедным колесом (утяжеленным свинцовым ободом). Находящемуся в покое спортсмену вручают вращающееся велосипедное колесо и просят держать его над головой и, касаясь рукой обода, остановить вращение (фиг. 73, б). Поскольку момент количества движения никакими ухищрениями не может быть передан земле, спортсмен придет во вращение и приобретет момент количества движения, первоначально имевшийся у колеса.

В другой демонстрации покоящийся спортсмен начинает раскручивать колесо, держа его над головой. При этом он, конечно, начинает вращаться в противоположном направлении с тем же моментом количества движения, но направленным в противоположную сторону. Затем спортсмена просят перевернуть колесо. Выполняя просьбу, он резко затормозит вращение и начнет вращаться в противоположном направлении по отношению к первоначальному вращению. При этом его собственный момент количества движения будет равен по величине моменту колеса и направлен в противоположную сторону (полный момент количества движения должен оставаться равным на-

Ответ 1. Нет. Остается постоянным момент количества движения *одной и той же* планеты. У различных планет и моменты различные.

чальному значению, которое было равно нулю). Если теперь спортсмен остановит колесо, касаясь обода, он сам придет в исходное состояние покоя.

§ 2. Центр масс

ВЗВЕШЕННОЕ СРЕДНЕЕ ЗНАЧЕНИЕ

На фиг. 74 изображено движение замкнутой системы. Она представляет собой летящий разводной гаечный ключ. Сумма внешних сил, действующих на него, равна нулю. Заметьте, момент количества движения ключа не меняется; ключ вращается с постоянной скоростью вокруг точки, которую мы обозначили черным крестиком.

Покажем, что эта особая точка, не участвующая во вращении при отсутствии внешних сил, представляет собой центр масс. Координата x центра масс системы N частиц определяется следующим образом:

$$x_c = \frac{M_1 x_1 + M_2 x_2 + \dots + M_N x_N}{M}, \quad (5.2)$$

где M — полная масса всех частиц, x_1 — проекция на ось x расстояния до первой частицы R_1 . Скорость центра масс мы получим, разделив обе части этого равенства на t . Тогда

$$\begin{aligned} \frac{x_c}{t} &= \frac{M_1 \frac{x_1}{t} + M_2 \frac{x_2}{t} + \dots + M_N \frac{x_N}{t}}{M}, \\ (v_c)_x &= \frac{M_1 (v_1)_x + M_2 (v_2)_x + \dots + M_N (v_N)_x}{M} = \\ &= \frac{(P_1)_x + (P_2)_x + \dots + (P_N)_x}{M} = \frac{P_x}{M}, \end{aligned}$$

где P_x — проекция на ось x полного импульса системы. Согласно закону сохранения импульса, составляющие P_x , P_y и P_z при отсутствии внешних сил должны оставаться неизменными. Отсюда следует, что независимо от того, вращается система или нет, все три составляющие скорости центра масс

Вопрос 2. Что произойдет со спортсменом на вращающейся подставке, если ему вручат вращающееся колесо, которое он затем переворачивает «вверх ногами»?



Фиг. 74. Свободно летящий разводной гаечный ключ.

Действующая на ключ результирующая сила равна нулю. Ключ равномерно вращается вокруг центра масс, который помечен черным крестиком.

должны быть постоянными. А это в свою очередь означает, что при отсутствии внешних сил центр масс движется по прямой. При свободном движении с вращением в отсутствие внешних сил центр масс твердого тела (типа разводного ключа), в соответствии с определением этого понятия, не вращается и не ускоряется. Вот почему твердые тела и системы частиц всегда вращаются вокруг своего центра масс. Согласно закону сохранения момента количества движения, Земля неизменно вращается вокруг своего центра масс с постоянной скоростью. Мы пренебрегаем действием внешних сил, таких, как силы, вызывающие приливы и отливы.

Пример. Масса Луны составляет 1,2% от массы Земли. Расстояние от Земли до Луны 384 000 км. Где расположен центр масс системы Земля — Луна?

Измерим координату x от центра Земли по направлению к Луне. Формула (5.2) запишется в виде

$$x_c = \frac{M_e x_e + M_m x_m}{M_e + M_m},$$

где $x_e = 0$ — координата Земли, $x_m = 384\,000$ км — координата Луны;

$$x_c = \frac{M_m}{M_e + M_m} x_m,$$

$$x_c = \frac{0,012}{1,012} \times 384\,000 \text{ км},$$

$x_c \approx 4600$ км от центра Земли.

Ответ 2. Спортсмен начнет вращаться в направлении первоначального вращения колеса с удвоенным моментом количества движения.

Земля и Луна должны вращаться относительно этой точки, делая один оборот за месяц. Таким образом, Земля совершает один оборот в месяц относительно некоторой точки, расположенной внутри земного шара.

Фиг. 75. Монета будет вращаться, даже если векторная сумма сил F_1 и F_2 равна нулю.



§ 3. Статика¹⁾

КАК ИЗБЕЖАТЬ ВРАЩЕНИЯ

Мы видели, что полный импульс и момент количества движения системы будут оставаться неизменными, если на систему не действуют внешние силы. Выясним теперь, возможны ли случаи, когда внешние силы приложены, а импульс и момент количества движения все же не меняются. На этот вопрос нужно ответить утвердительно. Вспомните пример прижатого к стене бруска на стр. 86. На него действовали две силы, сумма которых была равна нулю. Как следует из законов Ньютона, если векторная сумма всех внешних сил равна нулю, то импульс системы остается неизменным. Если начальный импульс твердого тела равен нулю, то он будет оставаться равным нулю при условии, что векторная сумма всех внешних сил обращается в нуль.

А что можно сказать о вращательном движении? Известно, что монету можно заставить вращаться, приложив к ней равные и противоположно направленные силы F_1 и F_2 , как показано на фиг. 75. Хотя при этом векторная сумма обеих сил равна нулю, момент количества движения монеты не остается постоянным; он равен произведению длины некоего отрезка на составляющую импульса, перпендикулярную направлению этого отрезка. Так как скорость изменения импульса равна силе, то можно показать, что скорость изменения момента количества движения равна произведению длины упомянутого отрезка на перпендикулярную ему составляющую скорости изменения импульса, т. е. на составляющую силы. Величина $R \cdot F_{\perp}$ (расстояние, умноженное на перпендикулярную составляющую силы) носит название *момента силы* (или *вращательного момента*). Скорость изменения момента количества движения равна моменту силы.

¹⁾ Этот параграф при желании можно опустить. Его материал не связан с дальнейшим изложением.

Момент силы, вызывающий вращение в направлении против часовой стрелки, считается положительным; момент, вызывающий вращение в обратную сторону, — отрицательным. Таким образом, условие постоянства момента количества движения твердого тела состоит в том, чтобы сумма моментов сил обращалась в нуль. Говорят, что твердое тело находится в статическом равновесии, если силы, действующие на него, таковы, что оно остается в покое. Итак, существуют два условия статического равновесия¹⁾.

Условие I. Сумма моментов должна быть равна нулю.

Условие II. Векторная сумма сил должна быть равна нулю.

Если к твердому телу приложены три внешние силы (скажем, в точках R_1 , R_2 и R_3), то приведенные условия запишутся в виде

$$R_1 \cdot (F_1)_\perp + R_2 \cdot (F_2)_\perp + R_3 \cdot (F_3)_\perp = 0,$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = 0.$$

Расстояния R_1 , R_2 и R_3 могут измеряться от произвольной точки.

Пример 1. Семья качается на качелях. Отец весит 70 кг, мать — 50 кг. Они находятся на противоположных концах 6-метровой доски. В каком месте им нужно посадить ребенка (вес которого 25 кг), чтобы доска уравнилась (фиг. 76)?

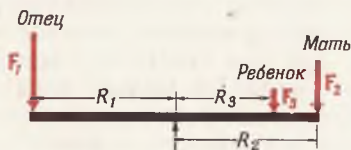
Пусть F_1 , F_2 и F_3 — вес отца, матери и ребенка соответственно. Будем измерять моменты сил относительно точки опоры. Отец создает момент $R_1 F_1$, направленный против часовой стрелки ($R_1 = 3$ м); мать и ребенок — отрицательные моменты: $-R_2 F_2$ и $-R_3 F_3$, направленные по часовой стрелке ($R_2 = 3$ м, а расстояние R_3 нужно определить). Согласно условию I,

$$R_1 F_1 - R_2 F_2 - R_3 F_3 = 0.$$

Разрешив это равенство относительно R_3 , получим

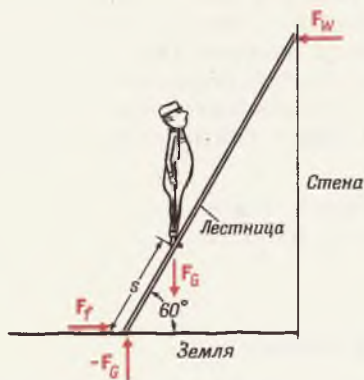
¹⁾ Как показано выше, условие I непосредственно следует из законов Ньютона. Это вовсе не самостоятельный закон природы, как утверждается в ряде курсов физики.

Фиг. 76. Семья на качелях.



Вопрос 3. Если все силы лежат в одной плоскости, то сколько уравнений дают условия I и II?

Фиг. 77. Силы, действующие на лестницу со стороны человека, стены и земли.



$$R_3 = \frac{R_1 M_1 g - R_2 M_2 g}{M_3 g}$$

$$R_3 = \frac{3 \cdot 70 - 3 \cdot 50}{25} = 2,4 \text{ м.}$$

Пример 2. Лестница длиной $L = 4$ м приставлена к стене без трения, как показано на фиг. 77. Максимальная сила трения между лестницей и полом $F_f = 200$ ньютон. На какую высоту может подняться по лестнице человек весом 600 ньютон, прежде чем лестница начнет скользить? Весом лестницы по сравнению с весом человека пренебречь.

Пусть s — положение человека на лестнице. Будем измерять моменты сил относительно точки опоры лестницы о пол. Учтем два момента: положительный, обусловленный реакцией стены F_w , и отрицательный, вызванный весом F_G человека. Компоненты F_w и F_G , перпендикулярные лестнице, равны соответственно $(\sqrt{3}/2) F_w$ и $F_G/2$. Согласно условию I, сумма этих моментов равна

$$L \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} F_w \right) - s \cdot \frac{F_G}{2} = 0,$$

$$s = \frac{\sqrt{3} F_w}{F_G} L.$$

Условие II требует, чтобы сумма горизонтальных сил, действующих на лестницу, была равна нулю, т. е. $F_f = F_w$. Отсюда

$$s = \frac{\sqrt{3} F_f}{F_G} L = \sqrt{3} \cdot \frac{200}{600} \cdot 4 = 2,3 \text{ м.}$$

В задачах статики иногда возникает необходимость найти две или три силы или расстояния. Условия I и II дают три независимых уравнения, которых достаточно для нахождения трех неизвестных величин. Решение такой задачи обычно упрощается, если вычислять вращательные моменты относительно точки, к которой приложена одна или несколько сил.

§ 4. Энергия

ДЖОУЛИ И ЭРГИ

Энергия в системе MKS определяется следующим образом: телу сообщается единица энергии, если сила в 1 ньютон воздей-

Ответ 3. Три. Условие II дает два уравнения, по одному для каждой составляющей силы.

ствует на него на расстоянии 1 м в направлении действия силы. Энергия в этой системе измеряется в $\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{сек}^2$. Так же как и в случае силы, единица энергии получила специальное название — *джоуль* (*дж*). В системе CGS единица энергии называется *эргом*. Сила в 1 *дин*, действующая на тело на расстоянии 1 *см*, сообщает ему энергию в 1 *эрг*. Легко найти связь между *джоулем* и *эргом*:

$$\begin{aligned} 1 \text{ дж} &= 1 \text{ ньютон} \times 1 \text{ м} = \\ &= 10^5 \text{ дин} \times 10^2 \text{ см} = \\ &= 10^7 \text{ эрг.} \end{aligned}$$

Кинетическая энергия

Рассмотрим такой идеализированный случай: тело с массой M свободно «парит» в космическом пространстве. Пусть в некоторый момент времени к телу прикладывается сила F . Согласно второму закону Ньютона, тело сразу же начнет двигаться с ускорением $a = F/M$. Согласно формуле (2.11), тело, пройдя расстояние s , приобретет скорость v :

$$v^2 = 2as,$$

или

$$v^2 = 2 \left(\frac{F}{M} \right) s$$

и

$$\frac{1}{2} Mv^2 = Fs.$$

Вы видите, что величина $\frac{1}{2} Mv^2$ численно равна сообщенной телу энергии.

Половина произведения массы тела на квадрат его скорости называется *кинетической энергией* ($E_{\text{кин}}$) этого тела:

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{2} Mv^2.$$

Если тело имело начальную скорость v_0 , то согласно (2.11),

$$v^2 - v_0^2 = 2as = 2 \left(\frac{F}{M} \right) s,$$

— Определение кинетической энергии

Вопрос 4. Может ли кинетическая энергия быть отрицательной?

или

$$\frac{1}{2} Mv^2 - \frac{1}{2} Mv_0^2 = F \cdot s.$$

В этом случае вся энергия $F \cdot s$, сообщенная телу, идет на увеличение его кинетической энергии. Эта энергия, сообщенная телу с массой M , служит мерой работы, произведенной над телом внешней силой. «Работа» — это просто другое слово для обозначения энергии, сообщенной телу внешним агентом или силой. Итак, мы видим, что в идеальном случае вся произведенная над телом работа проявляется в виде кинетической энергии тела.

§ 5. Потенциальная энергия

ПОТЕНЦИАЛЬНО ВОЗМОЖНАЯ ЭНЕРГИЯ

Мы увидим, что понятие потенциальной энергии имеет буквальный смысл. Прежде всего рассмотрим случай, когда тело с массой M находилось на поверхности земли, а затем под действием приложенной силы $F = -F_G$ стало медленно подниматься на высоту h . Произведенная работа равна

$$W = F \cdot h,$$

или

$$W = Mgh.$$

Кинетическая энергия тела в данном случае не изменилась. Куда же девалась энергия Mgh ? Эта энергия превратилась в потенциальную, способную в свою очередь перейти в кинетическую энергию. Таков ответ на поставленный вопрос. Чтобы перевести ее в кинетическую энергию, надо позволить телу падать. Когда тело пролетит вниз путь h , то его скорость достигнет величины, определяемой соотношением $v^2 = 2gh$. Давайте вычислим его кинетическую энергию:

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{2} Mv^2 = \frac{1}{2} M(2gh) = Mgh.$$

Ответ 4. Нет, ибо и масса, и v^2 всегда положительны.

Мы видим, что затраченная ранее работа

($W = Mgh$) может быть снова превращена в кинетическую энергию.

Определение. Энергия, запасенная телом M благодаря положению его массы, называется его потенциальной энергией U .

Согласно другому определению, потенциальная энергия — это работа, которую нужно совершить над телом M , чтобы переместить его в направлении, противоположном направлению действия «консервативной» силы. Под консервативными мы будем понимать силы, которые зависят только от положения тела. В приведенном выше примере $U = Mgh$. Всякий раз, когда тело оказывается на высоте h , его потенциальную энергию можно превратить в кинетическую, позволив ему падать вниз. Потенциальная энергия — это, буквально, потенциально возможная энергия.

Заметьте, что для того, чтобы медленно перемещать тело в горизонтальной плоскости, не требуется вообще никакой силы (если пренебречь силой трения). Поэтому при движении тела по горизонтали никакой работы не производится. Если тело с массой M поднимают на высоту h по самому замысловатому пути, то вертикальная составляющая силы производит работу Mgh , работа же горизонтальной составляющей равна нулю. Следовательно, работа по подъему тела с массой M на высоту h равна Mgh независимо от формы пройденного пути.

Тело приобретает потенциальную энергию всякий раз, когда на него воздействует сила F_c , зависящая только от его положения.

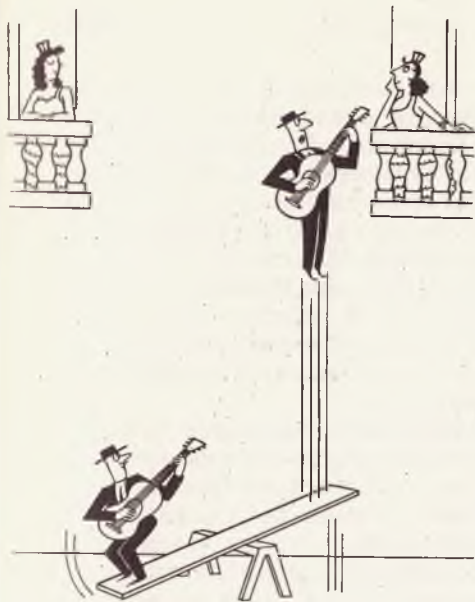
Подобная сила называется *консервативной*. Сила сопротивления воздуха, которая зависит от скорости, не является консервативной. Наиболее общее определение потенциальной энергии дается выражением

Определение потенциальной энергии

$$\Delta U = -F_c \Delta s \cos \theta, \quad (5.3)$$

где θ — угол между направлением F_c и перемещением Δs . Если первоначально покоившееся тело начинает двигаться, то сила F_c переместит его на расстояние Δs в направлении своего действия, и в соответствии со

Вопрос 5. Если две массы привести в более тесное соприкосновение, не увеличится ли их гравитационная потенциальная энергия?



Фиг. 78. Пример сохранения энергии. Величина $(\frac{1}{2}Mv^2 + Mgh)$ остается неизменной.

знаком минус в (5.3), потенциальная энергия тела уменьшится. По мере того как сила ускоряет тело, его кинетическая энергия соответственно увеличивается. В следующем параграфе мы покажем, что прирост кинетической энергии должен быть в точности равен уменьшению потенциальной.

§ 6. Закон сохранения энергии

УМЕНЬШЕНИЕ РАВНО УВЕЛИЧЕНИЮ

Рассмотрим замкнутую систему из двух частиц с массой m и M . В общем случае между частицами действует сила F_c . Действительно, все тела (включая даже свет) состоят из элементарных частиц. Между любыми двумя элементарными частицами действуют либо электрические, либо гравитационные силы (если частицы подойдут друг к другу ближе чем на 10^{-12} см, то благодаря сильному и (или) слабому взаимодействию могут появиться дополнительные короткодействующие силы). Подсчитаем увеличение кинетической энергии наших двух свободно движущихся тел. Рассмотрим массу m и для простоты будем считать, что она движется в том же направлении, в каком на нее со стороны тела M действует сила. Ускорение массы m , после того как она пройдет путь Δs , будет равно $a = F_c/m$. Используя (2.11), согласно которому $a = (v^2 - v_0^2)/2\Delta s$, мы получаем

$$\frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta s} = \frac{F_c}{m},$$

или

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = F_c \Delta s.$$

Но, согласно (5.3), правая часть равна $-\Delta U$; следовательно,

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -(U - U_0),$$

Ответ. 5. Нет. В этом случае $F_c = F_G$ — силе тяжести, и Δs направлено одинаково с F_c . Следовательно, произведение $F_c \Delta s \cos \theta$ в (5.3) положительно.

Закон сохранения механической энергии

или

$$\frac{1}{2} mv^2 + U = \frac{1}{2} mv_0^2 + U_0. \quad (5.4)$$

Мы видим, что увеличение кинетической энергии в точности равно уменьшению потенциальной. Иной способ выражения этого закона: сумма кинетической и потенциальной энергий остается постоянной, что бы ни происходило с частицей. То же справедливо и для второй частицы M . Если имеется 3 или большее число частиц, аналогичные рассуждения приведут нас к выводу, что сумма полной кинетической и полной потенциальной энергий системы остается постоянной, если нет внешних сил.

Эти слова передают содержание того, что мы называем *законом сохранения энергии*. Он представляет собой исключительно важное соотношение. Каким бы сложным ни было движение частиц, если мы знаем в какой-то момент времени положения всех частиц, то это позволит нам найти их полную кинетическую энергию, поскольку потенциальная энергия зависит только от расположения частиц. Приводимый ниже пример показывает, как можно определить кинетическую энергию или скорость тела, не зная уравнений, которыми описывается его движение.

Пример. Грузик маятника M (фиг. 79) отвели в сторону (до горизонтального положения нити), а затем отпустили. Если длина нити равна L , то какова скорость грузика и какова сила натяжения нити в тот момент, когда нить проходит через вертикальное положение?

Начальные условия: $v_0=0$ и $U_0=MgL$. Когда нить достигает вертикального положения и грузик тем самым опускается на высоту L , в этом положении $U=0$. Из формулы (5.3) легко найти скорость v грузика в низшем положении

$$\frac{1}{2} Mv^2 + 0 = 0 + MgL,$$

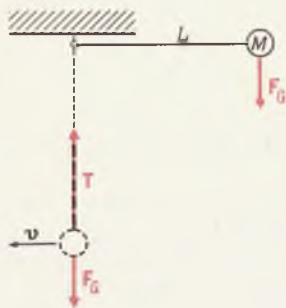
или

$$v^2 = 2g L,$$

$$v = \sqrt{2gL}.$$

(5.5)

Фиг. 79. Маятник, отпущенный в горизонтальном положении.



Пусть T — сила натяжения нити. Тогда результирующая сила, действующая на грузик, равна

$$F_{\text{рез}} = T - F_G = Ma_c,$$

где $a_c = v^2/L$ — центростремительное ускорение грузика.

Поскольку $F_G = Mg$, то $T - Mg = M(v^2/L)$. Подставим в правую часть значение v^2 , даваемое (5.4):

$$T - Mg = M \left(\frac{2gL}{L} \right),$$

$$T = 3Mg.$$

Определим теперь полную механическую энергию как сумму кинетической и потенциальной энергий. Мы будем обозначать ее символом W . Таким образом,

$$W = (E_{\text{кин}})_{\text{полн}} + U_{\text{полн}}.$$

Закон сохранения энергии имеет вид

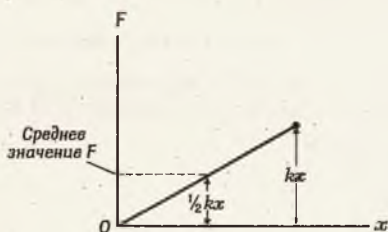
$$W_1 = W_2$$

для двух любых моментов t_1 и t_2 при отсутствии внешних сил.

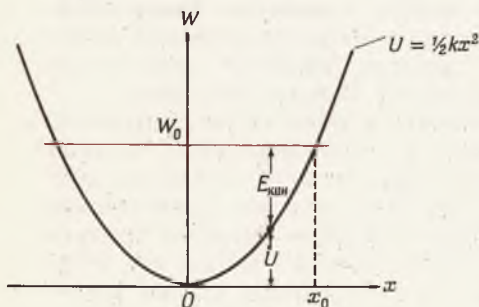
До сих пор наше рассмотрение ограничивалось только случаем консервативных сил. Однако с микроскопической точки зрения (т. е. учитывая наличие элементарных частиц) все силы будут консервативными, поскольку всего имеется четыре типа сил (электрические, гравитационные, сильные и слабые), и все они консервативны. Сопротивление воздуха станет консервативной силой, если мы в явном виде будем учитывать потенциальную и кинетическую энергии каждой молекулы воздуха. Таким образом, с микроскопической точки зрения закон сохранения энергии является совершенно общим и применим ко всем явлениям.

Однако иногда удобно не рассматривать кинетическую и потенциальную энергии каждой из молекул воздуха. Тогда мы сможем свалить в одну кучу все кинетические и потенциальные энергии молекул воздуха и назвать с утилитарных позиций эту энергию хаотически движущихся частиц *тепловой энергией*.

Фиг. 80. Зависимость силы, необходимой для растяжения пружины, от ее длины.



Фиг. 81. График потенциальной энергии U пружины, растянутой на длину x_0 .



Этот макроскопический подход к закону сохранения энергии рассматривается в § 10 настоящей главы.

§ 7. Кривые потенциальной энергии

КРАСНОРЕЧИВЕЕ ТЫСЯЧИ СЛОВ

Вычислим и изобразим на графике потенциальную энергию массы m , прикрепленной к концу пружины.

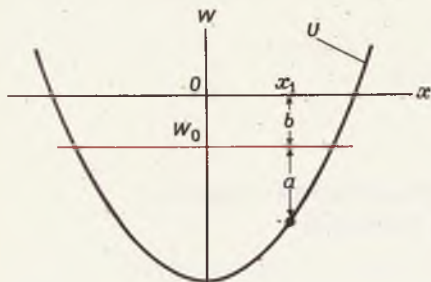
Согласно закону Гука, $F_c = -kx$. Константа k называется *упругой постоянной* пружины. Согласно определению потенциальной энергии U , она равна работе по растяжению этой пружины, умноженной на длину пружины x . По мере растяжения пружины сила F постепенно растет от нуля до kx . Произведенная работа равна величине силы F , усредненной по расстоянию x , умноженной на x . Зависимость F от x изображена на фиг. 80. Мы видим, что ее среднее значение на расстоянии x равно $kx/2$. Следовательно, работа, или потенциальная энергия, пружины равна

$$U = \frac{1}{2} kx^2.$$

Предположим, что масса m , прикрепленная к пружине, растягивает (или сжимает) пружину до длины x_0 . В этом случае масса m совершает работу $W = kx_0^2/2$. Эта работа запасается в форме потенциальной энергии $U = kx_0^2/2$. Если мы в отсутствие трения освободим пружину, груз m начнет совершать простые гармонические колебания вверх и вниз. По мере уменьшения x по сравнению с максимальным значением x_0 потенциальная энергия уменьшается, а кинетическая увеличивается.

Так как энергия $E_{\text{кин}} + U$ в замкнутой системе всегда остается постоянной, то величину $E_{\text{кин}}$ можно просто получить, воспользовавшись так называемой кривой потенциальной энергии. На фиг. 81 изображена зависимость U от x для случая растяжения

Фиг. 82. График потенциальной энергии (фиг. 81) со смещенным началом отсчета по шкале энергий.



пружины. Красная линия, помеченная $W_0 = kx_0^2/2$, соответствует энергии пружины, растянутой на длину x_0 . Согласно закону сохранения энергии,

$$E_{\text{кин}} + U = W_0,$$

или

$$E_{\text{кин}} = W_0 - U = \left\{ \begin{array}{l} \text{Ордината} \\ \text{красной} \\ \text{линии} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Ордината} \\ \text{параболы} \end{array} \right\},$$

откуда следует, что расстояние по вертикали от кривой потенциальной энергии до красной линии должно соответствовать кинетической энергии при данном значении x .

Заметьте, что эта величина плюс U (расстояние от кривой до оси x) равна W_0 — полной энергии системы, которая и должна сохраняться. Таким образом, пользуясь кривой потенциальной энергии, можно мгновенно определять $E_{\text{кин}}$ для любой точки x . Метод кривых потенциальной энергии окажется для нас чрезвычайно полезным в следующих главах, где мы встретимся с более сложными силами, чем сила натяжения пружины.

Действительно, во всех задачах мы сталкиваемся лишь с разностью потенциальных энергий. Следовательно, нулевой уровень, от которого отсчитывается энергия, — произволен. Это легко показать, изменив уровень нулевой энергии на фиг. 81 и оставив все остальное по-прежнему (фиг. 82). Найдем теперь кинетическую энергию в точке $x = x_1$. Правило осталось прежним; надо просто измерить расстояние по вертикали от кривой до красной линии. На фиг. 82 этот отрезок обозначен a . Заметим, что расстояние по вертикальной оси не зависит от выбора положения нуля. В данном случае нуль выбран с таким расчетом, чтобы и потенциальная энергия и даже полная энергия были отрицательными. Если a и b — положительные числа, то потенциальная энергия в точке $x = x_1$ равна

$$U = -(a + b),$$

а полная энергия

$$W_0 = -b.$$

Вопрос 6. Если начало отсчета по оси энергий на фиг. 81 выбрать так, чтобы красная линия стала новой осью x , то какой была бы величина полной энергии?

Для проверки вычислим разность

$$W_0 - U = -b - [- (a + b)] = a,$$

т. е. совпадает с кинетической энергией, как и должно быть.

§ 8. Потенциальная энергия силы тяжести

РАБОТА, НЕОБХОДИМАЯ, ЧТОБЫ ПОКИНУТЬ ЗЕМЛЮ

До сих пор мы говорили о потенциальной энергии растянутой пружины ($U = kx^2/2$) или тела с массой m , поднятого на высоту h над поверхностью Земли ($U = mgh$). Рассмотрим теперь более общий случай, когда тело удаляется на большое расстояние от нашей планеты. В этом случае сила тяжести F_G будет уменьшаться обратно пропорционально квадрату расстояния от центра Земли: $F_G = GM_e m/r^2$, где M_e — масса Земли. Давайте вычислим работу, которую нужно совершить для перемещения тела с массой m из точки R (радиус Земли) в точку r (расстояние измеряется от центра Земли). Такой расчет уже не так прост, как прежние, ибо сила здесь не постоянна, а меняется равномерно с расстоянием, как в случае пружины.

Поэтому мы принуждены разбить весь путь от точки R до точки r на большое число малых интервалов, таких, чтобы в каждом из них силу F_G можно было считать почти постоянной. При этом мы можем вычислить работу на каждом из таких участков пути. Полная работа, которую нужно совершить на всем пути, равна сумме элементарных работ. В начале первого участка сила F_G равна $GM_e m/R^2$, а в конце его $GM_e m/r_1^2$ (фиг. 83). Эти две величины почти одинаковы. Возьмем для удобства вычислений их среднее значение $F_G = GM_e m/Rr_1$. Работа на этом участке равна

$$W_1 = F_G (r_1 - R) = \frac{GM_e m}{Rr_1} (r_1 - R).$$

Ответ 6. Равной нулю.

Фиг. 83. Чтобы вычислить работу по поднятию некоторой массы с Земли, нужно разбить расстояние $(r-R)$ на маленькие отрезки.



или

$$W_1 = GM_e m \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_1} \right).$$

На втором участке средняя сила будет

$$F_G = \frac{GM_e m}{r_1 r_2},$$

а

$$W_2 = \frac{GM_e m}{r_1 r_2} (r_2 - r_1) = GM_e m \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Подобным же образом на третьем участке работа

$$W_3 = GM_e m \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right).$$

Сложим теперь работы, которые нужно совершить на этих трех участках:

$$\begin{aligned} W_1 + W_2 + W_3 &= GM_e m \left[\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_1} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right) \right] = \\ &= GM_e m \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_3} \right). \end{aligned}$$

Заметьте, что промежуточные значения r_1 и r_2 взаимно уничтожились и остались только координаты крайних точек (R и r_3). Это справедливо и в случае, когда мы сложим все оставшиеся интервалы от r_3 до r . В результате получим

$$W = GM_e m \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right).$$

Итак, мы нашли работу, которую нужно совершить против силы земного притяжения, чтобы удалить тело m с Земли на расстояние r . Это, по определению, и есть потенциальная энергия силы тяжести тела с массой m в поле Земли:

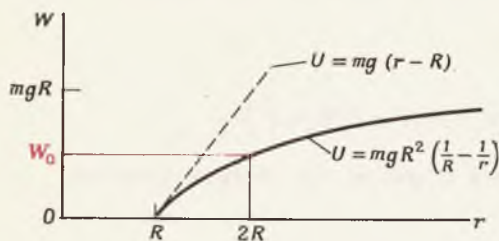
Потенциальная энергия
силы тяжести

$$U = GM_e m \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right). \quad (5.6)$$

График потенциальной энергии силы тяжести изображен на фиг. 84.

Фиг. 84. Зависимость потенциальной энергии силы тяжести от расстояния над поверхностью Земли.

$U=0$ при $r=R$. Пунктирная линия соответствует приближению $U=mgh$, которое справедливо вблизи поверхности Земли.



Пример. Покажем, что для $(r-R)$, малых по сравнению с R , величина U стремится к mgh , где $h=(r-R)$. Согласно (4.3),

$$GM_e = gR^2.$$

Подставляя это значение в (5.6), имеем

$$U = gR^2m \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right), \quad (5.7)$$

$$U = \frac{mgR(r-R)}{r}.$$

Если r в знаменателе почти не отличается от R , то

$$U = \frac{mgR(r-R)}{R} = mg(r-R) = mgh.$$

§ 9. Вторая космическая скорость

КАК ПОКИНУТЬ ВСЕ НА СВЕТЕ

После выключения двигателей ракеты сумма ее кинетической и потенциальной энергий должна оставаться постоянной. В начальный момент ее потенциальная энергия равна нулю, а кинетическая $E_{кин} = mv^2/2$, где v — скорость сообщенная двигателями последней ступени ракеты. Если ракета стартовала в вертикальном направлении, она будет, замедляясь, удаляться от земной поверхности, пока не достигнет максимальной высоты r_{\max} , после чего начнет падать вниз. В этой точке максимального подъема вся кинетическая энергия ракеты переходит в потенциальную энергию силы тяжести. Согласно формуле (5.7), начальная кинетическая энергия ракеты равна

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgR^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_{\max}} \right). \quad (5.8)$$

Если начальная скорость v ракеты известна, то из этого соотношения легко найти максимальную высоту подъема ракеты.

Пример 1. Ракета стартует вертикально со скоростью, равной первой космической скорости ($v_c=8$ км/сек). Насколько удалится ракета от Земли?

Вопрос 7. Выразите величину W_0 на фиг. 84 через m , g , R .

Первая космическая скорость ракеты находится из равенства $v_c^2/R=g$ (см. стр. 65). Поэтому ее начальная кинетическая энергия равна

$$\frac{1}{2} m v_c^2 = \frac{1}{2} m g R.$$

Поскольку начальная потенциальная энергия равна нулю, полная энергия равна начальной кинетической энергии

$$W_0 = \frac{1}{2} m g R.$$

Это значение соответствует красной линии на фиг. 84. При $r=r_{\text{макс}}$ $E_{\text{кин}}=0$, и, используя (5.8), получаем

$$W_0 = 0 + m g R^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_{\text{макс}}} \right),$$

$$\frac{1}{2} m g R = m g R^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_{\text{макс}}} \right),$$

$$\frac{1}{2} = \frac{R}{R} - \frac{R}{r_{\text{макс}}},$$

$$r_{\text{макс}} = 2R.$$

Таким образом, максимальная высота достигает 6400 км.

Рассмотрим интересный случай, когда начальная кинетическая энергия ракеты равна или превышает $m g R$. Подставив это значение в левую часть (5.8), получим $1/r_{\text{макс}}=0$, или $r_{\text{макс}}=\infty$. Физически это означает, что ракета никогда не возвратится назад — ее скорость никогда не обратится в нуль. Эта особая скорость, при которой кинетическая энергия ракеты равна $m g R$, называется второй космической скоростью v_R . Найдем ее величину:

$$\frac{1}{2} m v_R^2 = m g R,$$

Вторая космическая скорость $v_R = \sqrt{2gR}$.

Заметьте, что эта скорость ровно в $\sqrt{2}$ раз больше первой космической скорости. Иными словами, вторая космическая скорость равна 8,1414 км/сек, т. е. примерно 11,2 км/сек.

Ответ 7. При $r=2R$, $W_0=U$; следовательно, $W_0 = m g R^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2R} \right) = \frac{1}{2} m g R$.

Пример 2. Какую скорость (в единицах v_R) нужно сообщить ракете, чтобы она достигла Луны?

Расстояние до Луны равно шестидесяти земным радиусам. Подставив $r_{\text{макс}} = 60R$ в (5.8), получим

$$\frac{1}{2} mv^2 = mgR^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{60R} \right),$$

$$v^2 = 2gR \left(1 - \frac{1}{60} \right),$$

$$v = \sqrt{\frac{59}{60}} v_R,$$

$$v = 0,99 v_R.$$

Итак, скорость, необходимая для достижения Луны, составляет 99% от второй космической скорости.

§ 10. Трение и тепло

ЭНЕРГИЯ МИКРОМИРА

Существует множество сил, которые зависят не только от положения тел. Один из примеров — сопротивление воздуха. Сила сопротивления воздуха и других видов трения всегда направлена против движения. Эти силы трения зависят, вообще говоря, как от направления, так и от величины скорости. Предположим, что деревянный брусок медленно перемещается по шероховатой поверхности стола на расстояние x . Пусть сила трения, с которой стол воздействует на брусок, равна F_f . Тогда работа W по преодолению этой силы и перемещению бруска на пути x равна $W = F_f \cdot x$. Несмотря на этот значительный расход энергии, ни кинетическая энергия бруска, ни его потенциальная энергия не увеличиваются. Куда же она девается? Оказывается, при движении бруска всегда выделяется некоторое количество тепла. Когда физики впервые научились измерять тепло, они обнаружили, что количество выделяющегося тепла всегда пропорционально работе, затраченной на преодоление сил трения. Множитель пропорциональности получил название *механического эквивалента теплоты*. Из следующей главы

Вопрос 8. Если кинетическая энергия спутника, летящего на небольшой высоте, удвоится, не сможет ли он покинуть Солнечную систему?

читатель узнает, что тепловая энергия в действительности есть не что иное, как все те же известные из механики кинетическая и потенциальная энергии. Только теперь это будет кинетическая и потенциальная энергии отдельных молекул, из которых построены все физические тела. Поэтому тепловая энергия не столь наглядна, как кинетическая и потенциальная энергии макроскопических тел.

Тепловую энергию следует представлять себе как микроскопические потенциальную и кинетическую энергии, хотя обычно понятия кинетической и потенциальной энергий употребляются как макроскопические. Поскольку закон сохранения энергии должен выполняться для микрочастиц так же, как и для макротел, в него должна быть включена тепловая энергия. Иными словами, сумма кинетической, потенциальной и тепловой энергий любой замкнутой системы должна оставаться неизменной. Если на тело на пути Δx действует внешняя сила F , то закон сохранения энергии приобретает вид

$$\text{Закон сохранения энергии} \quad F \cdot \Delta x = \left(\frac{1}{2} Mv^2 - \frac{1}{2} Mv_0^2 \right) + (U - U_0) + F_f \cdot \Delta x, \quad (5.9)$$

или

$$\begin{aligned} \text{Затраченная работа} = & (\text{Увеличение } E_{\text{кин}}) + \\ & + (\text{Увеличение } U) + \\ & + (\text{Увеличение тепловой энергии}). \end{aligned}$$

Заметим, что с точки зрения математики уменьшение какой-либо величины равно ее приращению, взятому с обратным знаком. Равенство (5.9) легко получить, применив второй закон Ньютона к малому перемещению Δx тела с массой M . Результирующая сила равна сумме приложенной силы F и некоторой силы F_c , приводящей к увеличению потенциальной энергии, за вычетом силы трения F_f :

$$\begin{aligned} F_{\text{рез}} &= F + F_c - F_f, \\ (F + F_c - F_f) \cdot \Delta x &= Ma \cdot \Delta x. \end{aligned}$$

Ответ 8. Только-только, ибо удвоение кинетической энергии означает удвоение v^2 , или увеличение v в $\sqrt{2}$ раз, что в точности равно второй космической скорости.

В соответствии с (2.11) заменим величину $(a \cdot \Delta x)$ на $\frac{1}{2}(v^2 - v_0^2)$ и получим

$$F \cdot \Delta x + F_c \cdot \Delta x - F_f \cdot \Delta x = M \cdot \frac{1}{2} (v^2 - v_0^2),$$

$$F \cdot \Delta x = \frac{1}{2} M v^2 - \frac{1}{2} M v_0^2 - F_c \cdot \Delta x + F_f \cdot \Delta x.$$

Величина $-F_c \cdot \Delta x$, согласно (5.3), равна уменьшению потенциальной энергии. Заменяя ее на $U - U_0$, получаем

$$F \cdot \Delta x = \left(\frac{1}{2} M v^2 - \frac{1}{2} M v_0^2 \right) + (U - U_0) + F_f \cdot \Delta x.$$

Рассматривая энергию, мы до сих пор имели дело со случаями, когда силы были параллельны перемещению. Однако только что проделанный вывод можно легко обобщить и на случай, когда F и Δx не параллельны. Для этого достаточно заменить каждую силу ее составляющей в направлении перемещения Δx . Итак, в общем случае работа равна произведению перемещения на составляющую силы в направлении перемещения, т. е.

$$\text{Работа} = F \cdot \Delta x \cdot \cos \theta.$$

Заметим, что направление перемещения тела совпадает с направлением скорости. Если сила перпендикулярна перемещению, как в случае центростремительной силы, то $\cos \theta = 0$ и работа этой силы равна нулю.

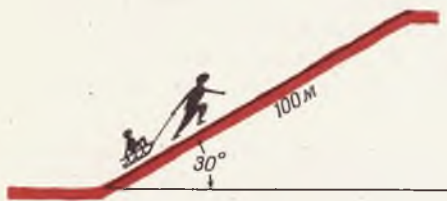
Пример 1. Масса ребенка вместе с санками (фиг. 85) равна 20 кг. Сила трения полозьев о снег равна 50 ньютонов.

- Какую работу надо совершить, чтобы втащить санки по наклонной плоскости длиной 100 м и углом наклона 30° ?
- Достигнув вершины, мальчик скатывается на санках вниз. Какова будет его скорость и кинетическая энергия у подножия?

Работа по подъему санок на горку равна сумме прироста кинетической энергии $E_{кин}$ (эта величина равна нулю), увеличения U , равного Mgh , и силы F_f , умноженной на длину пройденного пути. Формула (5.9) дает

$$\text{Произведенная работа} = 0 + Mgh + F_f \cdot s,$$

Фиг. 85. При подъеме санок производится работа против сил трения и тяжести.



где $s = 100$ м, $h = 50$ м и $F_f = 50$ ньютонов, т. е

$$\begin{aligned}\text{Произведенная работа} &= (20 \cdot 9,8 \cdot 50 + 50 \cdot 100) \text{ дж} = \\ &= (9800 + 5000) \text{ дж} = 14\,800 \text{ дж}\end{aligned}$$

При спуске с горки произведенная работа равна нулю; изменение потенциальной энергии остается прежним, но меняет знак на обратный. Выделенное тепло (5000 дж) одинаково в обоих случаях. Таким образом, имеем

$$0 = \frac{1}{2} Mv^2 - 9800 \text{ дж} + 5000 \text{ дж},$$

$$\frac{1}{2} Mv^2 = 4800 \text{ дж}.$$

Такова кинетическая энергия санок у подножия горки. Скорость их равна

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 4800 \text{ дж}}{M}} = 21,9 \text{ м/сек.}$$

Пример 2. Спутник Земли массой 1 кг возвращается с высоты 30 км в плотные слои атмосферы. Сколько тепла выделится в результате торможения?

В этом примере v_0 — орбитальная скорость, равная 8 км/сек, $(U - U_0) = -Mgh$, где $h = 30$ км. Формула (5.9) дает

$$0 = \left(0 - \frac{1}{2} Mv_0^2\right) - Mgh + (\text{Тепловая энергия}),$$

или

$$\text{Тепловая энергия} = \frac{1}{2} Mv_0^2 + Mgh.$$

Как и следовало ожидать, согласно закону сохранения энергии, кинетическая и потенциальная энергии переходят в тепло. Подставляя численные значения, получаем

$$\begin{aligned}\text{Тепловая энергия} &= \frac{1}{2} (8 \cdot 10^3)^2 + 9,8 \cdot 3 \cdot 10^4 \text{ дж} = \\ &= 32 \cdot 10^6 + 0,29 \cdot 10^8 \text{ дж} = \\ &= 32,3 \cdot 10^6 \text{ дж}.\end{aligned}$$

Этот пример иллюстрирует главную проблему, возникающую при возвращении спутника в атмосферу, — его нагрев. Например, 1 кг алюминия нагревается на 1° С, если ему сообщить тепловую энергию, равную 10³ дж. Мы видим, что если только 1% выделяющегося тепла пойдет на нагрев алюминиевого спутника, то его температура возрастет примерно на 300° С.

§ 11. Эквивалентность массы и энергии

ГРОМАДНАЯ, НО НЕДОСТУПНАЯ ЭНЕРГИЯ
ЗАКЛЮЧЕНА В ГОРСТИ ПЕСКА

В заключительных параграфах этой главы мы увидим, что вокруг нас имеются неисчерпаемые запасы энергии. Однако мы вряд ли сможем ее когда-либо использовать.

Обсуждая соотношение (3.6), мы отметили, что, согласно теории относительности, с ростом скорости или энергии частицы возрастает ее масса. Соотношение между увеличением массы и увеличением энергии оказывается весьма простым. Эйнштейн показал, что из теории относительности следует

$$\Delta M = \frac{\Delta W}{c^2},$$

где ΔM — увеличение массы, соответствующее увеличению энергии на ΔW . Эйнштейн предположил, что полная энергия, сопоставляемая массе M ,

Соотношение между массой и энергией

$$W = Mc^2, \quad (5.10)$$

где $c = 3,0 \cdot 10^8$ м/сек — скорость света. Это означает, что 1 кг песка должен содержать $1 \text{ кг} \times (3,0 \cdot 10^8 \text{ м/сек})^2$, т. е. $9 \cdot 10^{16}$ Дж энергии, иначе говоря, почти вдвое больше еженедельного потребления электроэнергии в США.

Однако вся эта огромная энергия, заключенная в песке или любом другом веществе, недоступна. Давно известный закон сохранения массы налагает строгий запрет на получение полезной энергии из массы. Этот закон гласит, что вещество нельзя ни уничтожить, ни создать вновь. Правда, сейчас мы знаем, что это не совсем так. Современный вариант закона сохранения массы, запрещающий получение энергии из песка, мы рассмотрим в следующем параграфе. Однако существуют примеры превращения массы покоя в энергию и обратно. (Масса покоя частицы — это ее масса при скорости, равной нулю.) Так, при бомбардировке ве-

щества протонами высокой энергии в большом количестве образуются новые элементарные частицы (см. гл. 16). В подобном процессе кинетическая энергия протонов высокой энергии непосредственно превращается в массу покоя этих новых частиц. Примером обратного процесса является самопроизвольный распад некоторых из этих частиц. При этом их масса покоя снова превращается в кинетическую энергию продуктов распада. Следует, однако, заметить, что, согласно формуле (5.10), кинетическая энергия немислима без массы. Поэтому по существу нельзя говорить о превращении массы в энергию или энергии в массу. Поскольку полная энергия Вселенной должна оставаться неизменной, то, согласно (5.10), должна быть постоянной и ее полная инертная масса. Не сохраняется же масса покоя. Именно она может превращаться в кинетическую энергию и обратно. Но даже здесь имеется жесткое ограничение. Мы поговорим о нем в следующем параграфе.

§ 12. Закон сохранения тяжелых частиц

протоны и нейтроны неуничтожимы

Обычное вещество состоит из атомов. Атомы в свою очередь построены из атомных ядер, которые окружены вращающимися вокруг них электронами. Каждое ядро состоит из протонов и нейтронов, приблизительно в 1800 раз более тяжелых, чем электроны. Именно поэтому протоны и нейтроны называются тяжелыми частицами. Закон сохранения тяжелых частиц утверждает, что полное число протонов и нейтронов в любой замкнутой системе должно оставаться постоянным. В гл. 15 и 16 мы узнаем, что протоны и нейтроны тем не менее могут интенсивно взаимодействовать друг с другом в таких процессах, как синтез, деление и ядерные превращения. В реальных процессах нейтроны могут превращаться в протоны и обратно.

Однако при всевозможных ядерных взаимодействиях полное число протонов и нейтронов всегда оказывается постоянной величиной¹⁾. Еще никто никогда не наблюдал, чтобы масса покоя протона или нейтрона превратилась в другие виды энергии. Закон сохранения тяжелых частиц основан на огромном количестве экспериментальных фактов. И, как утверждает этот закон, нам никогда не удастся воспользоваться колоссальной энергией, заключенной в горсти песка.

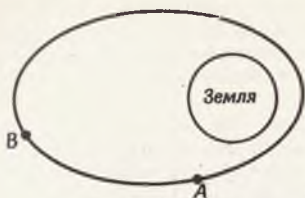
С другой стороны, имеется возможность извлекать некоторое ограниченное количество ядерной энергии. Внутри ядра нейтроны и протоны взаимодействуют между собой с чудовищными силами. Эти ядерные силы создают огромную потенциальную энергию ядер. В таких процессах, как деление и синтез ядер, часть этой потенциальной энергии может превратиться в кинетическую. Это превращение и служит источником энергии ядерных реакторов и атомных бомб. Затронутые сейчас вопросы, а также приложения закона сохранения тяжелых частиц к антивеществу и другим тяжелым элементарным частицам мы обсудим в гл. 15 и 16.

Задачи

1. Допустим, что гаечный ключ, изображенный на фиг. 74, брошен под углом 45° к горизонтали. Какова при этом будет траектория его центра масс?
2. Теория стационарной Вселенной утверждает, что происходит самопроизвольное (очень медленное) возникновение нейтронов. Какие законы сохранения при этом нарушаются?
3. Вы, наверное, заметили, что кошка всегда падает на лапы. Нарушается ли здесь закон сохранения момента количества движения?
4. Вращающийся волчок можно остановить рукой. Куда девается тогда момент количества движения?

¹⁾ Антипротон — это тяжелая античастица. Иными словами, протон плюс антипротон в сумме соответствует отсутствию тяжелых частиц. Поэтому, пересчитывая тяжелые частицы, мы приписываем каждому протону или нейтрону $+1$, а каждому антипротону или антинейтрону -1 .

Фиг. 86. К задаче 5.



(У к а з а н и е. Предположим, что это делает человек, стоящий на скамье Жуковского.)

5. Спутник движется по эллиптической орбите вокруг Земли (фиг. 86). Сравните два положения A и B , скажите, в каком из них больше

- кинетическая энергия?
- потенциальная энергия?
- полная энергия?
- момент количества движения?

6. Однородный стержень длиной 1 м имеет массу 100 г . На один конец подвешивают груз массой 50 г . Найти положение центра масс.

7. Кубик из льда соскальзывает без трения по внутренней стороне чаши в форме полусферы и движется взад и вперед от края до края (фиг. 87); масса кубика 30 г , радиус чаши 20 см .

- С какой скоростью кубик проскакивает через нижнюю точку дна?
- С какой силой он давит на чашу в этой точке?
- Каков период малых колебаний кубика в окрестности дна?

8. Обод велосипедного колеса имеет диаметр $0,8\text{ м}$ и массу $1,5\text{ кг}$. Каков момент количества движения этого колеса при скорости велосипеда 3 м/сек ? Массой спиц пренебречь.

9. Автомобиль движется со скоростью 60 км/час . Во сколько раз нужно увеличить его скорость, чтобы его кинетическая энергия увеличилась вдвое?

10. Тяжелый груз укреплен на верхнем конце легкометрового стержня. Нижний его конец является центром вращения. Освободившись, груз описывает окружность диаметром 2 м . Найти максимальную скорость и максимальное центростремительное ускорение груза.

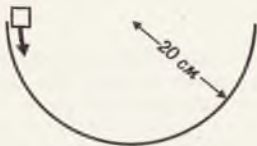
11. Шарик массой 5 г движется от точки A к точке B (фиг. 88). Предположим, что во всей этой области на него действует постоянная электростатическая сила в 2 дин , направленная влево. Какую работу надо совершить, чтобы передвинуть шарик от A к B ? Что произойдет с его потенциальной энергией: увеличится ли она, уменьшится или останется неизменной?

12. а) Какую работу надо совершить, чтобы поднять тело массой 10 г по наклонной плоскости без трения длиной 3 м и высотой $0,5\text{ м}$?

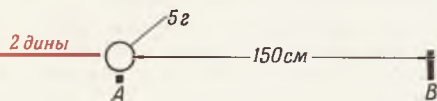
б) Предположим, что между телом и плоскостью действует сила трения, равная 700 дин . Какую теперь надо совершить работу при подъеме тела по плоскости?

в) Допустим, что тело поднимается силой 3000 дин . Сила трения предполагается равной 700 дин . Какова будет скорость тела, когда оно достигнет верхней точки?

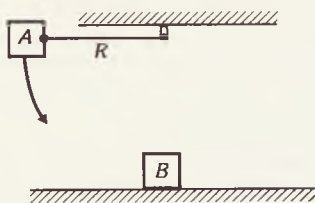
Фиг. 87. К задаче 7.



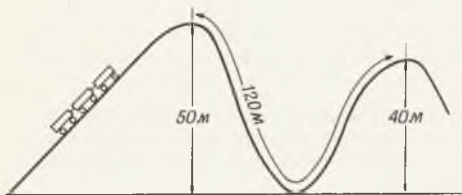
Фиг. 88. К задаче 11.



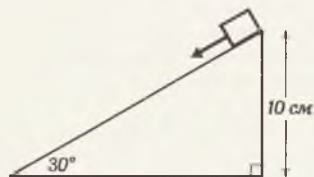
Фиг. 89. К задаче 14.



Фиг. 90. К задаче 16.



Фиг. 91. К задаче 17.



13. Шутиха (хлопушка) летит со скоростью 3 м/сек . Допустим, что она разрывается на две части равной массы. Если одна из частей имеет нулевую скорость, то чему равно отношение кинетической энергии в конце к начальной кинетической энергии шутихи?

14. Брусок B (фиг. 89) покоится на поверхности без трения. Такой же брусок A прикреплен к концу стержня длиной R . Этот брусок освобождают в горизонтальном положении и он соударяется с B . После удара оба бруска движутся как одно целое.

- Чему равна скорость обоих брусков сразу же после удара?
- На какую высоту поднимутся они над поверхностью?

15. Игрушечный поезд массой 800 г движется под действием постоянной силы в 100 дин . Сначала поезд находился в состоянии покоя, а затем развил постоянную скорость v_0 . Какова будет эта скорость при условии, что каждую секунду на ускорение поезда затрачивается $2 \cdot 10^3 \text{ эрг}$? Какое расстояние проходит поезд каждый раз, когда при этом совершается работа в 2000 эрг ?

16. Тележка спускается с горы высотой 50 м (фиг. 90). Пройдя 120 м , она снова оказывается на вершине высотой 40 м . Масса тележки 500 кг . Какова максимально допустимая сила трения? (Если бы сила F была хотя бы немного больше, то тележка не въехала бы на вторую вершину.)

17. Брусок массой 1 кг первоначально покоился у вершины наклонной плоскости, а потом заскользил вниз (фиг. 91). Его скорость у основания достигла 100 см/сек .

- Какую работу проделала сила трения?
- Чему равна постоянная сила трения?
- Если наклонную плоскость покрыть смазкой и тем самым уменьшить трение в 10 раз, то какой будет скорость бруска у основания плоскости?

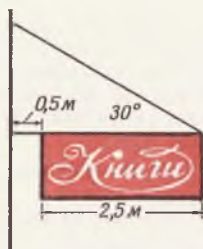
18. Какая энергия $E_{\text{кин}}$ теряется при столкновении пули с бруском (см. задачу 11 гл. 3, стр. 96)? Куда она девается?

19. Какова будет скорость груза M_1 , когда он пройдет путь 50 см (см. задачу 14 гл. 3, стр. 96)?

(У к а з а н и е. Определите начальную и конечную потенциальные энергии обоих грузов.)

20. В опыте с гантелями на стр. 125 найдите начальную и конечную кинетические энергии гантелей? Откуда берется добавочная кинетическая энергия? Масса каждой гантели 20 кг .

Фиг. 92. К задаче 21.



21. Рекламный плакат массой 15 кг подвешен на проволоке, как показано на фиг. 92. Чему равно натяжение проволоки? С какой силой плакат давит на стену?

22. Рассмотрим автомобиль массой 1000 кг. Чтобы двигаться по ровной дороге с небольшой постоянной скоростью, ему требуется усилие 500 ньютонов.

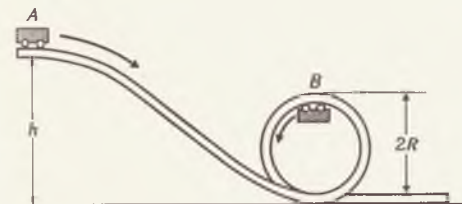
- Чему равна сила трения в ньютонах?
- Если усилие составит 1000 ньютонов, то каким будет ускорение автомобиля?
- Автомобиль стоит на склоне холма на высоте 10 м над уровнем дороги. Если у него откажут тормоза, то как далеко он уедет до остановки?

23. При любом простом гармоническом движении $U = 1/2 kx^2$, где $k = F/x$. Выразите максимальную потенциальную энергию простого маятника через M , g , L и x_0 . Какова максимальная скорость грузика в переменных g , L и x_0 (x_0 — максимальное отклонение)?

24. Пусть масса лестницы в § 3, пример 2 (на стр. 131) равна 15 кг. На какую высоту сможет подняться человек в этом случае?

25. Лестница массой 10 кг приставлена под углом 45° к стене без трения. С какой силой лестница давит на стену?

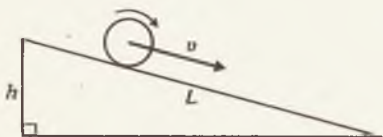
Фиг. 93. К задаче 27.



26. Ядро урана, содержащее 92 протона и 143 нейтрона, поглощает нейтрон и затем распадается на 2 осколка и 4 нейтрона. Один из продуктов деления Cs^{137} (55 протонов и 82 нейтрона). Сколько протонов и нейтронов будет во втором осколке?

27. На фиг. 93 изображена детская игрушка. Если слегка подтолкнуть тележку, стоящую в положении A, то она начнет двигаться практически с нулевой скоростью. Она соскользнет вниз без трения по треку и опишет петлю радиуса R . Высота h такова, что тележке едва удастся совершить мертвую петлю, не теряя соприкосновения с треком. Выразите h через R . Какая сила действует на тележку со стороны трека в точке B?

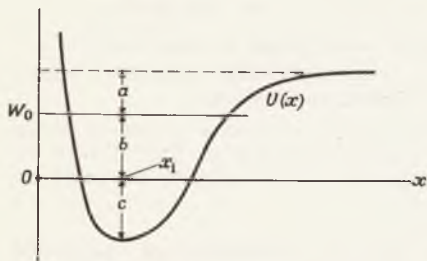
Фиг. 94. К задаче 28.



28. Рассмотрим шар, который сначала покоился, а затем скатывается по наклонной плоскости (фиг. 94). Допустим, что кинетическая энергия вращения всегда равна кинетической энергии поступательного движения $Mv^2/2$, где v — скорость центра масс. Можно показать, что полная кинетическая энергия складывается из этих двух энергий.

- Чему равна полная кинетическая энергия шара у основания наклонной плоскости? (Выразите результат через M , g и h .)

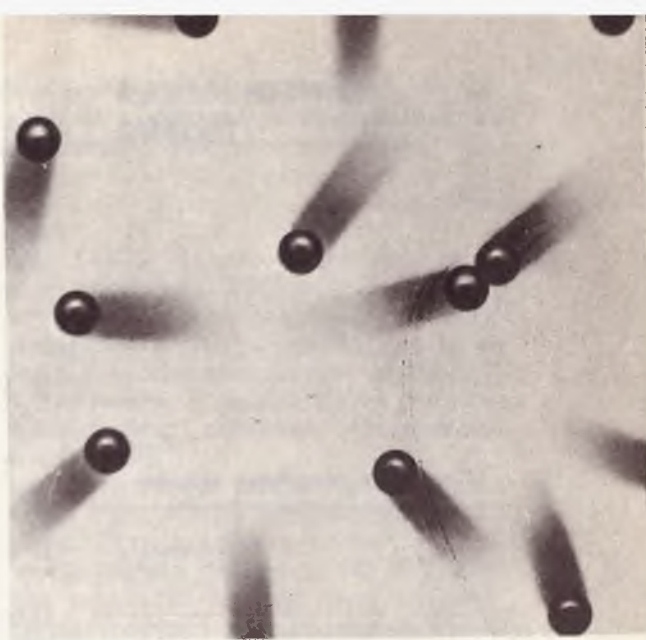
Фиг. 95. К задаче 29.



- б) Чему равно v у основания наклонной плоскости?
в) Чему равно ускорение центра масс, выраженное через v и L ?

29. На фиг. 95 изображен график потенциальной энергии атома, входящего в состав молекулы. Отрезки a , b и c характеризуют величины энергии (они положительны). $W_0 = E_{\text{кин}} + U$. Выразите через a , b и c следующие величины (атом находится в точке x_1 ; не забывайте про знак минус):

- а) потенциальную энергию,
б) кинетическую энергию,
в) полную энергию (за вычетом энергии покоя),
г) энергию диссоциации, т. е. количество энергии, которое надо добавить, чтобы удалить атом из молекулы.



ГЛАВА 6

КИНЕТИЧЕСКАЯ
ТЕОРИЯ

КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Кинетическая теория описывает макроскопические свойства газов на основе применения законов механики к газовым молекулам. Прежде чем перейти к изложению кинетической теории, введем некоторые макроскопические понятия, как, например, плотность и давление.

§ 1. Плотность

ВОДА — ВЕЩЕСТВО НОМЕР ОДИН

Плотность тела равна отношению M/V , где M — его масса, а V — объем:

$$D = \frac{M}{V}. \quad (6.1)$$

Напомним, что одновременно с созданием метрической системы возникла необходимость выбрать и стандарт массы. В качестве стандарта *грамма* была взята масса 1 см^3 воды. Таким образом, плотность воды выражается очень удобной величиной 1 г/см^3 . В системе MKS плотность воды равна

$$D_{\text{воды}} = \frac{1 \text{ г}}{1 \text{ см}^3} = \frac{10^{-3} \text{ кг}}{(10^{-2} \text{ м})^3} = 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

В табл. 6 приведены плотности различных веществ.

§ 2. Давление

СИЛА, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА ЕДИНИЦУ ПЛОЩАДИ

Если жидкость или газ поместить в резервуар, то на каждый элемент поверхности резервуара будет действовать некоторая сила. Рассмотрим в качестве примера воздух, накачанный в резиновую камеру. Если продолжать накачивать в камеру воздух, то давление в ней будет повышаться, пока не возрастет настолько, что камера лопнет.

Таблица 6

Плотности различных веществ

Вещество	Плотность, г/см^3
Ядерное вещество	$2 \cdot 10^{14}$
Вещество в центре Солнца	100
Платина	21,4
Золото	19,3
Ртуть	13,6
Свинец	11,3
Железо	7,8
Земля	5
Алюминий	2,7
Вода	1,0
Лед	0,92
Бальса (дерево)	0,13
Воздух	0,0013
Наилучший искусственный вакуум	10^{-19}
Межзвездная среда	10^{-24}
Межгалактическая среда	10^{-29}

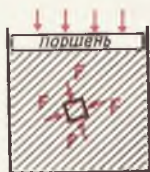
Давлением P в газе (или жидкости) называется сила, с которой он воздействует на единицу площади поверхности сосуда:

$$\text{Давление } P = \frac{F}{A}. \quad (6.2)$$

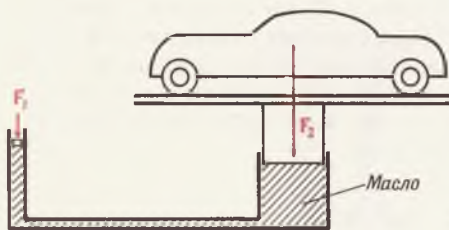
В системе CGS давление измеряется в *дин/см²*, а в системе MKS — в *ньютон/м²*. Направление этой силы всегда перпендикулярно поверхности сосуда независимо от ее ориентации. Опустим в жидкость, находящуюся под давлением P , полый кубик с тонкими металлическими стенками и площадью грани A (фиг. 96).

На каждую грань этого кубика будет действовать сила $F=PA$ независимо от его ориентации. Если жидкость покоится, то в любой ее малой по размерам части давление будет одинаково во всех направлениях. В противном случае на небольшой кубик жидкости действовала бы отличная от нуля результирующая сила и он пришел бы в движение. Если пренебречь силой тяжести, то давление во всех точках сосуда должно быть одинаковым, независимо от формы последнего.

Фиг. 96. Силы, действующие на кубик, погруженный в жидкость под давлением P .



Фиг. 97. Силы, действующие на поршни в гидравлическом домкрате.



Пример. Автомобиль поднимается гидравлическим домкратом, состоящим из двух сообщающихся цилиндров с поршнями (фиг. 97). Диаметр большого поршня 1 м, маленького — 10 см. Вес автомобиля равен F_G . С какой силой надо давить на маленький поршень, чтобы поднять автомобиль?

Оба поршня представляют собой стенки одного резервуара. Поэтому давление на них одинаково. Пусть

$P_1 = F_1/A_1$ — давление на малый поршень,
 $P_2 = F_2/A_2$ — давление на большой поршень.
 Так как $P_1 = P_2$, то

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2},$$

$$F_1 = F_G \frac{A_1}{A_2}.$$

Отношение A_1/A_2 равно 1/100, поскольку площади относятся как квадраты диаметров. Таким образом, сила F_1 должна составлять всего 1% веса автомобиля.

Фиг. 98. Столбик жидкости высотой h и площадью A .



§ 3. Гидростатика

жидкость в покое

Если на жидкость действует сила тяжести, то благодаря своему весу верхние слои жидкости оказывают давление на нижние слои. Поэтому давление в жидкости растет с глубиной. Рассмотрим цилиндр с площадью основания A , наполненный жидкостью плотностью D и высотой h (фиг. 98). На дно цилиндра действует сила, равная массе жидкости $M_{\text{жидк}}$, умноженной на g :

$$F = (M_{\text{жидк}}) g.$$

Согласно (6.1), масса жидкости равна $D \cdot (Ah)$. Отсюда

$$F = D (Ah) g.$$

Чтобы найти давление, нужно разделить обе части этого равенства на A :

$$\frac{F}{A} = \frac{DAhg}{A}.$$

Итак,

$$P = Dhg. \quad (6.3)$$

Вы видите, что давление на дно не зависит ни от величины A , ни от формы сосуда. Формула (6.3) выражает давление на глубине h , обусловленное весом жидкости. Оно одинаково в любых двух точках, находящихся на одном и том же уровне, и не зависит от формы сосуда.

Атмосферное давление

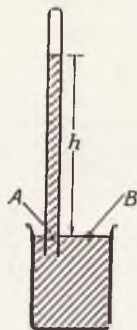
Высота земной атмосферы — несколько сот километров. Согласно (6.3), давление P_0 у поверхности Земли равно высоте атмосферы, умноженной на g и на среднюю по высоте плотность воздуха.

Численный результат таков:

$$P_0 = 1,01 \cdot 10^6 \text{ дин/см}^2.$$

Атмосферное давление

Фиг. 99. Ртутный барометр.



Барометр

Возьмем небольшую трубочку с ртутью ($D = 13,6 \text{ г/см}^3$) и, перевернув ее, опустим в наполненный ртутью сосуд, как показано на фиг. 99. Давление ртути в точках A и B будет одинаковым, ибо обе эти точки находятся на одной высоте. Согласно формуле (6.3), $P_A = Dgh$, где h — высота столбика ртути. Давление на поверхности раздела ртуть — воздух P_B должно быть равно P_0 — атмосферному давлению. Отсюда

$$Dgh = P_0,$$

$$h = \frac{P_0}{Dg},$$

$$h = \frac{1,01 \cdot 10^6}{13,6 \cdot 980} \text{ см} = 76,0 \text{ см}. \quad (6.4)$$

Высота столбика ртути пропорциональна атмосферному давлению. Подобное устройство, названное *барометром*, применяется для измерения величины атмосферного давления.

Пример. Вода в колодце находится на 15 м ниже уровня земной поверхности. В воду опущена трубка, из которой насос, находящийся на поверхности, откачал весь воздух (фиг. 100). Поднимется ли вода до насоса?

С точки зрения физики ситуация здесь точно такая же, как в случае ртутного барометра на фиг. 99. Поэтому для решения поставленной задачи можно воспользоваться формулой (6.4). Из нее сразу получается максимально возможная высота подъема воды

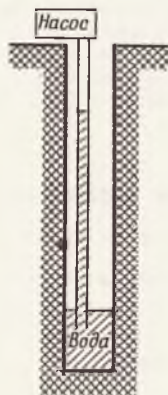
$$h = \frac{P_0}{Dg} = \frac{1,01 \cdot 10^6}{1 \cdot 980} = 1,03 \cdot 10^3 \text{ см}.$$

Итак, вода поднимется только на 10,3 м. Те, кто видел глубокие колодцы, знают, что выход из положения в том, чтобы поместить насос на дно колодца. В этом случае насос качает воду, а не воздух.

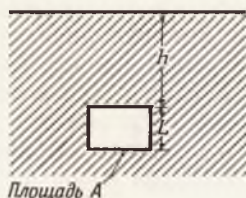
Закон Архимеда

Погрузим брусок высотой L и площадью основания A в жидкость на глубину h , как показано на фиг. 101. Плотность жидко-

Фиг. 100. Иллюстрация того, как нельзя поднять воду из глубокого колодца.



Фиг. 101. Брусок объемом AL погружен в жидкость плотностью D .



сти D . Сила, с которой жидкость действует на нижнюю поверхность бруска, будет направлена вверх и равна по величине

$$F_1 = PA = Dg(h + L) \cdot A.$$

Сила, действующая на верхнюю поверхность, направлена вниз и равна

$$F_2 = (Dgh) \cdot A.$$

Результирующая сила, действующая со стороны жидкости на брусок, равна

$$F_1 - F_2 = DgL \cdot A = (M_{\text{жидк}})g,$$

где $M_{\text{жидк}} = DLA$ — масса жидкости, вытесненная бруском. Итак, на брусок действует сила, направленная вертикально вверх и равная весу вытесненной жидкости.

Закон Архимеда гласит, что на тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, равная весу жидкости или газа в объеме тела.

Если этот принцип применить к частному случаю плавающего тела, то мы получим, что плавающее тело вытесняет как раз столько жидкости, сколько весит само тело.

Пример. Вот очень популярная задача: что произойдет с уровнем воды в стакане, где плавает кусок льда, когда лед растает? Повысится он или понизится?

Оказывается, что уровень воды останется прежним, если, конечно, лед и до таяния плавал в этом стакане. Поскольку кусок льда вытеснял количество воды, равное его собственному весу, то, растаяв, он заполнит в точности тот объем, который раньше занимал.

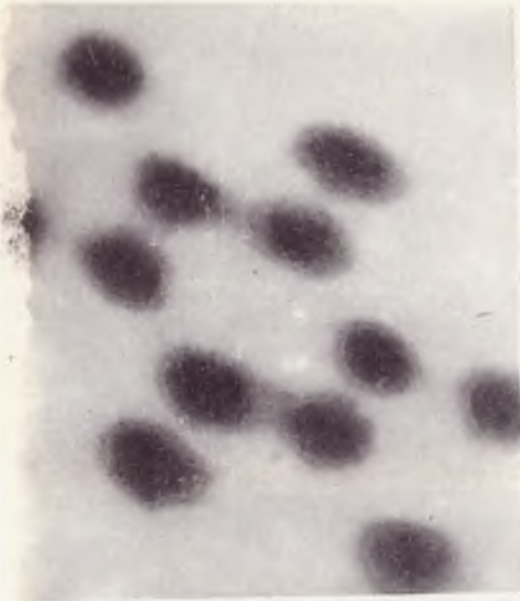
§ 4. Атомы и молекулы

«НЕВИДИМЫЕ» КИРПИЧИ МИРОЗДАНИЯ

Строение вещества будет рассмотрено детально в гл. 13 и 14. Однако прежде чем познакомиться с кинетической теорией, нам следует задержаться на понятиях атома и молекулы.

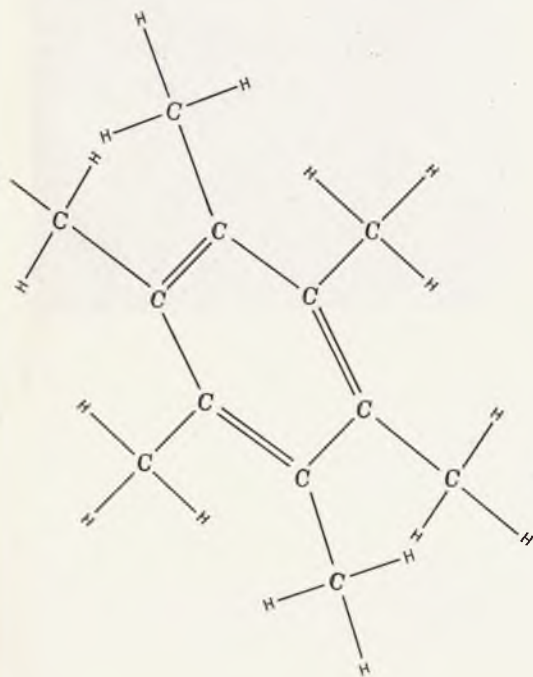
Еще за 400 лет до начала нашей эры грекский философ Демокрит предполагал, что

Вопрос 1. Допустим, что в стеклянную трубку ртутного барометра на фиг. 99 попал пузырек воздуха. Если давление воздуха в трубке над ртутью равно 0,1 от атмосферного, то какой будет высота ртутного столба?



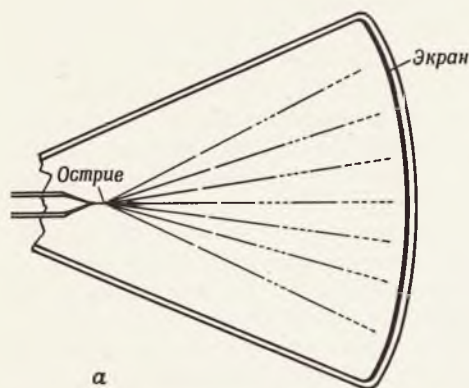
все вещества состоят из частиц, которые он называл *атомами*, а пространство между ними является совершенно пустым (вакуум). Греческое слово «атом» означает неделимый. Теперь мы знаем, что на Земле встречаются атомы 92 различных видов. Вещества, построенные из атомов только одного вида, называются *элементами*. Водород, углерод, кислород, медь — вот примеры некоторых из этих 92 элементов. В приложении (стр. 549) приведена таблица (табл. III) всех элементов. Элементы перечислены в порядке увеличения массы их атомов (за двумя исключениями). Первый элемент в этом списке — водород, второй — гелий, а третий — литий. Номер элемента Z в этом списке называется *атомным номером*. Таким образом, $Z=1$ у водорода и $Z=3$ у лития.

Объяснение строения различных веществ основано на том, что при тесном сближении атомов, когда они почти соприкасаются друг с другом, между ними действуют огромные силы взаимного притяжения. Некоторые даже совершенно различные атомы сильно притягиваются друг к другу. Так, атом кислорода обладает большим сродством к одному или даже двум атомам водорода. Прочная комбинация двух атомов водорода и одного атома кислорода носит название молекулы воды. Вода целиком состоит из таких молекул H_2O . Если разделить водяной пар на мельчайшие частицы, сохраняющие еще химические свойства водяного пара, то это и будут молекулы H_2O . Ве-

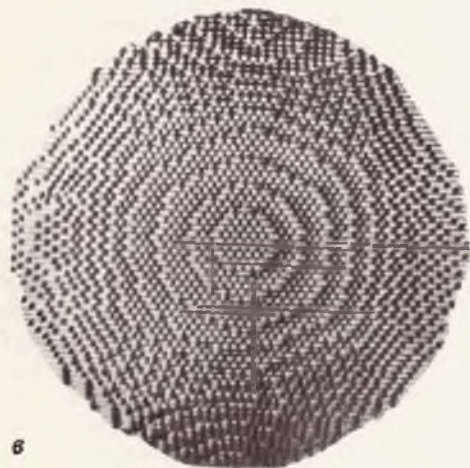


◀ **Фиг. 102.** «Фотография» молекулы гексаметилбензола.

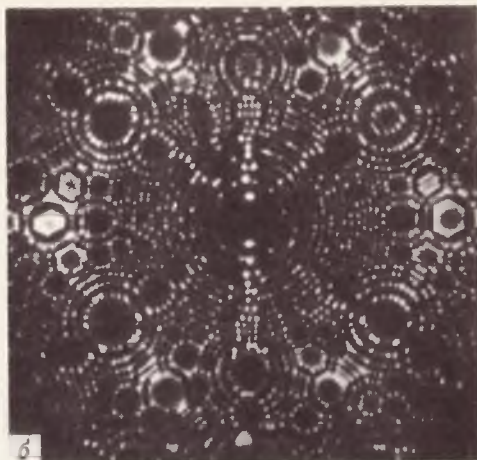
Под фотографией показана структурная формула. «Фотография» получена косвенным путем за счет преобразования дифракционного рентгеновского изображения в видимое, подобно преобразованию в телевидении видеосигнала в видимое изображение. Увеличение 10^6 .



а



в



б



г

Фиг. 103. Ионный микроскоп.

а — сильно упрощенная схема микроскопа. Положительно заряженная оконечность вольфрамовой иглы отталкивает положительно заряженные атомы гелия (ионы гелия), находящиеся вблизи него. Из окрестности атома на поверхность утекает больше ионов, нежели из окрестности двух атомов. Ионы движутся в радиальном направлении к флуоресцирующему экрану, воспроизводящая по своей освещенности картину расположения атомов на оконечности;

б — фотография флуоресцирующего экрана, на которой каждая светящаяся точка соответствует отдельному атому на оконечности иглы (или, возможно, в некоторых случаях группам из двух или трех атомов); в — модель оконечности иглы из мозаики пробковых шариков, каждый из которых соответствует атому вольфрама. Моделированная игла смотрит прямо в аппарат и ее оконечность — в центре фотографии. Корковые шарики, представляющие те атомы, которые особенно эффективно отталкивают ионы, были покрыты люминесцентной краской и сфотографированы в темноте;

г — фотография модели в. Сходство этой фотографии с представленной на фиг. б подтверждает гипотезу о том, что мы видим отдельные атомы.

щество, состоящее из одинаковых молекул, построенных из различных атомов, называется *соединением*.

Строение атомов и расчет их размеров являются предметом рассмотрения гл. 13 (см. фиг. 290, стр. 424). В большинстве своем атомы составляют в поперечнике 10^{-8} см. Длина световой волны составляет примерно $5 \cdot 10^{-5}$ см, т. е. в 1000 раз больше. Таким образом, отдельные атомы и молекулы нельзя видеть невооруженным глазом. Нельзя их увидеть даже в оптический микроскоп с очень большим увеличением. Однако молекулярную структуру можно «разглядеть» с помощью современных методов рентгеновского анализа. На фиг. 102 показана «фотография» молекулы гексаметиленбензола, полученная методом рентгеновского анализа. Мюллер изобрел новый метод, позволяющий получать изображения отдельных атомов, — так называемый *ионный* микроскоп. Устройство этого микроскопа поясняет фиг. 103. Атомы острия создают точки на флуоресцирующем экране.

Молекулы твердых тел и жидкостей находятся в довольно тесном контакте друг с другом. Именно поэтому твердые тела и жидкости почти несжимаемы. С другой стороны, плотность газов примерно в 100 раз меньше. Таким образом, средние расстояния между молекулами газов велики. В газах молекула до столкновения с другой молекулой проходит расстояние, равное многим молекулярным диаметрам.

§ 5. Уравнение состояния идеального газа

НЕПРЕРЫВНАЯ БОМБАРДИРОВКА МОЛЕКУЛАМИ

Опыт показывает, что если уменьшать объем, заполненный определенным количеством газа, то давление в нем будет возрастать при условии, что температура остается неизменной.

Примерно 300 лет назад Бойль обнаружил, что для большинства газов изменение

Ответ 1. Столб ртути должен обеспечить давление $P=0,9 P_0$. Следовательно, $h=68,4$ см.

давления связано с изменением объема простым соотношением. Если вначале давление и объем были соответственно равны P_1 и V_1 , а в конце P_2 и V_2 , то закон Бойля утверждает, что

$$P_1 V_1 = P_2 V_2, \quad (6.5)$$

если температура поддерживается постоянной, а количество газа остается тем же.

Пример. Объем пузырька воздуха по мере всплытия его со дна озера на поверхность увеличивается в 3 раза. Какова глубина озера?

Пусть P_1 — давление воздуха в пузырьке, а V_1 — его объем у дна озера. Давление P_2 равно P_0 — атмосферному давлению, а $V_2 = 3 V_1$. По закону Бойля

$$P_1 V_1 = P_2 \cdot V_2 = P_0 \cdot 3V_1,$$

$$P_1 = 3P_0.$$

Итак, увеличение давления у дна озера благодаря весу воды равно $P_1 - P_0$, или $2P_0$. Согласно (6.3), глубина h озера находится из соотношения

$$2P_0 = Dgh,$$

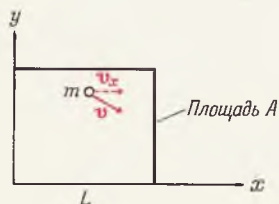
$$h = \frac{2P_0}{Dg},$$

$$h = 20,6 \text{ м.}$$

Теперь, узнав, что газ состоит из частиц, соударяющихся со стенками сосуда, мы должны научиться выводить закон Бойля, исходя из принципов ньютоновской механики. Мы знаем, что, каждый раз ударяясь о стенку, частица оказывает на нее некоторое силовое воздействие. Следовательно, давление газа должно быть обусловлено многочисленными ударами молекул о стенки. Поскольку газ — это разреженное скопление молекул, ясно, что такой механизм будет единственным возможным источником его воздействия на стенки сосуда.

Вычислим сначала среднее давление на стенку, обусловленное ударами только одной молекулы с массой m , составляющая скорости которой в направлении x равна v_x (фиг. 104). Допустим, что эта молекула находится в ящике длиной L (в направлении оси x), причем стенки, перпендикулярные x ,

Фиг. 104. Отдельная частица с массой m , заключенная в ящике объемом AL .



имеют площадь A . Интервал времени между двумя последовательными соударениями о стенку равен

$$t = \frac{2L}{v_x}.$$

Изменение импульса ΔP_x частицы при каждом соударении составляет

$$\Delta P_x = mv_x - m(-v_x) = 2mv_x.$$

Согласно второму закону Ньютона, средняя сила, с которой молекула воздействует на стенку, равна

$$F = \frac{\Delta P_x}{\Delta t}.$$

Исключая ΔP_x и Δt с помощью написанных выше соотношений, мы получаем

$$F = \frac{2mv_x}{2L/v_x} = \frac{mv_x^2}{L},$$

а среднее давление, которое молекула оказывает на стенку,

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mv_x^2}{AL} = \frac{mv_x^2}{V},$$

где $V=AL$ — объем ящика.

Давление, создаваемое N частицами, будет, следовательно,

$$P = \frac{Nm\overline{v_x^2}}{V}, \quad (6.6)$$

где $\overline{v_x^2}$ — среднее значение v_x^2 для этих N молекул. Газы, которые подчиняются уравнению (6.6), называются идеальными газами. Любой газ при достаточном разрежении (N не очень велико) ведет себя как идеальный.

Среднее значение $\overline{v_x^2}$ можно легко связать с $\overline{v^2}$. Для этого заметим, что $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ (теорема Пифагора в трех измерениях). Взяв среднее значение от обеих частей этого равенства, получим

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}.$$

Вопрос 2. Можно ли использовать закон Бойля для сравнения двух различных идеальных газов?

Так как молекулы беспорядочно движутся во всех направлениях, то $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$. Значит,

$$\overline{v^2} = 3\overline{v_x^2},$$

или

$$\overline{v_x^2} = \frac{\overline{v^2}}{3}.$$

Подставив это соотношение в формулу (6.6), получим

$$PV = Nm \frac{\overline{v^2}}{3}. \quad (6.7)$$

Заметьте, что левая часть полученного уравнения совпадает с комбинацией, входящей в закон Бойля. Рассмотрим теперь одно и то же количество газа (N молекул) в двух различных состояниях. Согласно (6.7),

$$P_1 V_1 = \frac{Nm}{3} \overline{v_1^2} \quad (\text{состояние 1})$$

и

$$P_2 V_2 = \frac{Nm}{3} \overline{v_2^2} \quad (\text{состояние 2}).$$

В следующем параграфе мы покажем, что

$$\overline{v_1^2} = \overline{v_2^2},$$

если температуры T_1 и T_2 равны. Итак, левые части обоих равенств равны одной и той же величине $[(Nm/3)\overline{v_1^2}]$, если температуры в обоих состояниях одинаковы. Иными словами,

$$P_1 V_1 = P_2 V_2.$$

§ 6. Температура

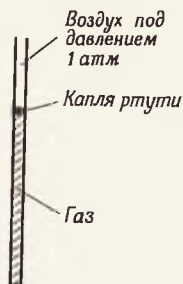
КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ МИКРОЧАСТИЦ

С понятием температуры знакомы все. Обычно мы измеряем температуру, наблюдая расширение ртути или окрашенного спирта в термометре. Температуру можно измерять также по расширению газа, хотя

Ответ 2. Нет, как указано на стр. 164. Однако если оба газа находятся при одной и той же температуре и содержат одно и то же число молекул, то, как мы увидим, $P_1 V_1 = P_2 V_2$.

Фиг. 105. Простейший газовый термометр.

Заштрихованная часть трубки заполнена газом при постоянном давлении. Высота подъема капли ртути пропорциональна температуре газа.



это и не так удобно. Простейший газовый термометр изображен на фиг. 105. «Пробкой» служит маленькая капля ртути у верхнего края столба газа. Давление в ограниченном объеме газа все время будет равно атмосферному давлению P_0 . Объем его, согласно (6.7),

$$V = \frac{N m \bar{v}^2}{3 P_0}.$$

Учтем далее, что $m \bar{v}^2 = 2 \bar{E}_{\text{кин}}$, где $\bar{E}_{\text{кин}}$ — приходящаяся на одну молекулу средняя кинетическая энергия поступательного движения. Символ $\bar{E}_{\text{кин}}$ мы будем применять для обозначения кинетической энергии лишь поступательного движения молекулы. Сюда не должна входить кинетическая энергия колебательного и вращательного движений. Подставим в написанное выше выражение $2 \bar{E}_{\text{кин}}$ вместо $m \bar{v}^2$

$$V = \frac{2}{3} \frac{N}{P_0} \bar{E}_{\text{кин}}. \quad (6.8)$$

Итак, показания газового термометра пропорциональны приходящейся на одну молекулу средней кинетической энергии поступательного движения. В случае идеального газа температура T прямо пропорциональна $E_{\text{кин}}$ с коэффициентом $3/2k$:

$$\bar{E}_{\text{кин}} = \frac{3}{2} kT. \quad (6.9)$$

Учитывая (6.8), имеем

$$T = \frac{P_0}{Nk} V.$$

Наше определение температуры будет основываться на этом соотношении. Множитель пропорциональности k называется постоянной Больцмана. Его можно получить, измеряя P и V при известной температуре T . Он равен

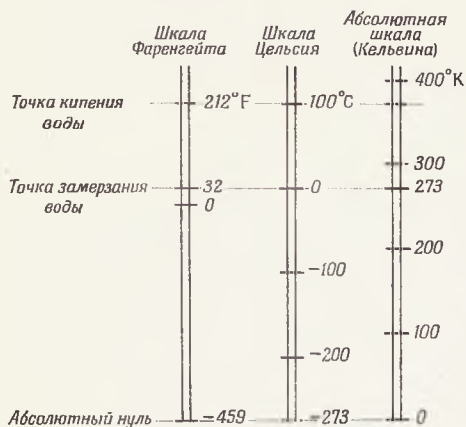
$$k = 1,38 \cdot 10^{-16} \text{ эрг/}^\circ\text{С}.$$

В метрической системе за единицу температуры принят один градус по шкале Цельсия. Последнюю определяют следующим образом. За 0°С принимается темпера-

Вопрос 3. Если средняя скорость молекул в ящике удвоится, то что произойдет с давлением?

Постоянная Больцмана

Фиг. 106. Сравнение температурных шкал Фаренгейта, Цельсия и абсолютной (Кельвина).



Ответ 3. Средний квадрат скорости и давление возрастут в 4 раза, поскольку давление пропорционально v^2 .

тура таяния льда, за 100°С — температура кипения воды (при атмосферном давлении). В Англии и США пользуются шкалой Фаренгейта (F), по которой температура таяния льда равна 32° F, а температура кипения воды 212° F. Таким образом, разность температур в 1°С соответствует 1,8° F. На фиг. 106 приведено сравнение температурных шкал.

Абсолютный нуль

Заметим, что, согласно (6.9), равная нулю температура не соответствует 0°С. Уравнение (6.9) утверждает, что $T=0$ в том случае, когда в нуль обращается кинетическая энергия всех молекул. А это происходит при гораздо более низкой температуре, чем температура замораживания воды. Поэтому, чтобы пользоваться уравнением (6.9), нужно «переопределить» нулевую точку. Новая шкала температур, 1° которой равен 1°С, называется абсолютной шкалой, или шкалой Кельвина. Эксперимент показывает, что вода замораживает при $T=273° K$. Следовательно, нулевая точка по шкале Кельвина соответствует $-273° C$. При этой температуре должно прекратиться всякое механическое движение молекул. (Согласно квантовой теории, еще сохраняется «нулевая энергия».) Эта нулевая температура получила наименование абсолютного нуля. Из такого определения температуры как меры молекулярного движения следует, что не могут существовать температуры ниже абсолютного нуля. В настоящее время в лабораторных опытах достигнуты температуры ниже 0,0001° K. Отметим, что разность температур в 1° по шкале Кельвина и Цельсия совпадает. Шкала Кельвина совпадает со шкалой Цельсия, у которой нуль смещен на 273°.

Теперь можно записать уравнение состояния идеального газа в самой общей форме. Для этого подставим (6.9) в (6.8), и тогда

$$V = \frac{2}{3} \frac{N}{P} \left(\frac{3}{2} kT \right),$$

или

$$PV = NkT. \quad (6.10)$$

В реальных условиях при температурах, близких к абсолютному нулю, газ конденсируется и сжижается. Очевидно, что уравнение (6.10) несправедливо при таких температурах, когда газ превращается в жидкость. Строго говоря, оно является точным лишь для так называемого идеального газа, в котором суммарный объем молекул много меньше V . Кроме того, молекулы должны вести себя подобно твердым шарикам, т. е. взаимодействовать лишь непосредственно при столкновениях.

До сих пор температура имела лишь формально математическое определение. Это понятие не будет практически полезным, пока мы не докажем, что любые два вещества, находящиеся в статистическом (тепловом) равновесии, не находятся при одной и той же температуре. Это означает, что если перемешать в одном объеме два идеальных газа, молекулы которых имеют массу m_1 и m_2 , то оба газа окажутся при одинаковой температуре в результате такого контакта. Согласно (6.9), температура газа 1 равна $T_1 = 2 (\bar{E}_{\text{кин}})_1 / 3k$, а газа 2 $T_2 = 2 (\bar{E}_{\text{кин}})_2 / 3k$. Чтобы доказать сформулированное выше утверждение, мы должны, используя ньютоновскую механику, показать, что

$$(\bar{E}_{\text{кин}})_1 = (\bar{E}_{\text{кин}})_2,$$

т. е.

$$\frac{m_1 \overline{v_1^2}}{2} = \frac{m_2 \overline{v_2^2}}{2},$$

или

$$\frac{\overline{v_1^2}}{v_2^2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

Строгое доказательство требует применения сложного математического аппарата и выходит за рамки этой книги. Однако мы можем получить некоторое представление о ходе доказательства, рассмотрев, что происходит при лобовом соударении молекул с массами m_1 и m_2 , летевших первоначально с

одинаковой скоростью. Допустим, что m_1 больше m_2 . В этом случае молекула m_1 при соударении замедлится, а скорость молекулы m_2 увеличится.

Картина соударения m_2 с более тяжелой движущейся молекулой аналогична той, которая возникает при соударении теннисного мяча с движущейся ракеткой. В результате большого числа соударений среднее значение величины $m_1 v_1^2$ окажется равным $m_2 v_2^2$. Итак, любые два вещества, находящиеся при одной и той же температуре, будут обладать одинаковыми средними значениями кинетической энергии поступательного движения. Это явление природы носит название закона *равнораспределения энергии*.

Закон равнораспределения энергии справедлив не только для идеальных газов, но и для всех других веществ. Два идеальных газа с молекулами массы m_1 и m_2 не обязательно должны перемешиваться в одном сосуде. Они могут находиться в отдельных сосудах с общей перегородкой. Допустим, что вначале газ 1 горячее окружающей среды. Молекулы газа 1 при соударении с атомами стенки будут передавать им энергию, пока не установится равновесие. Но теперь атомы перегородки будут двигаться быстрее и передавать энергию молекулам газа 2, пока последние не приобретут ту же среднюю кинетическую энергию, что и в газе 1. Наш газовый термометр будет показывать одно и то же и в газе 1, и в газе 2, и в случае перегородки.

В заключение нашего обсуждения понятия температуры зададим еще один вопрос. В сосуде находится N одинаковых молекул при температуре T . Если число молекул удвоится, средняя кинетическая энергия, приходящаяся на каждую молекулу, останется той же, то какова будет температура? Если у кого-нибудь этот вопрос вызвал затруднения, то это значит, что он не вполне понял, что такое температура. Для того чтобы получить ответ, взгляните на наше определение температуры (6.9) и обратите внимание на то, что оно не зависит от N .

Вопрос 4. При какой температуре кинетическая энергия молекул составит половину их энергии при комнатной температуре? $T = \text{_____}^\circ \text{C}$.

Пример. Известно, что масса атома водорода равна $1,67 \cdot 10^{-24}$ г. Какова плотность газообразного водорода при атмосферном давлении и 0°C ?

Плотность D равна массе Nm , деленной на объем V :

$$D = \frac{Nm}{V}.$$

Выразим V из уравнения (6.10) и подставим сюда

$$D = \frac{Nm}{NkT/P},$$

$$D = \frac{mP}{kT}.$$

Масса m равна удвоенной массе атома водорода, так как молекула водорода состоит из двух атомов. Давление P равно $1,01 \cdot 10^6$ дин/см², температура $T = 273^\circ \text{K}$. Подставим эти значения в написанную формулу и получим

$$\begin{aligned} D &= \frac{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-24} \cdot 1,01 \cdot 10^6}{1,38 \cdot 10^{-16} \cdot 273} \text{ г/см}^3 = \\ &= 8,9 \cdot 10^{-5} \text{ г/см}^3. \end{aligned}$$

§ 7. Закон Авогадро

ЭТО ПЕРЕСЧИТАННЫЕ МОЛЕКУЛЫ

Закон Авогадро гласит, что в равных объемах любых двух газов, находящихся при одном и том же давлении и температуре, содержится одинаковое число молекул.

Покажем, что закон Авогадро является следствием кинетической теории. Выразим N из уравнения (6.10).

Для газа 1:

$$N_1 = \frac{P_1 V_1}{kT_1}.$$

Для газа 2:

$$N_2 = \frac{P_2 V_2}{kT_2}.$$

Если теперь $P_1 = P_2$, $V_1 = V_2$ и $T_1 = T_2$, то $N_1 = N_2$.

Итак, в 1 л любого газа при комнатной температуре и атмосферном давлении

Ответ 4. Комнатная температура по абсолютной шкале равна примерно 300°K ; половина составляет 150°K , или -123°C .

содержится ровно столько же молекул, сколько в 1 л другого газа при тех же условиях. Отношение масс двух газов, следовательно, равно отношению их молекулярных весов μ_1/μ_2 .

Пример. Сколько молекул содержится в 1 см³ воздуха при $T=0^\circ\text{C}$?

Согласно уравнению (6.10),

$$N = \frac{PV}{kT} = \frac{1,01 \cdot 10^6 \cdot 1}{1,38 \cdot 10^{-16} \cdot 273} = 2,68 \cdot 10^{19}.$$

Грамм-молекула, или моль

Отношение масс атомов кислорода и водорода равно 16/1,008. Чтобы иметь стандартную таблицу относительных атомных масс, химики договорились считать атомный «вес» кислорода в точности равным 16¹⁾. Тогда молекулярный «вес» молекулы кислорода (O₂) равен 32, а молекулы водорода (H₂) — 2,016.

Молем, или грамм-молекулой, называется количество вещества, численно равное молекулярному «весу», выраженному в граммах.

Следовательно, один моль H₂ равен 2,016 г водорода, один моль H₂O равен 18,016 г воды. Число молекул в одной грамм-молекуле, или одном моле, носит название числа Авогадро N_0 . Его можно вычислить, зная массу отдельной молекулы. Методы рентгеноструктурного анализа позволяют очень точно определить расстояние между атомами в твердых кристаллах. Масса атома водорода известна: $1,67 \cdot 10^{-24}$ г. Число молекул в 1 моле водорода равно частному от деления 2,016 г газообразного водорода на

¹⁾ Физикам не нравится это определение, так как в природе имеются три изотопа кислорода, из которых наиболее распространен O¹⁶. В 1961 г. физики и химики собрались все вместе и договорились относительно шкалы атомных масс, в основу которой был положен атомный вес единственного изотопа углерода C¹². Итак, вес атома C¹² равен в точности 12 единицам массы. Старая шкала изменилась менее чем на 10⁻⁴, так что мы не будем об этом беспокоиться в нашей книге.

Вопрос 5. Чему равно отношение числа частиц в двух сосудах N_2/N_1 , если объем сосуда 2 вдвое превышает объем сосуда 1 и газ в нем находится при вдвое больших температуре и давлении?

$2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-24}$ г (масса одной молекулы H_2).
Результат таков:

Число Авогадро $N_0 = 6,02 \cdot 10^{23}$.

Согласно закону Авогадро, 1 моль любого газа при атмосферном давлении и температуре $0^\circ C$ занимает один и тот же объем. Его легко вычислить из уравнения (6.10):

$$V = \frac{N_0 k T}{P_0} = \frac{(6,02 \cdot 10^{23}) \cdot (1,38 \cdot 10^{-16}) \cdot 273}{1,01 \cdot 10^6} =$$
$$= 22,4 \cdot 10^3 \text{ см}^3 = 22,4 \text{ л.}$$

Пример. Атомный вес углерода 12. Сколько атомов содержится в 1 г углерода?

1 моль, или 12 г, углерода содержит N_0 атомов углерода. Следовательно, в 1 г углерода $N_0/12$, или $5 \cdot 10^{22}$ электронов.

§ 8. Кинетическая теория тепла

МАКРОСКОПИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ
МИКРОМИРА

За единицу количества тепла в метрической системе принята *калория*. Калория определяется как количество тепла, необходимое для нагрева 1 г воды на $1^\circ C$. В § 10 гл. 5 мы уже говорили, что данное количество тепла можно получить, затратив эквивалентное количество механической энергии. Например, вращая в воде гребной винт, можно совершить над ней известную работу. Опыт показывает, что температура воды при этом будет возрастать пропорционально проделанной работе. Всевозможные эксперименты такого типа показали, что 1 кал тепла эквивалентна 4,18 дж энергии:

Механический эквивалент тепла

$$1 \text{ кал} = 4,18 \cdot 10^7 \text{ эрг.}$$

Вместо нагревания воды будем нагревать 1 моль одноатомного (один атом в одной молекуле) газа. Количество тепла, необходимое, чтобы увеличить температуру моля одноатомного газа на $1^\circ C$, если объем газа поддерживается постоянным, называется удельной теплоемкостью C_v (индекс ука-

Ответ 5. Поскольку

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = 2 \frac{P_1 V_1}{T_1},$$

$$\text{то } N_2 = 2N_1.$$

зывает, что это теплоемкость при постоянном объеме). Опыты показали, что удельная теплоемкость гелия равна $2,98 \text{ кал}$; иными словами, чтобы увеличить температуру 4 г гелия на 1°C , требуется $2,98 \text{ кал}$, или $12,5 \cdot 10^7 \text{ эрг}$. На что идет эта энергия? Естественно предположить, что энергия целиком идет на повышение кинетической энергии молекул гелия. Посмотрим, совпадает ли это экспериментальное значение $12,5 \cdot 10^7 \text{ эрг}$ с тем, что предсказывает кинетическая теория. Согласно этой теории, кинетическая энергия, запасенная в 1 моле гелия, равна [см. (6.9)]

$$\frac{E_{\text{кин}}}{\text{моль}} = N_0 \frac{3}{2} kT.$$

Увеличение кинетической энергии при нагревании на 1°C составит

$$\frac{E_{\text{кин}}}{\text{моль} \cdot \text{град}} = \frac{3}{2} N_0 k,$$

$$C_v = \frac{3}{2} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 1,38 \cdot 10^{-16} \text{ эрг/моль} \cdot \text{град},$$

$$C_v = 12,5 \cdot 10^7 \text{ эрг/моль} \cdot \text{град}.$$

Таким образом, кинетическая теория полностью раскрывает «таинственное» содержание понятия тепла.

В случае двухатомных газов (два атома в одной молекуле), таких, как H_2 , O_2 и N_2 , тепло идет не только на увеличение кинетической энергии поступательного движения, но повышает также кинетическую энергию вращательного и колебательного движений. Поэтому для нагревания 1 моля двухатомного газа на 1°C потребуется несколько больше тепла, чем для той же цели в случае одноатомного газа. Ньютоновская классическая механика дает определенный ответ на вопрос, сколько энергии потребляют вращательное и колебательное движения молекул. Вообще говоря, измеренные значения удельных теплоемкостей газов не согласуются с теоретическими значениями. Однако современная квантовая теория удельных теплоемкостей блестяще объясняет эксперимент (см. гл. 12).

Вопрос 6. Сколько литров водорода V_{H_2} и кислорода V_{O_2} при 0°C и атмосферном давлении образуют 18 г (1 моль) воды?

В качестве примера неправильных предсказаний классической механики рассмотрим только вращательное движение молекул одноатомного газа. У каждого атома помимо трех степеней свободы, отвечающих поступательному движению, должны быть еще три вращательные степени свободы. На основе законов Ньютона и используя высшую математику, можно показать, что на каждую степень свободы молекулы приходится средняя кинетическая энергия $kT/2$. Следовательно, на каждый атом одноатомного газа должна приходиться энергия $6 \cdot kT/2 = 3kT$. В то же время экспериментальное значение при комнатной температуре близко к $3/2 kT$.

Это расхождение объясняется тем, что атомы оказались столь «гладкими» (симметричными), что никакие соударения не в состоянии привести их во вращение. Но этого аргумента оказывается недостаточно, чтобы объяснить расхождение в случае двухатомных молекул. Такие молекулы имеют две вращательные степени свободы и одну колебательную степень свободы. В таком случае средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну молекулу, составит $3/2 kT$ для поступательного движения плюс $2/2 kT$ для вращательного движения и плюс $1/2 kT$ для кинетической энергии колебаний. Но поскольку средняя потенциальная энергия при простом гармоническом колебании равна средней кинетической энергии, надо добавить еще $kT/2$, которое идет на потенциальную энергию колебаний.

Следовательно,

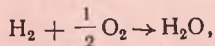
$$\frac{E_{\text{кин}}}{\text{моль}} = N_0 \cdot \frac{7}{2} kT,$$

$$\frac{E_{\text{кин}}}{\text{моль} \cdot \text{град}} = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{7}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-16},$$

$$C_v = 29,1 \cdot 10^7 \text{ эрг/моль} \cdot \text{град}.$$

Но при комнатной температуре эта теплоемкость составляет $20,8 \cdot 10^7 \text{ эрг/моль} \cdot \text{град}$.

Ответ 6. Химическая реакция записывается в виде



или 1 моль молекулярного водорода плюс $1/2$ моля молекулярного кислорода дает 1 моль воды; следовательно, $V_{\text{H}_2} = 22,4 \text{ л}$, $V_{\text{O}_2} = 11,2 \text{ л}$.

Двухатомные молекулы ведут себя так, как если бы в них возбуждались только две вращательные степени свободы и не происходило колебательных движений. Однако при гораздо более высоких температурах в конце концов проявляются и колебания. Такая «странная» зависимость удельной теплоемкости от температуры очень точно описывается квантовой теорией. В рамках классических представлений удельная теплоемкость от температуры зависеть не должна.

§ 9. Изменение состояния

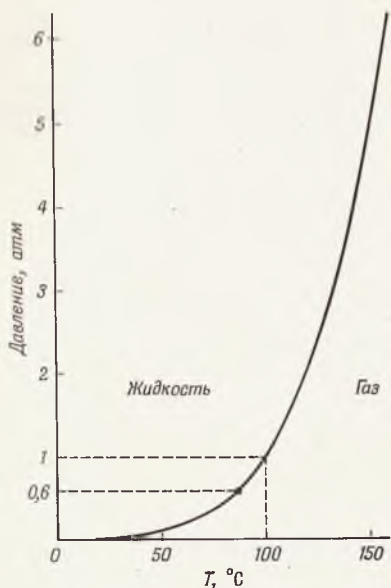
МОЛЕКУЛЫ В ЗАТОЧЕНИИ И НА СВОБОДЕ

Скопление молекул может находиться в твердом, жидком или газообразном состоянии в зависимости от величины межмолекулярного взаимодействия и средней кинетической энергии, приходящейся на одну молекулу, т. е. температуры. В твердом теле при комнатной температуре все молекулы колеблются относительно их положения равновесия со средней кинетической энергией $\frac{3}{2}kT$ (мы пренебрегаем здесь квантовыми эффектами). Однако межмолекулярные силы столь велики, что, для того чтобы оторвать одну молекулу от твердого тела, нужно затратить энергию, значительно превосходящую $\frac{3}{2}kT$. С ростом температуры в конце концов достигается такое состояние, когда относительные положения молекулы уже не фиксированы, но сил еще достаточно, чтобы удержать молекулы друг с другом. Эта температура называется *точкой плавления*. Состояние, при котором относительные положения молекулы не закреплены, а молекулы все же удерживаются вместе, представляет собой микроскопическую структуру жидкости. В случае жидкости отдельной молекуле еще очень трудно вырваться за пределы вещества.

При еще более высокой температуре (например, при точке кипения) энергии боль-

Вопрос 7. Чему будет равна удельная молярная теплоемкость твердого тела, каждый атом которого имеет 3 колебательные степени свободы?

Фиг. 107. Кривая давления паров воды в интервале температур 0—150°С.



шинства молекул оказывается достаточно, чтобы полностью преодолеть межмолекулярные силы. Даже при температурах ниже точки кипения с поверхности жидкости могут вылетать находящиеся вблизи нее молекулы, кинетическая энергия которых достаточно превышает среднюю кинетическую энергию. Процесс, при котором самые быстрые молекулы отрываются с поверхности жидкости, носит название *испарения*. Потеря самых быстрых молекул, конечно, понижает среднюю кинетическую энергию, или температуру, остающихся молекул. Поэтому, чтобы перевести данное количество жидкости в газообразное состояние при той же температуре, ей нужно сообщить определенное количество тепла. Количество тепла, необходимое для испарения 1 г жидкости, называется *скрытой теплотой испарения*. Скрытая теплота испарения воды при 100°С составляет 540 кал/г. Вы видите, что для испарения чашки воды нужно затратить значительное количество энергии. По тем же причинам на плавление 1 г льда при 0°С расходуется 80 кал тепла. Эта величина называется *скрытой теплотой плавления*. Вообще с изменением состояния любого вещества связана определенная скрытая тепловая энергия.

Давление паров

Допустим, что мы поместили определенное количество воды в откачанный сосуд. Вода будет продолжать испаряться, пока число молекул, покидающих каждую секунду поверхность жидкости, не станет равным числу молекул, возвращающихся обратно. Это условие равновесия совершенно однозначно определяет давление газа P при данной температуре T . Величина P , строго соответствующая данной температуре T , называется *давлением паров*. А сам газ, находящийся в равновесии с жидкостью, обычно называют *паром*. На фиг. 107 изображена зависимость давления паров воды P от температуры T . Заметьте, что $P=1$ атм при $T=100$ °С. Именно поэтому на уровне моря

Ответ 7. На каждую колебательную степень свободы у атома будет приходиться энергия $2(kT/2)$; всего на атом приходится $6(kT/2)$, а на моль $3N_0kT$. Следовательно, молярная удельная теплоемкость твердого тела $C=3N_0k$. Это правило хорошо подтверждается на опыте, особенно при высоких температурах. Оно называется *законом Дюлонга — Пти*.

вода кипит при 100°C . Холодная вода сразу же закипит, если ее поместить в вакуумную камеру.

Пример. На вершине горы высотой 4000 м давление воздуха на 40% ниже, чем на уровне моря. При какой температуре закипит здесь вода?

Из фиг. 107 видно, что давление 0,6 атм отвечает температуре 86°C . При этой температуре давление паров воды будет равно атмосферному и вода закипит.

Если давление паров воды превысит значение, соответствующее точке на кривой фиг. 107, то весь пар перейдет в жидкость. Если давление окажется меньше равновесного значения, то вся вода будет находиться в газообразном состоянии. И только при давлении P , изображаемом точкой на кривой, могут одновременно существовать и находиться в равновесии жидкость и газ.

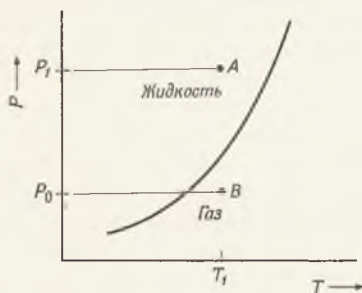
§ 10. Пузырьковая камера

ЖИДКОСТЬ ПЫТАЕТСЯ ЗАКИПЕТЬ БЫСТРЕЙ,
ЧЕМ ЭТО ВОЗМОЖНО

Допустим, что мы сжали поршнем некоторое количество жидкости. Пусть сила, действующая на поршень, такова, что давление в жидкости равно P_1 , а температура T_1 соответствует точке A на фиг. 108. Теперь быстро освободим поршень. Давление в жидкости упадет до атмосферного давления P_0 , соответствующего точке B . Жидкость внезапно окажется в условиях, при которых она должна была бы быть газом. Жидкость в таком состоянии называют *перегретой*. Это состояние неустойчиво. Как только сбрасывается давление на поршень, многие жидкости начинают кипеть вблизи металлических поверхностей, однако вблизи поверхности стекла кипения не наблюдается. Представим, что через перегретую жидкость пролетела заряженная частица, например электрон или протон. Жидкость закипит в различных точках вдоль следа. Теоретически, правда, еще до конца не ясно, где в первую

Фиг. 108. Кривая давления паров в пузырьковой камере.

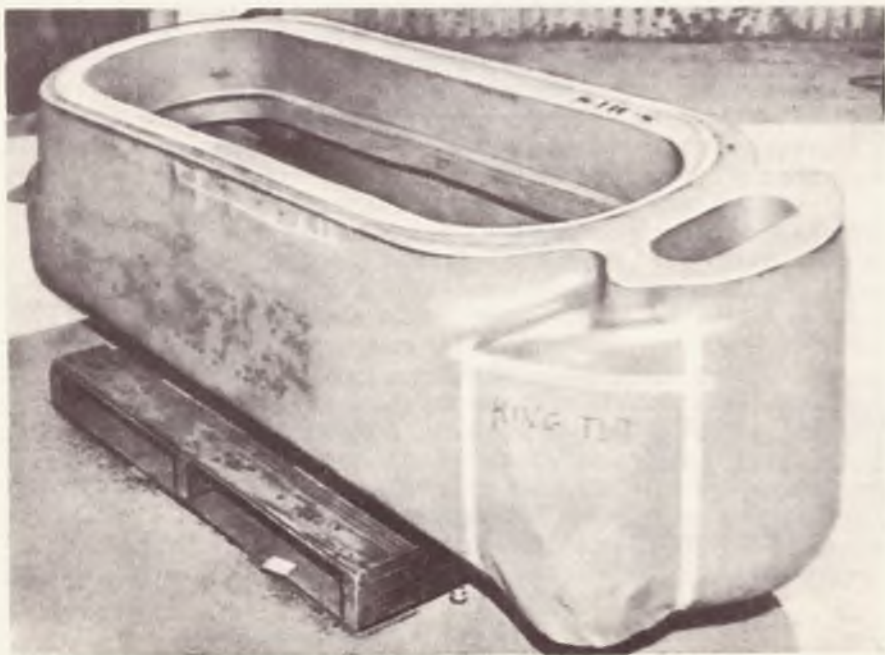
Перед расширением жидкость находится в условиях, соответствующих точке A . Точка B соответствует температуре и давлению жидкости после расширения.





Фиг. 109. Фотография первой пузырьковой камеры, изготовленной целиком из металла.

Фиг. 110. Фотография «саркофага» из нержавеющей стали для 72-дюймовой пузырьковой камеры с жидким водородом.



очередь должно начаться кипение жидкости. Если взять жидкость, которая начинает закипать не у поверхности стекла, а вдоль следа заряженной частицы, прошедшей через жидкость, то этот след можно увидеть на фотографии, сделанной через стеклянное окно камеры. Такие фотографии следов в пузырьковой камере вы видите на фиг. 31, 152, 329, 331 и 332.

Первая пузырьковая камера с металлическими стенками была создана в 1954 г. Ее изобретателем был Д. Глезер. На фиг. 109 приводится фотография этой первой пузырьковой камеры. Ее диаметр составлял 50 мм. В 1959 г. группой под руководством Л. Альвареса в Лаборатории излучений им. Э. Лоуренса Калифорнийского университета была построена пузырьковая камера в виде саркофага длиной 6 фут (около 180 см) (фиг. 110). Эта камера наполнялась жидким водородом. Фотография этой камеры с вспомогательным оборудованием показана на фиг. 111. Вес этой камеры настолько велик, что сдвинуть ее с места оказалось не-



Фиг. 111. 72-дюймовая пузырьковая камера, оборудованная «шагающим» приспособлением.

§ 11. Статистическая механика

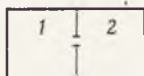
*«Вся королевская конница, вся королевская рать
Не могут Шалтая, не могут Болтая,
Шалтая-Болтая собрать»¹⁾.*

Любое вещество содержит столь большое число молекул, что для описания его физических свойств необходимы специальные математические методы, носящие название *статистики*. Рассмотрим в качестве примера два сосуда, каждый объемом в 1 см^3 , разделенных перегородкой с отверстием (фиг. 112). Пусть давление в сосуде 1 равно 1 атм . Тогда число частиц в нем равно $6,02 \cdot 10^{23}$, деленному на число кубических сантиметров в $22,4 \text{ л}$, т. е. $2,7 \cdot 10^{19}$ частиц в 1 см^3 . Пусть в сосуде 2 вначале нет ни одной молекулы. Откроем теперь отверстие в перегородке. Через довольно короткое время мы обнаружим в сосуде 2 как раз половину молекул. Газ расширился в вакуум. Сколько бы времени мы ни ждали, обратного процесса не произойдет никогда.

В действительности, конечно, число частиц в сосуде 2 будет несколько меняться, или, как говорят, флуктуировать. Математическая статистика утверждает, что примерно 70% времени число частиц в заданном объеме будет находиться в пределах от $\bar{N} - \sqrt{\bar{N}}$ до $\bar{N} + \sqrt{\bar{N}}$, где \bar{N} — среднее число

Фиг. 112. Необратимое расширение газа в вакуум.

Стоит лишь открыть отверстие в перегородке, как газ из сосуда 1 начнет расширяться в сосуд 2.



¹⁾ Перевод С. Я. Маршака.

молекул. В приведенном здесь случае это

$$(1,35 \cdot 10^{19} \pm \sqrt{1,35 \cdot 10^{19}}) =$$
$$= (1,35 \pm 0,00000000037) \cdot 10^{19} \text{ частиц.}$$

Вы видите, что эти флуктуации столь малы, что обнаружить их нет никакой возможности. С другой стороны, столь огромные флуктуации, чтобы в сосуде 2 не осталось ни одной частицы, по существу невозможны.

Теперь допустим, что, открыв отверстие в перегородке и выпустив половину частиц из сосуда 1 в сосуд 2, мы внезапно остановили бег времени и заставили его идти в обратную сторону. Физически время, конечно, никогда не может изменить своего направления. Однако можно познакомиться с тем, как это выглядело бы, если воспользоваться киноплёнкой и пустить ее в обратном направлении. В этом случае сосуд 2 опустел бы сам по себе и там образовался бы вакуум. Итак, мы столкнулись с парадоксом. Мы знаем, что в реальных условиях открытый сосуд никогда сам не опустошается и вакуум самопроизвольно не создается. И все же в кинофильме «шиворот-навыворот» не нарушается ни один из законов Ньютона. Действительно, в кинофильме мы увидели такое расположение частиц и направление их скоростей в сосуде 2, благодаря которым частицы будут двигаться и соударяться так, что все покинут этот сосуд. При этом не нарушится ни один из законов физики.

Парадокс устраняется следующим образом. Заметим, что одной специальной конфигурации частиц в сосуде 2 соответствует, в сущности, бесчисленное множество конфигураций, при которых частицы примерно поровну распределяются между сосудами. Таким образом, хотя эта конфигурация, позволяющая частицам покинуть сосуд 2, принципиально возможна, практически же она никогда не осуществляется. Поэтому процесс расширения газа в вакуум необратим, несмотря на то что в принципе возможна такая ситуация, когда вакуум «создается самопроизвольно».

Другим примером основанной на статистике необратимости является переход тепла от тела с большей температурой к телу с меньшей температурой. Если соединить горячий и холодный куски металла, то тепло никогда не потечет от холодного куска к горячему. Если бы это было возможно, то мы были бы способны отбирать тепло у куска металла или у океана и использовать его в паровых машинах. В океане запасено столько тепловой энергии, что она смогла бы удовлетворить все потребности человечества на протяжении миллионов лет. Однако статистические закономерности запрещают превращать эту кинетическую энергию хаотического движения молекул воды в упорядоченное движение машины. Машину, работающую за счет получения тепловой энергии от единственного теплового резервуара, называют *вечным двигателем второго рода*. Работа такой машины не нарушала бы закон сохранения энергии. Закон сохранения энергии в данном случае требует только уменьшения температуры теплового резервуара при работе машины. В применении к процессам передачи тепла закон сохранения энергии носит название *первого начала термодинамики*.

Второе начало термодинамики

Должен существовать еще какой-то закон, который препятствовал бы получению полезной энергии из тепла, содержащегося в мировом океане, и самопроизвольному образованию вакуума. Это видно из рассмотренных выше, правда, всего лишь двух примеров. Третий пример — «Шалтай-Болтай»¹⁾. Таким законом является второе начало термодинамики, представляющее собой не что иное, как прямое следствие статистики, или закона больших чисел. В этом смысле это

¹⁾ Автор имеет в виду следующее: «Шалтай-Болтай» — это яйцо. Необычайно просто сделать из яйца яичницу. А вот попробуйте сделать наоборот — из яичницы яйцо. — *Прим. перев.*

начало не содержит новых фундаментальных физических принципов; оно является математическим следствием наличия огромного числа частиц.

Вот две формулировки второго начала термодинамики: 1) невозможно практически осуществить вечный двигатель второго рода; 2) беспорядок (называемый также *энтропией*) во Вселенной может только возрастать, но не может уменьшаться.

Обратимость времени

Мы видели, что второе начало термодинамики, выраженное в форме математического закона, приводит к разным физическим результатам в зависимости от направления течения времени. В предшествующем рассмотрении мы попытались выявить, что это обстоятельство является прямым следствием статистики и что в этом смысле второе начало термодинамики вообще не является новым законом или фундаментальным физическим принципом. Мы имеем здесь дело просто с основанным на статистике макроскопическим описанием, которое справедливо лишь при наличии большого числа частиц. Оно может быть получено из законов Ньютона и кинетической теории с помощью статистики. С другой стороны, применение методов математической статистики к законам Ньютона открывает целый новый раздел физики и дает нам полезные физические понятия, например такие, как температура.

Все встречавшиеся нам до сих пор действительно фундаментальные законы природы были обратимы во времени. Это значит, что если поменять направления движения всех частиц (в том числе и вращения) на обратные, то уравнения и законы физики останутся справедливыми (если время будет продолжать течь в прежнем направлении).

Этот очень важный принцип симметрии природы был недавно проверен в специальном опыте, поставленном с целью выявить возможные отклонения. В 1964 г. было обнаружено нарушение этого закона в слабых

взаимодействиях. Если это нарушение происходит только в слабых взаимодействиях, то оно не повлияет на сильные и электромагнитные взаимодействия, ответственные за ядерные и атомные явления. Кроме того, было установлено нарушение двух других очень важных принципов симметрии (сохранения четности и симметрии античастиц). Их проверка была предпринята с той же целью, что и проверка обратимости времени. О недавнем падении этих трех «нерушимых» принципов симметрии мы поговорим в гл. 16.

Задачи

1. На какую глубину в озере нужно нырнуть, чтобы попасть в область, где давление будет вдвое выше, чем у поверхности?

2. Средняя скорость молекул водорода при температуре 0°C и давлении 1 атм равна $1,8 \cdot 10^5 \text{ см/сек}$. Допустим, что водород нагревают при этих условиях при постоянном давлении, пока его объем не увеличится в 3 раза.

а) Чему равна температура газа при таком объеме?

б) Чему равна средняя скорость в этих условиях?

3. Молекула массой M падает на поверхность под углом 30° и под таким же углом отскакивает от нее с прежней скоростью (фиг. 113). Чему равно изменение импульса молекулы?

4. Молекулярный вес газа равен 39. Чему равна масса $6,02 \cdot 10^{23}$ молекул этого газа?

5. Когда в штате Нью-Йорк существовала система искусственных каналов, то был канал, пересекавший реку по мосту. Как увеличивалась нагрузка на мост, когда по нему проплывало судно массой 10^5 кг ? Средняя плотность судна $0,8 \text{ г/см}^3$.

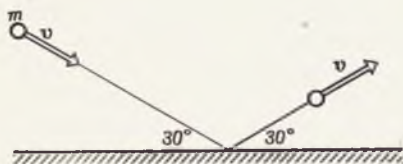
6. Можно ли получить тепло от воды, температура которой равна абсолютному нулю? Объясните почему.

7. Площадь контакта патефонной иглы и пластинки равна площади круга диаметром $25 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$. Игла давит на пластинку с силой 5 дин . Найти давление в дин/см^2 .

8. Гидравлический домкрат состоит из двух поршней диаметром 1 и 5 см.

а) Какую силу нужно приложить к малому порш-

Фиг. 113. К задаче 3.



ню, чтобы поднять большим поршнем груз весом 10 ньютонов?

- б) На какую высоту поднимется груз, если малый поршень переместится на 0,1 м?

9. Масса шара зонда 50 кг (включая массу газа в нем), а объем 110 м³. Шар связан с землей веревкой. Плотность воздуха 1,3 кг/м³.

- а) Каково натяжение веревки, когда она находится в вертикальном положении?
б) Каково натяжение веревки, если она под действием ветра отклонилась на 30° от вертикали?

10. Вес тела в нормальных условиях оказался равным 300 ньютонов. В воде его вес составил 200 ньютонов.

- а) Каков объем тела?
б) Какова его плотность?

11. Температура некоторого количества газа при давлении 1 атм уменьшилась от 100 до 0°С. На сколько атмосфер нужно изменить давление, чтобы объем газа остался прежним?

12. Плотность 1 см³ льда оказалась равной 0,90 г/см³. На какой высоте над поверхностью будет находиться верхняя грань кубика, если его опустить в воду?

13. Кусок свинца плотностью 11,5 г/см³ плавает в ртути плотностью 13,6 г/см³.

- а) Какая доля куска погрузится в ртуть?
б) Если масса свинца 2 кг, то какую силу надо приложить, чтобы свинец погрузился полностью?

14. Масса 1 л газа при давлении 1 атм и температуре 0°С равна 0,1 г. Что это за газ?

15. Брусок дерева плотностью 0,8 г/см³ плавает в жидкости плотностью 1,2 г/см³. Объем бруска 36 см³.

- а) Какова масса бруска?
б) Какова масса вытесненной жидкости?
в) Какой объем бруска будет находиться над поверхностью жидкости?

Фиг. 114. К задаче 16.



16. Газ в цилиндре сжат поршнем, который может двигаться без трения (фиг. 114). Объем газа 0,5 м³, высота столба газа $h=1,0$ м. Вес поршня $5 \cdot 10^4$ ньютонов. Атмосферное давление 10^5 ньютонов/м².

- а) Каково давление в газе?
б) Какую силу надо приложить к поршню, чтобы уменьшить h до 0,6 м при той же температуре?

17. Кубик с ребром 1 см и плотностью 0,8 г/см³ плавает в воде. Температура воды повышается на 50°С, отчего каждое ребро кубика увеличивается на 10%. На сколько увеличится объем вытесненной жидкости? (Плотность воды предполагается неизменной и равной 1 г/см³.)

18. Под водой находится водородный пузырь объемом $5,6 \cdot 10^3 \text{ см}^3$, содержащий 1 г. H_2 при комнатной температуре (21°C).

а) Каково давление газа в пузыре?

б) На какой глубине находится этот пузырь?

Атмосферное давление над поверхностью воды равно 10^6 дин/см^2 .

19. В объеме V имеется N частиц, причем средняя кинетическая энергия каждой частицы ϵ .

а) Чему равна полная кинетическая энергия всех частиц?

б) Чему равна температура?

в) Чему равно давление?

г) Если объем удвоится за счет соединения с таким же пустым объемом, то что произойдет с температурой и давлением?

Ответы выразите через V , N , ϵ и k .

20. Наилучший полученный в лаборатории вакуум составляет примерно $10^{-14} \text{ см рт. ст.}$ Сколько молекул остается в 1 см^3 при этом «вакууме»? Вакуум межзвездного пространства соответствует одному протону в 1 см^3 .

21. При взрыве водородной бомбы температура достигает 10^8°C . В этом очень горячем газе образуются свободные ядра водорода — протоны, а также множество дейтронов (с массой, вдвое превышающей массу протона).

а) Какова средняя скорость протонов?

б) Каково отношение средней кинетической энергии протонов и дейтронов, если считать, что они находятся в тепловом равновесии?

22. Идеальный газ при температуре T и давлении P занимает объем V . Масса одной молекулы газа равна m . Какое из написанных ниже выражений характеризует число молекул газа в объеме: PV/m , k/PVT , m/k , kT/V или VP/kT ? Какое из выражений описывает плотность газа: mkT , m/V , Pm/kT , P/kTV или P/kT ?

23. Идеальный газ находится в сосуде при температуре 0°C и атмосферном давлении.

а) Чему будет равна температура, если средняя скорость каждой молекулы увеличится в 2 раза?

б) Чему будет равно в этом случае давление?

в) Если объем равен 1 л, то сколько в нем молекул?

24. Рассмотрим два газа, причем молекулы газа 2 в два раза легче молекул газа 1 ($m_2 = m_1/2$). При температуре 27°C средняя скорость молекул газа 1 равна 10^5 см/сек . Чему равна температура газа 2, если средняя скорость молекул этого газа $2 \cdot 10^5 \text{ см/сек}$?

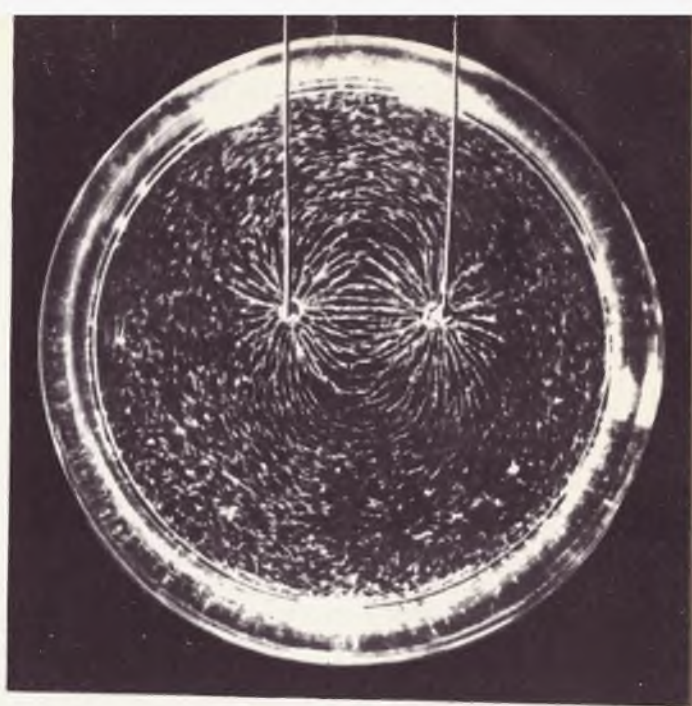
25. Атомный вес кислорода 16; 8 г O_2 находится в сосуде объемом 8 л ($1 \text{ л} = 10^3 \text{ см}^3$). Давление газа $1 \text{ атм} = 10^6 \text{ дин/см}^2$.

- а) Сколько молей газообразного O_2 в сосуде?
- б) Сколько молекул O_2 в сосуде?
- в) Чему равна температура?
- г) Предполагая, что O_2 ведет себя при всех температурах как идеальный газ, найдите полную кинетическую энергию поступательного движения молекул в сосуде.

26. В объеме имеется N молекул идеального газа. Пусть число молекул в этом объеме удвоилось, а средняя кинетическая или тепловая энергия газа осталась прежней (полная энергия нового количества газа такая же, как и у первоначального количества).

- а) Чему равно отношение давлений в обоих случаях?
- б) Чему равно отношение температур в обоих случаях?





ГЛАВА 7

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

ЭЛЕКТРОСТАТИКА § 1. Электронное строение вещества

ЭЛЕКТРОНЫ ПОВСЮДУ

Изучение явлений электричества и его многочисленных приложений составляет значительную часть современной физики. Одно из них, как мы увидим позднее, — это электромагнитная теория света. Таким образом, всю оптику можно рассматривать как один из разделов теории электричества. Другой исключительно важный раздел — теория относительности — дедуктивно вытекает из теории электричества, если мы предположим, что уравнения, описывающие электрические явления, должны иметь один и тот же вид во всех системах отсчета. При изучении атомной физики, физики твердого тела, молекулярной теории и химии мы сталкиваемся с электромагнитными взаимодействиями электронов с электронами и ядрами.

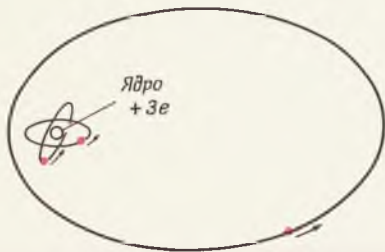
Силы между атомами и молекулами также обусловлены электромагнитным взаимодействием. Таким образом, почти вся оставшаяся часть этой книги посвящена в той или иной форме изучению обширной области явлений электричества.

Мы предполагаем, что читатель имеет уже общее представление о строении атома. Символические изображения атомов в виде ядра с вращающимися вокруг него электронами ежедневно встречаются в газетах, журналах, передачах телевидения, на детских игрушках и т. д. Атом в поперечнике составляет около 10^{-8} см и состоит из меньшего по размерам тяжелого ядра, несущего положительный заряд, и движущихся вокруг него по орбитам более легких электронов, несущих отрицательные заряды. Заметьте, что мы пользуемся терминами «положительный» и «отрицательный» заряды, еще не дав им определения. Весь следующий параграф посвящен разбору нового важного понятия электрического заряда.

Знакомое нам изображение атома основано на теории его строения, предложенной в 1914 г. Нильсом Бором. На фиг. 115 пока-

Фиг. 115. Строение атома лития согласно модели Бора.

Три электрона, каждый с зарядом $-e$, вращаются по планетным орбитам вокруг ядра с зарядом $+3e$.



зана боровская модель атома лития. Атомный вес лития равен 7, а его атомный номер $Z=3$. Ядро атома лития содержит три положительно заряженных протона и четыре нейтральных нейтрона. Предположим, что электроны притягиваются к ядру силой, обратно пропорциональной квадрату расстояния. Тогда в соответствии с механикой Ньютона каждый атом был бы похож на миниатюрную солнечную систему, где каждый электрон вращается вокруг ядра по планетной орбите. На первый взгляд могло бы показаться, что существование атомов обусловлено гравитационными силами. Однако, если бы это было так, то атомы всегда притягивались бы друг к другу, независимо от того, на каком расстоянии друг от друга они находятся. В этом случае вещество можно было бы сжимать до тех пор, пока все оно не слилось бы в одно гигантское ядро, состоящее из протонов, нейтронов и неподвижных электронов. Но мы знаем, что жидкости и твердые тела очень плохо поддаются сжатию. Это означает, что при сжатии вещества между атомами должны возникать большие силы отталкивания. Следовательно, должны существовать некие силы отталкивания, превосходящие по своей величине силы притяжения.

Чтобы объяснить это свойство вещества, надо ввести силы нового типа, так называемые *электростатические*, или *кулоновские*, силы. Эти силы меняются также обратно пропорционально квадрату расстояния. Между силой тяжести и электростатической силой имеется одно различие: между телами с противоположным зарядом действует электростатическая сила притяжения, а между телами с одинаковым зарядом — электростатическая сила отталкивания. Благодаря электростатической силе ядра отталкивают протоны и притягивают электроны. Кроме того, оказалось, что электростатическое отталкивание между двумя электронами в $4,17 \cdot 10^{42}$ раз превышает гравитационное притяжение между ними!

Причина, по которой гравитационные си-

Вопрос 1. Что больше: электростатическая сила, действующая между двумя электронами, или электростатическая сила, действующая между двумя протонами?

лы большинству людей кажутся более мощными, чем электрические силы, состоит в том, что мы и окружающие нас предметы содержат равное число положительных и отрицательных зарядов. Если у кого-либо оказался бы избыток электрического заряда одного знака, он был бы мгновенно поражен ударом молнии. И после этого, безусловно, согласился бы, что электричество значительно могущественнее гравитации.

На самом деле картина, в которой электроны вращаются по планетным орбитам вокруг ядра, не соответствует действительности. Она противоречит современной теории — квантовой механике, с которой мы познакомимся начиная с гл. 12. Однако, согласно квантовой теории, роль электростатической силы сводится к обеспечению связи «орбитальных» электронов с ядром. Изображение атома лития, соответствующее современным представлениям о волновой природе электрона и заменяющее фиг. 115, приведено на фиг. 288 (стр. 420).

§ 2. Понятие заряда

ЭТО НАШЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ

Мы не можем дать количественного определения заряда, пока не познакомимся с законом Кулона, который описывает все электростатические силы. Но прежде чем это сделать, было бы полезно рассмотреть некоторые свойства заряда. Например, является ли заряд аддитивной величиной? Может ли он быть уничтожен?

Эффекты, связанные с электрическим зарядом, были замечены еще древним человеком; мы тоже повседневно замечаем электрические разряды, когда, скажем, в сухую погоду идем по ковру или слышим легкое потрескивание, снимая пиджак или рубашку. Эти эффекты называются *электризацией* и возникают в результате соприкосновения двух¹ разнородных веществ. Эффекты электризации исследовались еще древними греками.

Ответ 1. Обе силы одинаковы.

Предположим, что вещество *A* трется о вещество *B*. Тогда орбитальные электроны из *A* будут взаимодействовать с электронами из *B*. Некоторые из них покинут вещество *A* и останутся на *B*, и наоборот. Если внешние орбитальные электроны атомов вещества *A* связаны с ядром не так прочно, как в атомах *B*, то после того, как мы отделим одно тело от другого, в атомах *A* будет не хватать некоторого числа электронов. В результате на теле *A* окажется избыточный положительный заряд, а на теле *B* — соответствующий отрицательный заряд. Термины «положительный» и «отрицательный» вводятся применительно к зарядам совершенно произвольно. Тому, что в настоящее время условились считать заряд электрона «отрицательным», мы обязаны Бенджамину Франклину. Именно он произвольно назвал «положительным» заряд, остающийся на стекле, натертом шелком. Позднее, познакомившись с электрическим током в проводниках и электровакуумных лампах, мы пожалеем, что Франклин в свое время не выбрал для заряда противоположный знак.

Согласно определению Франклина, положительное направление тока противоположно истинному направлению движения зарядов. Действительно, ток в проводниках и электровакуумных лампах обусловлен движением отрицательных электронов. Но мы не должны винить Франклина за эту путаницу, так как его теория электрического заряда примерно на 100 лет опередила открытие электрона.

Само понятие заряда сходно с понятием массы. Подобно тому как каждое тело или частица обладают отвлеченным свойством, которое мы называем массой, каждому телу или частице присущ также заряд, который может быть положительным, отрицательным или равным нулю. Введение отвлеченного понятия массы очень сильно упрощает расчеты, относящиеся к взаимодействующим телам (т. е. их относительные ускорения и т. п.). Точно так же представление о заряде позволяет получить простое описание сил

Вопрос 2. Имеется ли пропорциональность между электрическим зарядом атомного ядра и его массой?

нового типа, удерживающих электроны вблизи ядра и в то же время препятствующих сближению двух атомов. Мы приведем высказывание, взятое из книги Бертран Рассела «Азбука атомов», которое поможет нам уяснить сущность заряда:

«Когда я говорю, что электрон обладает определенным количеством отрицательного заряда, то я подразумеваю под этим только то, что электрон ведет себя определенным образом. Заряд — это не красная краска, т. е. вещество, которое можно нанести на электрон и снова смыть с него. Он попросту выражает определенный физический закон:

Возникает вопрос: к какого рода величине нам относится электрический заряд? Если телу сообщить сначала заряд Q_1 , а затем заряд Q_2 , будет ли результирующий заряд равен $Q_1 + Q_2$? Существуют ли способы создания или уничтожения заряда? Например, массу покоя можно создать при образовании из фотона с нулевой массой покоя пары электрон и позитрон (положительный электрон). Ответ на эти вопросы следующий: закон сохранения заряда считается строгим законом физики. Как и другие основные законы физики, закон сохранения заряда имеет строгого доказательства. Единственным доказательством законов сохранения или других законов природы служит то, что они всегда выдерживают проверку на опыте. До сих пор мы имели дело в этой книге с пятью законами сохранения. Эти законы считаются абсолютно строгими (т. е. не допускаются никаких отклонений от этих законов). Теперь наш перечень законов сохранения следующий:

1. Закон сохранения полной энергии.

Речь идет о релятивистской энергии включающей и энергию покоя $W_0 = M_0 c^2$.

2. Закон сохранения полного импульса.

Строго говоря, здесь речь идет о релятивистском импульсе, т. е. о релятивистской массе, умноженной на скорость.

Ответ 2. Нет. Различные атомные ядра содержат разное число нейтронов, у которых нет электрического заряда.

3. Закон сохранения полного момента количества движения.

4. Закон сохранения тяжелых частиц.

Масса покоя может превращаться в энергию, но при том условии, что суммарное число тяжелых частиц (протонов, нейтронов и некоторых других, см. более подробно в гл. 16) должно всегда оставаться постоянным.

5. Закон сохранения электрического заряда.

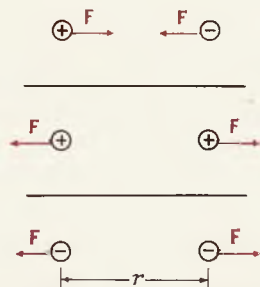
Алгебраическая сумма зарядов в замкнутой системе всегда должна оставаться постоянной.

Заряды электронов и протонов имеют одну и ту же величину, но противоположны по знаку. Такой заряд называется зарядом электрона e и представляет собой наименьший заряд, какой может нести на себе тело или частица. Мы говорим, что заряд квантуется; иными словами, он может принимать только определенные значения $0, \pm e, \pm 2e, \pm 3e$ и т. д. (где e — заряд электрона). На самом деле, согласно квантовой теории, такие физические величины, как энергия, импульс и момент количества движения, также квантуются. В дальнейшем при рассмотрении электрических явлений мы будем считать энергию, импульс и момент количества движения непрерывно изменяющимися величинами. Такое приближение называется *классической электродинамикой*. Оно вполне справедливо, когда мы имеем дело с электрическим взаимодействием макроскопических тел. Для рассмотрения взаимодействий микроскопических тел (размером порядка размеров атома) совершенно необходимо применять квантовую теорию.

Фундаментальная теория носит название *квантовой электродинамики*. Классическая электродинамика является ее предельным случаем; иными словами, если квантовую электродинамику применять к макроскопическим телам, то она будет давать те же самые результаты, что и классическая электродинамика.

Вопрос 3. Правильно или ложно утверждение: формула (7.2) описывает электрическую силу, действующую между любыми телами с зарядами Q_1 и Q_2 ?

Фиг. 116. Зависимость направления электростатической силы от знака зарядов.



§ 3. Закон Кулона

«НОВАЯ» СИЛА

Очень точные эксперименты показывают, что сила электростатического взаимодействия двух зарядов прямо пропорциональна произведению этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними, т. е. электростатические силы аналогичны гравитационным. Эти свойства электростатических сил выражаются законом Кулона, который гласит, что *сила, действующая между двумя неподвижными друг относительно друга точечными зарядами Q_1 и Q_2 равна*

$$F = K \frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \quad (7.1)$$

где r — расстояние между двумя зарядами, а K — коэффициент пропорциональности (больше нуля), зависящий от выбора единицы измерения заряда. Если Q_1 и Q_2 имеют противоположные знаки, то их произведение отрицательно и F направлено в сторону противоположную r , т. е. F является силой притяжения. Фиг. 116 иллюстрирует соотношение между направлением силы F и знаками зарядов. Таким образом, электростатическая сила может быть либо силой отталкивания, либо силой притяжения, зависимости от того, одинаковы или противоположны знаки зарядов.

В системе CGS единицами измерения и F служат соответственно сантиметр и дина. Если бы в качестве единицы измерения Q мы выбрали заряд электрона, то тогда величина K , определяемая из эксперимента, была бы очень неудобной, она равнялась бы $2,3 \cdot 10^{-19}$. Но поскольку мы свободны в выборе единицы заряда, то ее удобно выбрать такой, чтобы коэффициент $K=1$. Такая единица и взята в системе CGS. Она получается из формулы (7.1), в которой $K=1$. Эта единица заряда получила название *одна электростатическая единица заряда*, или 1 CGSE (Q).

Ответ 3. Ложно. Формула (7.2) применима к любой паре точечных зарядов. Результирующая сила, действующая на тело, представляет собой векторную сумму сил, действующих на каждый точечный заряд этих тел.

Чтобы избежать путаницы и облегчить понимание изложения, в дальнейшем в качестве единицы заряда будет использоваться единица CGSE (Q). При этом закон Кулона принимает вид

$$\text{Закон Кулона} \quad F = \frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \quad (7.2)$$

где Q измеряется в единицах CGSE (Q). Мы видим, что за единичный электрический заряд [1CGSE (Q)] принят такой заряд, который отталкивается от заряда той же величины и того же знака, помещенного на расстоянии 1 см, электростатической силой в 1 дину. В этих единицах заряд электрона

$$e = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ CGSE } (Q). \quad (7.3)$$

Пример 1. Масса небольшого шарика из угля равна 1 г. Сколько электронов содержится в нем?

Порядковый номер углерода $Z=6$, а атомный вес 12. Следовательно, 12 г углерода составляют 1 моль и содержат $6,02 \cdot 10^{23}$ атомов, или в 6 раз больше электронов. Число электронов в 1 г углерода равно $1/12 (6 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}) = 3,01 \cdot 10^{23}$.

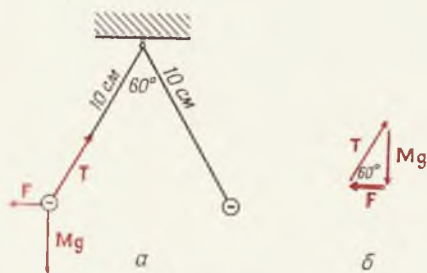
Пример 2. Двум шарикам с массой по 1 г каждый (фиг. 117) сообщили отрицательный заряд. Шарик подвешены на 10-сантиметровых нитках, и после приложения заряда нитки разошлись на угол 60° .

- Чему равна электростатическая сила, действующая между двумя шариками?
- Сколько электронов сообщили каждому шару?
- Чему равно отношение числа электронов и протонов в каждом шарике?
- Чему равна сила гравитационного притяжения двух шариков?

Векторная сумма всех действующих на шарик сил — электростатической F , натяжения нити T и земного притяжения (980 дин) — должна быть равна нулю (см. фиг. 117, б). Поскольку в прямоугольном треугольнике с острым углом 60° отношение меньшего катета к большему равно $1/\sqrt{3}$, то $F/980 = 1/\sqrt{3}$, или $F = 565$ дин.

Чтобы ответить на вопрос, сколько электронов сообщили каждому шару, надо вычислить заряд каждого шарика. Это можно сделать, воспользовавшись законом Кулона: $F = Q^2/r^2$ и $Q = \sqrt{Fr^2}$. Подставляя в эту формулу $F = 565$ дин и $r = 10$ см, получаем $Q = \sqrt{565 \cdot 10^2} = 238$ CGSE (Q). Чтобы найти число электронов, надо разделить этот заряд на заряд электрона $4,8 \cdot 10^{-10}$ CGSE (Q), откуда число электронов равно $4,95 \cdot 10^{11}$.

Фиг. 117. Два заряженных шарика.



Фиг. 118. Боровская модель атома водорода.



Отношение числа добавленных электронов к первоначальному числу электронов (или протонов из примера 1. Это отношение равно 1,65. Таким образом, отношение числа электронов и протонов равно 1,000 000 000 001 65. Отметим, что значительный избыток заряда приводит к большим эффектам.

Из закона всемирного тяготения Ньютона следует, что сила притяжения между двумя шариками

$$F = G \frac{M^2}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{1^2}{10^2} = 6,67 \cdot 10^{-10}$$

Отметим, что электростатическая сила, действующая между шариками, в $8,5 \cdot 10^{11}$ раз больше.

Пример 3. Согласно теории Бора, атом водорода состоит из протона и электрона, вращающегося по круговой орбите (фиг. 118). Радиус орбиты электрона в атоме водорода $0,53 \cdot 10^{-8}$ см.

а) Какая сила действует между электроном и протоном?

б) Какова скорость движения электрона?

в) Какова кинетическая энергия электрона?

Сила, действующая между электроном и протоном, определяется из закона Кулона:

$$F = \frac{e^2}{r^2} = \frac{(4,8 \cdot 10^{-10})^2}{(0,53 \cdot 10^{-8})^2} = 8,2 \cdot 10^{-3} \text{ дин.}$$

Поскольку эта сила и есть центростремительная сила, удерживающая электрон на его орбите, то $m(v^2/r)$, где $m = 9,1 \cdot 10^{-28}$ г — масса электрона;

$$v = \sqrt{\frac{rF}{m}} = \sqrt{\frac{0,53 \cdot 10^{-8} \cdot 8,2 \cdot 10^{-3}}{9,1 \cdot 10^{-28}}} = 2,18 \cdot 10^8 \text{ см/сек.}$$

Кинетическая энергия

$$E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} (9,1 \cdot 10^{-28}) (2,18 \cdot 10^8)^2 = 2,16 \cdot 10^{-11} \text{ эрг.}$$

Еще одной общепринятой единицей измерения энергии является электрон-вольт (эВ), которая встретится нам в следующих главах, является кулон. Кулон связан с единицей CGSE (Q) через величину скорости света:

$$1 \text{ кулон} = \frac{c}{10} \text{ CGSE (Q)},$$

где $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/сек — скорость света. Это обусловлено очень важными причинами

которых будет сказано в следующей главе. Фактически в настоящее время используется несколько различных систем электрических единиц. Распространенной системой, применяемой в определенных инженерных областях и в некоторых учебниках физики, является рациональная система MKS.

В этой системе F измеряется в ньютонах, r — в метрах, Q — в кулонах; коэффициент K в законе Кулона равен $c^2/10^7$, причем $c = 3 \cdot 10^8$ м/сек. В этой системе вместо коэффициента K в законе Кулона пишут коэффициент $1/4\pi\epsilon_0$, так что $\epsilon_0 = 10^7/4\pi c^2$. Таким образом, в системе MKS закон Кулона принимает вид

$$F = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{4\pi r^2} \text{ ньютон,}$$

где

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ кулон}^2 \cdot \text{сек}^2 / \text{кг} \cdot \text{м}^2.$$

Однако в этой книге нам нет необходимости вводить дополнительные усложнения.

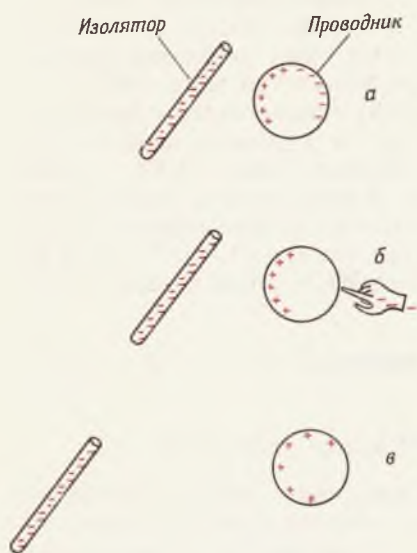
Еще одно преимущество используемой нами системы единиц в том, что мы увидим, когда, как и почему появляется в формулах теории электричества скорость света.

§ 4. Электростатическая индукция

НЕОГРАНИЧЕННОЕ «ПРОИЗВОДСТВО» ЗАРЯДОВ

Один из самых простых способов зарядить стеклянную или пластмассовую палочку — натереть ее шерстью. Часть заряда можно передать другим предметам, например шарикам бузины, коснувшись их заряженной палочкой. Однако с помощью электростатической индукции можно многократно заряжать проводники, не передавая им при этом первоначального заряда стеклянной палочки. Проводники обладают особым свойством: внешние электроны их атомов не связаны с каким-либо определенным атомом, а свободно передвигаются по проводнику или переходят из одного проводника в другой.

Фиг. 119. Зарядка проводящей сферы с помощью индукции.



Фиг. 120. Зарядка большой проводящей сферы.

Заряд переносится на внутреннюю поверхность сферы. Принцип устройства генератора Ван де Граафа.



Поэтому если к сферическому проводнику приблизить отрицательно заряженную палочку, то электроны, отталкиваясь отрицательным зарядом палочки, переместятся на удаленную часть сферы (фиг. 119). Если теперь коснуться сферы рукой (человеческое тело проводит электрический ток), то это позволит электронам еще более удалиться от отрицательно заряженной палочки и они совсем покинут сферу. Если убрать палочку, то на сфере остается избыточный положительный заряд. Таким способом можно зарядить сколько угодно сфер, нисколько не уменьшив первоначальный заряд палочки.

В принципе с помощью такой заряженной палочки можно создать на большой полой сфере огромный заряд с потенциалом в миллионы вольт (определение электрического потенциала будет дано в § 9). В следующем параграфе будет показано, что весь заряд проводника должен располагаться не его внешней поверхности, а внутри проводника не должно оставаться никаких зарядов. Как видно из фиг. 120, маленькую заряженную сферу, изображенную на фиг. 119 можно поместить внутрь полой сферы большего диаметра, просунув ее через отверстие в этой сфере, и коснуться ею внутренней поверхности большой сферы. Электроны большой сферы немедленно перейдут на маленькую сферу. Это значит, что первоначальный положительный заряд маленькой сферы окажется на внешней поверхности большой сферы. После многократного повторения этой операции суммарный заряд на внешней поверхности большой полой сферы будет превышать первоначальный заряд маленькой сферы во столько раз, сколько раз мы повторяем эту операцию. На этом принципе основан современный генератор высокого напряжения Ван де Граафа, который используется для получения напряжения в миллионы вольт. В генераторе Ван де Граафа заряд передается на внутреннюю поверхность большой полой сферы не вручную отдельными порциями, а непрерывно помощью ленты.

§ 5. Электрическое поле

СИЛА, КОТОРАЯ ДЕЙСТВУЕТ ПОВСЮДУ

Использование понятий «электрическое и магнитное поле» позволяет нам избежать концепции «действие на расстоянии». Согласно закону Кулона, на электрический заряд, находящийся в точке P , действуют все прочие заряды, каждый со своего расстояния. Иными словами, сила передается на расстоянии. Но, используя понятие электрического поля, мы можем сказать, что все эти заряды создают в окрестности точки P определенные условия, а именно — некоторое электрическое поле в этой точке. Если мы знаем электрическое поле в точке P , то можем вычислить силу, действующую на заряд, который помещен в эту точку, совершенно не заботясь о происхождении поля. В этом смысле электрическое и магнитное поля представляют собой математические понятия, упрощающие вычисления и облегчающие понимание многих физических явлений. Напряженностью электрического поля в какой-либо точке пространства называется сила, действующая на небольшой пробный заряд q и деленная на величину этого заряда:

Определение напряженности
электрического поля

$$E = \frac{F}{q}, \quad (7.4)$$

где F — электростатическая сила, действующая на заряд q . Единицей измерения E является $\text{дин}/\text{CGSE}(Q)$. Следовательно, напряженность электрического поля в данной точке численно равна силе, которая действовала бы на $1\text{CGSE}(Q)$ положительного заряда, помещенного в эту точку. Иными словами, она характеризует силу, которая действовала бы на единичный заряд, если бы мы располагали пробным зарядом для измерения этой силы. Электрическое поле создается всеми остальными зарядами. Хотя пробный заряд и сам создает электрическое поле, его не надо учитывать при вычислении силы, действующей на пробный заряд.

Поле, создаваемое точечным зарядом

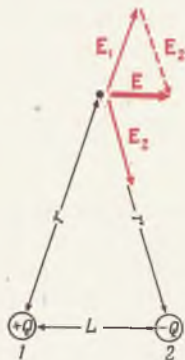
Найдем теперь напряженность электрического поля E , создаваемого одним из «остальных» зарядов, а именно отдельным изолированным точечным зарядом Q . Согласно закону Кулона, на пробный заряд q , помещенный на расстоянии r от заряда Q , действует сила $F=q(Q/r^2)$. Напряженность поля E в точке, где находится заряд q , мы получим, поделив силу F на q :

$$E = \frac{Q}{r^2}. \quad (7.1)$$

Это и есть величина напряженности электрического поля, создаваемого изолированным точечным зарядом Q на расстоянии r .

Во многих физических задачах мы сталкиваемся с несколькими точечными зарядами или с непрерывным распределением зарядов. В этом случае напряженность электрического поля E в любой данной точке будет представлять собой алгебраическую сумму напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности.

Фиг. 121. Электрическое поле, создаваемое электрическим диполем.



Пример. Электрический диполь представляет собой два одинаковых по величине и противоположных по знаку заряда Q , помещенных на расстоянии друг от друга (фиг. 121). Какова напряженность электрического поля E в точке, одинаково удаленной от обоих зарядов, образующих электрический диполь? Расстояние до этой точки от каждого из зарядов равно r .

Пусть E_1 — напряженность поля, создаваемого зарядом 1. Тогда $E_1=Q/r^2$. Если рассмотреть подобный треугольнички на фиг. 121, то получим

$$\frac{E}{E_1} = \frac{L}{r} \quad \text{и} \quad E = \frac{L}{r} E_1, \quad \text{или} \quad E = \frac{LQ}{r^3}.$$

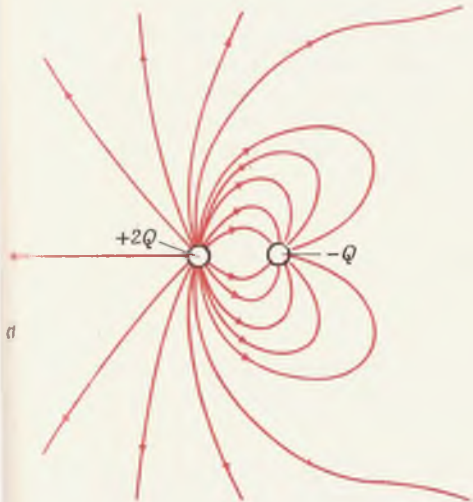
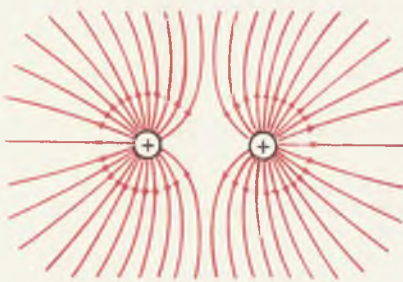
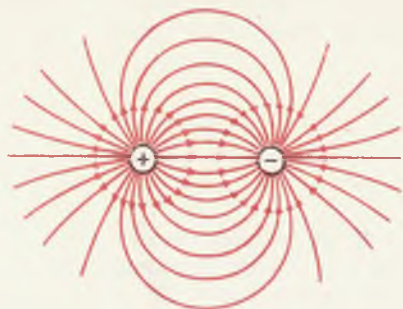
Отметим, что создаваемое диполем электрическое поле меняется обратно пропорционально кубу расстояния в отличие от обратной пропорциональности квадрату расстояния в случае единичного заряда.

§ 6. Силовые линии

ДЛЯ ТЕХ, КТО НЕ ЗНАЕТ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Направления векторов напряженности электрического поля E во всем пространстве

Фиг. 122. Силовые линии двух разноименных зарядов одинаковой величины (а), двух идентичных зарядов (б) и двух зарядов $-Q$ и $+2Q$ (в).



можно изобразить с помощью непрерывных линий (фиг. 122). Эти линии называются силовыми линиями. Силовые линии в электростатике (когда ничего не движется) могут служить мощным и вполне надежным орудием количественного математического анализа. Используя силовые линии, можно вывести и доказать ряд положений электростатики, которые иначе потребовали бы применения интегрального исчисления. Например, с помощью силовых линий можно почти без труда показать, что поле тяжести Земли таково, как если бы вся ее масса была сконцентрирована в центре.

Мы перечислим ряд положений, которые можно доказать, воспользовавшись силовыми линиями.

1. Напряженность электрического поля E , создаваемого равномерно заряженной сферой вне ее, равна Q/r^2 .

2. Напряженность электрического поля E внутри равномерно заряженной сферической или цилиндрической оболочки равна нулю.

3. Напряженность электрического поля внутри проводника повсюду равна нулю.

4. Избыточные заряды могут располагаться только на внешней поверхности проводника.

5. Напряженность электрического поля E , создаваемого цилиндрическим или линейным распределением заряда с плотностью q CGSE (Q)/см, равна $2q/r$.

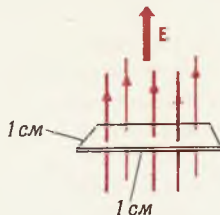
6. Напряженность электрического поля E , создаваемого равномерно заряженной плоскостью с плотностью зарядов σ CGSE (Q)/см², равна $2\pi\sigma$.

7. Напряженность электрического поля E между двумя пластинами конденсатора с площадью A и зарядом $+Q$ и $-Q$ равна $4\pi(Q/A)$.

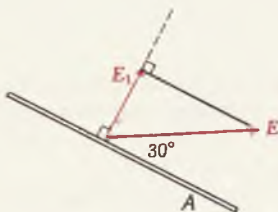
При использовании силовых линий для количественных вычислений необходимо, чтобы число силовых линий, проходящих через каждый квадратный сантиметр, численно равнялось напряженности электриче-

Фиг. 123. Силовые линии электростатического поля напряженностью $E=5$ дин/CGSE(Q), направленного вверх.

Через каждый квадратный сантиметр должно проходить пять силовых линий.



Фиг. 124. К примеру 2.



ского поля E (фиг. 123)¹⁾. Если N — число силовых линий, проходящих через площадку A см², а вектор напряженности электрического поля E перпендикулярен площадке A , то

$$E = \frac{N}{A}$$

и

$$N = E \cdot A. \quad (7.6)$$

Если вектор E не перпендикулярен A , то $N = E_{\perp} \cdot A$, где E_{\perp} — составляющая E , перпендикулярная поверхности A .

Пример 1. Через площадку 3 см² проходит 15 силовых линий. Какова напряженность электрического поля, если эта площадка перпендикулярна силовым линиям?

Выражая E из (7.6), получаем

$$E = \frac{N}{A} = \frac{15}{3} = 5 \text{ дин/CGSE (Q).}$$

Пример 2. Площадка 3 см² находится в однородном поле $E=100$ дин/CGSE (Q). Сколько линий пресекает эту площадку, если угол между силовыми линиями и площадкой составляет 30°? Как видно из фиг. 124, $E_{\perp} = E \sin 30^{\circ} = 50$ дин/CGSE (Q). Согласно (7.6), $N = E_{\perp} \cdot A = 50 \cdot 3 = 150$ линий.

Вычислим теперь полное число силовых линий на расстоянии R от точечного заряда Q . Площадь сферы радиусом R , охватывающей наш заряд, равна $A = 4\pi R^2$. Из формулы (7.6) следует, что полное число силовых линий N , выходящих из точечного заряда Q , составляет:

$$N = E \cdot (4\pi R^2).$$

$$N = \frac{Q}{R^2} \cdot 4\pi R^2,$$

$$N = 4\pi Q. \quad (7.7)$$

Заметим, что полученный результат зависит от величины R . Итак, силовые л

¹⁾ Если $E=1,5$ дин/CGSE (Q), то через один см будет проходить одна силовая линия, а через два см — две. Чтобы избежать подобных трудностей можно ввести большой переходной множитель, с которым превратить каждую линию в 10^6 линий.

нии, выходящие из точечного заряда, непрерывны в пространстве и расходятся по радиусу в бесконечность. Если заряд Q отрицателен, направление силовых линий оказывается обратным: они начинаются в бесконечности и оканчиваются на заряде Q .

Останутся ли силовые линии непрерывными в случае двух или нескольких зарядов, как изображено на фиг. 122? Ответ утвердительный, но его надо еще доказать, воспользовавшись количественным соотношением (7.6). Мы проведем доказательство для случая двух точечных зарядов, но эти же рассуждения можно применить и для любого числа точечных зарядов, распределенных произвольным образом. Напряженность электрического поля двух точечных зарядов равна

$$E = E_1 + E_2,$$

а составляющая вектора E вдоль оси x

$$E_x = (E_1)_x + (E_2)_x. \quad (7.8)$$

Теперь рассмотрим произвольную малую площадку A и выберем в качестве оси x направление, перпендикулярное площадке A . Пусть N — число силовых линий, проходящих через площадку A и отвечающих E , а N_1 и N_2 — число силовых линий, проходящих через площадку A и отвечающих соответственно E_1 и E_2 . Тогда

$$N_1 = (E_1)_x A, \quad N_2 = (E_2)_x A \quad \text{и} \quad N = E_x A. \quad (7.9)$$

Если обе части (7.8) умножить на A , то получим

$$E_x A = (E_1)_x A + (E_2)_x A.$$

Подставив теперь в это выражение (7.9), приходим к ожидаемому результату:

$$N = N_1 + N_2.$$

Поскольку обе величины, N_1 и N_2 , непрерывны, то их сумма также должна быть непрерывной. Таким образом, мы показали, что, во-первых, силовые линии нигде не могут внезапно начинаться или обрываться, за исключением самих зарядов, и, во-вторых,

Вопрос 4. Могут ли несколько точечных электрических зарядов одного знака дать электрическое поле, равное нулю?

полное число силовых линий, проходящих через замкнутую поверхность, внутри которой находятся два заряда Q_1 и Q_2 , равно $4\pi(Q_1 + Q_2)$.

Следовательно, для любого тела произвольной формы с полным зарядом

Теорема Гаусса
$$N = 4\pi Q_{\text{полн}}$$

Это соотношение, как мы увидим, столь полезно, что заслужило специальное название. Его называют теоремой Гаусса. Например, если заряды Q_1 и Q_2 находятся внутри куба объемом $(L \text{ см})^3$, то число силовых линий, выходящих из боковых граней, не зависит от их площади, равной $6L^2$. Не зависит оно также и от положения зарядов Q_1 и Q_2 . Они могут быть где угодно внутри куба. Допустим, что вне куба находится третий заряд Q_3 . Некоторые силовые линии, выходящие из этого заряда, войдут внутрь куба, однако столько же линий выйдет из него, и в результате эффект обратится в нуль (каждая входящая линия взаимно уничтожается выходящей).

Что бы мы ни предпринимали, результирующее число силовых линий, выходящих из куба, должно быть равно $4\pi(Q_1 + Q_2)$.

В итоге мы приходим к выводу, что для заряженных тел любой формы и любого распределения зарядов силовые линии должны удовлетворять следующим трем правилам:

1. Полное число силовых линий, начинающихся на теле с суммарным зарядом Q , равно $4\pi Q$.

2. Силовые линии непрерывны. Они начинаются или обрываются только на зарядах. Если же зарядов нет, то силовые линии уходят в бесконечность.

3. Силовые линии никогда не пересекаются. Если бы они пересеклись, то в точке их пересечения вектор напряженности электрического поля E имел бы два различных направления.

Эти три правила для силовых линий математически эквивалентны закону Кулона. Используя эти правила и принципы сим-

Ответ 4. Да. Пример — заряды, равномерно распределенные по кругу. В этом случае поле в центре круга равно нулю.

метрии, можно доказать все семь положений, перечисленных на стр. 203.

Это будет сделано в следующем параграфе. Для тех, кому доступно чтение других книг по теории электричества, укажем, что наше определение силовых линий совпадает с определением потока вектора напряженности электрического поля. Оба термина могут использоваться на равных основаниях.

§ 7. Распределение зарядов

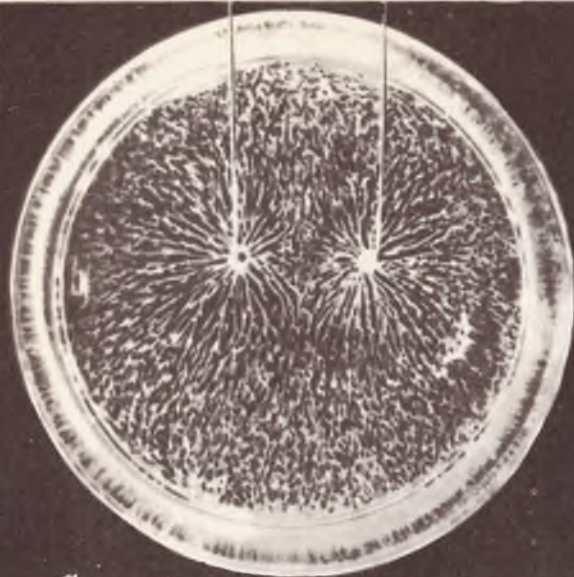
БЫСТРЫЙ СПОСОБ СЛОЖИТЬ БЕСКОНЕЧНОЕ ЧИСЛО ВЕКТОРОВ

Качественную картину расположения силовых линий в случае различных заряженных тел можно получить с помощью взвеси семян травы в жидком изоляторе (фиг. 125, стр. 208). Электрическое поле наводит на концах каждого семечка противоположные по знаку и одинаковые по величине заряды, и благодаря этому зернышки ориентируются вдоль силовых линий.

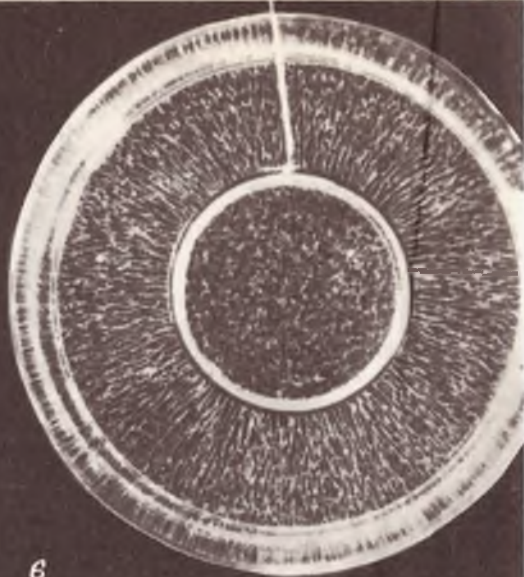
Электрическое поле, создаваемое заряженной сферой

Сначала мы расправимся с задачей, доставившей так много волнений Ньютону. Рассмотрим равномерно заряженную сферу с полным зарядом Q . Вследствие сферической симметрии начинающиеся на сфере силовые линии должны иметь на ней одинаковую плотность и проходить через центр сферы.

Из (7.6) следует, что напряженность электрического поля в точке P (фиг. 126, стр. 210) равна $E = N_{\text{полн}}/A_{\text{полн}}$, причем $A_{\text{полн}} = 4\pi r^2$ это площадь сферической поверхности радиусом r . Согласно теореме Гаусса, $N_{\text{полн}} = 4\pi Q$. Поэтому $E = 4\pi Q/4\pi r^2$, или $E = Q/r^2$. Сравнивая с формулой (7.5), мы убеждаемся, что получили в точности такой же результат, как если бы весь заряд Q был сконцентрирован в одной точке в цент-



a



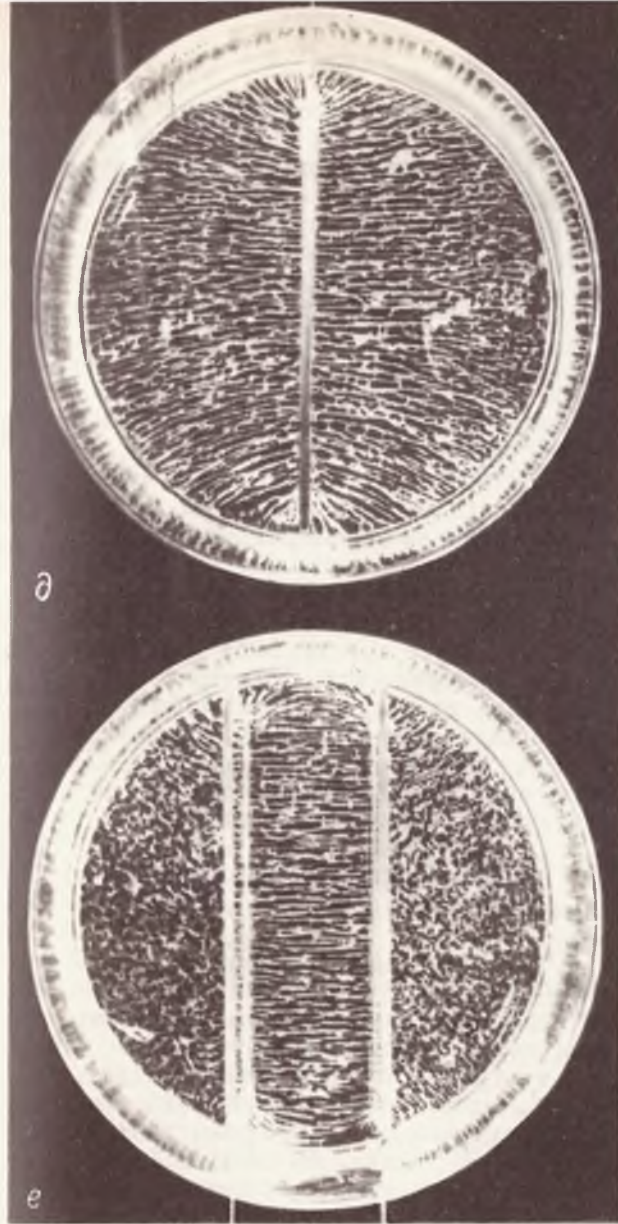
b



c

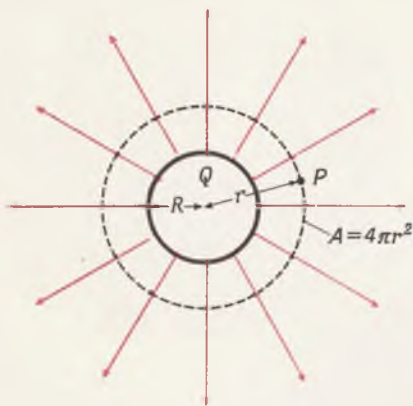


d



Фиг. 125. Фотографии силовых линий около заряженных проводников различной формы (получены с помощью семян, насыпанных в жидкий изолятор).
a — два стержня с одинаковым зарядом; *б* — два стержня с противоположными по знаку и равными по величине зарядами; *в* — заряженный цилиндр (поле внутри цилиндра равно нулю); *г* — заряженный проводник произвольной формы (поле внутри равно нулю); *д* — заряженная плоскость; *е* — две плоскости с одинаковыми по величине и противоположными по знаку зарядами (конденсатор).

Фиг. 126. Силовые линии в случае сферы радиусом R с зарядом Q .



ре сферы. При исследовании тяготения вместо напряженности электрического поля (т. е. электростатической силы, действующей на единичный заряд) используется понятие напряженности поля тяготения (т. е. силы тяжести, действующей на единицу массы). Поскольку сила тяжести, как и электростатическая сила, обратно пропорциональна квадрату расстояния, то приведенные выше правила для силовых линий электрического поля можно применять также и к полям тяготения, и мы завершим тем самым вычисления, предпринятые Ньютоном так давно.

Предположим, что весь заряд сферы не распределен равномерно по всему объему, а сосредоточен на ее поверхности. Тогда силовые линии будут иметь вид, изображенный на фиг. 126. Если бы силовые линии проходили внутрь сферы, то они либо пересекались бы друг с другом, либо нарушали бы условие сферической симметрии (все направления из центра должны быть совершенно равноправны). Таким образом, ясно, что поле внутри сферы или цилиндра с равномерным распределением заряда по поверхности должно быть равно нулю.

Электрическое поле внутри проводника

Внутри твердого проводника, по которому не течет ток, не может существовать электрическое поле. Это можно доказать от противного, рассмотрев случай, при котором внутри такого проводника имелось бы электрическое поле напряженностью E . Тогда на свободные электроны внутри проводника действовала бы сила $-eE$, под действием которой электроны пришли бы в движение. Однако движущиеся электроны — это электрический ток, факт существования которого противоречит нашему условию (электростатика — это наука о покоящихся зарядах).

В действительности, когда заряд сначала сообщается твердому проводнику, внутри имеется поле и заряды быстро разбегаются,

перераспределяясь, пока не будет достигнуто статическое равновесие.

Покажем теперь, что все избыточные заряды в проводнике должны располагаться на его поверхности. Предположим, что где-либо внутри проводника находится избыточный заряд q . Поскольку на этом заряде должны начинаться $4\pi q$ силовых линий, то эти линии окажутся внутри проводника, что противоречит прежнему условию, согласно которому внутри проводника, содержащего неподвижные заряды, не должно быть силовых линий.

Электрическое поле, создаваемое однородно заряженным цилиндром

На фиг. 127 изображен цилиндр, по поверхности которого равномерно распределен заряд с плотностью ρ CGSE (Q) на 1 см длины вдоль оси цилиндра. Поскольку оба направления вверх и вниз вдоль оси совершенно равноправны, то силовые линии должны быть перпендикулярны оси цилиндра и расходиться вдоль радиусов. Рассмотрим участок длиной L см вдоль оси. Этот участок содержит заряд ρL . Поэтому из него выходит $N = 4\pi\rho L$ силовых линий. Напряженность электрического поля E вне цилиндра на расстоянии r от его оси, согласно (7.6), равна

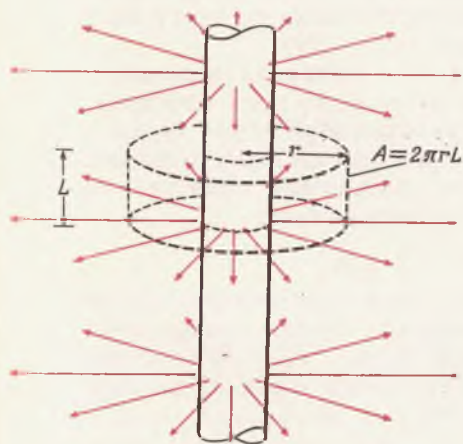
$$E = \frac{N}{A} = \frac{4\pi\rho L}{2\pi r L},$$

$$E = \frac{2\rho}{r}. \quad (7.10)$$

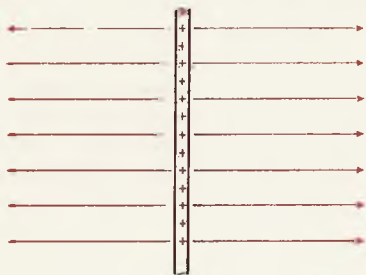
Этот результат справедлив и для заряженного провода, или, иначе говоря, для линейного распределения заряда с плотностью ρ CGSE (Q)/см.

Пример. Найдем выражение для приходящейся на единицу длины силы, которая действует между двумя линейными зарядами с плотностью соответственно ρ_1 и ρ_2 CGSE (Q)/см, находящимися на расстоянии R см друг от друга. Согласно третьему закону Ньютона, сила, действующая на 1 см первого заряда, равна силе, действующей на 1 см второго заряда.

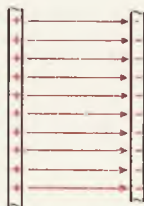
Фиг. 127. Силовые линии в случае равномерно заряженной цилиндрической поверхности.



Фиг. 128. Силовые линии в случае равномерно заряженной бесконечной плоскости (вид сбоку).



Фиг. 129. Силовые линии в случае двух параллельных бесконечных плоскостей с одинаковыми по величине и противоположными по знаку зарядами.



Силу, действующую на 1 см первого заряда со стороны второго, можно найти, написав выражение для напряженности электрического поля, создаваемого зарядом 1 в том месте, где находится заряд 2:

$$E_1 \text{ (вдоль заряда 2)} = \frac{2\rho_1}{R}.$$

Тогда действующая на единицу длины заряда 2 сила равна его плотности, приходящейся на единицу длины, умноженной на E_1 :

$$\frac{F_2}{L_2} = \rho_2 E_1 = \rho_2 \frac{2\rho_1}{R} = \frac{2\rho_1 \rho_2}{R}.$$

Заряженные плоскости

Рассмотрим равномерно заряженную плоскость с плотностью заряда σ CGSE (Q)/см² (фиг. 128). Полное число силовых линий, выходящих с 1 см² поверхности, равно $4\pi\sigma$. Поскольку у плоскости правое и левое направления совершенно равноправны, число силовых линий, выходящих налево и направо, в точности одинаково. А так как напряженность электрического поля численно равна количеству силовых линий, приходящихся на 1 см², то во всем пространстве

$$E = 2\pi\sigma. \quad (7.11)$$

Теперь рассмотрим случай двух параллельных плоскостей с одинаковыми по величине и противоположными по знаку плотностями зарядов (фиг. 129).

Поскольку E — векторная величина, то результирующее поле во всем пространстве будет представлять собой сумму полей, создаваемых каждой плоскостью в отдельности. Во внешней от плоскостей области напряженность поля должна быть

$$E = 2\pi\sigma + 2\pi(-\sigma) = 0.$$

Между плоскостями поле должно слагаться из поля величиной $E = 2\pi\sigma$, направленного от левой плоскости, и поля величиной $E = 2\pi\sigma$, направленного к правой плоскости. Таким образом,

$$E = 2\pi\sigma + 2\pi\sigma$$

и направлено вправо; или между плоскостями:

$$E = 4\pi\sigma. \quad (7.12)$$

Распространенным элементом многих электрических схем является *емкость*, или *конденсатор*. Оба эти названия совершенно эквивалентны. Конденсатор состоит из двух пластин площадью A каждая, помещенных на небольшом расстоянии d друг от друга. В большинстве случаев одна из пластин конденсатора имеет заряд $+Q$, а другая $-Q$. В этом случае плотность зарядов $\sigma = Q/A$. Из формулы (7.12) следует, что для плоского конденсатора

$$E = 4\pi \frac{Q}{A}. \quad (7.13)$$

Во многих конденсаторах, используемых на практике, пространство между пластинами заполняется веществом — диэлектриком. Если диэлектрик поместить в электрическое поле, то на его поверхности индуцируются электрические заряды, ослабляющие напряженность электрического поля внутри диэлектрика. В этом случае величина Q в формуле (7.13) должна представлять собой сумму первоначального заряда и индуцированного заряда, который имеет противоположный знак и меньшую величину.

Отношение напряженности электрического поля в вакууме к напряженности поля в диэлектрике называется *диэлектрической постоянной* и обозначается ϵ .

§ 8. Потенциальная энергия электрического поля

РАССТОЯНИЕ БЕСКОНЕЧНО — РАБОТА КОНЕЧНА

В гл. 5 указывалось, что существует много различных видов потенциальной энергии. Потенциальную энергию можно представлять как запасенную энергию, которую в дальнейшем можно использовать для производства работы. Запаси энергию можно,

Вопрос 5. Какое электрическое поле существует вне и внутри плоского конденсатора (фиг. 129), если на пластинах нанесен одинаковый заряд одного знака?

поднимая массу на некую высоту (преодоле-
вая силу тяжести) или растягивая пружи-
ну (преодолевая силу упругости). Аналоги-
чно энергию можно запасти, перемещая
заряд против действия электрической силы.
Если затем заряд освободить, то электриче-
ская сила сообщит ему ускорение и тем са-
мым возвратит ту работу, которая была за-
трачена нами на преодоление электрической
силы. Определение потенциальной энергии
было дано на стр. 133. Из него следует, что
если заряд q переместится из точки A в
точку B , то его потенциальная энергия воз-
растет на величину

$$U_B - U_A = -\bar{F}_x \cdot \Delta x. \quad (7.14)$$

Здесь \bar{F}_x — средняя составляющая по оси x
электростатической силы, а Δx — расстояние
от A до B . Эта потенциальная энергия, обус-
ловленная электростатическими силами, на-
зывается *потенциальной энергией электриче-
ского поля*.

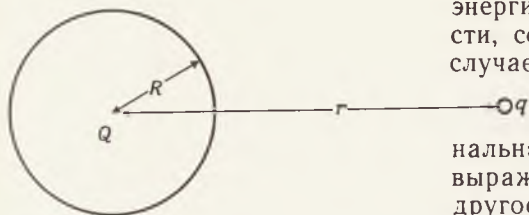
В качестве примера рассмотрим потенци-
альную энергию положительного пробного
заряда, помещенного между заряженными
параллельными плоскостями (фиг. 129).
Действующая на q сила направлена слева
направо и равна qE . Чтобы произвести над q
положительную работу, мы должны пере-
местить заряд влево: Следовательно, у левой
плоскости потенциальная энергия заряда q
больше, чем у правой плоскости. Разность
потенциальных энергий равна qEd , где d —
расстояние между плоскостями. Если пред-
оставить заряду возможность двигаться, то он
будет двигаться с ускорением к правой пла-
стине, по пути превращая свою электриче-
скую потенциальную энергию в кинетиче-
скую.

Потенциальная энергия сферы и точечного заряда

Предположим, что на заряд q действует
сила F , обусловленная электрическим пол-
ем, созданным заряженной сферой с пол-
ным зарядом Q (фиг. 130). Тогда $F = Qq/r^2$.

Ответ 5. Внутри поля от каждой из
пластин направлены в противополож-
ные стороны, так что $E_{\text{внутр}} = 0$. Сна-
ружи они складываются, так что
 $E_{\text{внеш}} = 4\pi\sigma$.

Фиг. 130. Точечный заряд q вблизи заряженной сферы с полным зарядом Q .



Найдем выражение для потенциальной энергии этого заряда. Математически эта задача аналогична нахождению потенциальной энергии тела с массой m в поле силы тяжести, созданном сферой с массой M . В этом случае сила тяжести $F_G = -GMm/r^2$. Электростатическая сила, так же как и сила тяжести, обратно пропорциональна квадрату расстояния. Поэтому оба выражения можно преобразовать одно в другое, заменив (GMm) на $(-Qq)$. Нужный нам результат получится, если в формуле (5.6) для потенциальной энергии силы тяжести заменить постоянную (GMm) на $(-Qq)$. Это даст

$$U_r - U_R = -Qq \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right) = Qq \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right).$$

Напомним, что эта величина характеризует работу, которую следует проделать, чтобы переместить точечный заряд q с поверхности сферы на расстояние r от ее центра (фиг. 130). Если действует сила притяжения (произведение Qq отрицательно), то, как и в случае силы тяжести, эта разность потенциальных энергий положительна. Если электростатическая сила представляет собой силу отталкивания (Qq — положительно), то величина $U_r - U_R$ будет отрицательна.

Потенциальная энергия двух точечных зарядов

Поскольку напряженность электрического поля E вне сферы с полным зарядом Q равна напряженности электрического поля, создаваемого точечным зарядом Q , то приращение потенциальной энергии при перемещении заряда из точки A в точку B равно

$$U_B - U_A = Qq \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right), \quad (7.15)$$

где r_A и r_B — соответственно расстояния от точечного заряда Q . Это приращение потенциальной энергии равно работе, затраченной на преодоление электрической силы при перемещении заряда из одной точки в другую.

Вопрос 6. Правильно или ложно утверждение: потенциальная энергия $U_r - U_R$ представляет собой работу по перемещению точечного заряда q из r в R ?

Любопытно, что эта работа не должна зависеть от пути, пройденного зарядом из A в B . Действительно, если бы перемещение по одному пути требовало затраты большей работы, чем перемещение по другому пути, то, переводя заряд из A в B по пути, требующему меньшей работы, и возвращая его назад из B в A всегда по пути, требующему большей работы, мы получили бы возможность создать вечный двигатель. Действительно, работа, совершаемая электростатической силой на обратном пути, превращается в кинетическую энергию движущегося заряда, что позволило бы получить в конце каждого замкнутого цикла выигрыш в энергии.

Во всех наших расчетах превращений энергии речь шла до сих пор лишь об *изменении* потенциальной энергии. Однако удобнее было бы говорить о *самой* потенциальной энергии пробного заряда q , находящегося на расстоянии r от заряда Q . Такое определение «абсолютного» значения потенциальной энергии должно содержать произвол. Оно основано на выборе произвольного положения (или начального уровня), от которого будет отсчитываться величина потенциальной энергии. Условимся измерять потенциальную энергию от уровня, соответствующего $r = \infty$. Пусть в формуле (7.15) U_A и будет этим начальным уровнем отсчета ($r_A = \infty$). Тогда

$$U_A = 0$$

и

$$U_B - 0 = Qq \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{\infty} \right),$$

или

$$U_B = \frac{Qq}{r_B}.$$

Обычная запись такова:

$$U = \frac{Qq}{r} \quad (7.16)$$

(U — потенциальная энергия двух точечных зарядов, находящихся друг от друга на рас-

Потенциальная энергия двух
точечных зарядов

Ответ 6. Ложно. Это работа по перемещению q из R в r .

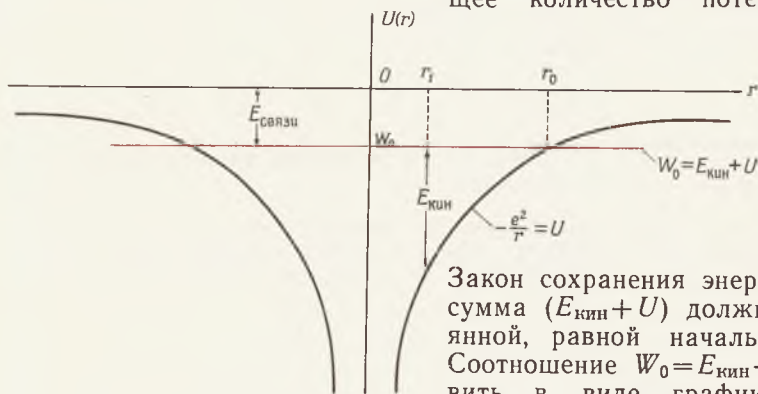
стоянии r). Физический смысл этого выражения следующий: электрическая потенциальная энергия U двух точечных зарядов, находящихся на расстоянии r , равна работе, затраченной на сближение этих зарядов из бесконечности до такого расстояния.

Если заряды одноименные, то действует электростатическое отталкивание, и чтобы переместить заряды из бесконечности на расстояние r друг от друга, надо затратить положительную работу. Если же заряды разноименные, то проделанная работа или потенциальная энергия будет отрицательна.

В качестве примера рассмотрим потенциальную энергию электрона, находящегося в электрическом поле протона. В этом случае $Q=e$ (заряд протона), а $q=-e$ (заряд электрона) и $U=-e^2/r$. Эта функция изображена на фиг. 131.

Пусть электрон вначале покоится и находится на расстоянии r_0 от протона. В этом случае его полная механическая энергия $W_0 = E_{\text{кин}} + U$, где $E_{\text{кин}} = 0$, а $U = -e^2/r_0$ и $W_0 = -e^2/r_0$. Если электрон предоставлен самому себе, то он начнет ускоренно двигаться по направлению к протону, набирая кинетическую энергию и теряя соответствующее количество потенциальной энергии.

Фиг. 131. Потенциальная энергия электрона в функции расстояния r до протона.



Закон сохранения энергии утверждает, что сумма $(E_{\text{кин}} + U)$ должна оставаться постоянной, равной начальному значению W_0 . Соотношение $W_0 = E_{\text{кин}} + U$ удобно представить в виде графика (см. фиг. 81). На фиг. 131 сумма $W_0 = E_{\text{кин}} + U$, сохраняющая постоянное значение, изображена красной горизонтальной прямой. Поскольку $E_{\text{кин}} = W_0 - U$, то кинетическая энергия равна разности ординаты этой линии и ординаты

точки на кривой потенциальной энергии U . При $r=r_0$ эта разность равна нулю. Итак, r_0 — это максимально возможное расстояние, на которое электрон с полной энергией W_0 может удалиться от протона. Обратите внимание, что на этой диаграмме и W_0 и U всегда отрицательны; однако разность $W_0 - U$ положительна, если только $r < r_0$.

Энергия связи

Энергия связи электрона определяется как количество энергии, которую надо сообщить электрону для того, чтобы перевести его на бесконечность. Физически — это количество энергии, необходимое для полного отрыва электрона от протона. Для того чтобы электрон только-только попал на бесконечность, его $E_{\text{кин}}=0$ при $r=\infty$. Подставив $E_{\text{кин}}=0$ и $r=\infty$ в формулу $W=E_{\text{кин}}+U$, получим $W_0=0+0$. Если W_0 отрицательно, то энергия электрона будет меньше $W_0=0$ и мы должны сообщить электрону дополнительно положительную энергию ($-W_0$) с тем, чтобы получить $W_0=0$ и электрон мог попасть на бесконечность. По определению эта энергия и представляет собой энергию связи, а именно

$$\text{Энергия связи} \quad E_{\text{связи}} = -W_0,$$

или

$$E_{\text{связи}} = \frac{e^2}{r_0}.$$

Энергия связи всегда должна быть положительной.

Пример 1. Электрон имеет на расстоянии $2,4 \cdot 10^{-9}$ см от протона кинетическую энергию $1,6 \cdot 10^{-11}$ эрг. Чему равна его энергия связи? Напишем

$$W_0 = E_{\text{кин}} + U = E_{\text{кин}} - \frac{e^2}{r},$$

$$W_0 = 1,6 \cdot 10^{-11} - \frac{(4,8 \cdot 10^{-10})^2}{2,4 \cdot 10^{-9}} \text{ эрг},$$

$$W_0 = -8 \cdot 10^{-11} \text{ эрг}.$$

Итак, энергия связи равна $8 \cdot 10^{-11}$ эрг.

Вопрос 7. Правильно или ложно утверждение: потенциальная энергия (7.16) представляет собой работу по перемещению заряда q с расстояния r на бесконечность?

Пример 2. В боровской модели атома водорода электрон движется по круговой орбите с радиусом $R = 5,3 \cdot 10^{-9}$ см.

а) Вывести формулу для энергии связи, содержащую только величины e и R .

б) Чему равна величина энергии связи в эргах? Энергия связи равна

$$-W_0 = -\left(\frac{1}{2}mv^2 - \frac{e^2}{R}\right).$$

Если приравнять центростремительную силу электростатической, то мы получим еще одно выражение для скорости электрона v :

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{e^2}{R^2},$$

или

$$mv^2 = \frac{e^2}{R}.$$

Подставляя это выражение в выражение для энергии связи, находим

$$\begin{aligned} -W_0 &= -\frac{1}{2}\left(\frac{e^2}{R}\right) + \frac{e^2}{R} = \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{e^2}{R}\right) \text{ (ответ на вопрос «а»),} \\ &= \frac{1}{2} \frac{(4,8 \cdot 10^{-10})^2}{5,3 \cdot 10^{-9}} = \\ &= 21,8 \cdot 10^{-12} \text{ эрг (ответ на вопрос «б»)} \end{aligned}$$

§ 9. Электрический потенциал

ОТКУДА БЕРУТСЯ ВОЛЬТЫ

Подобно тому как раньше из соображений удобства мы оперировали с электрической силой, действующей на единицу заряда, удобно ввести и электрическую потенциальную энергию, приходящуюся на единичный заряд. Сила, действующая на единицу заряда, была названа напряженностью электрического поля. Электрическая потенциальная энергия, приходящаяся на единицу заряда, называется электрическим потенциалом.

По определению, электрический потенциал в любой точке пространства представляет

Ответ 7. Ложно. Это работа по переносу заряда q из бесконечности на расстояние r .

собой работу, которую надо затратить, чтобы переместить единичный положительный заряд из бесконечности в эту точку.

В системе CGSE единицей измерения электрического потенциала служит $\text{эрг/CGSE} (Q)$. В системе MKS соответствующей единицей является дж/кулон . Она имеет специальное название *вольт* (v). Соотношение между единицами в обеих системах таково:

$$1 \text{ CGSE} (V) = 300 \text{ в.}$$

Если электрическая потенциальная энергия пробного заряда q в данной точке пространства равна U , то потенциал V в этой точке равен

$$V = \frac{U}{q}. \quad (7.17)$$

Работа, произведенная над зарядом q при его перемещении на расстояние Δx против сил электрического поля с напряженностью E , равна произведению силы $-qE_x$ и расстояния Δx .

Таким образом,

$$\Delta U = -qE_x \Delta x$$

есть приращение электрической потенциальной энергии. Разделив обе части этого равенства на q , получим

$$\Delta V = -E_x \Delta x. \quad (7.18)$$

Пример 1. Электрическая потенциальная энергия электрона равна $21,8 \cdot 10^{-12}$ эрг. Чему равен потенциал

- а) в единицах CGSE?
- б) в вольтах?

$$V = \frac{U}{q} = \frac{21,8 \cdot 10^{-12}}{4,8 \cdot 10^{-10}} = 0,0453 \text{ CGSE} (V).$$

Поскольку $1 \text{ CGSE} (V) = 300 \text{ в}$, то, чтобы перевести полученный результат в вольты, умножим его на 300:

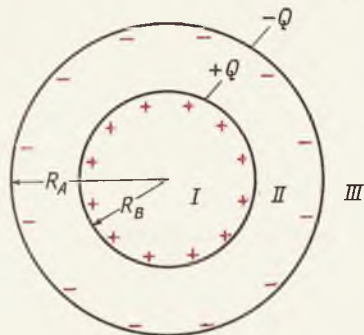
$$V = 300 \cdot 0,0453 = 13,6 \text{ в.}$$

Емкость

Простым примером применения формулы (7.18) является вычисление разности потенциалов V между пластинами конденсатора.

Вопрос 8. Допустим, что при перемещении вдоль оси x электрический потенциал увеличивается. Каково направление E_x ?

Фиг. 132. Сферический конденсатор, состоящий из двух concentрических оболочек с радиусами R_A и R_B .



Поскольку напряженность электрического поля E между пластинами конденсатора постоянна, то разность потенциалов между пластинами $V = -Ed$, где d — расстояние между ними. Подставляя сюда выражение для E из (7.13), получаем величину V :

$$V = \frac{4\pi d}{A} Q. \quad (7.19)$$

Заметим, что разность потенциалов прямо пропорциональна величине заряда Q . Отношение заряда к разности потенциалов представляет собой величину C , носящую название *емкости* и весьма полезную для приложений:

$$C = \frac{Q}{V}. \quad (7.20)$$

Емкость плоского конденсатора легко получить, подставив правую часть (7.19) в формулу (7.20), откуда для плоского конденсатора

$$C = \frac{A}{4\pi d}.$$

Если между пластинами имеется диэлектрик, то при том же заряде Q поле E , а следовательно, и V уменьшится в ϵ раз. Емкость плоского конденсатора с диэлектрической постоянной ϵ равна

$$C = \epsilon \frac{A}{4\pi d}.$$

Пример 2. Внутренняя обкладка сферического конденсатора, изображенного на фиг. 132, имеет заряд $+Q$, а внешняя обкладка — заряд $-Q$. Чему равна напряженность электрического поля в областях I, II и III? Какова емкость конденсатора?

В этой задаче силовые линии электрического поля будут существовать только в области II. С внутренней поверхности выходят и оканчиваются на внешней поверхности конденсатора $4\pi Q$ силовые линии. Таким образом, E_I и E_{III} равны нулю. Напряженность электрического поля в области II равна $4\pi Q$ (полное число силовых линий), деленному на $4\pi r^2$ (полная площадь, через которую проходят силовые линии). Итак, $E_{II} = Q/r^2$. Поскольку это поле совпадает

Ответ 8. E_x направлено в сторону уменьшения x и равно $-\Delta V/\Delta x$.

с полем точечного заряда Q , то для определения разности потенциалов между обкладками конденсатора можно использовать формулу (7.15):

$$V_B - V_A = \frac{Q}{R_B} - \frac{Q}{R_A}.$$

$$\frac{Q}{V_B - V_A} = \frac{1}{\frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_A}}.$$

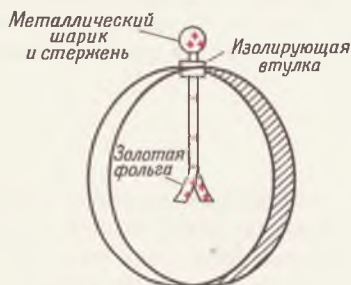
$$C = \frac{R_A R_B}{R_A - R_B} \text{ — емкость конденсатора.}$$

Электроскоп

Одним из первых приборов, применявшихся для обнаружения заряда и измерения электрического потенциала, был электроскоп, изображенный на фиг. 133. Если заряженным проводником коснуться металлического шарика электроскопа, то тонкие металлические листочки (из золотой или алюминиевой фольги) приобретут тот же потенциал, что и наш проводник. Заряд который приобретут листочки, будет пропорционален разности потенциалов между листочками и корпусом электроскопа. Вследствие того что листочки приобретают одинаковый заряд, между ними возникает сила отталкивания, которую можно измерить по углу отклонения листочков на шкале электроскопа.

Электроскоп можно зарядить индуктивно, аналогично шару на фиг. 119. Заряженный электроскоп можно использовать для обнаружения зарядов, а также для определения их знака. Предположим, что к отрицательно заряженному электроскопу поднесен отрицательно заряженный стержень. Стержень заставит часть электронов с шарика перейти на листочки, которые разойдутся еще больше. Положительно заряженный стержень притянет к шарикам некоторое количество электронов, и листочки несколько опадут.

Фиг. 133. Заряженный электроскоп.



Заряженный электроскоп на протяжении нескольких дней постепенно теряет свой заряд, так как небольшое количество молекул воздуха непрерывно ионизируется космическими лучами. Некоторые из этих ионов могут нейтрализовать избыточный заряд электроскопа. Скорость разряда электроскопа пропорциональна величине фонового излучения (радиоактивности).

Кстати, для измерения дозы излучения, получаемой человеком, обычно применяют маленький электроскоп размером с карандаш. Степень разряда такого карманного дозиметра легко узнать, посмотрев через него на свет.

Резюме

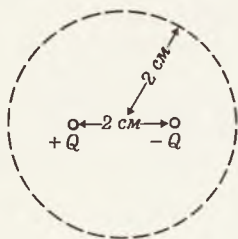
Итак, мы наполовину изучили теорию электричества. Мы умеем в принципе вычислять силы и энергии для случая покоящихся заряженных тел.

В гл. 8 мы познакомимся с силами иной природы, которые возникают только при движении зарядов. Они называются *магнитными силами*, и мы увидим, что эти силы можно рассматривать как «релятивистские поправки» к закону Кулона. Мы увидим далее, что эти магнитные силы позволяют объяснить явление магнетизма и принцип действия электродвигателей. Затем мы изучим еще один класс явлений — электромагнитную индукцию, происходящую только тогда, когда электрический ток меняется по величине. И, наконец, законы электричества будут использованы все вместе для доказательства того, что при изменении электрического тока должны излучаться электромагнитные волны, распространяющиеся со скоростью $v = c$.

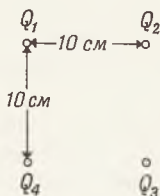
Кульминационным пунктом гл. 8 явится изложение последнего выдающегося достижения классической физики — создания теории света на основе теории электричества.

Задачи

Фиг. 134. К задаче 3.



Фиг. 135. К задаче 7.



1. Металлическому шару сообщается положительный заряд. Что произойдет при этом с его массой: возрастет ли она, уменьшится или останется той же самой?

2. Заряд в -40 CGSE (Q) помещен на расстоянии 10 см от заряда в $+90 \text{ CGSE}$ (Q).

- Какая сила действует между ними?
- Сколько силовых линий уходит в бесконечность, если считать, что больше зарядов нет?

3. Электрический диполь состоит из двух зарядов $+Q$ и $-Q$ величиной 100 CGSE (Q) на расстоянии 2 см друг от друга.

- Сколько силовых линий выходит за пределы сферы, обозначенной пунктиром на фиг. 134?
- Чему равен электрический потенциал в центре сферы?
- Чему равно электрическое поле в центре сферы?

4. Отрицательный электрический заряд величиной -10 CGSE (Q) помещен в центре полый металлической сферы, на поверхности которой находится заряд $+15 \text{ CGSE}$ (Q).

- Нарисуйте диаграмму силовых линий, представляющую результирующее силовое поле.
- Сколько силовых линий выходит за пределы сферы?

5. Заряд величиной $6 \cdot 10^3 \text{ CGSE}$ (Q) расположен на расстоянии 1 м от шарика с массой 3 г и зарядом 300 CGSE (Q). Какое первоначальное ускорение получит шарик?

6. В одном углу квадрата со стороной 10 см помещен заряд в $+400 \text{ CGSE}$ (Q), а в противоположном углу — заряд в $+300 \text{ CGSE}$ (Q). Найти полную силу действующую на заряд в $+10 \text{ CGSE}$ (Q), помещенный в третьем углу квадрата.

7. Во всех четырех углах квадрата со стороной 10 см помещены заряды по 100 CGSE (Q) каждый. Найти величину и направление напряженности электрического поля E в центре квадрата, если знаки зарядов Q_1 , Q_2 , Q_3 и Q_4 (фиг. 135) следующие:

- $++ ++$
- $+ - + -$
- $+ + - -$

8. Вычислить потенциалы в центре этого квадрата для случаев «а», «б» и «в», имея в виду, что результирующий потенциал равен алгебраической сумме составляющих его потенциалов.

9. Какая из приведенных ниже физических величин имеет размерность электрического поля: B (гаусс) q/r ; q/r^2 ; вольт/см; W/q ; Cq^2 ?

10. Пучок протонов из ускорителя с кинетической энергией $1,6 \cdot 10^{-6}$ эрг направляется в газообразный водород.
- Чему равна электрическая потенциальная энергия (в эргах) протонов пучка и ядер водорода при их максимально возможном сближении?
 - Положительна или отрицательна эта потенциальная энергия?
 - Каково расстояние максимального сближения (в см)?
11. Сколько электронов заключено в 1 г водорода, углерода и урана-238?
12. К незаряженному электроскопу мы поднесли отрицательно заряженный стержень. При этом листочки расходятся. Какой заряд появится на листочках? Затем мы быстро дотрагиваемся рукой до шарика, после чего отодвигаем стержень от электроскопа. Какой теперь заряд на листочках?
13. Электроскоп заряжен посредством индукции с помощью стеклянной палочки натертой шелком. Затем к электроскопу поднесен неизвестный заряд, в результате чего листочки сошлись. Каков знак неизвестного заряда?
14. Предположим, что в ядре гелия имеются два протона на расстоянии $1,5 \cdot 10^{-13}$ см друг от друга.
- Какова величина электростатической силы, действующей между ними?
 - Какую работу надо затратить, чтобы сблизить протоны до такого расстояния?
15. Электрон находится на расстоянии $5,3 \cdot 10^{-9}$ см от протона. Какова должна быть скорость, чтобы он смог покинуть протон?
16. Каково отношение электростатической силы и силы тяготения двух протонов?
17. Рассмотрим электрон с электрическим зарядом $-e$ и нейтрон с нулевым зарядом на расстоянии R друг от друга. Пусть m — масса электрона, а M — масса нейтрона.
- Выразите силу, действующую между ними, через R и любые другие универсальные физические постоянные.
 - Предположим, что электрон движется по круговой орбите вокруг нейтрона. Выразите силу их взаимодействия через m , R и v (угловую скорость электрона).
 - Выразите кинетическую энергию электрона через G , m , M и R .
 - Чему равна потенциальная энергия электрона? (Предполагая, что $U=0$ при $R=\infty$.)
18. Расстояние между двумя параллельными пластинами 2 см. Напряженность электрического поля между пластинами 20 дин/CGSE (Q). Какова разность потенциалов между пластинами?

19. Электрон ускоряется разностью потенциалов в 1 млн. В. Каков прирост его кинетической энергии? Решите же задачу для протона.

20. Электроны притягиваются заряженной сферой Ван де Граафа с потенциалом в 1 млн. в. Как будет их кинетическая энергия (в эргах), когда они достигнут сферы?

21. Рассмотрим две параллельные бесконечные плоскости, расстояние между которыми 8 см. Плотность заряда на обеих плоскостях 5 CGSE (Q)/см².

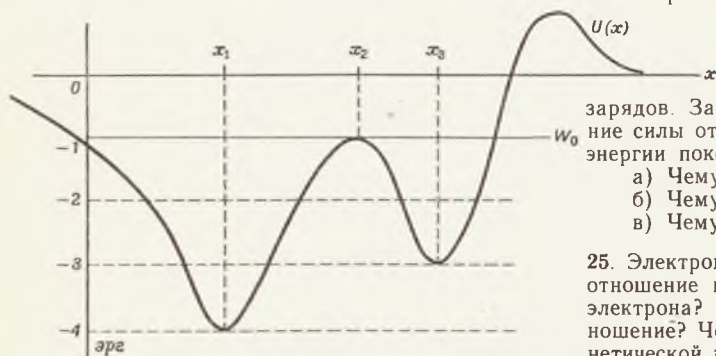
- Чему равна напряженность электрического поля между плоскостями?
- Чему равна напряженность электрического поля на расстоянии 3 см слева от левой плоскости?

22. Предположим, что шарик из угля диаметром 1 мм имеет один избыточный электрон на миллион протонов.

- Чему равен заряд шарика, если его плотность $D=1,7$ г/см³?
- Чему равна напряженность электрического поля на поверхности шарика?

23. Начертите на графике потенциальную энергию плоского конденсатора, изображенного на фиг. 1 (стр. 212).

Фиг. 136. К задаче 24.



24. На фиг. 136 изображена диаграмма потенциальной энергии заряда q вблизи нескольких покоящихся зарядов. Заряд q предоставлен самому себе (вне силы отсутствуют). Полная энергия q (не считая энергии покоя) равна $W_0 = E_{кин} + U$.

- Чему равна $E_{кин}$ при $x=x_1$ и $x=x_2$?
- Чему равна U при $x=x_1$?
- Чему равна W_0 при $x=x_3$?

25. Электрон вращается вокруг протона. Чему равно отношение потенциальной и кинетической энергии электрона? Положительно или отрицательно это отношение? Чему равно отношение энергии связи к кинетической энергии?

26. Начертите на графике потенциальную энергию сферического конденсатора, изображенного на фиг. 1 (стр. 221).

27. Расстояние между двумя металлическими пластинами площадью 100 см² каждая равно 2 см. Заряд левой пластины равен -5 CGSE (Q), а за правой пластины составляет -10 CGSE (Q).

- Какова напряженность электрического поля непосредственно слева от левой пластины?

19. Электрон ускоряется разностью потенциалов в 1 в. Каков прирост его кинетической энергии? Решите ту же задачу для протона.

20. Электроны притягиваются заряженной сферой Ван де Граафа с потенциалом в 1 млн. в. Какова будет их кинетическая энергия (в эргах), когда они достигнут сферы?

21. Рассмотрим две параллельные бесконечные плоскости, расстояние между которыми 8 см. Плотность заряда на обеих плоскостях $5 \text{ CGSE } (Q)/\text{см}^2$.

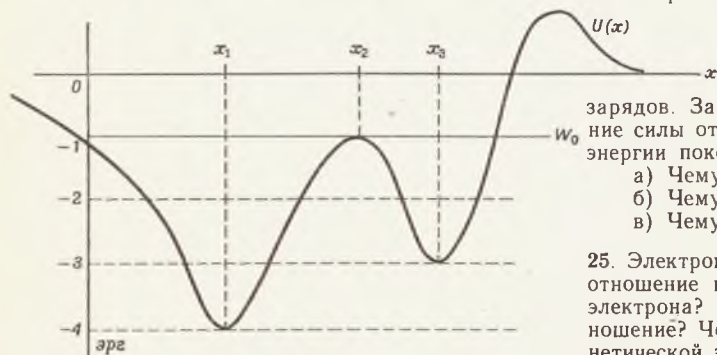
- Чему равна напряженность электрического поля между плоскостями?
- Чему равна напряженность электрического поля на расстоянии 3 см слева от левой плоскости?

22. Предположим, что шарик из угля диаметром 1 см имеет один избыточный электрон на миллион протонов.

- Чему равен заряд шарика, если его плотность $D=1,7 \text{ г/см}^3$?
- Чему равна напряженность электрического поля на поверхности шарика?

23. Начертите на графике потенциальную энергию плоского конденсатора, изображенного на фиг. 129 (стр. 212).

Фиг. 136. К задаче 24.



24. На фиг. 136 изображена диаграмма потенциальной энергии заряда q вблизи нескольких покоящихся

зарядов. Заряд q предоставлен самому себе (внешние силы отсутствуют). Полная энергия q (не считая энергии покоя) равна $W_0 = E_{кин} + U$.

- Чему равна $E_{кин}$ при $x=x_1$ и $x=x_2$?
- Чему равна U при $x=x_1$?
- Чему равна W_0 при $x=x_3$?

25. Электрон вращается вокруг протона. Чему равно отношение потенциальной и кинетической энергий электрона? Положительно или отрицательно это отношение? Чему равно отношение энергии связи к кинетической энергии?

26. Начертите на графике потенциальную энергию сферического конденсатора, изображенного на фиг. 132 (стр. 221).

27. Расстояние между двумя металлическими пластинами площадью 100 см^2 каждая равно 2 см. Заряд левой пластины равен $-5 \text{ CGSE } (Q)$, а заряд правой пластины составляет $-10 \text{ CGSE } (Q)$.

- Какова напряженность электрического поля непосредственно слева от левой пластины?

- б) Какова напряженность электрического поля между пластинами?
 в) Какова напряженность этого поля непосредственно справа от правой пластины?
 г) Какова разность потенциалов между пластинами?

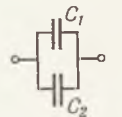
28. Предположим, что Земля имеет постоянную плотность.

- а) Если бы ее диаметр уменьшился вдвое, то какой оказалась бы ее масса, если начальная масса M_0 ?
 б) Чему равнялась бы величина g на поверхности этой маленькой Земли?
 в) Предположим, что мы прорыли по направлению к центру яму глубиной в половину радиуса Земли. Чему равна величина g на дне этой ямы?

29. Предположим, что на поверхности Земли плотность избыточного заряда 1 электрон/см^2 .

- а) Чему равнялась бы напряженность электрического поля непосредственно под поверхностью Земли?
 б) Чему равнялась бы напряженность электрического поля непосредственно над поверхностью Земли?
 в) Чему равнялся бы электрический потенциал Земли?

Фиг. 137. К задаче 30.

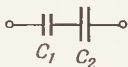


Параллельно

30. Два конденсатора, C_1 и C_2 , соединены параллельно (фиг. 137). Чему равна полная емкость C такой системы?

[У к а з а н и е. $C = (Q_1 + Q_2)/V$.]

Фиг. 138. К задаче 31.



Последовательно

31. Чему равна емкость двух конденсаторов, соединенных последовательно (фиг. 138)?

[У к а з а н и е. Поскольку заряд Q на обоих конденсаторах один и тот же, то $C = Q/(V_1 + V_2)$.]

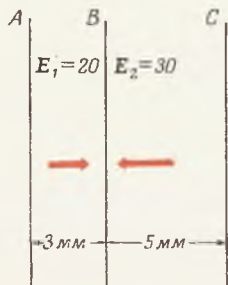
32. Радиусы двух концентрических заряженных цилиндров равны R_1 и R_2 . Соответствующие плотности зарядов q_1 и q_2 CGSE (Q) на 1 см длины образующей цилиндра. Найти напряженность электрического поля E на расстоянии r от общей оси цилиндров, если:

а) $r > R_2 > R_1$,

б) $R_2 > r > R_1$.

Выразите ответ через r , R_1 , R_2 , q_1 и q_2 .

Фиг. 139. К задаче 33.



33. Рассмотрим три заряженные плоскости, изображенные на фиг. 139. Потенциал плоскости A равен нулю.

- а) Чему равен потенциал плоскости B ?
 б) Чему равен потенциал плоскости C ?
 в) Каковы плотности зарядов на каждой из трех плоскостей?

34. Чему равен потенциал на оси электрического диполя на расстоянии r от его центра? Ответ выразите через r , Q и L .

35. Мы определяем напряженность поля силы тяжести как силу тяжести, действующую на единицу массы. Если число силовых линий поля тяготения, проходящих через 1 см^2 , численно равно напряженности поля силы тяжести, то сколько гравитационных силовых линий выходит из тела с массой M ?

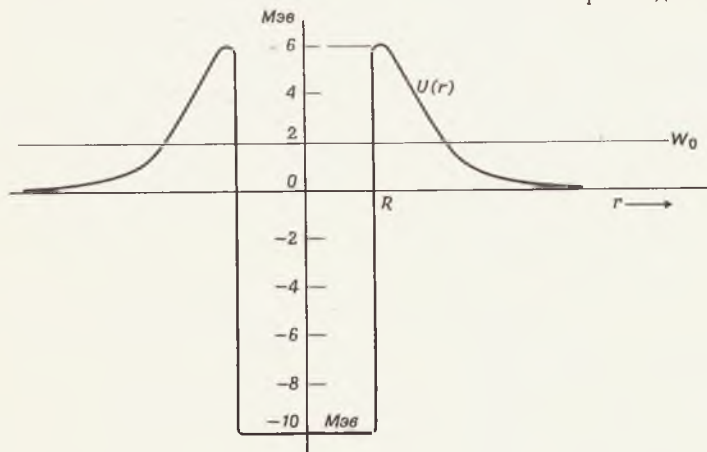
36. В водородоподобном атоме отдельный электрон с зарядом $-e$ вращается на расстоянии R от покоящегося ядра с зарядом Ze .

- Вычислите электростатическую силу, действующую между электроном и ядром?
- Пусть T — период обращения электрона. Чему равно ускорение электрона, выраженное через R и T ?
- Выразите T через e , m , Z и R .

37. Пусть Мэв обозначает нсвую единицу энергии ($1 \text{ Мэв} = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ эрг}$). Представим себе, что протон, приблизившись к некоему атомному ядру, попадает в область, где потенциальная энергия $U(r)$ имеет вид, изображенный на фиг. 140. Пусть протон с полной энергией $W_0 = 2 \text{ Мэв}$ «захватывается» ядром (радиус ядра R).

- Чему равна потенциальная и кинетическая энергии протона внутри ядра?
- Какую дополнительную энергию, согласно классической физике, надо сообщить протону, чтобы он покинул ядро?
- Если протоны налетают на ядро извне, то какую начальную кинетическую энергию должны они иметь согласно классической физике, чтобы проникнуть внутрь ядра (предположите, что протон движется из бесконечности)?

Фиг. 140. К задаче 37.





ГЛАВА 8

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Данная глава завершает наше изучение теории электричества. В гл. 9 более подробно рассматриваются некоторые приложения этой теории, такие, как электроника и теория электрических цепей.

В этой главе мы впервые столкнемся с двумя «новыми» электрическими явлениями: взаимодействием токов (движущихся зарядов) и возникновением электрического поля при изменении величины электрического тока. Соответствующие силы называются *магнитными*, а процесс генерации электрического поля носит название *электромагнитной индукции*. Центральным моментом изложения этой главы явится доказательство того, что изменяющийся электрический ток должен излучать электромагнитные волны, распространяющиеся со скоростью $v=c$.

§ 1. Электрический ток

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Прежде чем приступить к рассмотрению взаимодействия токов, надо дать определение понятию тока. Сила тока I определяется выражением

$$\text{Сила тока} \quad I = \frac{Q}{t}, \quad (8.1)$$

где Q — суммарное количество заряда, проходящего через данную площадку за время t . Единицей силы тока, называемой 1 CGSE (I) силы тока, служит 1 CGSE (Q) заряда в 1 сек. В системе MKS единицей силы тока служит ампер (a), равный 1 кулон в 1 сек. Таким образом,

$$1 a = \frac{c}{10} \text{ CGSE } (Q)/\text{сек} = 3 \cdot 10^9 \text{ CGSE } (I). \quad (8.2)$$

В металлическом проводнике положительные заряды (атомные ядра) неподвижны; они закреплены в кристаллической решетке. Но внешние электроны, или электроны проводимости, могут свободно передвигаться вдоль проводника. Этот факт противоречит

всем представлениям классической физики и может быть объяснен лишь на основе квантовой механики (см. гл. 14). Если данное поперечное сечение проводника ежесекундно пересекают N электронов, то сила тока равна Ne , где e — заряд электрона.

Каково же направление электрического тока? Согласно правилу, установленному Франклином, считается, что ток, текущий *по направлению к* пластине конденсатора, должен приносить к ней положительный заряд. Теперь мы знаем, что пластина конденсатора заряжается положительно, если ее покидают электроны. Следовательно, электроны проводимости всегда движутся в направлении, противоположном направлению тока. Если бы заряд электрона считался положительным, а не отрицательным, тогда эта ситуация не возникла бы.

Пример 1. Какую силу тока создает электрон, вращающийся вокруг протона, в борвской модели атома водорода?

Сила тока равна величине заряда электрона e , умноженной на число проходов электрона в 1 сек данной точки орбиты; иначе говоря, $I = fe$, где $f = v/2\pi R$ — частота обращения электрона по орбите.

Таким образом, сила тока $I = ev/2\pi R$.

На стр. 198 уже говорилось, что скорость движения электрона $v = 2,18 \cdot 10^8$ см/сек, а радиус орбиты $R = 5,3 \cdot 10^{-9}$ см. После проведения численных выкладок сила тока оказывается равной

$$I = 3,14 \cdot 10^6 \text{ CGSE} \quad (I) = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ а.}$$

Электрический ток можно также создать, перемещая вдоль своей оси со скоростью v линейный заряд с плотностью q CGSE(Q) на 1 см. В этом случае количество заряда, проходящего ежесекундно через данную точку, равно плотности заряда q , умноженной на длину проводника, проходящего через эту точку за 1 сек. Следовательно, сила тока, создаваемого движущимся линейным зарядом с плотностью q CGSE(Q)/см, есть

$$I = q \cdot v \text{ CGSE} (I). \quad (8.3)$$

Пример 2. Ток силой 1 а течет по медному проводу сечением 1 мм². Какова средняя скорость дрейфа v электронов проводимости?

Вопрос 1. Выберите правильный ответ: электрический ток имеет размерность:

а) заряда в 1 см³, умноженного на скорость; б) заряда на 1 см², умноженного на скорость; в) ни то, ни другое.

Сначала надо вычислить число электронов проводимости N , приходящихся на 1 см провода. Тогда $\rho = Ne$ и v можно найти из выражения $I = qv$. Предполагая, что на каждый атом приходится один электрон проводимости, мы приходим к выводу, что число таких электронов в 1 см³ равно произведению числа молей в 1 см³ на число Авогадро, а именно $(D/A)N_0$, где D — плотность, A — атомный вес, N_0 — число Авогадро:

$$\frac{D}{A} N_0 = \frac{8,9 \text{ г/см}^3}{63,6 \text{ г/моль}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ атомов на моль} =$$

$$= 8,45 \cdot 10^{22} \text{ атомов на 1 см}^3.$$

Объем 1 см длины провода равен 10^{-2} см³; следовательно, провод содержит $N = 8,45 \cdot 10^{20}$ электронов проводимости на каждый 1 см длины. Итак,

$$\rho = Ne = 8,45 \cdot 10^{20} \cdot 4,8 \cdot 10^{-10} =$$

$$= 4,06 \cdot 10^{11} \text{ CGSE (Q)/см.}$$

Согласно (8.3), скорость дрейфа

$$v = \frac{I}{\rho} = \frac{3 \cdot 10^9 \text{ CGSE (Q)/сек}}{4,06 \cdot 10^{11} \text{ CGSE (Q)/см}} =$$

$$= 0,74 \cdot 10^{-3} \text{ см/сек.}$$

Токи могут течь также в газах и жидкостях. Примером тока в газе могут служить неоновые трубки и люминесцентные лампы. В этих лампах ток создается не только электронами, но и движущимися положительными ионами. Однако электроны гораздо подвижнее ионов, и поэтому именно они вносят основной вклад в силу тока в газах. При столкновении электрона с ионом или атомом газа кинетическая энергия может пойти на возбуждение последнего, а затем снова выделиться как видимое глазом электромагнитное излучение, т. е. свет.

Большинство жидкостей содержит свободные ионы и поэтому может проводить электричество. Подключим две металлические пластины (электроды) к источнику напряжения и погрузим их в такую жидкость. Через жидкость потечет ток, который будет состоять из положительных и отрицательных ионов, движущихся в противоположных направлениях, каждый к своему электроду.

Ответ 1.

$$a) \frac{Q}{L^2} \cdot \frac{L}{T} = \frac{Q}{L^2 T}.$$

$$b) \frac{Q}{L^2} \cdot \frac{L}{T} = \frac{Q}{LT}.$$

в) Неправильно ни то, ни другое, ибо размерность силы тока Q/T .

Достигнув электродов, ионы нейтрализуются. Например, если растворить в воде столовую соль (NaCl), то ионы Na^+ будут двигаться к отрицательному электроду, а ионы Cl^- — к положительному электроду. Нейтрализуясь, ионы Cl^- вступают в химическую связь и образуют молекулу Cl_2 (газообразный хлор), который выделяется в виде пузырьков. Такой процесс химического разложения называется электролизом и имеет большое промышленное значение.

Элемент тока

Элемент тока определяется как произведение силы тока в проводнике I на элемент длины проводника Δl . Итак,

$$\Delta l = I \cdot \Delta l = \rho v \cdot \Delta l = (\rho \Delta l) v.$$

Элемент тока

Но $q \Delta l$ представляет собой величину заряда, движущегося в элементе Δl . Обозначим ее через q . Тогда

$$\Delta l = I \Delta l = qv. \quad (8.4)$$

Мы видим, что движущийся заряд q математически эквивалентен элементу тока. Поэтому силы, действующие на токи, должны быть в действительности не чем иным, как силами, действующими на движущиеся заряды.

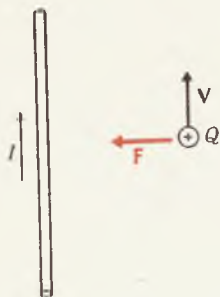
§ 2. Силы, действующие между токами

релятивистская поправка к закону Кулона

До сих пор, изучая электричество, мы имели дело только с одним новым фундаментальным законом природы — законом Кулона — и строго оговаривались, что все заряды должны покоиться. Для этого имелись веские основания. Оказывается, что если заряды начинают двигаться, то возникает новое явление: к кулоновским силам добавляются силы новой природы, так называемые *магнитные силы*. В некоторых слу-

Вопрос 2. В каких единицах измеряется элемент силы тока?

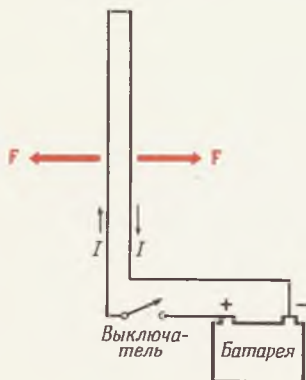
Фиг. 141. Сила, действующая между движущимся зарядом Q и токонесущим проводником.



чаях, когда по закону Кулона сила должна быть равна нулю, на самом деле могут действовать большие магнитные силы. Один из примеров приведен на фиг. 141.

На движущийся заряд Q в присутствии электрического тока I будет действовать большая сила, пропорциональная силе тока в проводе и, кроме того, пропорциональная скорости V заряда Q . Эта сила действует и в том случае, когда результирующий заряд проводника равен нулю, т. е. когда электрическое поле, действующее на Q , обращается в нуль! И тем не менее будет существовать сила $F_m \sim QVI/r$. Именно эта сила вызывает отклонение движущихся электронов в кинескопе телевизора. Меняя силу тока в обмотке, находящейся на кинескопе, мы меняем силу, действующую на электронный пучок, и тем самым перемещаем световое пятно, возникающее при попадании электронов на экран (см. фиг. 155, стр. 249). Еще одним примером появления этой «необычной» магнитной силы служит притяжение параллельных токов (фиг. 142).

Фиг. 142. Электрическая цепь для демонстрации взаимодействия параллельных токов.



Принцип действия электрического мотора основан на использовании магнитной силы, действующей между двумя незаряженными параллельными проводниками, по которым течет ток. Чтобы наблюдать это фундаментальное явление, необходимы лишь батарея, выключатель и провод (фиг. 142). Когда цепь замкнута, видно, как провода отталкиваются друг от друга. Помните, что нельзя долго держать цепь замкнутой, поскольку такая электрическая цепь — пример хорошо известного «короткого замыкания». При коротком замыкании ток оказывается очень большим, провода нагреваются, а батарея быстро выходит из строя.

Объяснение существования магнитных сил на основе закона Кулона и теории относительности

Казалось бы, эти новые силы, действующие между незаряженными проводниками, не имеют ничего общего с кулоновскими си-

лами, которые действуют только между заряженными телами. Именно поэтому им и дали другое имя — магнитные силы — чтобы отличить их от электростатических сил. Но действительно ли независимы эти два типа сил? Может быть, в дополнение к гравитационным и ядерным силам нам придется иметь дело еще с двумя основными видами электрических сил — электростатическими и магнитными? Нет, к счастью, это не так.

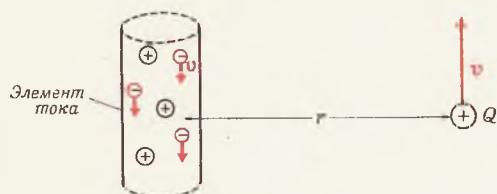
Обычно природа оказывается устроена проще, нежели можно было ожидать. В своей теории относительности, созданной в 1905 г., Эйнштейн предположил, что оба типа сил представляют собой одно и то же. Многочисленные эксперименты показали, что Эйнштейн был прав, и теперь мы называем эти силы *электромагнитными*. Эйнштейн считал, что магнитные силы — это просто релятивистские поправки к закону Кулона. Ниже будет показано, как получить формулу для магнитного взаимодействия двух токов, исходя из закона Кулона и известного эффекта теории относительности — лоренцева сокращения (лоренцево сокращение описывает уменьшение длины движущихся тел; оно подробно обсуждается в гл. 11).

Согласно закону Кулона результирующая электростатическая сила, действующая на заряд Q в примере, изображенном на фиг. 141, должна обратиться в нуль независимо от того, движутся электроны проводимости в проводнике или нет. Если, однако, мы воспользуемся теорией относительности, то среднее расстояние между электронами проводимости при их движении сокращается на лоренцев фактор, т. е. в $\sqrt{1-v^2/c^2}$ раз, где v — скорость дрейфа этих электронов. В результате плотность заряда электронов проводимости увеличится согласно теории относительности в $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ раз; в то же время плотность заряда положительных ионов, занимающих фиксированное положение, останется той же ($q^+ = q_0$). Следовательно, результирующий заряд уже не будет равен нулю. Фиг. 143 иллюстрирует, как вы-

Ответ 2.

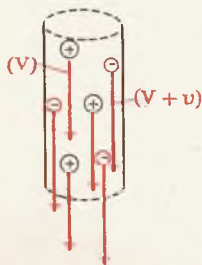
$$|I \Delta I| = \frac{QL}{T}$$

Фиг. 143. Заряд Q , движущийся со скоростью V , и проводник с током в лабораторной системе координат. Скорость дрейфа электронов проводимости равна v . Положительные заряды покоятся.



Фиг. 144. То же, что и на фиг. 143, с точки зрения наблюдателя, движущегося вместе с зарядом Q .

Заряд Q в данном случае покоится, положительные заряды движутся вниз со скоростью V , а электроны проводимости — со скоростью $V+v$.



глядит эта ситуация в лабораторной системе координат. Мы знаем, что если бы заряды Q покоились, то для вычисления результирующей силы, действующей на них, мы воспользовались бы законом Кулона. В этом случае указанная сила $F = QE$, где E — результирующее электрическое поле, создаваемое проводником. Хотя заряды Q и движутся в лабораторной системе, мы можем привести их в состояние покоя, если будем двигаться вместе с ними (наблюдатель, движущийся вверх со скоростью V , увидит картину, которая изображена на фиг. 144). При этом

$$\rho^+ = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad \text{и} \quad \rho^- = -\frac{\rho_0}{\sqrt{1 - \frac{(v+V)^2}{c^2}}}$$

Результирующий заряд $q = q^+ + q^-$, а согласно (7.10), результирующее поле в том месте, где находится Q , имеет вид

$$E = \frac{2\rho}{r} = \frac{2(\rho^+ + \rho^-)}{r} = \frac{2\rho_0}{r} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(v+V)^2}{c^2}}} \right\}. \quad (8.5)$$

Напомним, что, как видно из примера 2 в § 1 данной главы, скорость дрейфа электронов проводимости в металле составляет не более 1 мм/сек. Следовательно, v/c много меньше единицы и мы вполне можем использовать разложение биннома и написать $(1+a)^n \approx 1+na$ при условии, что $a \ll 1$. Итак, $(1+a)^{-1/2} \approx 1-a/2$, или $(1-V^2/c^2)^{-1/2} \approx 1+V^2/2c^2$. Таким образом, (8.5) приобретает вид

$$E \approx \frac{2\rho_0}{r} \left\{ 1 + \frac{V^2}{2c^2} - \left(1 + \frac{(V+v)^2}{2c^2} \right) \right\} \approx \frac{2\rho_0}{r} \left\{ \frac{V^2 - (v+V)^2}{2c^2} \right\} \approx -\frac{\rho_0 v}{rc^2} (2V+v)$$

Нас интересуют случаи, когда V превышает 1 см/сек или когда $V \gg v$, так что можно

пренебречь v по сравнению с $2V$ в написанной выше формуле. Тогда

$$E \approx - \frac{2\rho_0 vV}{c^2 r}$$

и

$$F = QE \approx Q \left\{ - \frac{2\rho_0 vV}{c^2 r} \right\} \approx -Q \frac{V}{c} \left(\frac{2I}{cr} \right),$$

где $I = \rho_0 v$ — сила тока в проводнике. Знак сил свидетельствует, что имеет место притяжение. На самом деле в теории относительности силы с точки зрения движущегося и покоящегося наблюдателей не совсем одинаковы. Оказывается, что если провести подобные расчеты, используя теорию относительности и не вводя никаких приближений, то точный результат даст следующую силу притяжения (фиг. 141) в лабораторной системе координат:

$$F_m = \frac{QV}{c} \frac{2I}{cr}. \quad (8.6)$$

Это и есть формула для магнитных сил, действующих между движущимся зарядом и током в прямолинейном проводнике.

Но каким образом магнитные силы могут оказаться столь большими, если они представляют собой просто малые поправки к закону Кулона? Из приведенной выше формулы мы действительно видим, что релятивистский эффект по порядку величины равен произведению vV/c^2 на электростатическую силу, действующую на электроны проводимости. При этом скорость дрейфа v настолько мала, что $v/c \sim 10^{-12}$. Разгадка парадокса — в огромной величине заряда, перемещающегося в проводнике. В том же примере 2 мы видели, что в типичном проводнике заряд электронов проводимости превышает 10^{12} CGSE (Q)/см. Эта величина, как правило, в 10^{10} раз превышает тот заряд, который удалось бы сообщить проводнику при создании электростатического поля.

Вопрос 3. В каком направлении относительно покоящегося в лабораторной системе проводника двигался бы наблюдатель на фиг. 144?

§ 3. Магнитное поле

СИЛА, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА ЕДИНИЧНЫЙ
ДВИЖУЩИЙСЯ ЗАРЯД

Обычно общее выражение для электромагнитных сил, действующих на заряд q , разбивают на две части:

$$F_{\text{электромаг}} = F_e + F_m,$$

где F_e — электростатическая сила, действующая на заряды, когда они покоятся, а F_m — магнитная сила, зависящая от скорости. Электрическое поле определяется, как и прежде,

$$E = \frac{F_e}{q}.$$

Аналогично полезно ввести понятие поля, которое описывало бы зависящую от скорости часть электромагнитных сил. Это поле называется *магнитным* и определяется так:

$$F_m = \frac{qv}{c} \cdot B,$$

или

$$B = \frac{F_m}{qv/c}; \quad (8.7)$$

B — напряженность магнитного поля, действующего на пробный заряд q , при условии, что этот заряд движется в направлении, обеспечивающем наибольшую магнитную силу. Взаимные ориентации векторов v , B и F_m обсуждаются в следующем параграфе и могут показаться читателю странными. Они редко встречались ему в его повседневной жизни только вследствие своего релятивистского происхождения. Используя поля, мы можем записать полную электромагнитную силу в следующем виде:

$$F = qE + \frac{qv}{c} \cdot B.$$

Исторически напряженность магнитного поля была определена как сила, действующая на единичный магнитный заряд. Однако мы знаем теперь, что в действительности свободные магнитные заряды не существуют и что все магнитные силы обусловлены взаимодействием токов или движущихся зарядов.

Ответ 3. Он двигался бы вверх вдоль проводника.

В дальнейшем мы будем придерживаться более формальной точки зрения и рассматривать магнитные явления как взаимодействие токов. Лишенную же физического смысла (хотя математически и эквивалентную) концепцию свободного магнитного заряда мы отбросим. Однако теория магнетизма будет дана в § 6. Из формулы (8.7) видно, что B выражается в тех же единицах, что и E , т. е. в $\text{дин}/\text{CGSE}(Q)$. В системе CGS единица измерения B имеет специальное название — *гаусс*¹.

Сила взаимодействия двух параллельных токов

Подставив (8.6) в формулу (8.7), мы получим

$$B = \frac{2I}{cr} \quad (8.8)$$

Это напряженность магнитного поля, создаваемого прямолинейным током I . Заметьте, что это выражение по своему виду сходно с выражением для напряженности электрического поля, создаваемого бесконечно длинным заряженным проводником. Если заменить I/c на q в (8.8), то мы получим $2q/r$, т. е. формулу для напряженности электрического поля линейного распределения заряда.

Пример 1. Линейное распределение зарядов с плотностью q CGSE (Q)/см движется вдоль своей оси со скоростью v . Найти B , E и их отношение.

Из формулы (8.3) следует, что $I=qv$ и поэтому $B=2qv/rc$; из формулы (7.10) найдем $E=2q/r$, откуда получается отношение $B/E=v/c$.

Чтобы получить силу взаимодействия двух параллельных токов (фиг. 145), заменим qv в формуле (8.7) эквивалентным $I \Delta l$ (8.4). Тогда

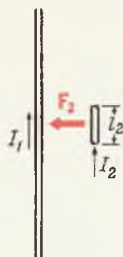
$$F_m = \frac{I \Delta l}{c} \cdot B \quad (8.9)$$

представляет собой силу, которая действует на элемент тока, помещенный в магнитное

Вопрос 4. Как бы вы измеряли силу F_m , действующую на заряд q при наличии электрического поля?

¹ Строго говоря, величина B называется магнитной индукцией. Однако напряженность магнитного поля в вакууме (или воздухе) равна B . В этой книге мы рассматриваем только поля в вакууме.

Фиг. 145. Сила, действующая на элемент тока $I_2 l_2$ со стороны бесконечно длинного тока I_1 .



поле B , созданное другими токами. В примере, изображенном на фиг. 145, поле B создается током I_1 . Величина напряженности поля B в том месте, где находится элемент тока $I_2 l_2$, равна $B = 2I_1 / cr$. Согласно (8.9), магнитная сила, действующая на проводник длиной l_2 , равна

$$F_2 = \frac{2I_1 I_2 l_2}{c^2 r}$$

Пример 2. По двум параллельным проводникам, находящимся на расстоянии 1 см один от другого, течет ток в 1 а. Какая сила действует на участок одного из проводников длиной 1 см?

Подставив в формулу (8.6) $I_1 = I_2 = c/10$ CGSE (1) и $l_2 = r = 1$ см, получим

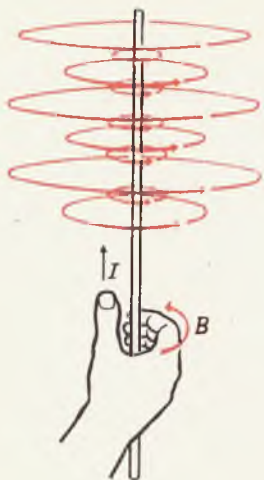
$$F_2 = \frac{c/10}{c} \cdot \frac{2(c/10)}{c} = 0,02 \text{ дин.}$$

Вычисляя на основе теории относительности силу взаимодействия токов, мы обнаружили, что эта сила перпендикулярна скорости V . Используя теорию относительности, можно показать, что это всегда должно быть так. Магнитные силы всегда перпендикулярны элементу тока. На фиг. 146 показаны направления магнитных сил в случае различных направлений скорости движущегося заряда. Следует отметить дополнительный результат в случае (в), а именно результирующая сила, с которой движущийся заряд воздействует на проводник, равна нулю, в то время как проводник действует на заряд q с силой $F = 2iqv/c^2 r$, направленной вниз. Это серьезное нарушение третьего закона Ньютона, которое указывает на то, что магнитная сила представляет собой чисто релятивистский эффект. Но, несмотря на то, что

Фиг. 146. Направление магнитной силы F_m при различных ориентациях v .



Фиг. 147. Первое правило правой руки и силовые линии магнитного поля, создаваемого бесконечно длинным прямолинейным током.



в любой момент времени действие не равно противодействию, после того, как заряд удалится от проводника, величина импульса, переданного движущемуся заряду, будет равна и противоположна величине импульса, переданного проводнику. Как выяснилось в гл. 3, закон сохранения импульса является современным эквивалентом третьего закона Ньютона. Последним можно пользоваться только в том случае, когда нет релятивистских эффектов. Вследствие своей релятивистской природы магнитная сила кажется необычной всем тем, чья жизнь не связана с миром релятивизма. Мы можем описать эти необычные свойства с помощью так называемых двух правил правой руки.

Первое правило правой руки

Пока мы определили только величину B , создаваемого бесконечно длинным линейным током. Но поскольку B есть вектор, то надо установить и его направление. Оно определяется направлением, в котором действует магнитная сила. Направление B оказывается таким, что силовые линии представляют собой концентрические окружности вокруг тока, создающего это поле (фиг. 147). Однако направление стрелок на этих линиях еще остается произвольным. Для определения направления принято пользоваться правилом, которое называют *первым правилом правой руки*. Это правило иллюстрируется фиг. 147. Если большой палец правой руки направлен по току, то остальные четыре пальца в согнутом положении будут указывать направление B . Результат, полученный с помощью этого правила, совпадает с направлением намагниченной стрелки, поднесенной близко к току. Например, стрелка компаса ориентируется вдоль силовых линий, причем ее северный конец указывает в положительном направлении B .

Если стрелка компаса первоначально была ориентирована в направлении проводника, то при включении тока она сразу же поворачивается на 90° . Железные опилки

Фиг. 148. Влияние тока на расположенную под ним стрелку компаса.

Пока ток не включен, стрелка ориентирована, как показано на фигуре. После включения тока она повернется в направлении, указанном стрелкой B .



также располагаются вдоль силовых линий магнитного поля. На фиг. 149 показана картина расположения железных опилок в магнитном поле, созданном проводом, по которому течет ток.

Пример 3. На фиг. 148 изображена стрелка компаса, которая под действием магнитного поля Земли, равного $0,2 \text{ гс}$, указывает на север. Над стрелкой компаса, на высоте 4 см с севера на юг протянут длинный провод. После включения тока стрелка вместо направления на север указывает на северо-восток. Каковы величина и направление электрического тока?

Поскольку направление магнитного поля (совпадающее с направлением стрелки компаса) составляет с осью x угол 45° , то его составляющие по осям x и y должны быть равны: $B_x = B_y$. Но $B_y = 0,2 \text{ гс}$, т. е. напряженности магнитного поля Земли, а $B_x = 2I/cr$, согласно (8.8).

Приравняв эти величины, получим $2I/cr = 0,2 \text{ гс}$, $I = 0,1 \text{ cr CGSE}$ ($I = 0,1 \cdot 3 \cdot 10^{10} \cdot 4 \text{ CGSE}$ ($I = 1,2 \cdot 10^{10} \text{ CGSE}$ ($I = 4 \text{ а}$.

Применив первое правило правой руки, находим, что ток течет с севера на юг.

§ 4. Сила, действующая на проводник, по которому течет ток

ВСЕ ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО

Используя теорию относительности или обращаясь к эксперименту, можно показать, что наиболее общее выражение для силы, действующей на элемент тока, совпадает с (8.9), за тем исключением, что правую часть (8.9) надо еще умножить на синус угла, заключенного между l и B (или между v и B , если речь идет о движущемся заряде):

$$F_m = \frac{I \Delta l}{c} B \sin \theta,$$

или

$$F_m = \frac{qv}{c} B \sin \theta.$$

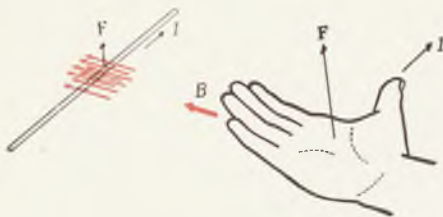


Фиг. 149. Картина силовых линий магнитного поля, созданного длинным прямолинейным током.

Железные опилки ведут себя подобно миниатюрным магнитам и ориентируются вдоль силовых линий B .



Фиг. 150. Второе правило правой руки для определения направления силы F , действующей на ток I в магнитном поле B .



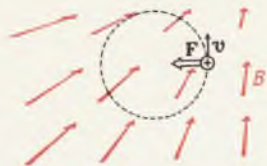
Второе правило правой руки

Предыдущая формула позволяет найти только величину силы F . Помимо этого, нам надо еще иметь правило, определяющее ее направление. Известно, что в случае параллельных токов сила F должна быть перпендикулярна B . В действительности оказывается, что в общем случае при любой произвольной конфигурации токов направление F всегда должно быть перпендикулярно B и элементу тока. Итак, магнитная сила перпендикулярна в одно и то же время и B и Δl . Это однозначно определяет направление F_m и в нашей книге правило, устанавливающее направление F_m , мы будем называть *вторым правилом правой руки*. Оно гласит (фиг. 150), что если, как и раньше, большой палец раскрытой правой руки ориентирован вдоль тока I , а остальные пальцы — вдоль направления B , то сила F будет направлена от ладони.

На первый взгляд может показаться, что электромагнитные явления могут помочь рассеянному профессору определить, где у него правая рука, если бы он вдруг забыл это. Казалось бы, это можно сделать, установив направление силы, действующей на ток, а затем проверив с помощью правила правой руки, какая рука дает правильный ответ. Однако при этом надо знать направление магнитного поля B . А чтобы определить это направление, потребуется все же знать, где у вас правая рука. Если же профессор применит по ошибке оба правила к левой руке, то и в этом случае он получит правильное направление силы F . Таким образом, электромагнитные явления не позволяют отличить правую сторону от левой. Иными словами, зеркальное отображение любого эксперимента с электромагнетизмом представляет собой также реальный эксперимент, не противоречащий законам физики. Вплоть до 1956 г. большинство физиков твердо верило, что в природе нет такого эксперимента, с помощью которого можно было бы отличить правую сторону от левой. Этот принцип сим-

Ответ 4. Сначала найдем F_e , удерживая заряд q в покое, а затем вычтем F_e из результирующей электромагнитной силы.

Фиг. 151. Траектория заряженной частицы, движущейся перпендикулярно направлению однородного магнитного поля.



метрии носит название *закона сохранения четности*.

Этот закон считался столь же твердо установленным, как и пять других законов сохранения, перечисленных на стр. 194 и 195. Но, как мы узнаем в гл. 16, в 1957 г. были открыты фундаментальные физические явления, которые ниспровергли закон сохранения четности, и рассеянный профессор узнал наконец несколько способов нахождения своей правой руки.

Пример 1. Покажем, что силы, изображенные на фиг. 146, согласуются с правилами правой руки.

Во всех четырех случаях магнитное поле, действующее на q , одинаково и направлено за страницу (это легко усмотреть с помощью первого правила правой руки). Для определения направления F воспользуемся вторым правилом правой руки. Пальцы, кроме большого, все время должны быть всегда направлены к странице.

В случае *a* большой палец, указывающий направление I , смотрит вверх, так что ладонь повернута влево; *b* — большой палец смотрит вниз, ладонь повернута вправо; *v* — большой палец смотрит влево, ладонь повернута вниз; *г* — сила равна нулю, поскольку заряд движется в направлении B ; ($\sin \theta = 0$).

Сила, действующая на движущийся заряд

Предположим, что заряд q движется в однородном магнитном поле, первоначально по нормали к направлению B . Поскольку магнитная сила направлена всегда перпендикулярно v , она представляет собой центростремительную силу, которая заставляет частицу двигаться по окружности:

$$F_m = ma,$$

$$\frac{qvB}{c} = m \left(\frac{v^2}{R} \right).$$

Радиус круговой траектории при этом равен

$$R = \frac{mvc}{qB}. \quad (8.11)$$

Пример 2. Протон движется со скоростью 10^8 см/сек перпендикулярно однородному магнитному

Вопрос 5. Каково направление F на фиг. 146, когда v направлено от проводника?

полю с напряженностью $B = 10\,000$ гс, как показано на фиг. 151.

- а) Найдите величину и направление силы, действующей на протон.
- б) Опишите траекторию движения протона.

Из формулы (8.10) находим силу

$$F_m = \frac{evB}{c} = \frac{4,8 \cdot 10^{-10} \cdot 10^8 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^{10}} = 1,6 \cdot 10^{-8} \text{ дин.}$$

В соответствии со вторым правилом правой руки эта сила должна быть направлена на фиг. 151 влево и всегда оставаться перпендикулярной скорости v . Таким образом, F_m — центростремительная сила, которая заставляет протон двигаться все время по одной и той же окружности радиусом R . Величину R можно найти, используя формулу (8.11). В данном случае масса протона $m = 1,67 \cdot 10^{-24}$ г. Поэтому

$$R = \frac{1,67 \cdot 10^{-24} \cdot 10^8 \cdot 3 \cdot 10^{10}}{4,8 \cdot 10^{-10} \cdot 10^4} \text{ см,}$$

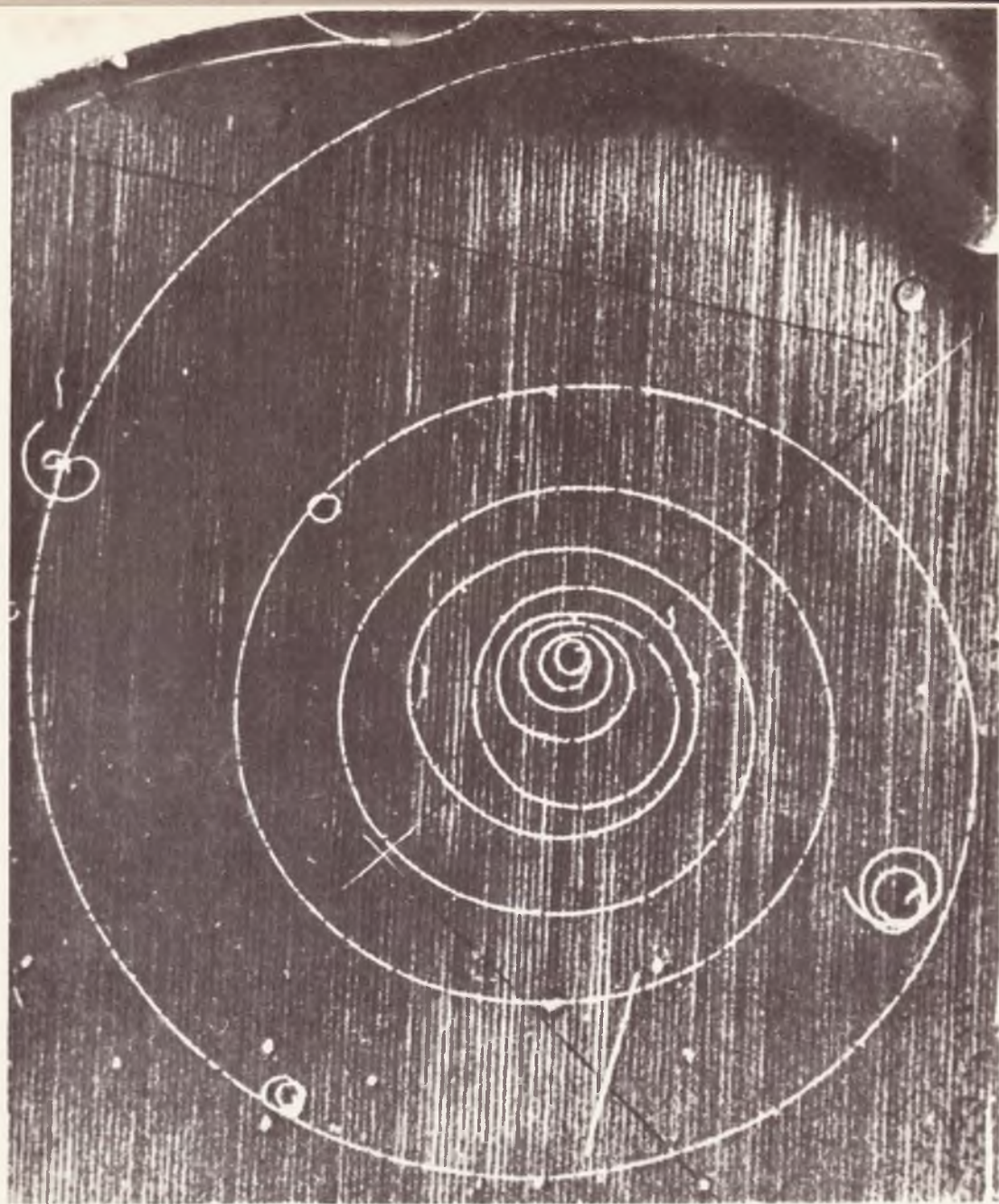
или $R = 1,04$ см.

На фиг. 152 (стр. 246) приведена фотография следа, оставленного электроном, двигавшимся в однородном магнитном поле. Это поле направлено вверх от плоскости фотографии.

Так как электрон движется в пузырьковой камере, наполненной жидким водородом, то радиус кривизны его траектории непрерывно уменьшается, поскольку при движении через вещество электрон, как и любая другая заряженная частица, постепенно теряет свою энергию. Зная величину B , можно определить импульс электрона в любой точке его орбиты, если измерить радиус кривизны последней.

Из приведенного выше примера и фиг. 152 видно, что заряженные частицы могут «захватываться» магнитным полем. Этот принцип используется во всех ускорителях частиц высоких энергий, в которых применяются магниты. В таком ускорителе магнит создает поле, которое заставляет пучок частиц двигаться по окружности.

Ответ 5. F направлена вверх, параллельно току.



Фиг. 152. След электрона, полученный в пузырьковой камере с жидким водородом.

След искривляется под действием однородного магнитного поля, направленного из плоскости рисунка. Радиус кривизны уменьшается из-за торможения электрона в жидком водороде.

§ 5. Закон Ампера ¹⁾

КАК НАЙТИ B

В электростатике мы научились вычислять напряженность электрического поля, создаваемого зарядами, равномерно распределенными по сфере, цилиндру или плоскости. Подобно этому, нужно иметь метод, который позволил бы находить не только напряженность магнитного поля, создаваемого бесконечным линейным током (8.8). Существует более общее выражение для B , которое позволяет в принципе вычислить напряженность магнитного поля, созданного токами любой заданной конфигурации. Это общее выражение справедливо для любого замкнутого контура, охватывающего рассматриваемый ток. Утверждается, что произведение длины контура L на среднее значение составляющей напряженности магнитного поля B вдоль него равно суммарному току, заключенному внутри этого контура, умноженному на $4\pi/c$. Общее выражение для B имеет вид

$$\text{Закон Ампера} \quad (\bar{B}_L \cdot L)_{\text{по замкн. контуру}} = \frac{4\pi I}{c}, \quad (8.12)$$

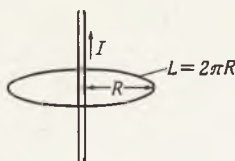
где I — суммарная сила тока внутри замкнутого контура ²⁾

Эта формула, выражающая закон Ампера, используется для вычисления напряженности магнитного поля B , создаваемого током I , в произвольной точке пространства. Мы воспользуемся ею, чтобы рассчитать B в трех случаях: 1) прямолинейный ток, 2) соленоид, 3) поверхностный ток. Мы увидим, что закон Ампера можно использовать в первом примере для получения правильного выражения для напряженности магнитного поля, создаваемого бесконечным линейным током.

¹⁾ Оставшуюся часть этой главы можно опустить, поскольку она не необходима для понимания дальнейшего материала. При желании можно сразу перейти к § 3 гл. 9.

²⁾ Как видно из (8.12), закон Ампера можно записать также в виде $B_i \cdot L_i = 4\pi I_i / c$. Знак суммирования Σ означает $B_i \cdot L_i = B_1 L_1 + B_2 L_2 + \dots + B_N L_N$, если весь контур L разбить на отрезки L_1, L_2, \dots, L_N .

Фиг. 153. Замкнутый контур длиной $2\pi R$ вокруг тока I .



Выберем на фиг. 153 в качестве замкнутого контура вокруг тока окружность с радиусом R . Тогда $L = 2\pi R$ и $B_L \cdot L = 2\pi R B$.

По закону Ампера это равно $4\pi I/c$. Таким образом,

$$B = \frac{1}{2\pi R} \left(4\pi \frac{I}{c} \right) = \frac{2I}{Rc},$$

что совпадает с выражением (8.8).

В дополнение к (8.12) можно показать, что силовые линии должны быть непрерывны. Поскольку же магнитных зарядов в природе не существует, то силовые линии магнитного поля нигде не начинаются и не кончаются. Они образуют замкнутые линии.

Соленоид

Теперь применим закон Ампера к соленоиду. Соленоид — это витая цилиндрическая обмотка, или спираль, намотанная по n витков на 1 см. Силовые линии магнитного поля, создаваемого соленоидом, изображены на фиг. 154. В качестве замкнутого контура рассмотрим прямоугольник, показанный на фигуре. Выберем L_2 и L_4 настолько большими, чтобы дальний конец прямоугольника оказался в области очень слабого поля B . Величина \bar{B}_L в законе Ампера — это взвешенное среднее значение B_L вдоль замкнутого контура. По определению взвешенного среднего значения (см. стр. 44):

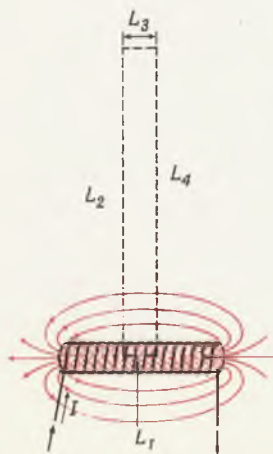
$$\bar{B}_L = \frac{B_1 L_1 + B_2 L_2 + B_3 L_3 + B_4 L_4}{L_1 + L_2 + L_3 + L_4}. \quad (8.13)$$

Составляющие магнитного поля вдоль участков пути L_2 и L_4 (B_2 и B_4) равны нулю, так как магнитное поле перпендикулярно L_2 и L_4 . Кроме того, B_3 близко к нулю, так как участок L_3 находится далеко от соленоида. В таком случае выражение (8.13) принимает вид

$$\begin{aligned} \bar{B}_L &= \frac{B_1 L_1 + 0 + 0 + 0}{L} \\ \text{и} \\ \bar{B}_L \cdot L &= B_1 L_1. \end{aligned} \quad (8.14)$$

Фиг. 154. Соленоид.

Прямоугольный замкнутый контур используется для вычисления напряженности магнитного поля B внутри соленоида.



Суммарный ток, заключенный внутри замкнутого контура, равен силе тока I , умноженной на число витков nL_1 . Таким образом, правая часть (8.12) имеет вид $4\pi/nL_1/c$. Приравняв ее правой части (8.14), получим величину напряженности магнитного поля внутри соленоида:

$$B_1 L_1 = \frac{4\pi n L_1 I}{c}$$

или

$$B = \frac{4\pi n I}{c} \quad (8.15)$$

Заметим, что вывод совершенно не зависит от того, в каком месте внутри соленоида помещен отрезок L_1 . Таким образом, B постоянно повсюду внутри соленоида, и полное число магнитных силовых линий, выходящих из соленоида, должно быть равно BA , где A — площадь поперечного сечения соленоида. Количество магнитных силовых линий определяется аналогично количеству электрических силовых линий. Напряженность магнитного поля B равна числу магнитных силовых линий на единицу площади ($B = N_B/A$). Следовательно, полное число магнитных силовых линий N_B , выходящих из соленоида, равно

$$N_B = \frac{4\pi n A I}{c} \quad (8.16)$$

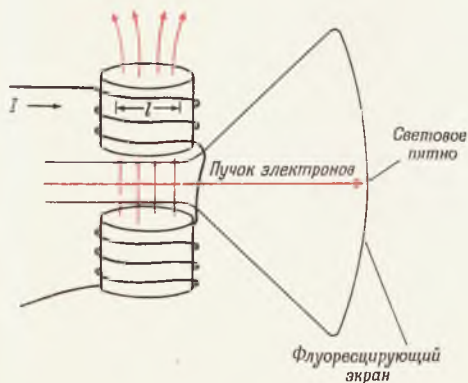
Полное число магнитных силовых линий N_B называется также полным магнитным потоком.

Пример. Телевизионная электроннолучевая трубка помещается между двумя катушками, предназначенными для горизонтального отклонения электронного луча (фиг. 155). Каким должно быть направление тока в обмотке верхней катушки, чтобы пятно сместилось на экране вправо (если смотреть со стороны экрана)?

Этот пример может послужить упражнением в применении обоих правил правой руки. Сначала воспользуемся вторым правилом для определения направления B . При этом надо быть осторожным и учитывать, что на фиг. 155 ток направлен справа налево, хотя электроны движутся слева направо. Нам надо, чтобы на этот пучок действовала сила, перпендикулярная плоскости рисунка и направленная от нас.

Фиг. 155. Телевизионная трубка (вид сбоку).

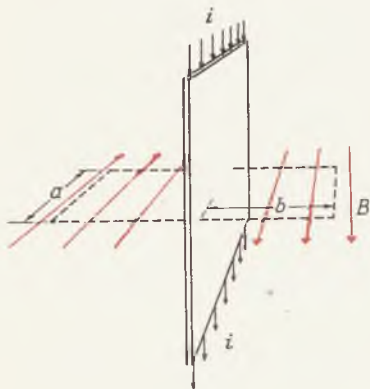
Видны катушки системы горизонтального отклонения.



Применяя второе правило, кладем ладонь правой руки на страницу так, чтобы большой палец был направлен влево. Тогда остальные пальцы правой руки указывают направление B . Теперь применим правило правой руки к элементу тока l . Если большой палец правой руки направлен вправо вдоль элемента тока l , то остальные пальцы в согнутом положении будут указывать, что B внутри соленоида направлено вверх, как мы и хотели. Следовательно, ток течет вдоль элемента l слева направо. Таким образом, мы получим ответ на поставленный вопрос: ток входит в обмотку верхней катушки и выходит из обмотки нижней катушки.

Магнитное поле, создаваемое током, текущим по плоскости

Фиг. 156. Магнитное поле, создаваемое током, текущим по проводящей плоскости.



В заключение применим закон Ампера для определения напряженности магнитного поля, создаваемого током, текущим по бесконечной плоскости. На фиг. 156 показан прямоугольный участок бесконечной плоскости, по которой сверху вниз течет ток. Приблизительно такая задача возникает, когда ток течет по металлическому листу. Пусть i — сила тока, приходящаяся на 1 см по горизонтали. Рассмотрим прямоугольник со сторонами a и $2b$, внутри которого течет ток ia . Поскольку плоскость бесконечна, то магнитные силовые линии должны идти в горизонтальном направлении, как показано на фигуре. При вычислении величины \bar{B}_L по такому замкнутому контуру стороны длиной $2b$ не будут вносить вклада, так как B перпендикулярна стороне $2b$. Таким образом,

$$\bar{B}_L = \frac{Ba + 0 + Ba + 0}{a + 2b + a + 2b} = \frac{2Ba}{L}$$

а

$$\bar{B}_L \cdot L = 2Ba.$$

Сила тока, заключенного в пределах нашего контура, равна $I = ia$, поэтому формула (8.12) принимает вид

$$2Ba = \frac{4\pi ia}{c},$$

или

$$B = 2\pi \left(\frac{i}{c} \right). \quad (8.17)$$

Эта формула опять-таки аналогична соответствующей формуле ($E = 2\pi\sigma$) для электрического поля, создаваемого бесконечной заряженной плоскостью.

§ 6. Теория магнетизма

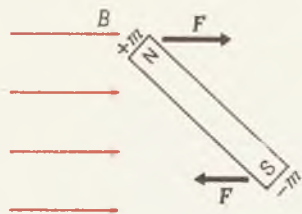
НИКОГДА НЕ ЗАМИРАЮЩИЕ КРОШЕЧНЫЕ ЗАМКНУТЫЕ ТОКИ

Еще в древности нашим предкам наряду с электростатическими явлениями были известны и некоторые магнитные явления. Ряд встречающихся в природе железных руд оказывается намагниченным и притягивает к себе образцы, сделанные из других ферромагнетиков. Древние греки считали, что магнитные и электрические силы имеют общую природу. Но к XVI веку ученые научились выводить законы природы в большей степени из результатов своих экспериментов, чем из простого мирозерцания. И поскольку никому не удавалось обнаружить какое-либо взаимодействие заряженного тела с магнитом, они пришли к выводу, что магнитные и электрические явления не связаны между собой. Наличие взаимодействия между *движущимся* зарядом и магнитом случайно открыл в 1820 г. учитель физики датчанин Ханс Кристиан Эрстед. В конце лекции по физике он пытался продемонстрировать своим ученикам отсутствие связи между электричеством и магнетизмом, включив электрический ток поблизости от намагниченной стрелки. По словам одного из его учеников, «он был буквально ошарашен, увидев, как стрелка начала совершать большие колебания». Таким образом, внезапно возродилось к жизни представление древних ученых о связи магнетизма и электричества.

Задача настоящего параграфа — объяснить магнитные явления исключительно на основе взаимодействия токов. Как ведет себя намагниченный стержень, помещенный в однородное внешнее магнитное поле? Как указывалось в § 4, при этом возникает вра-

Вопрос 6. В каких единицах измеряется i на фиг. 156?

Фиг. 157. Силы, действующие на магнитный стержень в однородном магнитном поле.



щательный момент, который стремится повернуть магнит так, чтобы он ориентировался вдоль магнитного поля (фиг. 157). Раньше физики объясняли этот эффект, предполагая, что кусочек магнита имеет два полюса (северный $+m$ и южный $-m$) и что на магнитный полюс действует сила

$$F = mB.$$

Взаимодействие двух магнитов объясняли следующим образом: магнитный полюс m_1 создает магнитное поле с напряженностью $B = m_1/r^2$, которое воздействует на другой магнитный полюс m_2 . При этом $F = m_1 m_2 / r^2$. Читатель может заметить, что это математическое описание магнитных явлений в точности аналогично математическому описанию электростатических явлений. Далее, полное число магнитных силовых линий, выходящих из магнитного заряда (полюса) m , равно $N_B = 4\pi m$.

Картина расположения силовых линий, созданных намагниченным стержнем, должна напоминать изображенную на фиг. 122, а (стр 203) картину силовых линий электрического поля, созданного двумя зарядами противоположного знака. На фиг. 158 приводится фотография расположения железных опилок около намагниченного стержня, которые стремятся ориентироваться вдоль направления B . На фиг. 159, а изображены магнитные силовые линии поля, созданного намагниченным стержнем, а на фиг. 159, б — магнитные силовые линии поля, созданного соленоидом. Из сопоставления этих фигур ясно, что оба поля тождественны. Это наводит на мысль, что намагниченный стержень, вероятно, представляет собой не что иное, как соленоид, содержащий «таинственные», никогда не исчезающие внутренние токи.

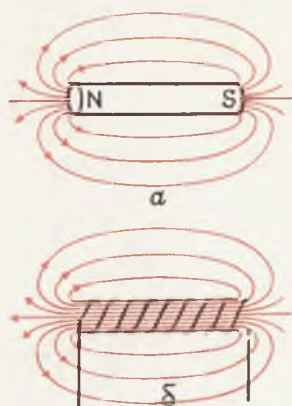
Действительно, если соленоид поместить во внешнее магнитное поле, то он, так же как и намагниченный стержень, стремится ориентироваться вдоль силовых линий поля. Это легко показать, если применить к соленоиду, изображенному на фиг. 160, фор-

Ответ 6. Размерность $[I] = Q/TL$, так как это сила тока, приходящаяся на 1 см длины.

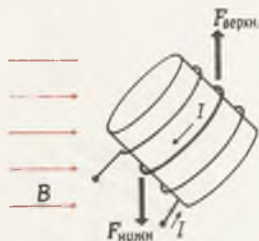


Фиг. 158. Силовые линии магнитного поля, созданного намагниченным стержнем, полученные с помощью железных опилок.

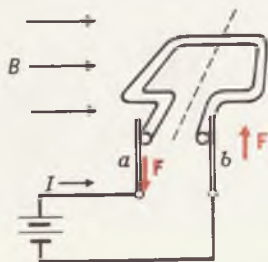
Фиг. 159. Силовые линии поля B , созданного намагниченным стержнем (а) и соленоидом такой же формы (б).



Фиг. 160. Силы, действующие на отдельный виток соленоида в однородном магнитном поле.



Фиг. 161. Прямоугольная рамка в однородном магнитном поле.



мулу (8.9). Из второго правила правой руки следует, что сила, действующая на нижнюю часть витка, направлена вниз, а сила, действующая на верхнюю часть, направлена вверх. Боковые силы равны по величине и действуют вдоль одной прямой в противоположные стороны. Таким образом, на любой виток действует момент силы, стремящийся повернуть катушку, изображенную на фиг. 160, против часовой стрелки, так чтобы ее ось совместилась с направлением B .

Именно вращательный момент и открывает возможность создания электромоторов. Принцип устройства мотора постоянного тока иллюстрируется фиг. 161. Используя второе правило правой руки, можно показать, что возникают силы, вращающие рамку относительно пунктирной линии против часовой стрелки. После поворота рамки на 180° в рамке снова появится ток, создающий силы, которые действуют в том же направлении. Начав двигаться, эта прямоугольная рамка в дальнейшем в силу инерции будет вращаться против часовой стрелки.

Если к рамке на фиг. 161 прикрепить длинную стрелку и пружинку, то отклонение стрелки будет тем больше, чем больше ток. На этом основан принцип действия амперметра.

В 1836 г. Ампер, чтобы объяснить поведение намагниченного стержня, предположил, что он в действительности представляет собой соленоид, в который «вделан» ток, текущий по его внешней поверхности. Ампер говорил: «...из простого сопоставления фактов мне представляется невозможным сомневаться в том, что такие токи действительно текут вокруг оси магнита». Пусть величина этого амперова тока равна i' CGSE (I) на 1 см длины намагниченного стержня (фиг. 162). Тогда, согласно (8.16), полное число магнитных силовых линий равно

$$N_B = \frac{4\pi i' A}{c}.$$

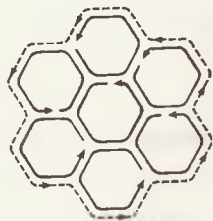
Но если считать, что поле создается магнитным полюсом m , то

Фиг. 162. Амперовы токи i' в намагниченном стержне.



Фиг. 163. Замкнутые амперовы токи в намагниченном стержне (вид со стороны полюса).

Внутренние токи взаимно компенсируют друг друга. Пунктирной линией показан результирующий поверхностный ток. Каждый замкнутый ток соответствует току, текущему в молекуле.



$$N_B = 4\pi m.$$

Следовательно, $4\pi m = 4\pi i' A/c$,

$$m = \frac{i' A}{c}, \text{ или } i' = \frac{mc}{A}. \quad (8.18)$$

Мы только что вывели формулу, выражающую величину полюса магнита или соленоида через циркулирующий в нем ток i' . Но откуда берется этот непрерывно текущий ток? Ампер объяснял это следующим образом. Он сопоставлял каждой молекуле ферромагнитного материала некий круговой ток, текущий по замкнутой электрической цепи с нулевым сопротивлением. Он предположил также, что внешнее магнитное поле может выстраивать эти молекулы параллельно друг другу, так что их элементарные магнитные поля складываются. На фиг. 163 показано, как складываются эти элементарные токи, чтобы в результате получался ток, текущий по поверхности. Заметьте, что при этом все внутренние токи взаимно компенсируются.

Это объяснение магнетизма, более чем на шестьдесят лет опередившее открытие электрона, блестяще предвосхитило наши современные представления об атомной структуре вещества и природе магнетизма. Цепи амперовых токов с нулевым сопротивлением точно соответствуют движению боровских электронов в атоме. В боровской модели атома каждый электрон представляет собой непрерывный ток, подобно отдельному витку соленоида. В большинстве атомов эти электронные орбиты, или круговые токи, ориентированы таким образом, что они взаимно компенсируются. Однако ферромагнитные вещества, такие, как железо, кобальт и никель, обладают следующими двумя свойствами:

1) у атомов этих веществ взаимно компенсируются не все электронные орбиты и спины электронов (обусловленные вращением заряда);

2) силы, действующие между соседними атомами, таковы, что все замкнутые токи

Вопрос 7. Допустим, что магнитное поле B на фиг. 161 пронизывает виток сверху вниз. В каком направлении он будет двигаться?

ориентируются в одном и том же направлении.

Для полного объяснения этих фактов требуется квантовая механика. Изучение подобных явлений на основе квантовой механики является задачей *физики твердого тела* (см. гл. 14).

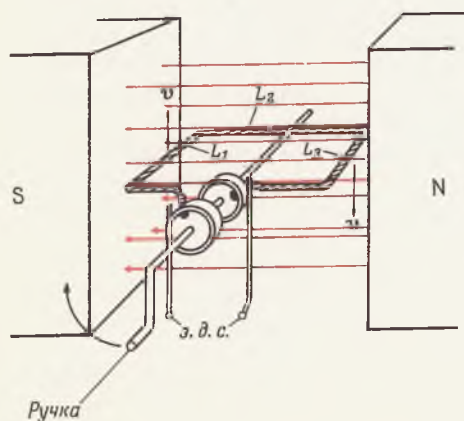
В настоящее время нам известно, что любой образец ферромагнитного материала при комнатной температуре состоит из макроскопических доменов — областей размером порядка тысячных долей сантиметра, — внутри которых все атомы ориентированы одинаковым образом. В ненамагниченном образце сами домены ориентированы случайным образом. Но в процессе намагничивания они ориентируются в одном направлении благодаря движению границ доменов. Размеры доменов, ориентация которых была близка к направлению поля, увеличиваются за счет уменьшения других доменов.

§ 7. Закон индукции Фарадея

Е ПОРОЖДАЕТСЯ В

Фиг. 164. Прямоугольная рамка, вращаемая в однородном магнитном поле.

Это устройство является простейшим генератором переменного тока.



Мы не рассмотрели еще один последний фундаментальный закон теории электричества, так называемый закон Фарадея. До сих пор мы имели дело лишь с постоянными токами, фиксированными в пространстве. А поскольку закон Фарадея рассматривает только изменяющиеся токи, мы пока не делали никакой ошибки, не принимая его во внимание. Прежде чем привести общее выражение закона Фарадея, рассмотрим сначала его основное применение — электрический генератор. На фиг. 164 снова изображена прямоугольная рамка в однородном магнитном поле. Напомним (см. фиг. 161), что если по рамке пропустить ток, то она начнет вращаться. Предположим, что мы не включаем ток, а вращаем рамку рукой. Пусть скорость движения противоположных сторон рамки, L_1 и L_2 , будет v . Тогда из (8.10) следует, что на каждый

Фиг. 165. Зависимость от времени э. д. с., возникающей во вращающейся рамке.



электрон проводимости на участках L_1 и L_3 будет действовать сила $F = evB/c$. При перемещении каждого такого электрона на расстояние L_1 эта сила совершит работу $W_1 = evBL_1/c$. Приращение энергии электрона, проделавшего весь путь вдоль прямоугольной рамки, будет вдвое больше, т. е. $W = 2evBL_1/c$. Эта энергия, приходящаяся на единицу заряда, называется *электродвижущей силой* (сокращенно э. д. с.). Электродвижущая сила на один оборот рамки будет равна

$$\text{э. д. с.} = \frac{2vBL_1}{c} \quad (8.19)$$

Заметьте, что э. д. с. измеряется в тех же единицах, что и электрический потенциал.

Если к обоим концам рамки подключить электрическую цепь, то ускорение, которое электроны приобретают на участках L_1 и L_3 , будет гнать их через всю внешнюю цепь. Энергию, накопленную на участках L_1 и L_3 , электроны проводимости отдадут во внешней цепи. Таким образом, эта вращающаяся прямоугольная рамка, подобно батарее, служит источником разности потенциалов. Если рамка содержит не один, а N витков, то индуцированная разность потенциалов, или э. д. с., будет в N раз больше. В этом и заключается принцип работы электрогенератора. При повороте рамки на 90° (см. фиг. 164) v и B становятся параллельными и в этот момент э. д. с. обращается в нуль. При повороте рамки на 180° сила и э. д. с. меняют направление. На фиг. 165 показана зависимость э. д. с. такого генератора от времени. Эта колеблющаяся э. д. с. называется *напряжением переменного тока*. В электрических линиях, подводящих энергию в жилые дома, напряжение переменного тока колеблется с частотой 60 герц (гц)¹⁾.

Посмотрим теперь, какая существует связь между выражением (8.19) и законом Фарадея. Пусть Δy — расстояние по верти-

Ответ 7. Виток не будет двигаться, поскольку и результирующая сила и вращательный момент будут равны нулю.

¹⁾ Такая частота сети принята в США. В Советском Союзе и Европе частота промышленного тока составляет 50 гц. — Прим. ред.

кали, которое сторона L_1 проходит за время Δt (начиная с горизонтального положения рамки, соответствующего углу поворота 0°). Тогда $v = \Delta y / \Delta t$ и формула (8.19) преобразуется к виду

$$\text{э.д.с.} = \frac{2BL_1 \Delta y}{c \cdot \Delta t}. \quad (8.20)$$

Спустя время Δt магнитный поток, или число силовых линий B , пересекающих нашу рамку, составит

$$N_B = B \cdot (\text{Площадь}).$$

Площадь равна основанию L_1 на полную высоту $2\Delta y$. Поэтому

$$N_B = B \cdot (L_1 \times 2 \Delta y) = 2BL_1 \Delta y.$$

В начале интервала Δt магнитный поток через рамку был равен нулю. Следовательно, изменение магнитного потока за время Δt равно

$$\Delta N_B = (2BL_1 \Delta y) - 0.$$

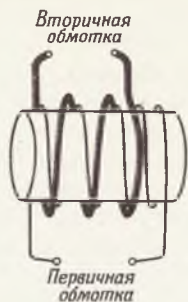
Поэтому формулу (8.20) можно записать в виде

$$\text{э.д.с.} = \frac{1}{c} \frac{\Delta N_B}{\Delta t}. \quad (8.21)$$

Эта формула и есть закон Фарадея. Мы пока показали, что эта формула применима лишь к случаю, когда проводник движется в постоянном магнитном поле. Но оказывается, что, согласно принципу относительности, закон применим также и к покоящемуся проводнику в движущемся магнитном поле. Иными словами, (8.21) справедлива для неподвижной рамки при изменении N_B (меняется B). Закон Фарадея гласит, что изменение тока в одной неподвижной цепи индуцирует напряжение в другой неподвижной цепи. Это возникновение э. д. с. в неподвижной цепи при изменении тока в какой-либо другой цепи было открыто в 1830 г. Фарадеем и Генри независимо друг от друга.

Вопрос 8. Какая из клемм на фиг. 164. помеченных э. д. с., будет более положительной?

Фиг. 166. Трансформатор.



Трансформатор

Одним из распространенных приборов, основанных на законе Фарадея, является трансформатор. В трансформаторе первичная и вторичная обмотки обычно наматываются на один и тот же сердечник так, что обе они охватывают почти одинаковое число силовых линий B (фиг. 166). Поэтому величина $\Delta N_B / \Delta t$ одинакова для обеих обмоток. Пусть число витков первичной обмотки равно N_1 , а число витков вторичной обмотки равно N_2 . Тогда э. д. с., или напряжение индукции V_2 , во вторичной обмотке будет [см. (8.21)]

$$V_2 = (N_2) \frac{1}{c} \frac{\Delta N_B}{\Delta t}.$$

Точно так же э. д. с. в первичной обмотке

$$V_1 = (N_1) \frac{1}{c} \frac{\Delta N_B}{\Delta t}.$$

Отношение этих напряжений будет тогда равно

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}.$$

Мы видим, что если к первичной обмотке трансформатора приложить переменное напряжение, то соответствующим подбором соотношения чисел витков можно получить либо большее, либо меньшее напряжение во вторичной обмотке. Этот удобный способ перехода от малых напряжений к большим и наоборот является одним из преимуществ использования переменного тока по сравнению с постоянным.

§ 8. Уравнения Максвелла

в двух словах вся теория электричества

Всю совокупность основных законов электричества (законы Кулона, Ампера и Фарадея) можно представить в виде системы уравнений, известной под названием уравнений Максвелла.

Ответ 8. Согласно второму правилу правой руки, сила, действующая на положительный заряд в левой части рамки, направлена перпендикулярно плоскости рисунка к читателю. Она будет, таким образом, сгонять положительные заряды к левой клемме.

Напишем в левой части закона Фарадея (8.21) $(\bar{E}_L \cdot L)_{\text{по замкн. контуру}}$ вместо э. д. с. Это вы-

ражение представляет собой работу внешней силы при перемещении электрического заряда вдоль электрической цепи.

Но поскольку сила, действующая на единицу заряда, по определению равна напряженности электрического поля E , то закон Фарадея утверждает, что изменение магнитного поля всегда должно сопровождаться возникновением индуцированного электрического поля. Таким образом, выражение (8.21) приобретает вид

$$\text{Закон Фарадея} \quad (\bar{E}_L \cdot L)_{\text{по замкн. контуру}} = \frac{1}{c} \frac{\Delta N_B}{\Delta t}. \quad (8.22)$$

Закон Фарадея утверждает, что изменяющееся магнитное поле должно порождать электрическое поле. Простой иллюстрацией служит движение частицы с зарядом q и скоростью v в постоянном магнитном поле B . До сих пор мы считали, что результирующая сила равна $F = qvB/c$ и, согласно закону Фарадея, электрическое поле равно нулю. Но что скажет движущийся наблюдатель? Он обнаружит движущееся магнитное поле и согласно закону Фарадея должен обнаружить и электрическое поле. Рассмотрим случай, когда наблюдатель движется вместе с зарядом. Поскольку скорость заряда по отношению к нему равна нулю, он не обнаружит магнитной силы; однако первоначальная сила $F = qvB/c$ (где v — первоначальная скорость) все же будет. Движущийся наблюдатель скажет, что сила (какую бы величину она ни имела) равна qE . Итак, имеется сила $qvB/c = qE$, причем электрическое поле, обнаруженное движущимся наблюдателем, $E = vB/c$; иными словами, движущееся магнитное поле порождает электрическое поле.

У Максвелла возникла мысль, не будет ли иметь место также и обратное явление? Не должно ли изменяющееся электрическое поле индуцировать магнитное поле? Если бы это было так, то существовало бы урав-

Вопрос 9. Рассмотрим электрон проводимости во вращающейся рамке (фиг. 164). Мы можем вычислить результирующую силу, действующую на электрон в лабораторной системе координат. Не будет ли эта сила частично электрическим полем?

нение типа (8.22), в котором E и B поменялись бы местами, а именно

$$(\bar{B}_L \cdot L)_{\text{по замкн. контуру}} = \frac{1}{c} \frac{\Delta N_E}{\Delta t}.$$

Но, согласно закону Ампера,

$$(\bar{B}_L \cdot L)_{\text{по замкн. контуру}} = \frac{4\pi I}{c}. \quad (8.23)$$

Максвелл предположил, что в полной записи эта формула имеет вид

$$(\bar{B}_L \cdot L)_{\text{по замкн. контуру}} = \frac{4\pi I}{c} + \frac{1}{c} \frac{\Delta N_E}{\Delta t}.$$

Максвелл назвал новый добавленный им в закон Ампера член *током смещения*. При этом он указал на один пример, из которого видно, что выражение (8.23) в своей прежней записи оказывается неправильным. Этот пример и рассуждения, которые заставили Максвелла ввести ток смещения, приведены в приложении к главе.

В итоге уравнения Максвелла (мы приводим их в виде, неудобном для дальнейших расчетов)¹⁾:

$$N_E = 4\pi Q \quad (8.24)$$

— это полное число силовых линий, выходящих из заряда Q ;

$$(\bar{B}_L \cdot L)_{\text{по замкн. контуру}} = \frac{1}{c} 4\pi I + \frac{1}{c} \frac{\Delta N_E}{\Delta t}, \quad (8.25)$$

$$(\bar{E}_L \cdot L)_{\text{по замкн. контуру}} = -\frac{1}{c} \frac{\Delta N_B}{\Delta t}. \quad (8.26)$$

Величины, стоящие в правых частях двух последних уравнений, заключены в пределах замкнутого контура. Эти уравнения должны выполняться для всех возможных замкнутых контуров.

Ответ 9. Нет. В лабораторной системе отсчета $E=0$ во всем пространстве и, следовательно, электростатическая сила $F_e=eE$ также равна нулю. На электрон действует только магнитная сила, обусловленная его скоростью. Если бы наблюдатель двигался вместе с электроном, ситуация была бы обратной.

¹⁾ В действительности уравнения Максвелла содержат еще одно равенство, аналогичное (8.24), физический смысл которого заключается в отсутствии в природе свободных магнитных зарядов.— *Прим. ред.*

§ 9. Электромагнитное излучение

ТЕОРИЯ СВЕТА

Вооруженный наконец правильными законами электричества, Максвелл приступил к разработке теории света. В частности, он показал, что изменяющийся ток излучает электромагнитные волны, которые распространяются со скоростью $v=c$, причём c — экспериментальный коэффициент пропорциональности, входящий в формулы теории электричества (уравнения Максвелла). Постоянная $1/c^2$ в формуле (8.6) была найдена из опыта путем измерения силы взаимодействия токов. В то время еще никто не подозревал, что этот коэффициент пропорциональности имеет что-либо общее со скоростью света. Максвелл показал также, что векторы E и B в излучаемой электромагнитной волне перпендикулярны друг другу, а также направлению распространения волн. Кроме того, он показал, что E и B имеют одну и ту же величину. В 1864 г. эта теория действительно явилась выдающимся достижением теоретической физики. Простая система основных уравнений [формулы (8.24) — (8.26)] давала объяснение всем электрическим, магнитным и оптическим явлениям. Помимо этого, теория Максвелла предсказывала, что электромагнитные волны любой, даже очень низкой, частоты должны распространяться со скоростью света. Впервые эта теория была экспериментально подтверждена в 1888 г. Герцем; к 1901 г. Маркони удалось передать электромагнитные волны через Атлантический океан. Эти электромагнитные волны более низкой частоты, чем свет и инфракрасные волны, стали называть радиоволнами.

Обычно для доказательства существования электромагнитного излучения требуются математические вычисления с применением дифференциальных уравнений. Однако теперь, после того как мы в последних двух главах затратили столько усилий на получение системы уравнений Максвелла, было бы стыдно отступить перед самым концом.

Фиг. 167. Электрическое и магнитное поле волны, испускаемой поверхностным током плотностью $iCGSE(I)/\text{см}$. Электромагнитная волна прошла расстояние x .



Поэтому с помощью профессора физики Калифорнийского технологического института Р. Фейнмана для этой книги было разработано следующее объяснение электромагнитного излучения, не требующее математических вычислений.

Рассмотрим в качестве источника излучения бесконечный плоский ток. На стр. 250 было показано, что напряженность магнитного поля, созданного током $iCGSE(I)/\text{см}$, текущим по плоскости, равна [см. (8.17)]

$$B = \frac{2\pi i}{c}.$$

Теперь рассмотрим случай, когда сначала ток отсутствовал, а затем был внезапно включен (фиг. 167). Мы предположим, что поле $B = 2\pi i/c$ распространяется в обе стороны от плоскости со скоростью v , а также что магнитному полю B сопутствует однородное электрическое поле E , перпендикулярное B . Иными словами, мы предполагаем, что от бесконечной плоскости со скоростью v распространяется волна, имеющая вид «ступенчатой» функции E и B . Тогда величины E , B и v можно найти из уравнений (8.25) и (8.26). Мы получим $E = B = 2\pi i/c$ и $v = c$. Следовательно, эта расходящаяся электромагнитная волна, движущаяся со скоростью $v = c$, действительно удовлетворяет уравнениям Максвелла и, таким образом, является правильным решением нашей задачи при внезапном включении тока i .

Рассмотрим ситуацию, показанную на фиг. 156 (стр. 250) и возникающую вскоре после включения тока, когда волна $B = 2\pi i/c$ успела распространиться только на расстояние $x < b$. В этом случае B на концах прямоугольного контура остается еще равной нулю и уравнение (8.25) принимает вид

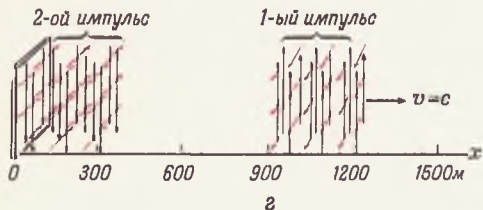
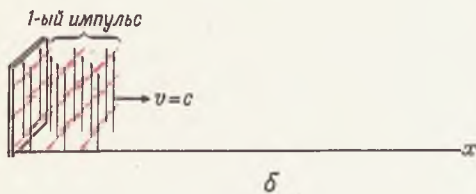
$$0 = \frac{4\pi(-ia)}{c} + \frac{1}{c} \frac{\Delta N_E}{\Delta t}. \quad (8.27)$$

Знак минус обусловлен тем, что в качестве положительного мы выбрали направление вверх. Поток напряженности электрического поля N_E равен величине E , умноженной на

Фиг. 168. Электромагнитные импульсы длительностью $1 \cdot 10^{-6}$ сек, возникающие в результате включения и выключения тока по бесконечной плоскости.

Показаны квадратный элемент бесконечной плоскости и электромагнитная волна. Магнитные силовые линии изображены красным цветом, а электрические силовые линии — черным.

a — $t=0$ (ток i только что включен); b — $t=1 \cdot 10^{-6}$ сек (ток i только что выключен); $в$ — $t=3 \cdot 10^{-6}$ сек (ток i только что включен); $г$ — $t=4 \cdot 10^{-6}$ сек (ток i только что выключен).



площадь прямоугольника $2ax$. Таким образом,

$$\frac{\Delta N_E}{\Delta t} = 2E \frac{a \Delta x}{\Delta t} = 2Eav$$

есть скорость изменения во времени потока напряженности электрического поля через наш прямоугольник.

Подставляя это выражение в уравнение (8.27), получаем

$$0 = -\frac{4\pi}{c} ia + 2 \frac{Eav}{c},$$

или

$$E = \frac{2\pi i}{c} \cdot \frac{c}{v}.$$

Но поскольку множитель $(2\pi i/c)$ равен величине B , то, следовательно,

$$E = B \frac{c}{v}. \quad (8.28)$$

Чтобы найти отсюда скорость v , необходимо еще одно уравнение. Оно получается, если воспользоваться вертикальным прямоугольником на фиг. 167. Вклад электрического поля в величину $(\vec{E}_L \cdot \vec{L})$ по замкн. контуру

нуля только вдоль левой стороны этого прямоугольника. Таким образом,

$$(\vec{E}_L \cdot \vec{L})_{\text{по замкн. контуру}} = E \cdot a.$$

Уравнение (8.26) принимает вид

$$Ea = \frac{1}{c} \frac{\Delta N_B}{\Delta t},$$

но $N_B = Bax$, $\Delta N_B / \Delta t = Ba(\Delta x / \Delta t) = Bav$, поэтому написанное выше соотношение преобразуется в

$$Ea = \frac{Bav}{c},$$

или

$$E = B \frac{v}{c}.$$

Разделив это уравнение на (8.28), получим $v=c$.

Точно таким же способом можно доказать, что если внезапно выключить, а затем

внезапно включить ток, то излучается прямоугольная электромагнитная волна, или импульс. Процесс испускания таких импульсов проиллюстрирован на фиг. 168. В самом деле, поскольку E пропорционально i , то при синусоидальном изменении i будет излучаться синусоидальная волна. Максвелл предположил, что видимый свет представляет собой электромагнитные волны с соответствующими длинами волн. До того времени (1864 г.), вероятно, самой центральной проблемой физики была как раз природа световых волн. Благодаря Максвеллу мы теперь знаем, что световые волны — это колеблющиеся электрические и магнитные поля. Обсуждение этих вопросов будет продолжено в гл. 10.

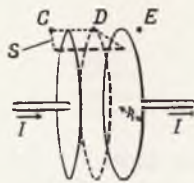
Приложение

Рассмотрим вопрос о необходимости добавления члена $[1/c(\Delta N_E/\Delta t)]$ к уравнению (8.23). Мы покажем, что при применении уравнения (8.23) к плоскому конденсатору с круглыми пластинами возникают математические противоречия, тогда как исправленное уравнение (8.25) дает правильный результат.

Рассмотрим ток I , текущий к конденсатору (фиг. 169). Заряд, покидающий правую пластину конденсатора, накапливается на левой его пластине. Как показано на стр. 248, выбрав охватывающие ток окружности радиусом R и применив уравнение (8.23), получим магнитное поле в точках C и E , равное $B_C = B_E = 2I/cR$. Но внутри окружности R , проходящей через точку D , нет тока и, согласно (8.23), $B_D = 0$. Противоречие получится, если мы применим уравнение (8.23) к прямоугольнику, одна сторона которого равна CD , две другие более короткие стороны длиной s перпендикулярны плоскости фигуры, а четвертая сторона соединяет концы коротких сторон s и параллельна CD .

Для такого прямоугольника
 $(\vec{B}_L \cdot \vec{L})$ по замкн. контуру $= B_C \cdot s - B_D \cdot s$.

Фиг. 169. Ток, текущий «через» конденсатор с круглыми пластинами радиусом R .



Но поскольку внутри этого прямоугольника ток равен нулю, из уравнения (8.23) следует

$$B_C \cdot s - B_D \cdot s = 0$$

и вместо $B_D = 0$

$$B_D = B_C = \frac{2I}{cR}.$$

Максвелл обнаружил это противоречие и предложил следующее уравнение, которое устраняет его и, кроме того, согласуется с экспериментом:

$$(\overline{B}_L \cdot L)_{\substack{\text{по замкн.} \\ \text{контуре}}} = \frac{4\pi I}{c} + \frac{1}{c} \frac{\Delta N_E}{\Delta t},$$

где N_E — поток, или число силовых линий E , заключенных внутри рассматриваемого контура.

Это уравнение можно проверить на нашем примере конденсатора с круглыми пластинами, если в качестве замкнутого контура снова выбрать окружность радиусом R , проходящую через точку D . Полное число силовых линий E между пластинами конденсатора равно $N_E = 4\pi Q$ [см. (7.13)]. Тогда $\Delta N_E / \Delta t = 4\pi \Delta Q / \Delta t = 4\pi I$.

Подставим теперь в уравнение (8.25) $4\pi I$ вместо $\Delta N_E / \Delta t$. В этом случае

$$B_D 2\pi R = 0 + \frac{1}{c} (4\pi I)$$

и

$$B_D = \frac{2I}{cR}.$$

Полученное значение B_D согласуется с величиной B_C , и, таким образом, противоречие устраняется.

Задачи

1. Будет ли наблюдатель, движущийся вдоль заряженного провода, измерять тот же самый ток, что и неподвижный наблюдатель, или нет?

2. По двум длинным параллельным проводам течет одинаковый ток 4 а . Расстояние между проводами 16 см . Определить напряженность магнитного поля B в середине между проводами:

- если токи текут в одинаковом направлении,
- если токи текут в противоположных направлениях.

3. Соленоид длиной 1 м и диаметром 8 см состоит из 500 витков провода.

- Чему равна напряженность магнитного поля B внутри соленоида, если по нему течет ток 6 а ?
- Каково полное число магнитных силовых линий?

4. Напишите закон Фарадея в такой форме, чтобы э. д. с. выражалась в вольтах, а остальные единицы остались прежними.

5. Электрон, двигаясь горизонтально с востока на запад в магнитном поле, отклоняется вниз. Каково направление магнитного поля?

6. Катушка, имеющая 300 витков и площадь поперечного сечения 100 см^2 , вращается в магнитном поле напряженностью 5000 гс со скоростью 1800 об/мин . Какова амплитуда индуцируемой в катушке э. д. с.?

7. Электрон движется вдоль оси соленоида. Опишите движение электрона.

8. Катушка, имеющая 1000 витков и площадь поперечного сечения 100 см^2 , под действием магнитного поля Земли, перпендикулярного ее поперечному сечению, отклоняется на 90° в течение 1 сек . При этом среднее значение э. д. с., измеренное за это время, оказалось равным $0,6 \text{ мв}$ ($0,6 \cdot 10^{-3} \text{ в}$). Чему равна напряженность магнитного поля Земли?

9. Пучок электронов, летящих со скоростью 10^8 см/сек , отклоняется магнитным полем на 90° , как показано на фиг. 170.

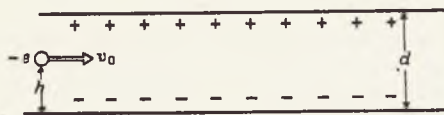
Фиг. 170. К задаче 9.



- Каким должно быть направление магнитного поля B , чтобы пучок электронов отклонился вниз?
- Чему равен радиус кривизны траектории электронов между полюсами магнита?
- Чему равна сила в динах, действующая на электроны в магнитном поле?
- Чему равна величина B в гауссах?

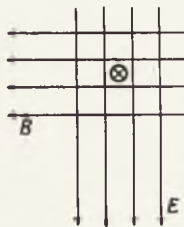
10. Электрон с массой m движется между параллельными заряженными плоскостями (фиг. 171) со скоростью v_0 ; сила тяжести отсутствует. Однородное электрическое поле равно E .

Фиг. 171. К задаче 10.



- Траектория электрона представляет собой часть (окружности, синусоиды, параболы, эллипса)?
- Куда направлено ускорение? Выразите его величину через e , E и m .
- Через сколько времени электрон попадет на одну из пластин?
- Допустим, что силовые линии соответствуют не электрическому, а магнитному полю (которое направлено так же, как и E). В каком направлении будет действовать сила на электрон?

Фиг. 172. К задаче 13.



11. Выведите формулу для периода обращения протона в магнитном поле B .

12. По тонкой медной трубке диаметром 2 см течет ток величиной 8 а. Чему равно B

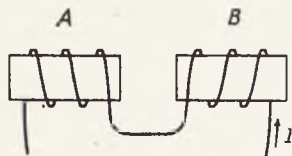
- на расстоянии 4 см от оси трубки?
- на расстоянии 0,5 см? (Эта точка расположена внутри цилиндрической поверхности, по которой течет ток.)

(Укажите направление. Проверьте, есть ли внутри замкнутого контура радиусом 0,5 см какой-нибудь ток.)

13. Пучок протонов движется со скоростью $v=0,1$ с в области скрещенных магнитного и электрического полей (фиг. 172). Протоны движутся перпендикулярно плоскости фигуры. Электростатическая сила, действующая на протон, составляет $3 \cdot 10^{-8}$ дин.

- При каком отношении E/B результирующая сила будет равна нулю?
- Чему равна напряженность магнитного поля B , гаусс?
- Если отношение E/B соответствует (а), то каково направление и величина результирующей силы, действующей на частицу с зарядом $+e$ и скоростью $v=0,2$ с? (Такая система скрещенных полей представляет собой селектор скоростей — устройство, выделяющее частицы с данной скоростью.)

Фиг. 173. К задаче 15.



14. Коаксиальный кабель состоит из внутреннего и внешнего цилиндров с радиусами R_1 и R_2 . Вдоль каждого из цилиндров в противоположных направлениях течет ток I (рис. 173). Чему равно B на расстоянии r от общей оси цилиндров:

- Когда точка r находится между цилиндрами?
- Когда точка r находится снаружи внешнего цилиндра?

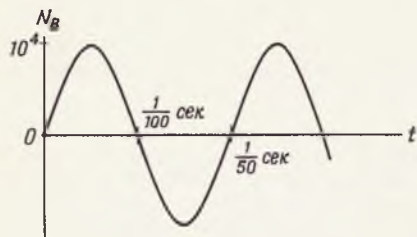
15. По двум соленоидам, A и B , течет ток, как показано на фиг. 173.

- Какой конец соленоида B является северным полюсом?
- Каково направление результирующей силы, действующей на соленоид B ?

(Указание. Считайте, что соленоиды эквивалентны магнитным стержням.)

в) Действует ли на соленоид B какой-либо момент силы? Если действует, то в каком направлении будет вращаться этот соленоид?

Фиг. 174. К задаче 16.



16. Первичная обмотка трансформатора имеет 10^3 витков, а вторичная — 10^4 витков. К первичной обмотке приложено переменное напряжение с частотой 60 гц. В результате создается магнитное поле, причем через обе обмотки трансформатора проходит максимально 10^4 магнитных силовых линий B . На графике (фиг. 174) построена зависимость потока через обмотки от времени.

- За какое время поток B изменяется от 0 до максимума (10^4)?
- Какая средняя э. д. с. индуцируется за это время во вторичной обмотке?
- Чему равно среднее напряжение на концах первичной обмотки за это время?

17. Реактивный самолет с размахом крыльев 20 м летит прямо на север со скоростью 960 км/час и на такой высоте, где вертикальная составляющая напряженности магнитного поля Земли равна 0,6 гс.

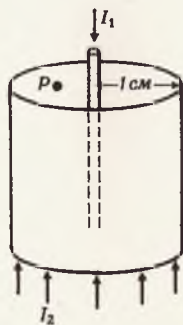
- Чему равна разность потенциалов между концами крыльев?
- На каком крыле более высокий потенциал?

18. Масса электрона быстро возрастает по мере приближения его скорости к скорости света. Чему равна масса электрона, движущегося по окружности радиусом 10 см в магнитном поле 10 000 гс?

[Указание. Положите в формуле (8·11) $v=c$.]

Во сколько раз масса электрона превышает его массу покоя?

Фиг. 175. К задаче 19.



19. По внутреннему проводнику коаксиального кабеля протекает ток $I_1=3$ а и по внешнему цилиндрическому проводнику в противоположном направлении $I_2=2$ а. Чему равна напряженность магнитного поля B (фиг. 175):

- На расстоянии 5 см от оси?
- Внутри кабеля на расстоянии 0,5 см от оси (в точке P)?

20. На Беватроне в Беркли (Калифорния, США) масса протонов в 7 раз превышает их массу покоя, а скорость $v=0,99$ с. Какой диаметр должен иметь Беватрон, если его вертикальное магнитное поле $B=10\,000$ гс по всей орбите протонов?

21. Сколько оборотов в 1 сек делает протон в циклотроне с магнитным полем $B=18\,000$ гс? Обратите внимание на то, что ответ не зависит от скорости протона или радиуса его орбиты.

22. Ток в виде широкой полосы колеблется по синусоидальному закону с частотой 100 МГц (10^8 колебаний в секунду). Амплитуда напряженности излучаемого электрического поля равна 5 в/см .

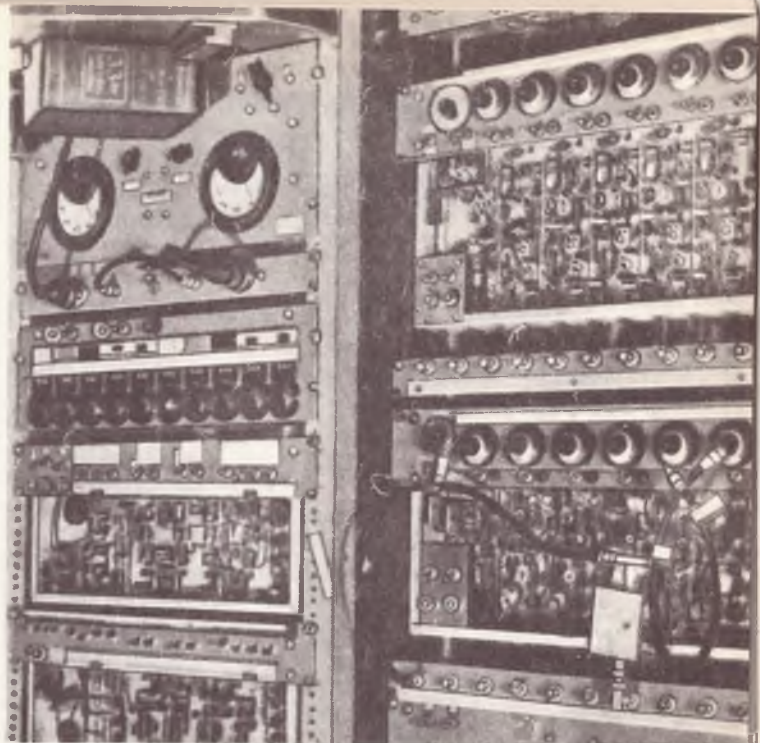
а) Чему равна амплитуда силы тока в CGSE (I)/см?

б) Чему равна амплитуда напряженности магнитного поля B в гауссах?

23. По стержню радиусом R течет постоянный ток I . Чему равна напряженность поля B внутри стержня на расстоянии r от его оси ($r < R$)?

24. Предположим, что траектория на фиг. 152 (стр. 246) изображена в натуральную величину и напряженность магнитного поля $B = 12\,000 \text{ гс}$. Вычислите массу электронов, влетающих в пузырьковую камеру (считая, что их скорость почти равна скорости света). Во сколько раз ваш результат превышает массу покоя электрона?

Затем, воспользовавшись формулой (3.6), найдите, насколько скорость электронов близка к скорости света.



ГЛАВА 9

ПРИЛОЖЕНИЯ
ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСТВА

§ 1. Практическая система единиц

ВОЛЬТЫ И АМПЕРЫ

Обычные электрические единицы, используемые электротехниками и инженерами в их повседневной практике, — это *кулон* для заряда, *ампер* — для тока, *вольт* — для электрического потенциала, *дж/сек*, или *ватт*, — для мощности. В гл. 7 мы определили величину кулона: $1 \text{ кулон} = c/10 \text{ CGSE } (Q)$, причем коэффициент c равен скорости света и имеет размерность см/сек .

Таким образом, практические единицы заряда и тока в $3 \cdot 10^9$ раз больше соответствующих электростатических единиц. Практические единицы были введены, по-видимому, из-за того, что они имеют более «удобный» масштаб. Однако они были бы еще удобнее и практичнее, если бы в качестве переводного множителя был выбран коэффициент c , а не $c/10$. Согласно (7.17), практическая единица потенциала определяется единицами, выбранными для заряда (*кулон*) и энергии (*джоуль*):

$$V = \frac{U}{q},$$

$$1v = \frac{1 \text{ дж}}{1 \text{ кулон}} = \frac{10^7 \text{ эрг}}{3 \cdot 10^9 \text{ CGSE } (Q)} =$$

$$= \frac{1}{300} \frac{\text{эрг}}{\text{CGSE } (Q)} = \frac{1}{300} \text{ CGSE } (V).$$

Таким образом, электростатическая единица потенциала в 300 раз больше соответствующей практической единицы.

§ 2. Закон Ома

ПРОСТОЕ СЛЕДСТВИЕ СТРОЕНИЯ ВЕЩЕСТВА

Если к проводнику приложить разность потенциалов V , то через него потечет некоторый ток I . Еще в начале XIX столетия Георг Ом обнаружил, что если температура металлического проводника остается постоянной, то сила текущего по нему тока пропорциональна приложенному напряжению. Замеча-

тельно, что это не просто некоторое приближение, наподобие закона Гука, а строгое соотношение в пределах ошибок измерений.

Ом назвал коэффициент пропорциональности между напряжением и силой тока сопротивлением проводника.

Закон Ома $R = \frac{V}{I}$ в случае металлов не зависит от I .

В практической системе единиц V измеряется в вольтах, а I — в амперах. Поэтому единицей измерения сопротивления служит отношение v/a . Эта единица имеет специальное название — *ом*.

Но в какой степени закон Ома является основным? Имеем ли мы дело с новым фундаментальным законом природы или это просто следствие строения вещества и основных законов взаимодействия, как, например, кинетическая теория? Как и можно было ожидать, верно последнее. Сопротивление различных материалов в различных условиях очень хорошо объясняется с помощью квантовой теории твердого тела (см. гл. 14). В следующем разделе мы выведем закон Ома, опираясь на теорию металлов.

Вывод закона Ома из теории металлов

В квантовой теории металлов показывается, что вследствие своей волновой природы внешние электроны атомов не связаны с отдельными атомами кристаллической решетки. Это утверждение противоречит идеям классической физики; оно будет объяснено в гл. 14. Электроны проводимости до столкновения с каким-нибудь атомом могут проходить расстояния, равные многим атомным диаметрам. Пусть L — длина свободного пробега электрона между двумя столкновениями. Время между двумя столкновениями $\Delta t = L/u$, где u — средняя скорость электронов проводимости (u у различных электронов направлена хаотически в разные стороны, поэтому и не возникает результирующего тока). Если к куску металла приложить

разность потенциалов, то на каждый электрон проводимости будет действовать сила eE . В результате за время Δt каждый электрон проводимости приобретает скорость дрейфа $v_d = \Delta u$, которая определяется с помощью второго закона Ньютона:

$$m \frac{\Delta u}{\Delta t} = eE,$$

или

$$\Delta u = \frac{eE}{m} \Delta t.$$

Подставляя сюда вместо Δt эквивалентную ему величину L/u , получаем

$$v_d = \Delta u = \frac{eL}{mu} E; \quad (9.1)$$

Δu у всех электронов направлено одинаково и поэтому приводит к появлению результирующего тока. Электроны теряют свою скорость дрейфа после каждого столкновения. Длина свободного пробега электронов L настолько мала, что v_d всегда остается много меньше u . Обычно скорость дрейфа не превышает 1 мм/сек (стр. 232). Сила тока представляет собой произведение заряда электрона на полное число электронов проводимости \mathcal{N} , приходящееся на 1 см длины проводника, и на среднюю скорость дрейфа \bar{v}_d :

$$I = e\mathcal{N}\bar{v}_d.$$

Средняя скорость дрейфа равна половине максимального значения (9.1). Таким образом,

$$I = e\mathcal{N} \left(\frac{1}{2} \frac{eL}{mu} E \right) = e^2 \frac{\mathcal{N}L}{2mu} E.$$

Мы видим, что, согласно (9.1), скорость дрейфа (а следовательно, и сила тока) пропорциональна напряженности электрического поля E , которая в свою очередь пропорциональна приложенной разности потенциалов. Таким образом, пока скорость u (или температура) остается постоянной, сила тока пропорциональна приложенному напряжению, что и наблюдал Ом в своих экспериментах. Формулу для сопротивления

Вопрос 1. Представляет ли собой правая часть (9.1) среднюю скорость дрейфа электронов проводимости?

участка проводника длиной x нетрудно получить, заметив, что приложенное к нему напряжение равно $V = Ex$. Подставляя V/x вместо E в приведенное выше выражение для I , получаем

$$I = \frac{e^2 \mathcal{N} L}{2m v} \left(\frac{V}{x} \right).$$

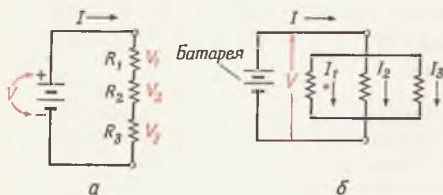
Следовательно, сопротивление

$$R = \frac{2m v x}{e^2 \mathcal{N} L}.$$

§ 3. Теория электрических цепей

ЭЛЕКТРОНЫ ПРЕДПОЧИТАЮТ ПУТЬ НАИМЕНЬШЕГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Фиг. 176. Последовательное (а) и параллельное (б) соединения сопротивлений R_1 , R_2 и R_3 .



В повседневной практике мы на каждом шагу сталкиваемся с последовательными и параллельными соединениями сопротивлений. Полное сопротивление R_t цепи получится, если разделить напряжение, приложенное к цепи, на протекающий через нее полный ток.

Для каждого из соединений на фиг. 176 полное сопротивление равно

$$R_t = \frac{V}{I}.$$

При последовательном соединении через все сопротивления течет один и тот же ток. При параллельном соединении полный ток равен сумме токов, текущих через каждое сопротивление. При последовательном соединении полная разность потенциалов V равна

$$V = V_1 + V_2 + V_3.$$

Разделим обе части этого равенства на I :

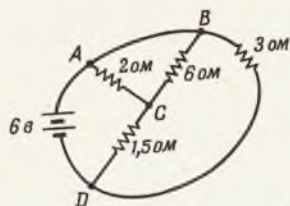
$$\frac{V}{I} = \frac{V_1}{I} + \frac{V_2}{I} + \frac{V_3}{I},$$

или

$$R_t = R_1 + R_2 + R_3 \quad (\text{последовательное соединение}). \quad (9.2)$$

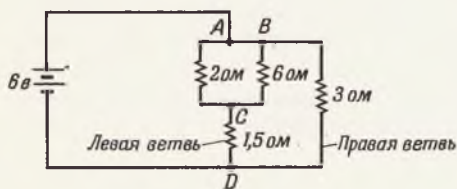
Ответ 1. Нет. Это скорость, предшествующая очередному столкновению. Средняя скорость дрейфа равна половине этого значения (начальное значение скорости равно нулю).

Фиг. 177. Сложное соединение сопротивлений.



Фиг. 178. Та же цепь.

Последовательные и параллельные соединения представлены в более явном виде.



Мы видим, что полное сопротивление последовательной цепи равно сумме отдельных сопротивлений. При параллельном соединении (фиг. 176, б)

$$I = I_1 + I_2 + I_3.$$

Разделим обе части уравнения на V :

$$\frac{I}{V} = \frac{I_1}{V} + \frac{I_2}{V} + \frac{I_3}{V},$$

или

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (\text{параллельное соединение}). \quad (9.3)$$

Обратная величина полного сопротивления параллельной цепи равна сумме обратных сопротивлений отдельных ветвей.

Сопротивление любой сложной электрической цепи можно найти, представив ее в виде комбинации простых последовательных и параллельных соединений. Решение подобной задачи иллюстрируется следующим примером.

Пример 1. Найдем для цепи, изображенной на фиг. 177: а) полный ток, отбираемый от батареи; б) ток, текущий через сопротивление 6 ом.

Чтобы определить I , надо сначала найти R_t . Наша задача облегчится, если перерисовать эту цепь (фиг. 178) так, чтобы последовательные и параллельные соединения сопротивлений стали более очевидными. Начнем с параллельного соединения сопротивлений 2 и 6 ом. Пусть R — сопротивление этого соединения. Тогда

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3},$$

$$R = 1,5 \text{ ом}.$$

Эта цепь последовательно соединена с сопротивлением в 1,5 ом; следовательно, полное сопротивление R' всей левой ветви равно.

$$R' = R + 1,5 = 3 \text{ ом}.$$

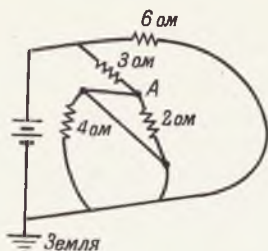
Наконец, левая ветвь (R') соединена в параллель с сопротивлением 3 ом. Таким образом,

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R'} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

$$R_t = 1,5 \text{ ом}$$

Фиг. 179. Иллюстрация короткозамкнутой цепи.

Точка *A* накоротко соединена с землей.



и

$$I = \frac{V}{R_t} = \frac{6}{1,5} = 4a.$$

Таков полный ток, текущий от батареи.

Чтобы найти ток, текущий через сопротивление 6 ом, надо определить сначала ток I' через левую ветвь. Он равен

$$I' = \frac{6a}{R'} = 2a.$$

Этот ток распределяется таким образом, что напряжение на сопротивлении 6 ом и на сопротивлении 2 ом будет одинаковым. Таким образом, 75% тока I' течет через сопротивление 2 ом и 25% тока I' , или 0,5 а,— через сопротивление 6 ом.

Короткое замыкание

На фиг. 179 изображена электрическая цепь, в которой один полюс источника напряжения подключен к земле (имеет потенциал земли). В теории электрических цепей потенциал земли принято считать равным нулю. Если соединить с землей одну точку цепи, то через это соединение ток не потечет. Спрашивается, чему равен потенциал точки *A* цепи, изображенной на фиг. 179? Заметьте, что эту точку цепи можно соединить с землей зигзагообразным проводом, который, однако, минует все сопротивления. Мы считаем, что соединительные провода имеют нулевое сопротивление. Падение напряжения вдоль проводника, согласно закону Ома, равно

$$\begin{aligned} V &= IR_{\text{проводн.}} \\ &= I \times 0, \\ &= 0 \text{ в.} \end{aligned}$$

Таким образом, потенциал точки *A* также равен нулю. Любые две точки, соединенные проводником, не имеющим сопротивления, всегда будут находиться при одном и том же потенциале. А поскольку разность потенциалов на концах сопротивлений 2 и 4 ом равна нулю, то через эти сопротивления ток не будет течь.

Мы говорим, что эти сопротивления замкнуты накоротко.

Если бы вы дома замкнули накоротко два конца с напряжением 115 в, то по проводнику потек бы ток

$$I = \frac{V}{R} = \frac{115 \text{ в}}{0 \text{ ом}} = \infty \text{ а.}$$

Практически этот ток не будет бесконечным, поскольку проводник должен обладать малым сопротивлением. Однако ток будет достаточно большим, чтобы посыпались искры и перегорели пробки.

Мощность электрического тока

Мощность электрического тока равна количеству потенциальной энергии электрического поля, рассеиваемой в единицу времени:

$$\text{Мощность} = \frac{U}{t}.$$

Потенциальная энергия заряда Q равна $U = QV$. Когда заряд Q протекает по проводнику, то его потенциальная энергия превращается в тепловую. При этом электрическая мощность, или скорость выделения тепла, равна

$$\text{Мощность} = \frac{QV}{t}.$$

Величина Q/t по определению есть сила тока I . Следовательно,

$$\text{Мощность} = I \cdot V. \quad (9.4)$$

Пример 2. Лампочка 75 вт включена в сеть с напряжением 115 в. Какой силы ток она пропускает через себя и каково ее сопротивление?

По формуле (9.4) находим

$$I = \frac{\text{Мощность}}{V} = \frac{75 \text{ вт}}{115 \text{ в}} = 0,65 \text{ а.}$$

Теперь, используя закон Ома, можно определить ее сопротивление:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{115}{0,65} = 177 \text{ ом.}$$

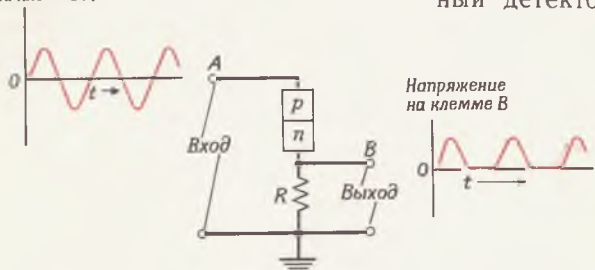
§ 4. Радио и телевидение

ПОВСЕДНЕВНАЯ ЭЛЕКТРОНИКА

Фиг. 180. Диодный выпрямитель.

К входной клемме *A* приложено переменное напряжение. У выходного напряжения на клемме *B* все отрицательные полупериоды «срезаны».

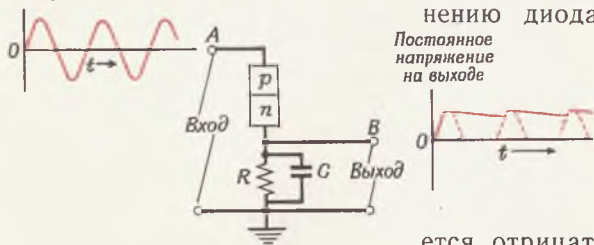
Напряжение на клемме *A*



Фиг. 181. Диодный выпрямитель с емкостью *C*.

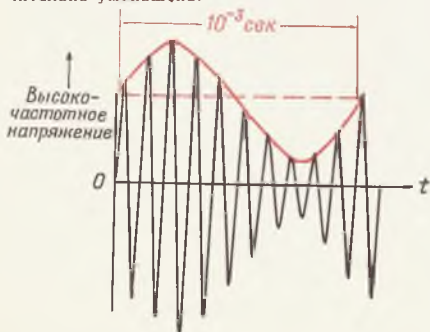
В отсутствие емкости *C* выходное напряжение имело бы вид, изображенный красной пунктирной кривой.

Переменное напряжение на входе



Фиг. 182. Зависимость высокочастотного напряжения от времени (черная кривая).

Высокочастотная электромагнитная волна промодулирована на фигуре чисто синусоидальной волной или музыкальным тоном с частотой 1000 гц (красная кривая). Для наглядности частота несущей волны значительно уменьшена.



Диодный детектор

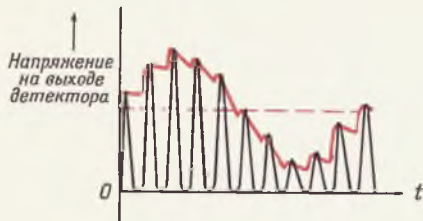
Неотъемлемой частью каждого радио- и телевизионного приемника является диодный детектор. Обычный диодный детектор представляет собой последовательное соединение сопротивления *R* и диода на *p-n*-переходе (фиг. 180). Как будет видно из гл. 14, *p-n*-переход обладает замечательным свойством: его сопротивление зависит от знака приложенной разности потенциалов. В одном направлении сопротивление почти равно нулю, в другом очень велико. Любой элемент схемы, обладающий подобным свойством, называется *диодом*.

Как видно из фиг. 180, если к соединению диода с сопротивлением прикладывается положительное напряжение, то диод по существу эквивалентен короткозамкнутому участку цепи и положительное напряжение выделяется на сопротивлении *R*. Если же прикладывается отрицательное напряжение, то сопротивление диода оказывается много больше *R*

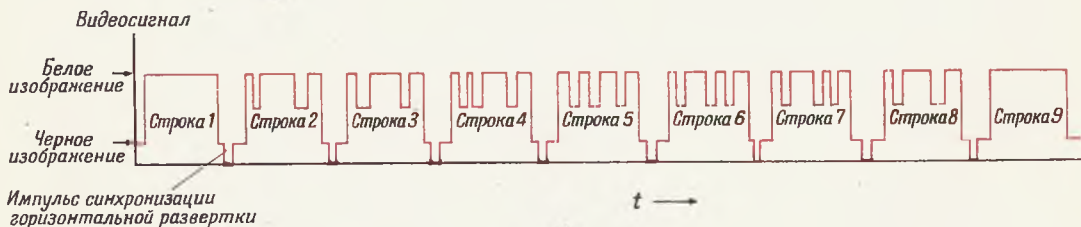
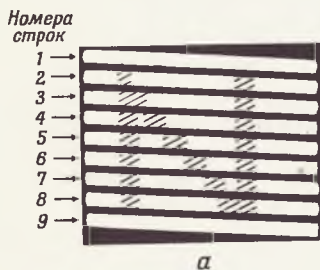
и большая часть отрицательного напряжения падает не на сопротивлении, а на диоде. Заметьте, что, хотя напряжение на клемме *A* отрицательно на протяжении 50% всего времени, на клемме *B* оно никогда не бывает отрицательным. Напряжение в этой точке можно использовать для зарядки конденсатора. Такая схема включения диода называется диодным выпрямителем (фиг. 181). Диодный выпрямитель может превращать переменное напряжение в постоянное. Во всех действующих радио- и телеустройствах имеются диодные выпрямители, превращающие переменный ток в постоянный.

Фиг. 183. Напряжение, снимаемое с диодного детектора (сплошная красная кривая).

Это выходное напряжение повторяет первоначальный звуковой сигнал с небольшими высокочастотными пульсациями. Тонкая черная кривая — высокочастотный сигнал с отсеченными отрицательными полупериодами.



Фиг. 184. Блок-схема радиоприемника.



Фиг. 185. Передача изображения буквы «N» с помощью 9 строк развертки.

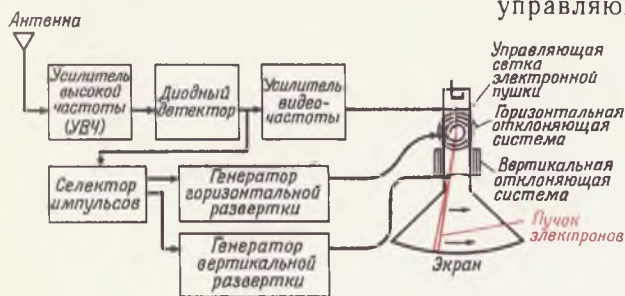
а — изображение на экране кинескопа;
б — форма видеосигнала, создающего изображение (этот сигнал управляет интенсивностью электронного луча).

Радиостанция с амплитудной модуляцией передает электромагнитные волны определенной частоты, лежащей в радиовещательном диапазоне. Радиовещательный диапазон включает частоты от 0,5 до 1,6 Мгц (1 Мгц = 10^6 колебаний в 1 сек). Амплитуда электромагнитной волны модулируется, или изменяется, передаваемым звуковым сигналом.

В качестве примера на фиг. 182 изображена электромагнитная волна, смодулированная чистым музыкальным тоном с частотой 1000 гц. В радиоприемнике этот слабый сигнал улавливается антенной, усиливается высокочастотным усилителем (УВЧ), а затем подается на диодный детектор. Напряжение на выходе диода повторяет первоначальный звуковой сигнал с частотой 1000 гц (фиг. 183). Этот звуковой сигнал усиливается усилителем низкой частоты (УНЧ) и подается на динамик. Блок-схема радиоприемника с амплитудной модуляцией показана на фиг. 184.

В телевидении видеосигнал также модулирует амплитуду передаваемых радиоволн. Поэтому телевизионный приемник очень похож на радиоприемник. Только видеосигнал в конечном счете используется для модуляции интенсивности электронного луча, который попадает на экран электроннолучевой трубки. Напряжение выходного видеосигнала пропорционально яркости передаваемого изображения. В интервалы времени

Фиг. 186. Блок-схема телевизионного приемника.



между двумя последовательными строками развертки видеосигнал содержит импульсы, управляющие схемой развертки, которая генерирует следующую строку. На фиг. 185, а показана развертка изображения буквы «N», а соответствующий видеосигнал — на фиг. 185, б. Блок-схема телевизионного приемника, включая развертки, показана на фиг. 186. Широковещательное телевидение в США работает на 525 строках при 30 полных кадрах в секунду ¹⁾

§ 5. Электрон-вольт

ЕЩЕ ОДНА ЕДИНИЦА

Электрон-вольт (эв) — еще одна единица измерения энергии наряду с эргом и джоулем. Она достаточно мала по величине и удобна для измерения энергии отдельных элементарных частиц:

$$1 \text{ эв} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг.}$$

Эта единица выбрана в соответствии с количеством энергии, приобретаемым отдельным электроном при его ускорении разностью потенциалов в 1 в.

Это утверждение можно проверить, воспользовавшись выражением (7.17):

$$W = Q \cdot V,$$

$$1 \text{ эв} = (e) \cdot (1\text{в}) =$$

$$= 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ CGSE } (Q) \cdot \left(\frac{1}{300} \text{ CGSE } (V) \right) =$$

$$= 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг.}$$

Кинетическая энергия, которую элементарные частицы приобретают в ускорителях частиц высоких энергий, обычно измеряется

¹⁾ В СССР принят иной стандарт — 625 строк и 24 кадра в секунду.— Прим. ред.

в эв или Мэв (миллион электрон-вольт). Генератор Ван де Граафа (см. фиг. 120, стр. 200), который создает разность потенциалов в 3 млн. в, может сообщать электронам или протонам кинетическую энергию до 3 Мэв. Генератор Ван де Граафа можно использовать также для ускорения ядер гелия с зарядом $Q=2e$. В этом случае приобретенная частицами энергия будет в 2 раза больше, так как энергия $W=QV$ пропорциональна заряду частицы. Ядра гелия, ускоряемые разностью потенциалов в 3 млн. в, приобретут кинетическую энергию 6 Мэв.

Интересно отметить, что масса электрона с энергией 3 Мэв возрастает в 7 раз. В гл. 3 уже говорилось о том, что масса частицы увеличивается по мере приближения скорости частицы к скорости света. Энергия покоя электрона равна [см. (5.10)]

$$W_0 = m_0 c^2,$$

где $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-28}$ г — масса покоя электрона. Тогда

$$\begin{aligned} W_0 &= (9,1 \cdot 10^{-28}) \cdot (3 \cdot 10^{10})^2 \text{ эрг} = \\ &= 8,2 \cdot 10^{-7} \text{ эрг} = \\ &= \frac{8,2 \cdot 10^{-7}}{1,6 \cdot 10^{-12}} \text{ эв} = \\ &= 5,1 \cdot 10^5 \text{ эв} = 0,51 \text{ Мэв}. \end{aligned}$$

Следовательно, кинетическая энергия электрона, равная 3 Мэв, почти в 6 раз больше его энергии покоя. Полная энергия электрона W равна сумме энергии покоя и кинетической энергии. Следовательно, она равна $W = 7m_0 c^2$.

Согласно формуле (5.10), релятивистская масса электрона равна

$$m = \frac{W}{c^2}.$$

Если теперь вместо W подставить величину $7 m_0 c^2$, то мы получим

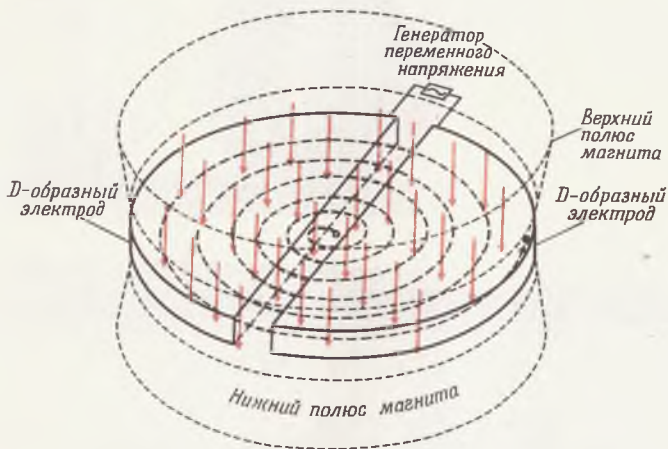
$$m = \frac{7m_0 c^2}{c^2}, \text{ или } m = 7m_0.$$

§ 6. Циклотрон

ДВИЖЕНИЕ ПО КРУГУ МОЖЕТ ОКАЗАТЬСЯ
ВЫГОДНЫМ

Фиг. 187. Схема устройства циклотрона.

Магнитные силовые линии обозначены красными стрелками; D-образные электроды изображены сплошными черными линиями. Тонким черным пунктиром показаны полюса циклотронного магнита. Жирный пунктир (спиральная линия) показывает путь протонов, начинающих двигаться из центра.



На стр. 245 мы говорили, что с помощью однородного магнитного поля пучок заряженных частиц можно заставить двигаться по окружности. В циклотроне это однородное магнитное поле создается большим электромагнитом. Кроме того, циклотрон устроен таким образом, что после каждой полуокружности заряженные частицы проходят через электрическое поле. И если это поле имеет подходящее направление, то частицы ускоряются. На фиг. 187 показано, что электрическое поле создается между двумя полыми электродами D-образной формы. К этим электродам приложено переменное напряжение, которое меняет направление вся-

кий раз, когда частица делает пол-оборота. Благодаря этому электрическое поле всегда направлено так, что ускоряет частицы. Однако эту идею нельзя было бы осуществить, если бы частицы с разными энергиями имели разные периоды обращения. С помощью формулы (8.11) можно показать, что период обращения не зависит от энергии частицы или радиуса ее круговой орбиты. Из этой формулы следует, что радиус орбиты

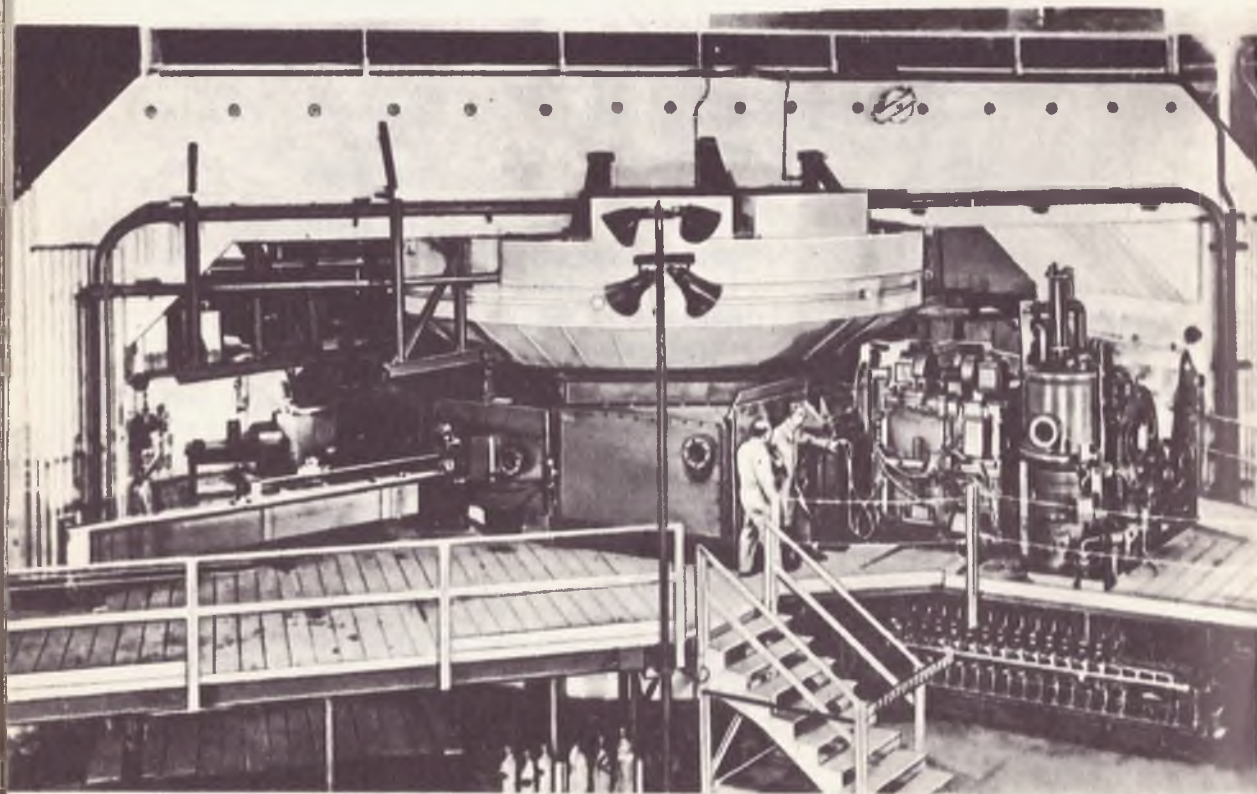
$$R = \frac{mc}{eB} v.$$

Вместо v в это соотношение можно подставить величину $2\pi R/T$ [см. (2.16)]. Тогда

$$R = \frac{mc}{eB} \left(\frac{2\pi R}{T} \right),$$

Фиг. 188. Так шло развитие техники циклотронов.

Вверху — вакуумные камеры первого циклотрона; *внизу* — один из крупнейших современных синхроциклотронов (Беркли, США).



или

$$T = \frac{2\pi mc}{eB}, \quad (9.5)$$

т. е. период не зависит от R и v .

Синхроциклотрон

На самом деле период T [определяемый формулой (9.5)], не зависит от v только при скоростях частиц, малых по сравнению со скоростью света. Это связано с тем, что по мере роста скорости увеличивается масса частиц:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

По этой причине обычные циклотроны могут ускорять протоны только до энергий примерно 20 Мэв . Но если по мере возрастания релятивистской массы частиц увеличивать и период T ускоряющего напряжения, то не будет предела (кроме размеров магнита) достижимой энергии. Циклотрон, у которого по мере ускорения изменяется период T , называется синхроциклотроном (или фазотроном).

Пример. Магнитное поле синхроциклотрона составляет $18\,000 \text{ гс}$. Какова будет частота колебаний ускоряющего напряжения, если скорость протонов равна $v=0,01 \text{ с}$ и $v=0,6 \text{ с}$?

Подставим в (9.5) значения $M_p = 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ г}$ и $B = 1,8 \cdot 10^4 \text{ гс}$. Тогда

$$T = \frac{2\pi \cdot 1,67 \cdot 10^{-24} \cdot 3 \cdot 10^{10}}{4,8 \cdot 10^{-10} \cdot 1,8 \cdot 10^4} \text{ сек},$$

$$T = 3,64 \cdot 10^{-8} \text{ сек},$$

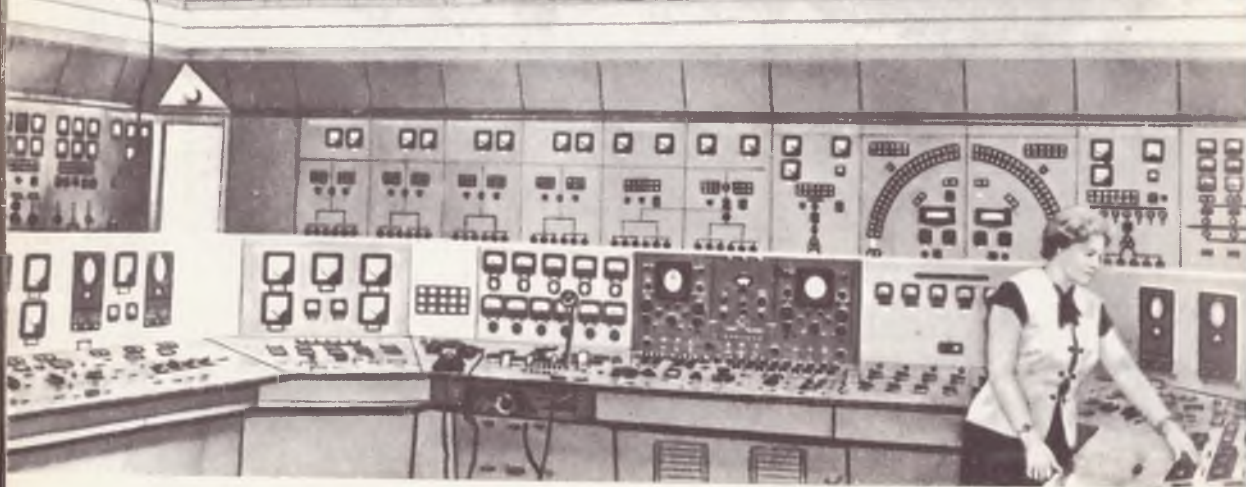
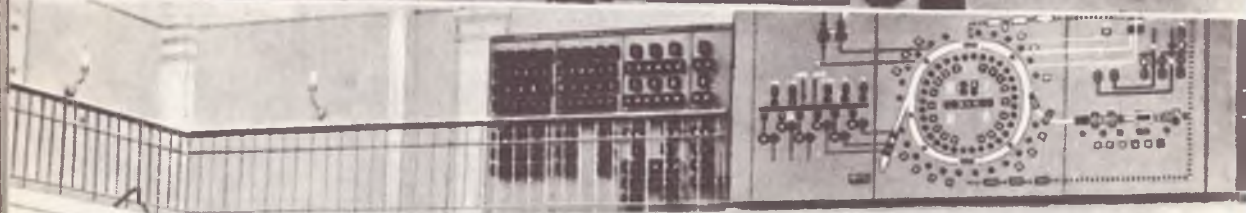
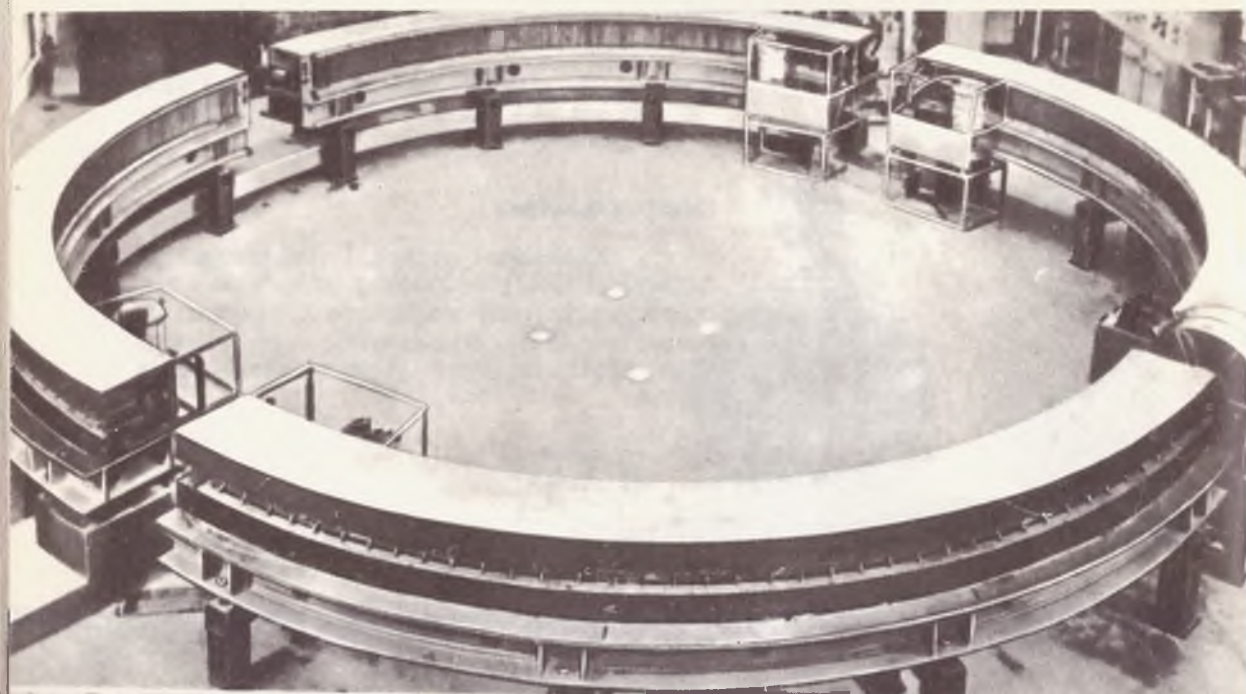
или

$$f = \frac{1}{T} = 27,5 \text{ Мгц}.$$

Вопрос 2. Протонный циклотрон перестраивается для ускорения ядер гелия. Увеличится или уменьшится частота ускоряющего напряжения и во сколько раз?

Если скорость равна $0,6 \text{ с}$, то массу протона надо вычислить по формуле (3.6):

$$M_p = \frac{1,67 \cdot 10^{-24}}{\sqrt{1 - (0,6)^2}} = 1,25 \cdot 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ г}.$$



Фиг. 189. Электронный синхротрон в Корнелле перед установкой вакуумной камеры.

Справа видны ускоряющие электроды.

Мы видим, что масса протона возросла на 25%. Следовательно, период T также должен возрасти на 25% [см. формулу (9.5)]. Кинетическая энергия такого протона составляет 25% от его энергии покоя, или 25% от 938 Мэв, т. е. 234 Мэв.

На фиг. 188 сверху показана вакуумная камера первого циклотрона, построенного в 1930 г. Э. Лоуренсом и М. Ливингстоном. Внизу показан гигантский синхроциклотрон в Беркли (США), также построенный Э. Лоуренсом; он вступил в строй сразу же после конца второй мировой войны. После некоторых усовершенствований он может ускорять протоны до энергии 730 Мэв.

§ 7. Ускорители частиц высоких энергий

ПРЕДЕЛА ЕЩЕ НЕ ВИДНО

Благодаря достижениям в области развития техники ускорителей заряженных частиц удалось достигнуть еще больших энергий, используя значительно менее массивные магниты, чем у синхроциклотрона в Беркли. Основная идея заключается в том, что магнит сооружается только в той области, где проходит внешняя орбита частиц. Вместо циклотронной вакуумной камеры для частиц в них используется вакуумная камера в форме баранки. В таком ускорителе, так же как и в циклотроне, частицы ускоряются, проходя через область, где имеется электрическое поле. В то же время напряженность магнитного поля должна увеличиваться пропорционально росту импульса частиц; тогда в соответствии с (8.11) радиус круговой орбиты останется неизменным. Ускорители такого типа называются *синхротронами*. На фиг. 189 показан кольцевой магнит электронного синхротрона в Корнелле. Кольцевая вакуумная камера имеет эллиптическое поперечное сечение размером $1,4 \times 3$ дюйм и расположена внутри магнита. Величины R и $V_{\text{макс}}$ у синхротрона в Корнелле таковы, что электроны могут ускорять-

Фиг. 190. Пульта советского синхрофазотрона на 10 Гэв.



▲
 Фиг. 191. Вид с воздуха на строительство Брукхэйвенского протонного синхротрона на 30 Гэв. Магнит длиной в полмили находится в кольцевом подземном туннеле.



Фиг. 192. Внутренний вид подземного туннеля Брукхэйвенского протонного синхротрона на 30 Гэв перед монтажом магнита. В отсеке слева находится инжектор протонов.

ся в нем до энергий 2,4 Гэв (миллиард электрон-вольт).

Значительная часть работ по изучению новых элементарных частиц была выполнена на протонном синхротроне (его назвали Космотроном) с энергией 3 Гэв в Брукхэйвенской национальной лаборатории, а также на протонном синхротроне с энергией 6,2 Гэв в Беркли (названном Беватроном)¹⁾. Беватрон показан на фиг. 328 (стр. 517). Такого же типа синхротрон на энергию 10 Гэв построен под Москвой, в Дубне. Часть пульта управления этой громадной машины показана на фиг. 190.

Один из наиболее современных синхротронов на высокие энергии находится в Брукхэйвенской национальной лаборатории (США). Как видно из фиг. 191 и 192, он составляет в диаметре 840 фут и может ускорять протоны до энергий порядка 30 Гэв. Подобный же ускоритель имеется в международной лаборатории ЦЕРНа в Женеве (Швейцария). В 1967 г. в Советском Союзе вступил в строй ускоритель, энергия которого примерно в 2 раза больше.

В США начато строительство протонного ускорителя на энергию 200 Гэв и изучается возможность создания еще большего ускорителя на 1000 Гэв²⁾.

Пример. Каков должен быть диаметр протонного синхротрона на энергию 30 Гэв, если $V_{\max} = 8000$ гс? Согласно формуле (8.11),

$$R = \frac{Mc}{eB}. \quad (9.6)$$

Сначала по формуле $W = Mc^2$ найдем релятивистскую массу протонов с кинетической энергией 30 Гэв. Полная энергия W протона с кинетической энергией 30 Гэв равна 30 Гэв плюс энергия покоя 938 Мэв, или

¹⁾ В протонном синхротроне, в отличие от электронного, в процессе ускорения изменяется период ускоряющего напряжения. Поэтому эти ускорители правильнее называть синхрофазотронами, т. е. объединяющими в себе особенности синхротрона и фазотрона.— *Прим. ред.*

²⁾ В СССР также разработан проект ускорителя на энергию до 1000 Гэв. В таком ускорителе движением частиц должны будут управлять электронно-вычислительные машины. Поэтому его создатели назвали этот ускоритель кибернетическим.— *Прим. ред.*

Ответ 2. Согласно (9.5), период обращения пропорционален отношению массы к заряду, которое для ядер гелия в два раза больше, чем для протонов. Следовательно, частота будет $1/2$ частоты в случае ускорения протонов.

всего 30,938 Гэв. Отсюда

$$M = \frac{30,938 \text{ Гэв}}{c^2} = 5,5 \cdot 10^{-23} \text{ г.}$$

Это значение M надо теперь подставить в формулу (9.6). Кроме того, в качестве скорости v подставим величину $c = 3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек}$, поскольку такие крайне релятивистские протоны движутся почти со скоростью света. Тогда из (9.6) получится радиус орбиты:

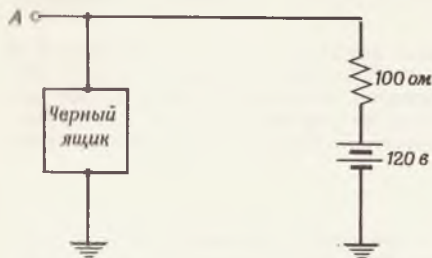
$$R = \frac{(5,5 \cdot 10^{-23})(3 \cdot 10^{10})^2}{(4,8 \cdot 10^{-10})(8 \cdot 10^3)} = 1,29 \cdot 10^4 \text{ см} = \\ = 390 \text{ фут} = 129 \text{ м.}$$

Ясно, что нет предела той энергии, которой можно достигнуть на синхротроне, если не учитывать, конечно, ограниченных размеров Земли. Читатель лучше поймет, для чего нужны такие ускорители частиц высоких энергий, когда познакомится с гл. 15 и 16. Без этих ускорителей было бы невозможно изучить основные свойства и законы взаимодействия элементарных частиц вещества. В самом деле, некоторые элементарные частицы были открыты с помощью ускорителей частиц высоких энергий. И именно на этих фундаментальных свойствах элементарных частиц в конечном счете основана вся физическая наука.

Задачи

1. Что происходит с сопротивлением металла (увеличивается, уменьшается, остается прежним) при увеличении длины свободного пробега электронов проводимости?
2. Электрическая лампочка выделяет больше тепла, чем электрическая лампочка, если их соединить параллельно. У кого из них большее сопротивление?
3. Напряженность электрического поля можно выразить в в/см . Чему равна напряженность поля $E = 1 \text{ в/см}$ в $\text{дин/CGSE}(Q)$?
4. Радиус кривизны магнита действующего Корнеллского электронного синхротрона равен 10 м. Максимальная энергия 2,4 Гэв соответствует напряженности магнитного поля 8000 гс. Строящийся Корнеллский электронный синхротрон на энергию 10 Гэв будет обеспечивать эту энергию при величине напряженности магнитного поля 3000 гс.

Фиг. 193. К задаче 9.



Каков диаметр нового Корнеллского синхротрона?
Во сколько раз увеличится масса электронов при ускорении их из состояния покоя до энергии 10 Гэв ?

5. Какая из следующих единиц потенциала является неправильной: эрг/CGSE (Q) , CGSE (V) , $\text{дж/а} \cdot \text{сек}$, $\text{дин} \cdot \text{см/CGSE (Q)}$ или CGSE (Q)/см^2 ?

6. Расстояние между двумя параллельными пластинами 3 см . Напряженность электрического поля между ними 20 дин/CGSE (Q) .

Чему равна разность потенциалов между пластинами?

7. Какая частота горизонтальной развертки в американском телевидении?

8. Радиоприемник с частотной модуляцией принимает радиосигналы в 1 мкв (10^{-6} в) и усиливает их до 10 в трехкаскадным усилителем с идентичными каскадами.

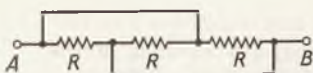
Чему равен коэффициент усиления каждого каскада?

9. Ток, потребляемый «черным ящиком» (фиг. 193), равен $0,5 \text{ а}$.

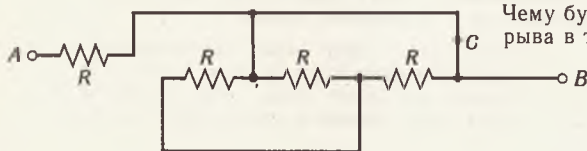
Чему равен потенциал в точке A? Чему равно сопротивление «черного ящика»?

10. Чему равно сопротивление цепи между клеммами A и B на фиг. 194?

Фиг. 194. К задаче 10:



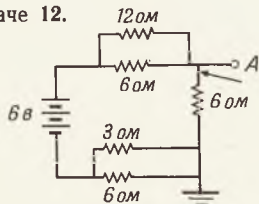
Фиг. 195. К задаче 11.



11. Если $R=12 \text{ ом}$, то чему равно полное сопротивление цепи между клеммами A и B на фиг. 195?

Чему будет равно это сопротивление в случае разрыва в точке C?

Фиг. 196. К задаче 12.

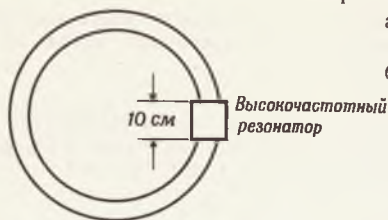


12. Батарея на 6 в подключена к цепи с полным сопротивлением 12 ом (фиг. 196).

а) Чему равен потенциал клеммы A?

б) Если разомкнуть цепь в точке, указанной стрелкой, каким будет тогда потенциал клеммы A?

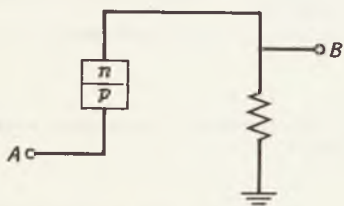
Фиг. 197. К задаче 13.



13. Электроны ускоряются напряжением с генератора Ван де Граафа, равным $2 \cdot 10^6$ в.

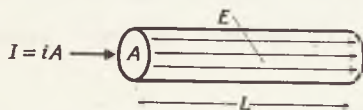
- Чему равна энергия ускоренных электронов в Мэв?
- Электроны вводятся затем в синхротрон и совершают 10^4 оборотов. Если высокочастотный резонатор обеспечивает ускоряющее поле 100 в/см на отрезке 10 см, то чему будет равна конечная энергия электронного пучка в Мэв?

Фиг. 198. К задаче 14.



14. К клемме *A* приложено переменное напряжение (фиг. 198). Начертите кривую напряжения на клемме *B* как функцию времени.

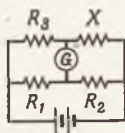
Фиг. 199. К задаче 15.



15. Через цилиндрическое сопротивление сечением $A=2$ см² и длиной $L=8$ см течет ток (фиг. 199); плотность тока $i=3$ а/см² при напряженности электрического поля $E=6$ в/см; E постоянно внутри сопротивления.

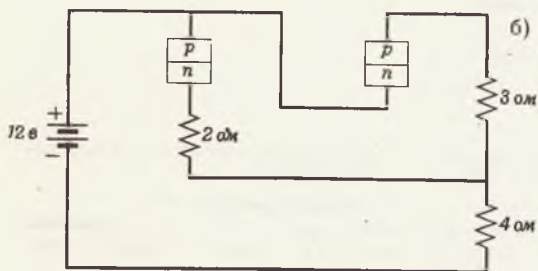
- Чему равно сопротивление R в ом?
- Электропроводность металла $\sigma=i/E$, где i — плотность тока в а/см². Она не зависит от формы или силы тока в металле. Выразите сопротивление R через σ , A и L .

Фиг. 200. К задаче 16.



16. Каким должно быть сопротивление X (выраженное через R_1 , R_2 и R_3 на фиг. 200), чтобы через прибор G не тек ток?

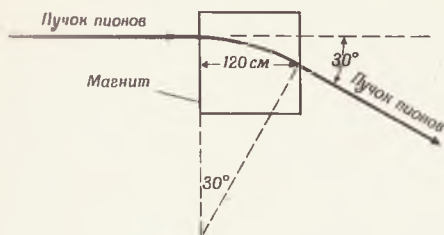
Фиг. 201. К задаче 17.



17. Рассмотрим схему (фиг. 201), содержащую сопротивления и идеальные диоды.

- Чему равна сила тока, протекающего через сопротивления 2 ом, 3 ом и 4 ом?
- Какой ток будет течь через сопротивление 4 ом, если поменять полярность батарей?

Фиг. 202. К задаче 18.



18. В опыте, проводимом на протонном синхротроне в Брукхэйвене, требовалось отклонить на угол 30° пучок пионов с энергией 1 Гэв . Это было сделано с помощью магнита с размером полюсов $120 \times 120 \text{ см}$. Вне полюсов $B=0$, между полюсами поле B постоянно. Для каждого пиона в пучке $P_s = 1 \text{ Гэв} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ эрг}$. Следовательно, $P = 1,6 \cdot 10^{-3} / 3 \cdot 10^{10} = 5,33 \cdot 10^{-14} \text{ г} \cdot \text{см/сек}$ (фиг. 202). Найдите:

- радиус кривизны траектории пионов в магнитном поле;
- величину напряженности поля B (в гауссах), необходимую для отклонения пучка.

19. Частота электрического поля, ускоряющего протоны в маленьком циклотроне с постоянным полем B , равна 10^7 гц .

- Какая частота требуется для ускорения дейтронов ($M_D = 2 M_H$, $Z_D = 1$)?
- Какая частота требуется для ускорения однозарядных ионов гелия He^+ ($M_{\text{He}} = 4 M_H$)?
- Какая частота требуется для ускорения дважды ионизованных ионов гелия He^{++} ? (Это голые ядра гелия, они называются также α -частицами.)

Фиг. 203. К задаче 20.



20. В масс-спектретре ионизованный атом с зарядом e , массой M и скоростью v движется по окружности в однородном магнитном поле B (фиг. 203). Как выражается масса иона M через величины e , v , B и D (диаметр окружности)?





ГЛАВА 10

ВОЛНЫ И СВЕТ

ВОЛНЫ И СВЕТ § 1. Электромагнитные волны

КОЛЕБАНИЯ E И B В ПРОСТРАНСТВЕ И ВРЕМЕНИ

В этой главе мы продолжим рассмотрение вопроса, который обсуждался в конце гл. 8. В § 9 гл. 8 было показано, что любое периодическое движение зарядов приводит к излучению электромагнитной волны той же частоты. Там же говорилось, что электромагнитная волна представляет собой взаимно перпендикулярные электрическое и магнитное поля и распространяется в направлении, перпендикулярном E и B , со скоростью $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/сек. Кроме того, амплитуда напряженности электрического поля должна быть равна амплитуде напряженности магнитного поля.

Пример 1. Передающая антенна радиостанции смонтирована вертикально. На расстоянии 10 км к северу от антенны амплитуда напряженности электрического поля равна 10^{-3} в/см. Каковы величина амплитуды напряженности (в гауссах) и направление излучаемого магнитного поля?

По правилу правой руки магнитные силовые линии представляют собой замкнутые концентрические окружности вокруг тока в антенне. Из фиг. 204 видно, что на севере от антенны магнитные силовые линии направлены с востока на запад. Величина B (в гс) равна величине E (в эл.-стат. ед.):

$$E = 10^{-3} \text{ в/см} = \frac{10^{-3}}{300} \text{ CGSE (V)/см} = 3,33 \cdot 10^{-6} \text{ CGSE (V)/см.}$$

Следовательно, $B = 3,33 \cdot 10^{-6}$ гс.

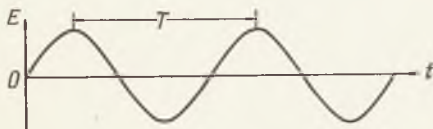
Длина волны

Если начертить на графике зависимость силы тока в передающей антенне от времени, то обычно она будет иметь вид синусоидальной волны (как на фиг. 205). В произвольной фиксированной точке пространства зависимость от времени величины E должна иметь такой же вид, как на фиг. 205. Периодом T называется промежуток времени между двумя последовательными колебаниями. Но напряженность электрического поля E колеблется не только во времени, но и в про-

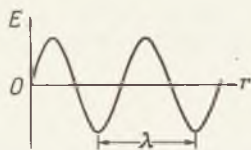
Фиг. 204. Вертикальная антенна. Показаны силовые линии излучаемого магнитного поля.



Фиг. 205. Изменение во времени электрического поля в некоторой фиксированной точке пространства.



Фиг. 206. Изменение электрического поля вдоль направления распространения волны в заданный момент времени.



странстве, а именно в данный момент времени величина напряженности электрического поля меняется вдоль направления распространения волны так, как показано на фиг. 206. Кривая зависимости E от r (расстояние до антенны) также представляет собой синусоидальную волну. Длиной волны λ называется расстояние между двумя последовательными колебаниями. Общее свойство волнового движения, будь то электромагнитные волны, волны на поверхности воды или звуковые волны, состоит в том, что расстояние, на которое распространяется волна за 1 сек, равно длине волны (λ), умноженной на число колебаний, совершаемых за 1 сек (частота f). Таким образом,

$\lambda f =$ Расстояние, пройденное волной за 1 сек.

Но расстояние, проходимое за 1 сек,— это скорость распространения волны v . Следовательно,

$$\lambda f = v \text{ (скорость распространения волны).} \quad (10.1)$$

Для электромагнитных волн

$$\lambda f = c. \quad (10.2)$$

Пример 2. Полоса частот радиостанций США с частотной модуляцией расположена в окрестности 100 Мгц. Какой должна быть длина антенны для приема таких станций, если каждое плечо антенны должно составлять четверть длины волны?

Из (10.2) находим

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{100 \cdot 10^6} = 300 \text{ см,}$$

$$\frac{\lambda}{4} = 75 \text{ см.}$$

Следовательно, каждое плечо антенны должно иметь длину 75 см.

Период колебаний T связан с частотой f простой формулой

$$f = \frac{1}{T}.$$

Эту формулу легко получить, написав число колебаний N за время t : $N = t/T$. Следова-

Вопрос 1. Сколько длин волн изображено на фиг. 206?

тельно, число колебаний в единицу времени, равное по определению частоте колебаний, есть $N/t=1/T$. Эта величина измеряется в сек^{-1} . Одно колебание в 1 сек сокращенно обозначается 1 *гц* (1 *герц*), а 10^6 колебаний в 1 сек обозначается 1 *Мгц*.

§ 2. Электромагнитный спектр

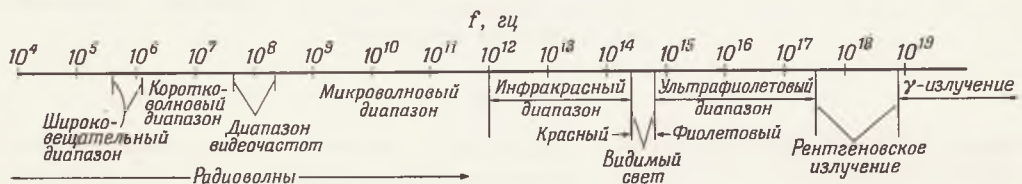
ВСЕ ВИДЫ СВЕТА

Электромагнитные волны в принципе могут иметь любую частоту от нуля до бесконечно большой. Классификация электромагнитных волн по частотам называется *спектром электромагнитных волн*. Такой электромагнитный спектр показан на фиг. 207. Электромагнитные волны с очень низкими частотами (всего несколько герц) не имеют практического значения и поэтому генерируются сравнительно редко. Неизбежно, однако, излучение электромагнитных волн линиями электропередач переменного тока (обычно с частотой 60 *гц*). Это излучение рассматривается как потеря энергии, но эти потери чрезвычайно малы по сравнению с потерями, обусловленными наличием сопротивления линий I^2R .

Электромагнитные волны с частотой, превышающей несколько тысяч герц, называются *радиоволнами*. Широковещательная полоса частот лежит в окрестности 1 *Мгц*. Телевизионная полоса (видеочастоты) начинается примерно при 50 *Мгц*. Затем идут УВЧ (ультравысокие частоты), за которыми следуют СВЧ (сверхвысокие частоты).

Электромагнитные волны с самыми высокими частотами, излучаемые электронными генераторами, называются *микроволнами*.

Фиг. 207. Электромагнитный спектр.



Их длина волны составляет всего несколько сантиметров или даже миллиметров.

Электромагнитные волны с еще более высокими частотами могут излучаться молекулярными и атомными генераторами. Например, если нагреть газообразный водород до достаточно высокой температуры, то оба атома в молекуле водорода начинают по существу совершать простые гармонические колебания друг относительно друга и испускают электромагнитное излучение той же частоты. Эту частоту можно вычислить из данных, приведенных на стр. 94 в примере 2 (гл. 3). Ответ таков: $f = 4,9 \cdot 10^{13}$ гц. Если обратиться к электромагнитному спектру на фиг. 207, то видно, что такая частота соответствует инфракрасному излучению. Электромагнитное излучение в диапазоне частот от $4,3 \cdot 10^{14}$ до $7 \cdot 10^{14}$ гц лежит в области чувствительности человеческого глаза; это видимый свет. Наиболее низкие частоты этого диапазона соответствуют красному свету, наиболее высокие — фиолетовому. Электромагнитные волны с еще более высокими частотами невидимы человеческим глазом и называются *ультрафиолетовым излучением*.

Диапазон ультрафиолетовых частот простирается вплоть до $5 \cdot 10^{17}$ гц. Начиная с этих частот и кончая частотами 10^{19} гц лежит область рентгеновского излучения. Электромагнитное излучение с еще более высокими частотами называется *гамма-излучением*.

Гамма-излучение, имеющее самую высокую из наблюдавшихся когда-либо энергий, встречается в космических лучах. Образование рентгеновского и гамма-излучений будет обсуждаться в гл. 12, 13 и 15.

§ 3. Интерференция

ОТРИЦАТЕЛЬНОЕ ВСТРЕЧАЕТСЯ С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМ

Мы изучим общие свойства волнового движения на примере натянутой струны, поскольку волны вдоль такой струны значительно нагляднее невидимых электромагнит-

ных волн. Скорость распространения волны вдоль струны v зависит только от силы натяжения струны T и массы единицы длины струны. Она выражается через эти величины формулой

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}. \quad (10.3)$$

Скорость распространения волны
вдоль струны

В системе CGS величина T измеряется в динах, а ρ — в г/см. Эту формулу проще всего вывести, если использовать систему отсчета, движущуюся вдоль струны вместе с волной. Наблюдателю в этой системе отсчета волна будет казаться неподвижной, а струна будет перемещаться в противоположную сторону со скоростью v . Гребень волны с точки зрения такого наблюдателя будет выглядеть таким, как показано на фиг. 208. Участок струны длиной l будет перемещаться со скоростью волны v налево по кривой с радиусом кривизны R . Результирующую силу F , действующую на этот участок струны, можно найти, складывая векторы T_1 и T_2 , как показано на фиг. 208, б. Согласно второму закону Ньютона,

$$F = M \cdot a,$$

где $M = \rho l$ — масса рассматриваемого участка струны. Ускорение этой массы a представляет собой центростремительное ускорение, т. е. $a = v^2/R$. Таким образом,

$$F = \rho l \frac{v^2}{R}. \quad (10.4)$$

Заметьте, что, если l мало, треугольник сил на фиг. 208, б подобен треугольнику на фиг. 208, а. Следовательно,

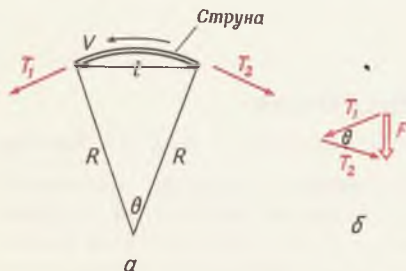
$$\frac{F}{T} = \frac{l}{R}$$

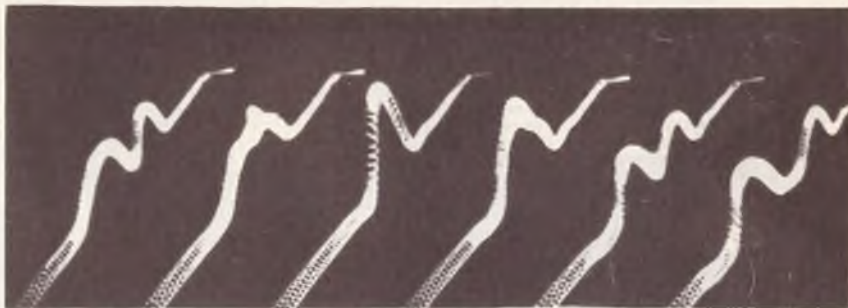
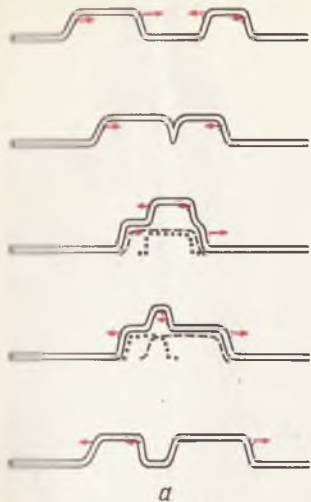
и

$$F = \frac{l}{R} T.$$

Фиг. 208. Элемент струны с массой ρl (гребень волны).

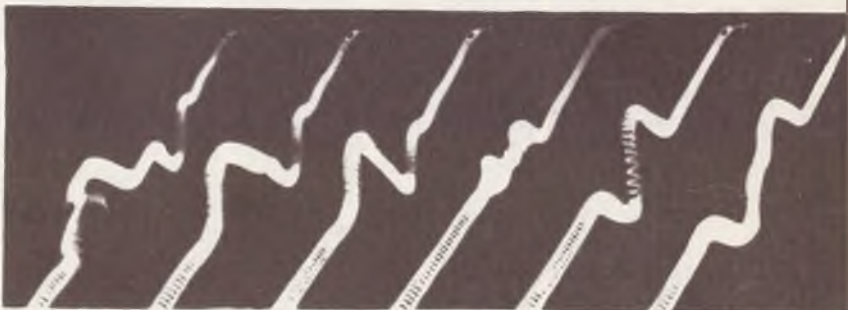
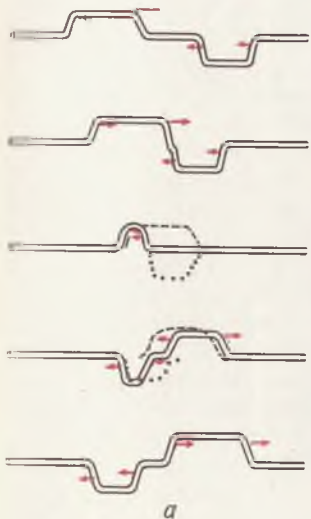
a — то, что видит наблюдатель, движущийся вдоль струны с той же скоростью, что и волна; b — треугольник сил, действующих на элемент струны.





Фиг. 209. Два встречающихся импульса одинаковой полярности, движущихся навстречу друг другу по натянутой струне.

a — в области интерференции волна, движущаяся налево, показана штриховой линией, а волна, движущаяся направо, — пунктирной линией; *b* — фотография двух таких встречающихся импульсов.

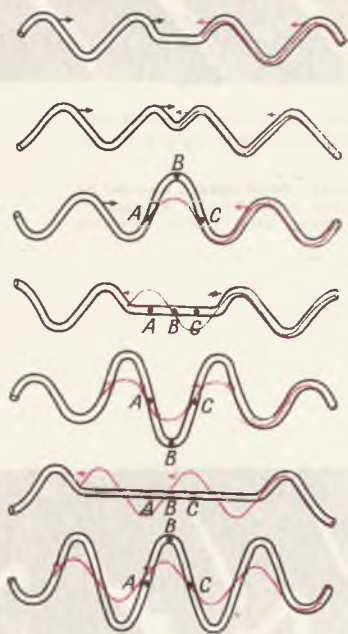


Фиг. 210. Два импульса противоположной полярности, движущихся навстречу друг другу по натянутой струне.

a — в области интерференции они компенсируют друг друга; *b* — фотография двух таких встречающихся импульсов противоположной полярности.

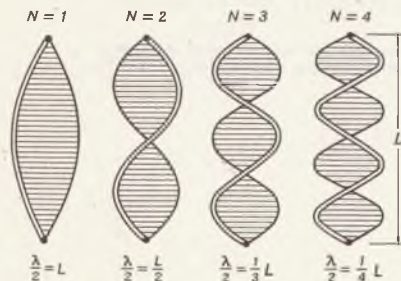
Фиг. 211. Последовательные по времени картины распространения двух синусоидальных волн с противоположных концов струны.

Если бы по струне распространялась только одна синусоидальная волна в левую сторону, то она имела бы такой вид, как красная кривая. После того как синусоидальные волны встретятся, точки струны A и C все время остаются неподвижными. Такие точки называются узлами.



Фиг. 212. Четыре возможные стоячие волны на струне длиной L , закрепленной с обоих концов.

Двойные линии показывают положение струны в момент ее максимального смещения. Область, в которой движется струна, заштрихована.



Подставив это выражение в левую часть (10.4), получим

$$\frac{l}{R} T = \rho l \frac{v^2}{R},$$

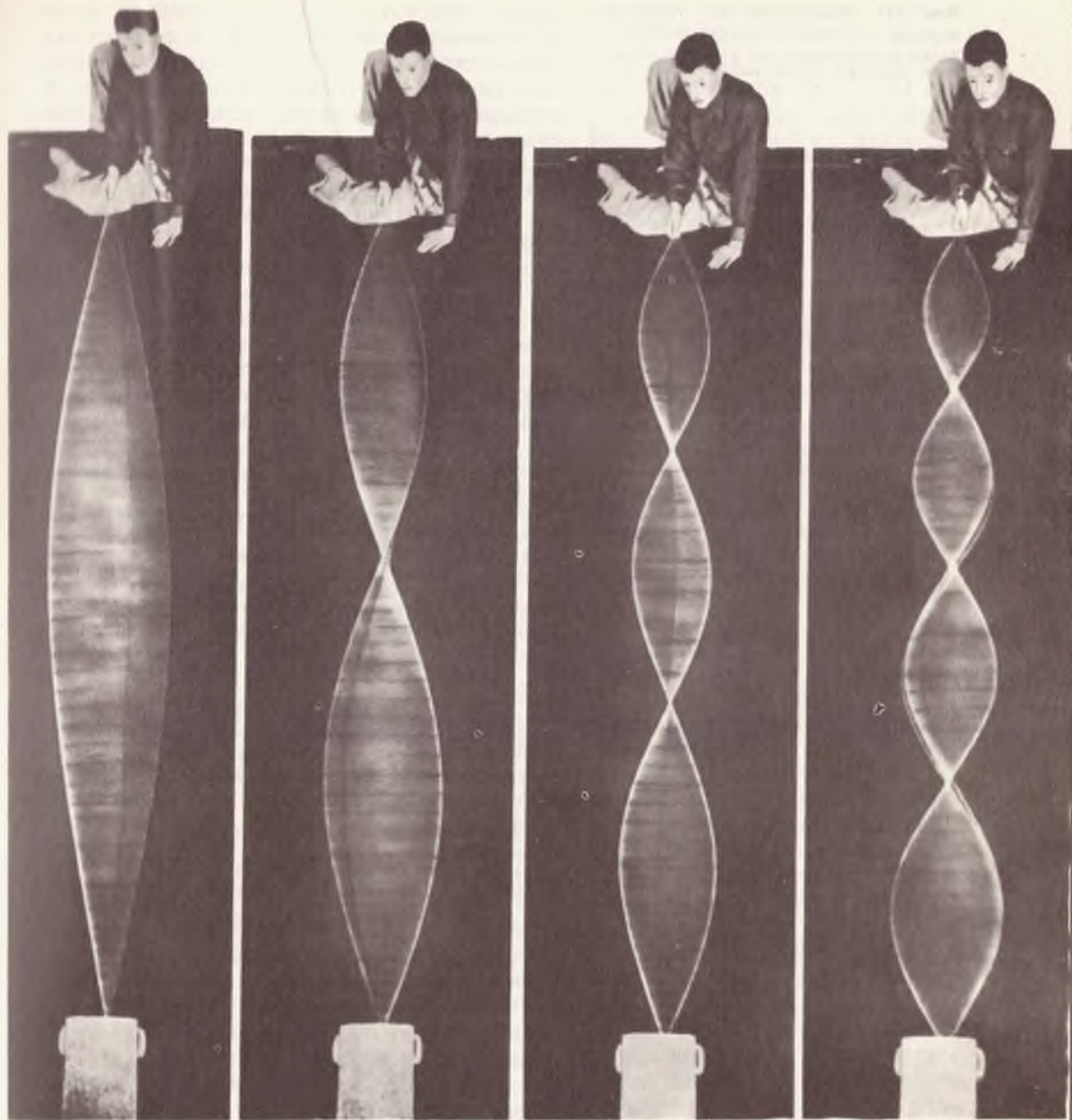
$$T = \rho v^2$$

и

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}},$$

что и требовалось доказать.

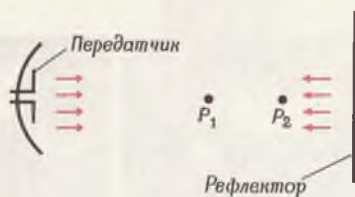
Если струну быстро дернуть за один конец (наподобие щелчка хлыстом), то вдоль струны со скоростью v побежит одиночный импульс. Предположим, что в тот же самый момент кто-то создал импульс и на другом конце струны. Что будет, когда эти два импульса встретятся посередине струны? Оба импульса пройдут «друг через друга» и будут продолжать двигаться каждый в своем направлении, как показано на фиг. 209 и 210 (стр. 301). Эта независимость движения волн называется *принципом суперпозиции*. Согласно этому принципу, амплитуда результирующей волны равна сумме амплитуд отдельных волн. Этот принцип есть простое следствие того, что результирующие смещения, ускорения и силы равны суммам отдельных смещений, ускорений и сил. Принцип суперпозиции следует применять также и к электромагнитным волнам, поскольку результирующие электрические и магнитные поля равны суммам отдельных полей. Из фиг. 210 можно видеть, что если волны имеют противоположные знаки, то при встрече они компенсируют друг друга. Компенсируют друг друга не только импульсы, но и непрерывные синусоидальные волны. На фиг. 211 показаны в последовательные моменты времени две синусоидальные волны, движущиеся с противоположных концов струны и встречающиеся друг с другом. Надо заметить, что после того, как обе волны встретятся и наложатся друг на



Фиг. 213. Фотография стоячих волн на струне.
По мере увеличения натяжения струны число стоячих волн уменьшается.

Фиг. 214. Микроволновый генератор излучает электромагнитные волны.

Волны распространяются вправо и отражаются обратно. Узлы наблюдаются в P_1 и P_2 .



друга, на струне возникнет стоячая волна с типичными для нее узлами и пучностями. Точки струны A и C , называемые *узлами*, остаются всегда неподвижными. Точка B , называемая *пучностью*, колеблется с максимальной амплитудой. При этом расстояние между двумя соседними узлами или пучностями равно половине длины волны.

Если заставить колебаться натянутую струну, закрепленную на обоих концах, то возникнут стоячие волны типа изображенных на фиг. 212 и 213. Волны, возбуждаемые в струне, будут отражаться от ее обоих концов. Отраженные волны имеют противоположную полярность, благодаря чему удовлетворяется условие образования узлов на обоих закрепленных концах.

Пример 1. При увеличении натяжения струны на фиг. 213 увеличивается или уменьшается число узлов?

Согласно (10.3), при этом увеличивается v в формуле $\lambda = v/f$. Следовательно, длина волны возрастает, а число узлов уменьшается.

Пример 2. Струна гитары имеет длину 30 см и массу 100 г. Каким должно быть натяжение струны, чтобы она звучала как «до» средней октавы (256 гц)?

Из формулы (10.3) следует, что натяжение

$$T = \rho v^2, \quad (10.5),$$

где $\rho = 100 \text{ г}/30 \text{ см} = 3,33 \text{ г/см}$. Чтобы найти v , воспользуемся соотношением $v = \lambda f$. Из фиг. 212 видно, что длина волны основного тона связана с длиной струны соотношением $\lambda/2 = L$, $\lambda = 60 \text{ см}$. Таким образом,

$$v = 60 \text{ см} \cdot 256 \text{ гц} = 1,536 \cdot 10^4 \text{ см/сек.}$$

Подставив это значение скорости в уравнение (10.5), найдем величину натяжения струны

$$T = 3,33 (1,536 \cdot 10^4)^2 = 7,85 \cdot 10^8 \text{ дин.}$$

Это довольно большая сила для такой легкой струны. Поэтому струны музыкальных инструментов обычно изготавливают из прочных металлических сплавов.

В духовых инструментах в качестве резонатора используется закрытый или частично закрытый столб воздуха. Стоячие волны создаются в ограниченном объеме воздуха обычно благодаря дутью, вызывающему изменение плотности. В простейшем случае замкнутого ящика длиной L могут

Вопрос 2. Правильно ли, что на фиг. 208, б

$$F = T_2 - T_1?$$

возбуждаться стоячие волны того же типа, что и на фиг. 212. Только в этом случае кривые, изображенные на фиг. 212, будут описывать смещение молекул воздуха, а не частиц струны. Общее условие возникновения стоячих волн гласит, что на длине L должно уместиться целое число полуволн

$$N \left(\frac{\lambda}{2} \right) = L \quad (\text{условие, налагаемое на } \lambda \text{ (10.6)}$$

для возникновения стоячей
волны),

где N — любое целое число больше нуля.

Пример 3. Микроволновый генератор на фиг. 214 генерирует плоскую электромагнитную волну, которая распространяется вправо и отражается назад, влево; P_1 и P_2 — положения двух последовательных минимумов интенсивности, отстоящих друг от друга на 5 см. Найдем частоту генератора.

Поскольку два последовательных узла отстоят друг от друга на половину длины волны, $\lambda = 10$ см.

$$\text{Частота } f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{10} = 3 \cdot 10^9 \text{ гц} = 3000 \text{ Мгц.}$$

Волны на поверхности

Интерференционные эффекты могут возникать не только в одномерной струне, но и в двухмерной среде. Обычный пример двухмерного волнового движения — это волны на поверхности воды. На фиг. 215 (стр. 306) показаны волны на поверхности воды, возбуждаемые двумя синхронизованными источниками колебаний. Волны от этих источников налагаются друг на друга, образуя типичную интерференционную картину. На фотографии видно, что амплитуда колебаний равна нулю вдоль фиксированных кривых, называемых *линиями узлов*. Как и в случае натянутой струны, узлы будут возникать в тех местах, где гребень одной волны встречается со впадиной другой волны. Ясно, что это условие выполняется в тех точках, разность расстояний от которых до обоих источников колебаний равна половине длины волны. Если две синусоидальные волны смещены

Ответ 2. Нет,
 $F = T_1 + T_2$.



Линия узлов

Линия узлов

Линия узлов

Линия узлов

Линия узлов

Линия узлов

Линия узлов

Линия узлов

Фиг. 215. Интерференция волн на поверхности воды.

Волны возбуждаются двумя синхронизированными вибраторами.

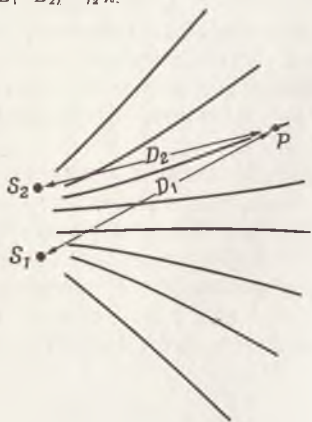
Фиг. 216. Две синусоидальные волны, сдвинутые друг относительно друга на половину длины волны.

При любом x в области перекрытия волн сумма их амплитуд будет равна нулю

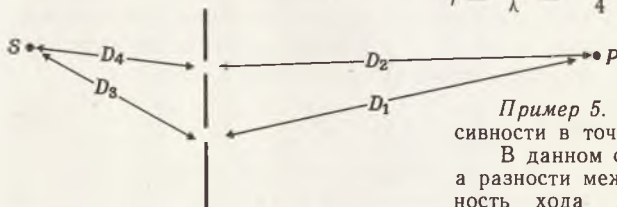


Фиг. 217. Линии узлов на фиг. 215.

Точке P соответствует разность хода, равная $(D_1 - D_2) = \frac{1}{2} \lambda$.



Фиг. 218. Условия, при которых в точке P наблюдается узел.



друг относительно друга на полволны, то, как видно из фиг. 216, их сумма будет равна нулю. Если разность расстояний от данной точки до обоих источников колебаний (так называемая разность хода) равна $N\lambda$, где N — любое целое число, то волны будут усиливать друг друга и в этой точке будет наблюдаться максимальная интенсивность колебаний, или так называемая конструктивная интерференция. На фиг. 217 показаны линии узлов при интерференции на поверхности воды (см. фиг. 215). Общее условие максимума интенсивностей имеет вид

$$D_1 - D_2 = N\lambda \quad (\text{условие максимума}), \quad (10.7)$$

а общее условие минимума интенсивности, или линии узлов, имеет вид

$$D_1 - D_2 = \left(N + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad (\text{условие минимума}). \quad (10.8)$$

Пример 4. Человек находится на одинаковом расстоянии от двух динамиков стереофонической системы высокого качества и слушает чистый музыкальный тон. Затем он начинает двигаться в сторону до тех пор, пока тон не будет приглушен до минимума. В этот момент он находится на расстоянии 10 футов от левого динамика и 8 футов от правого динамика. Какая частота соответствует данному тону, если скорость звука равна 1100 футов/сек?

Из формулы (10.8) мы получаем условие первого минимума

$$D_1 - D_2 = \frac{1}{2} \lambda,$$

причем $(D_1 - D_2) = 2$ футов. Таким образом, $\lambda = 4$ футов. Частота колебаний определяется по формуле (10.1):

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1100}{4} = 275 \text{ гц.}$$

Пример 5. Каковы условия для минимума интенсивности в точке P на фиг. 218?

В данном случае разность хода равна не $D_1 - D_2$, а разности между $D_3 + D_1$ и $D_4 + D_2$. Эта полная разность хода должна составлять $(N + \frac{1}{2})\lambda$, или $D_3 + D_1 - D_4 - D_2 = (N + \frac{1}{2})\lambda$.

§ 4. Интерференционная картина от двух щелей

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ВОЛНОВОЙ ПРИРОДЫ СВЕТА

В 1800 г. господствовала корпускулярная теория света, разработанная Исааком Ньютоном. Томас Юнг был одним из немногих ученых того времени, осмелившихся усомниться в учении Ньютона. Он считал, что свет, так же как и звук, должен представлять собой волны. При этом он рассуждал следующим образом: если это так, то свет должен давать интерференционную картину, аналогичную картине волн на поверхности воды, изображенной на фиг. 215. В качестве двойного источника Юнг использовал две узкие щели, освещенные одним источником света. В 1803 г. он впервые получил на экране ряд интерференционных полос, хотя корпускулярная теория света утверждала, что на экране должно быть видно только изображение двух щелей. Знаменитый эксперимент Юнга схематически изображен на фиг. 219. Наблюдавшаяся на экране интерференционная картина приведена на фиг. 220.

Центры полос совпадают с максимумами интенсивности, которые соответствуют разности хода $(D_1 - D_2) = N\lambda$. Эта разность хода ΔD представляет собой одну из сторон маленького прямоугольного треугольника, изображенного на фиг. 219. Условие максимума интенсивности можно записать в виде

$$\frac{\Delta D}{d} = \frac{N\lambda}{d}.$$

Согласно определению синуса, левая часть этого выражения представляет собой синус θ маленького прямоугольного треугольника. Таким образом, условие, определяющее угол θ , под которым располагается интерференционный максимум, имеет вид

$$\sin \theta = \frac{N\lambda}{d}. \quad (10.9)$$

Пример. Натрий (или просто столовая соль) при нагревании испускает желтый свет с длиной волны $\lambda = 5,89 \cdot 10^{-5}$ см. Предположим, что это свечение

Условие интерференционных максимумов



Фиг. 219. Схема опыта Юнга с двумя щелями в сильно увеличенном масштабе.

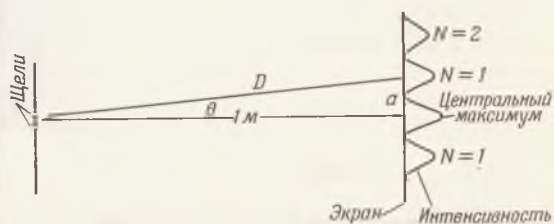
Расстояние между щелями d обычно меньше 1 мм, а расстояние до экрана должно было бы во много раз превысить размер этой страницы.



Фиг. 220. Интерференционная картина, наблюдаемая в опыте Юнга с двумя щелями.

Такая картина получается, если на место экрана на фиг. 219 поместить фотопленку. Фотографии соответствуют последовательному уменьшению расстояния между щелями d .

Фиг. 221. Распределение интенсивности на экране, расположенном на расстоянии 1 м от двух щелей.



Пучок света



Щель В

Препятствие

Щель А



Световые волны



Щель В

Препятствие

Щель А

Линия узлов

Линия узлов

Линия узлов

Линия узлов

Линия узлов

Линия узлов



Фиг. 222. Распределение интенсивности света в данный момент времени по обе стороны двух щелей.

Волны и интерференционная картина распространяются слева направо.

натрия проходит через две узкие щели, находящиеся на расстоянии 0,1 мм друг от друга. Если экран расположен в 1 м от щели (фиг. 221), то каким будет на экране расстояние между интерференционными полосами?

Расстояние a между интерференционными полосами равно расстоянию между центральным и первым максимумом, соответствующим $N=1$. Согласно (10.9), максимум с $N=1$ располагается под углом θ , для которого

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{d} = \frac{5,89 \cdot 10^{-6}}{0,1 \cdot 10^{-1}} = 5,89 \cdot 10^{-2}.$$

Из фиг. 221 видно, что

$$\sin \theta = \frac{a}{D}.$$

Следовательно,

$$\frac{a}{D} = 5,89 \cdot 10^{-2}$$

и

$$a = 0,589 \text{ см.}$$

Интенсивность волны определяется как энергия, приходящаяся на единицу объема волны. Мы покажем, что эта величина пропорциональна квадрату амплитуды волны. На фиг. 222 изображено распределение *интенсивности* света в данный момент времени при интерференции от двух щелей. При этом волны света распространяются слева направо. Распределение в пространстве *средней* по времени интенсивности света для этого случая показано на фиг. 223.

Теперь покажем, что интенсивность, или энергия, волны пропорциональна квадрату ее амплитуды. Рассмотрим сначала волну с максимальной амплитудой y_0 , бегущую по струне. Это значит, что любой элемент струны с массой Δm совершает простое гармоническое колебание в перпендикулярном направлении с амплитудой y_0 . Если период волны равен T , то, согласно (3.10), ускорение элемента массы Δm будет равно $a = (4\pi^2/T^2)y$. Тогда сила, действующая на элемент массы Δm , будет $F = (4\pi^2\Delta m/T^2)y$, а энергия элемента массы Δm равна $\frac{1}{2}F_{\text{макс}} \cdot y_0$, или $(2\pi^2\Delta m/T^2)y_0^2$ (смч стр. 138). Таким образом, мы видим, что интенсивность

Фиг. 223. Усредненное по времени распределение интенсивности света от двух щелей.

Картина в точности такая же, что и на фиг. 222, за исключением того, что она наблюдается на протяжении интервала времени, большего по сравнению с периодом колебаний.

волны пропорциональна y_0^2 , т. е. квадрату ее амплитуды.

Теперь покажем, что энергия электромагнитной волны пропорциональна квадрату амплитуды напряженности электрического поля E . Энергия волны пропорциональна энергии, выделяющейся в приемной антенне длиной l . В свою очередь энергия, выделяющаяся в антенне в единицу времени, равна мощности электрического тока V^2/R , где R — сопротивление проводника. Разность потенциалов на концах проводника V равна произведению E на l . Следовательно, интенсивность волны пропорциональна величине $(El)^2/R$ или E^2 .

§ 5. Дифракционная решетка

ТРИ ИЛИ БОЛЬШЕ ЩЕЛЕЙ ЛУЧШЕ, ЧЕМ ДВЕ

Дифракционную решетку можно рассматривать как последовательность двойных щелей, расположенных одна за другой. На фиг. 224 схематически представлена дифракционная решетка с расстоянием между щелями d см.

Пусть вначале на решетку падает монохроматический свет с длиной волны λ . Если разности хода на фиг. 224, б соответственно равны $a_1 = N\lambda$, $a_2 = 2N\lambda$, $a_3 = 3N\lambda$, то волны от всех щелей будут усиливать друг друга и давать максимум интенсивности. Следовательно, условие максимума интенсивности имеет вид

$$\frac{a_1}{d} = \frac{N\lambda}{d},$$

или

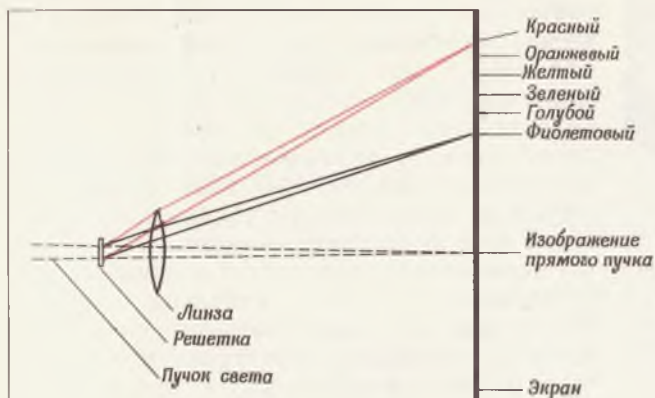
$$\sin \theta = \frac{N\lambda}{d}. \quad (10.10)$$

В любом другом направлении каждая последующая волна не будет совпадать по фазе с предыдущей волной, и в результате в этом направлении произойдет почти полное гашение волн.

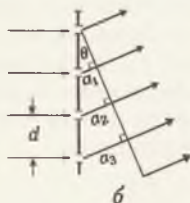
Таким образом, из формулы (10.10) следует, что каждой длине волны λ соответствует определенное направление θ . Для голубого света $\sin \theta$ будет почти вдвое меньше,

Вопрос 3. Применимо ли соотношение (10.10) к интерференции на двух щелях?

Фиг. 224. Разложение пучка белого света в непрерывный спектр дифракционной решеткой (а) и схематическое изображение части дифракционной решетки (б).



а



б

чем для красного. Если решетку осветить пучком белого света, то на экране получится непрерывный спектр. Мы увидим в гл. 13, что возбужденные атомы (получающиеся

либо в электрическом разряде, либо при нагревании) излучают свет только определенных длин волн. У атомов каждого сорта или элемента имеется свой характерный набор длин волн, называемый *спектром*.

Пример. Самой интенсивной линией в спектре натрия является, безусловно, линия *D*. Ей соответствует длина волны $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ [1 \text{ \AA} (ангстрем) равен 10^{-8} см]. Какому углу соответствует линия *D* в спектре первого порядка ($N=1$) натрия в случае дифракционной решетки с 10^4 линий на 1 см?

Если имеется 10^4 линий на 1 см, то расстояние между щелями $d = 10^{-4} \text{ см}$. Подставляя это значение в (10.10), получаем угол θ :

$$\sin \theta = \frac{5890 \cdot 10^{-8}}{10^{-4}} = 0,589.$$

С помощью тригонометрических таблиц или счетной линейки находим, что значению синуса 0,589 соответствует угол 36° . Следовательно, линия *D* натрия появится под углом 36° по отношению нормали к решетке.

Спектрограф с дифракционной решеткой, несомненно, представляет собой мощное средство для изучения строения материалов и химического анализа. Дифракционные решетки могут быть выполнены путем нанесения тонких линий на поверхность стекла.

Ответ 3. Да, см. (10.9). Однако в случае дифракции на одной щели это условие отвечает минимуму интенсивности (см. задачу 26).



Фиг. 225. Иллюстрация закона отражения с помощью волн на поверхности воды.

§ 6. Геометрическая оптика¹⁾

МАТЕМАТИКА ЛУЧЕЙ

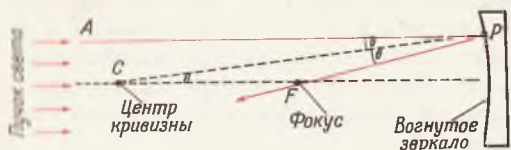
Длины световых волн настолько малы по сравнению с размерами большинства оптических приборов, что интерференционные эффекты в них обычно не проявляются. Волновой пакет, или цуг световых волн, распространяется вперед по прямой. Любая такая прямая, указывающая направление распространения световых волн, называется *световым лучом*. Как мы увидим далее, световые лучи подчиняются законам отражения (от зеркальной поверхности) и преломления (в прозрачных средах, например линзах). На основе этих двух законов, используя обычную евклидову геометрию, можно построить всю математическую теорию, или геометрию, световых лучей. Эта математическая теория лучей носит название *геометрической оптики*. Законы отражения и преломления света — единственные новые физические принципы, содержащиеся в этой теории. Поэтому мы сконцентрируем свое внимание только на двух этих законах, а остальную часть геометрической оптики рассмотрим весьма поверхностно.

Закон отражения

Закон отражения света утверждает, что если световой луч падает на отражающую поверхность, то угол падения равен углу отражения. Этот закон иллюстрируется на фиг. 225 волнами на поверхности воды. Заметьте, что отраженная волна должна покидать отражающую поверхность под тем же углом, что и падающая волна. В качестве приложения закона отражения света мы покажем, что вогнутое зеркало ведет себя подобно фокусирующей линзе. Хорошо известно, что простейшая линза (или увеличительное стекло) собирает параллельный

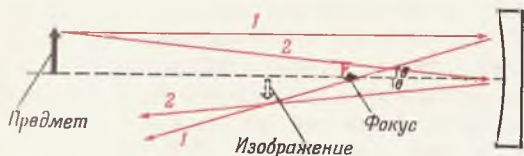
¹⁾ Этот параграф может быть пропущен без ущерба для дальнейшего.

Фиг. 226. Параллельный пучок света, падающий на вогнутое зеркало радиусом CP

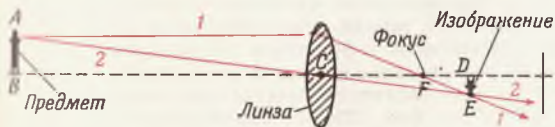


Фиг. 227. Построение изображения в вогнутом зеркале.

Лучи 1 и 2, иллюстрируют графическое нахождение положения изображения.



Фиг. 228. Построение изображения в собирающей линзе.



пучок лучей в одну точку, называемую *фокусом*. Таким же свойством обладает и вогнутое зеркало. Например, с помощью вогнутого зеркала для бритья можно прожечь дыру в кусочке бумаги, если направить зеркало на солнце, а бумагу поместить в фокусе. Как видно из фиг. 226, фокусное расстояние такого зеркала равно половине его радиуса кривизны. На этой фигуре из пучка параллельных лучей выбран произвольный луч AP . Пусть θ — угол между этим лучом и нормалью к поверхности зеркала (CP). Заметьте, что CP — это радиус кривизны зеркала. Согласно закону отражения, угол APC должен быть равен углу FPC и, следовательно, треугольник FPC должен быть равнобедренным. Стороны этого треугольника CF и FP равны между собой и очень близки по величине к половине расстояния от C до P , или половине радиуса кривизны.

На фиг. 227 показано, как графически построить изображение предмета (стрелки), если известно положение фокуса F . Луч 1 проведем от вершины стрелки параллельно оси зеркала, а луч 2 — из вершины стрелки к центру зеркала. Точка пересечения этих двух лучей и будет изображением вершины стрелки. Все другие лучи, выходящие из вершины стрелки, также пройдут (или почти пройдут) через эту же точку.

Вогнутое зеркало можно использовать для получения изображений отдаленных предметов. Полученное изображение можно затем увеличить с помощью увеличительного стекла, или окуляра. В астрономических телескопах фотопластинка помещается непосредственно в фокусе большого вогнутого зеркала. Этот распространенный тип астрономических телескопов, разработанный Исааком Ньютоном, называется телескопом-рефлектором.

Преломление

Ход лучей в случае собирающей линзы или увеличительного стекла имеет почти такой же вид, как и у вогнутого зеркала. Собирающая линза обладает способностью преломлять параллельные лучи таким образом, чтобы они фокусировались в одной точке — фокусе F .

На фиг. 228 показано построение изображения стрелки в такой линзе¹⁾. Проведем параллельно горизонтальной оси луч 1 . Он преломляется линзой таким образом, что проходит через ее фокус F . Затем непосредственно через центр линзы проведем луч 2 . Там, где пересекутся эти два луча, и будет находиться точечное изображение. Это изображение снова можно рассматривать в окуляре; прибор этот называется телескопом-рефрактором. Если же маленький предмет поместить там, где на фиг. 228 находится изображение, то изображение этого предмета окажется на месте первоначальной стрелки. Это увеличенное изображение можно рассматривать через окуляр; такой прибор называется микроскопом.

Пример. Проекционный микроскоп состоит из матового стеклянного экрана, помещенного на расстоянии 1 м за объективом с фокусным расстоянием 1 мм . Во сколько раз увеличивает такой микроскоп?

Коэффициент увеличения микроскопа равен отношению AB/DE на фиг. 228. Из рассмотрения подобных треугольников ABC и EDC следует, что это отношение равно отношению расстояния BC до изображения к расстоянию DC до предмета. Расстояние DC до предмета очень близко к фокусному расстоянию объектива, равному 1 мм . Таким образом, коэффициент увеличения равен

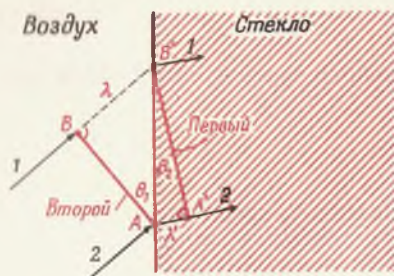
$$\frac{AB}{DE} = \frac{100\text{ см}}{0,1\text{ см}} = 1000.$$

Законы преломления

Последнее, что нам осталось обсудить, это вопрос о том, почему лучи света искрив-

¹⁾ В приложении показано, как алгебраически найти положение изображения.

Фиг. 229. Два последовательных положения фронта волны, пересекающей границу стекло — воздух.



ляются или преломляются при переходе из воздуха в стекло и наоборот. Как мы увидим, это свойство световых лучей является прямым следствием волновой природы света, при условии, что скорость света в стекле меньше, чем в воздухе. На первый взгляд может показаться, что этот факт противоречит следующему утверждению Максвелла: электромагнитные волны распространяются со скоростью $v=c$. Однако если измерить скорость электромагнитных волн в стекле, то $v=0,66c$. Этот парадокс легко разрешается, если принять во внимание, что волна, скорость которой измеряется, на самом деле представляет собой суперпозицию огромного числа отдельных волн, каждая из которых распространяется со скоростью $v=c$, как того и требует теория Максвелла. Каждый атомный электрон в стекле представляет собой отдельный источник электромагнитных волн, подобно каждому штриху дифракционной решетки. Электрическое поле падающей электромагнитной волны — это сила, носящая колебательный характер и действующая на каждый атомный электрон. Вследствие инерции электрона его колебания будут запаздывать по сравнению с колебанием поля падающей электромагнитной волны. Интегральное исчисление позволяет сложить электрические поля, излучаемые запаздывающими электронами, с электрическим полем падающей волны. Как и следовало ожидать, результирующие колебания электрического поля распространяются со скоростью $v=0,66c$ (в стекле). Отношение c к скорости распространения света в стекле называют *показателем преломления стекла n* :

$$\text{Показатель преломления} \quad n = \frac{c}{v}.$$

Воспользовавшись фиг. 229, покажем теперь, почему на границе стекло — воздух изменится направление распространения волны. На фигуре показан участок двух последовательных положений фронта AB и $A'B'$.

Пусть λ' — уменьшенная длина волны в стекле

$$\lambda' = \frac{v}{f} \text{ и } \lambda = \frac{c}{f}. \quad (10.11)$$

Из прямоугольного треугольника ABB' следует, что

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{AB'}.$$

Из прямоугольного треугольника $A'B'A'$

$$\sin \theta_2 = \frac{\lambda'}{AB'}.$$

Поделив одно выражение на другое, получим

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\lambda}{\lambda'}.$$

Подставим теперь вместо λ и λ' их значения согласно (10.11):

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{c}{v},$$

или

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = n.$$

Закон Снеллиуса

С помощью этого основного выражения, которое называется также законом преломления, можно рассчитать оптические свойства объективов.

Приложение

Уравнение тонкой линзы

Попытаемся найти алгебраическое соотношение между расстояниями до предмета s и изображения s' (фиг. 230). Треугольник ABO подобен треугольнику $A'B'O$. Отсюда

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{s'}{s}. \quad (10.12)$$

Далее треугольник POF подобен треугольнику $A'B'F$ и

$$\frac{A'B'}{PO} = \frac{s' - f}{f}. \quad (10.13)$$

Поскольку $PO=AB$, правые части формул (10.12) и (10.13) одинаковы. Приравнявая эти правые части, получаем

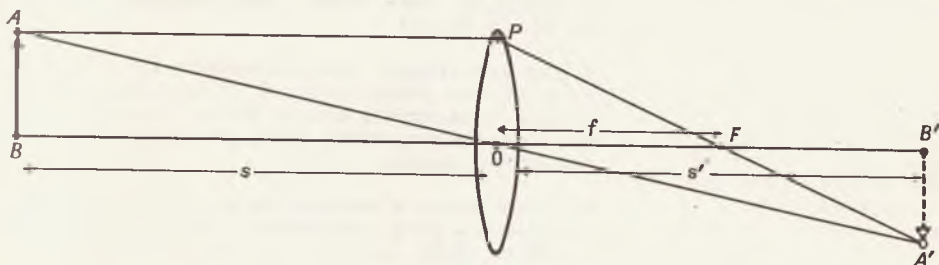
$$\frac{s'}{s} = \frac{s' - f}{f},$$

или

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}.$$

Фиг. 230. Построение изображения шаров.

Предмет AB находится на расстоянии s от линзы с фокусным расстоянием f . Расстояние до изображения $A'B'$ равно s' .

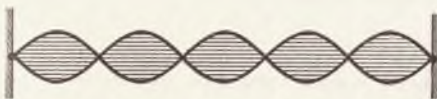


Это соотношение, связывающее расстояние до предмета и изображение, называют *уравнением тонкой линзы*. Существует условный

обычай для выбора знаков s , s' и f . Согласно этому правилу, система должна быть расположена таким образом, чтобы свет проходил через линзу слева направо. Тогда s' положительно, если изображение расположено справа от линзы, и отрицательно, если слева от линзы. Величина f отрицательна, если линза рассеивающая. Если после прохождения линзы лучи сходятся к виртуальному предмету (это может быть изображение, созданное предшествующей слева линзой), то s отрицательно.

Задачи

Фиг. 231. К задаче 2.



1. Чему равно расстояние (выраженное в длинах волн) между двумя соседними точками, соответствующими нулевой амплитуде, в любом периодическом волновом движении?

2. На струне длиной 150 см возникла стоячая волна (фиг. 231).

- Сколько всего узлов на струне?
- Сколько длин волн укладывается на струне?
- Скорость распространения волны по струне $v=20$ м/сек; найдите частоту колебаний.

Фиг. 232. К задаче 3.



3. Свет проходит из жидкости X в стекло Y и снова в жидкость X . В какой из сред, X или Y , скорость света больше?

4. Чему равно расстояние между двумя последовательными максимумами интенсивности электромагнитной волны?

5. Единица измерения \AA (один ангстрем) равна 10^{-8} см. Чему равны граничные длины волн видимого света в ангстремах?

6. Изобразите схематически стоячую волну, содержащую 4 узла и 3 пучности в момент, когда отклонения в пучностях максимальны. Нарисуйте, как выглядит волна спустя $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$ периода. Под каждым из трех рисунков изобразите интенсивность волны. На одном из рисунков обозначьте длину волны.

7. Всегда ли движущийся заряд излучает электромагнитные волны?

8. Два музыкальных тона различаются на октаву, если их частоты относятся как 2 : 1. Если «до» средней октавы соответствует частоте 256 гц, а верхнее «до» находится на две октавы выше, то какая частота соответствует верхнему «до»?

9. Самые низкие и высокие частоты, воспринимаемые человеческим ухом, составляют соответственно 20 и 15 000 гц. Чему равны в воздухе соответствующие длины волн?

10. Рассмотрим отдельную синусоидальную волну, распространяющуюся вдоль струны со скоростью v ; длина волны λ , отраженные волны отсутствуют. Сколько раз ежесекундно струна целиком не будет иметь смещений?

11. Если бы импульсы на фиг. 210 были точно одинаковой величины, то они бы полностью скомпенсировали друг друга (струна имела бы вид прямой). Сохранится ли в дальнейшем эта взаимная компенсация импульсов? Объясните.

12. S_1 и S_2 — источники колебаний одинаковой частоты; однако S_1 опережает S_2 на $\frac{1}{4}$ периода. При каких условиях в точке P (фиг. 233) будет наблюдаться интерференционный максимум? минимум?

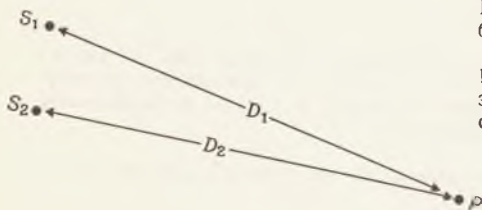
13. Скорость распространения волны вдоль струны с закрепленными концами 2 м/сек. На струне созданы стоячие волны с расстоянием между узлами 3 см.

а) Чему равна частота колебаний?

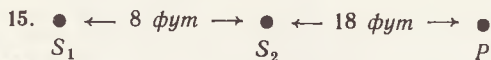
б) Сколько раз ежесекундно струна принимает форму прямой линии без каких-либо видимых волн?

14. Спектры второго и третьего порядков в видимой области от дифракционной решетки частично пере-

Фиг. 233. К задаче 12.



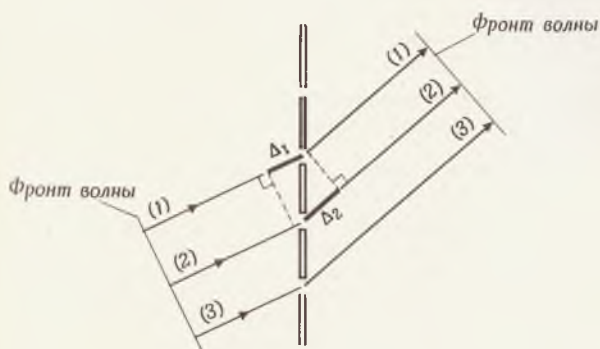
крываются друг с другом. Какой длине волны в спектре с $N=3$ соответствует $\lambda=7000 \text{ \AA}$ в спектре с $N=2$?



S_1 и S_2 — синусоидальные источники звука, находящиеся в фазе.

- При каких трех длинах волн в точке P будет наблюдаться конструктивная и гасящая интерференция?
- Чему равна наименьшая частота (в Гц), обеспечивающая гасящую интерференцию в точке P ? Скорость звука 1100 фут/сек .

Фиг. 234. К задаче 17.

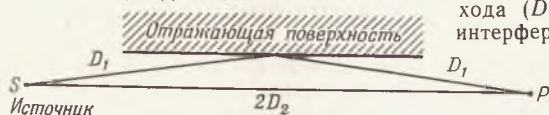


16. Два источника волн на поверхности воды (см. фиг. 215) колеблются с разностью фаз 180° (когда один источник движется вверх, другой движется вниз). Какому условию удовлетворяют разности хода $(D_1 - D_2)$ на линии узлов?

17. Параллельный пучок света падает под углом на дифракционную решетку и отклоняется ею, как на фиг. 234. Решетка содержит 10^4 штрихов на 1 см .

- Выразите разность хода лучей 1 и 2 через Δ_1 и Δ_2 .
- Найдите разность хода лучей 1 и 3.
- Какому условию должны удовлетворять Δ_1 и Δ_2 для наблюдения n -го максимума в случае длины волны λ ?

Фиг. 235. К задаче 18.



18. Каким условиям должна удовлетворять разность хода $(D_1 - D_2)$ на фиг. 235, чтобы в точке P возник интерференционный максимум? минимум?

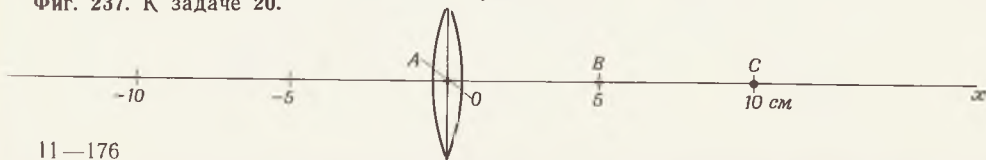
Фиг. 236. К задаче 19.



19. Предмет находится между фокусом и центром кривизны вогнутого зеркала (фиг. 236).

- Найдите положение изображения, проведя по крайней мере два луча.
- Будет ли изображение перевернутым?
- Будет ли изображение больше предмета?

Фиг. 237. К задаче 20.



20. Фокусное расстояние собирающей линзы (фиг. 237) 5 см . В каждом из перечисленных ниже условий определите, где находится изображение

между A и B , в точке B , между B и C , в точке C , между C и ∞ , на бесконечности, изображение мнимое (слева от линзы). Предмет находится

- а) при $x = -5$ см,
- б) между 0 и -5 см,
- в) между -5 и -10 см,
- г) при $x = -10$ см,
- д) слева от -10 см.

21. Точечный источник света помещен в центр кривизны вогнутого зеркала. Где будет изображение этого источника? (Соответствующая ситуация иллюстрируется на фигуре в начале главы.)

22. Точечный источник света помещен в фокусе. Где будет изображение?

23. Расстояние от предмета до вогнутого зеркала меньше его фокусного расстояния. Увидите ли вы изображение, заглянув в зеркало? Если да, то будет ли оно больше или меньше предмета? Не будет ли оно перевернутым? (Где находится фокус вогнутого зеркала для бритвы?)

24. Рассмотрим дифракционную решетку, на которую свет с длиной волны λ падает под углом θ_1 (фиг. 238).

Напишите условия для максимума интенсивности через а) Δ_1 и Δ_2 ; б) θ_1 , θ_2 , λ и d .

25. Длина волны света, проходящего щель шириной d , равна λ . Пусть θ — угол, для которого расстояние до середины щели на поддлины волны больше, чем до края щели. Чему равен $\sin \theta$? (Под этим углом наблюдается минимум интенсивности. Этот эффект называется дифракцией на одной щели.)

26. Луч света пересекает границу двух сред масло — стекло. Если скорость света в масле равна v_1 , а в стекле v_2 , то как выразится через v_1 и v_2 отношение $\sin \theta_1 / \sin \theta_2$?

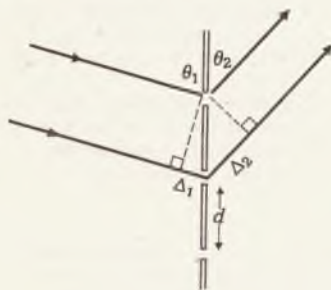
27. На дифракционную решетку, имеющую 2000 линий на 1 см, падает свет с длиной волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см. Экран расположен на расстоянии 3 см от решетки. Найдите расстояние на экране между изображениями нулевого и первого порядка.

28. Луч света падает на плоскую стеклянную пластинку под углом 60° к нормали. Под каким углом этот луч выдет с другой стороны пластины, если показатель преломления $n = 1,5$? Поверхности пластины параллельны.

29. Рассмотрим отражательную дифракционную решетку (линии, проведенные на зеркале). Пусть падающий свет перпендикулярен решетке, а отраженный составляет угол θ с ее поверхностью.

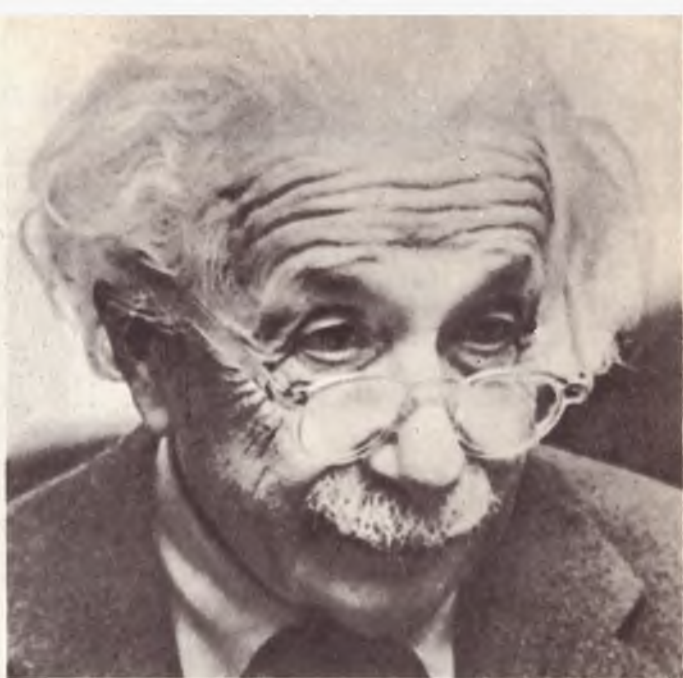
- а) Выразите разность хода через θ и d .
- б) Чему равно θ в случае максимума интенсивности?

Фиг. 238. К задаче 24.



Фиг. 239. К задаче 29.





ГЛАВА 11

ТЕОРИЯ
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

ТЕОРИЯ § 1. Принцип относительности

ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

СКОРОСТЬ ОТНОСИТЕЛЬНА

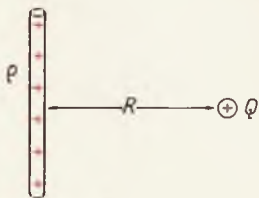
Галилей предположил, что принцип общей симметрии заключается в следующем: законы физики должны быть одинаковыми с точки зрения любого наблюдателя, движущегося с постоянной скоростью, независимо от величины и направления этой скорости. Другими словами, не должно существовать привилегированной системы отсчета, или, что то же самое, способов определения абсолютной скорости. Этот принцип общей симметрии и называется принципом относительности. Конечно, и Галилей и Ньютон были уверены в том, что их законы классической механики подчиняются принципу относительности.

Однако пока мы не внесем некоторые существенные изменения, законы электричества, несомненно, будут противоречить принципу относительности. «Покоящийся» и движущийся наблюдатели будут получать два разных результата из одного и того же эксперимента. Для иллюстрации рассмотрим простой пример: точечный заряд Q расположен на расстоянии R от проводника с плотностью заряда ρ CGSE (Q)/см (фиг. 240). На заряд Q действует сила $F = QE$, где $E = 2Q/R$ [см. формулу (7.10)]. Таким образом, с точки зрения покоящегося наблюдателя

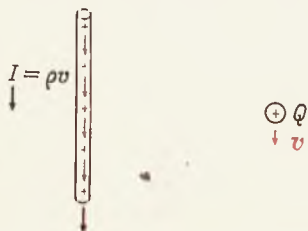
$$F = \frac{2Q\rho}{R} \quad (11.1)$$

Теперь представим себе второго наблюдателя, движущегося параллельно проводнику со скоростью v (фиг. 241). Этот наблюдатель обнаружит, что на заряд Q , кроме электростатической силы, действует также магнитная сила. С точки зрения движущегося наблюдателя вдоль проводника течет электрический ток $I = \rho v$, а заряд Q также движется параллельно проводнику со скоростью v . Из формулы (8.10) можно найти действующую на заряд Q магнитную силу $F_m = QBv/c$, причем напряженность маг-

Фиг. 240. Точечный заряд Q на расстоянии R от заряженного проводника с плотностью заряда ρ CGSE (Q)/см.



Фиг. 241. Та же картина с точки зрения наблюдателя, движущегося вверх со скоростью v .



нитного поля B , создаваемого прямолинейным током, равна $B=2qv/cR$. Таким образом,

$$F_m = \frac{Qv}{c} \frac{2qv}{cR} = \frac{2Qq}{R} \frac{v^2}{c^2}$$

есть магнитная сила, действующая на заряд. Эта магнитная сила притяжения должна складываться с электростатической силой отталкивания. Наблюдатель, движущийся со скоростью v , обнаружит, что результирующая сила, действующая на заряд Q , должна быть равна

$$F = \frac{2Qq}{R} - \frac{2Qq}{R} \frac{v^2}{c^2},$$

или

$$F = \frac{2Qq}{R} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right). \quad (11.2)$$

Количественно этот результат меньше результата, полученного покоящимся наблюдателем [см. (11.1)], в $1/[1-(v^2/c^2)]$ раз. Итак, из рассмотренного примера ясно, что законы электричества приводят к различным результатам в разных системах отсчета. Но, согласно принципу относительности Галилея, сила, действующая на заряд Q , и его ускорение не должны зависеть от скорости наблюдателя.

Ясно, что принцип относительности Галилея, справедливый в рамках классической механики, несовместим с уравнениями Максвелла. Чтобы устранить это противоречие, надо пересмотреть либо принцип относительности, либо уравнения Максвелла, либо классическую механику. Рассмотрим три возможных способа устранения противоречия:

1. Принцип относительности пригоден для механики и непригоден для электродинамики. Законы электричества справедливы только для одной привилегированной системы отсчета. Только в этой системе свет распространяется со скоростью $v=c$.

2. Принцип относительности выполняется как в механике, так и в электродинамике, но законы электричества сформулированы

Вопрос 1. Куда направлена сила F (11.2)?

в гл. 7 и 8 непоследовательно. Эти законы можно последовательно видоизменить с тем, чтобы получить требуемый результат, согласно которому свет всегда распространяется с постоянной скоростью c относительно источника. Это видоизменение уравнений Максвелла называется *теорией излучения*.

3. Принцип относительности справедлив и в механике и в электродинамике, а видоизменить следует законы и принципы механики. Именно эту возможность и выбрал Эйнштейн. Он видоизменил определения массы, энергии, импульса и свойства пространства и времени. Благодаря этому законы механики наряду с законами электричества стали удовлетворять принципу относительности.

Законы теории электричества не нуждаются в видоизменении. Как уже указывалось в гл. 8, магнитную силу можно представлять себе как релятивистскую поправку к закону Кулона. На протяжении примерно 50 лет существовала почва для появления теории относительности в рамках теории электричества, но до Эйнштейна (1905 г.) этого никто до конца не понимал.

§ 2. Проблема эфира

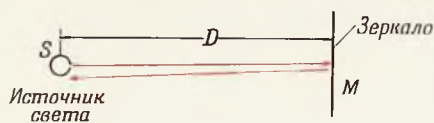
«Здравый смысл — это те предрассудки, которые складываются в возрасте до восемнадцати лет».

А. Эйнштейн

Рассмотрим сначала первую возможность и покажем, как она была опровергнута экспериментом. В привилегированной системе отсчета свет распространялся бы со скоростью c . Для наблюдателя, движущегося со скоростью v относительно этой системы отсчета, скорость света была бы равна $(c+v)$, если наблюдатель движется по направлению к источнику света. Именно такой результат должен был бы получиться, если бы свет передавался некой «физической», но невесомой средой. Эта среда была названа

Ответ 1. Это результирующая сила отталкивания.

Фиг. 242. Путь света от источника к зеркалу и обратно.

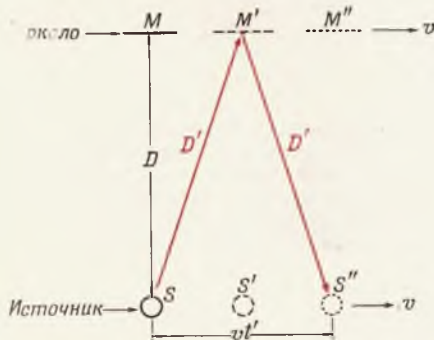


эфиром. Привилегированной системой отсчета, в которой, по предположению, справедливы уравнения Максвелла, явилась бы система, покоящаяся относительно эфира. Итак, все скорости можно было бы считать абсолютными — их можно было бы измерять относительно покоящегося эфира.

Сейчас мы увидим, как это предположение было опровергнуто знаменитыми экспериментами Майкельсона и Морли, выполненными в 1880 г. Поскольку Земля движется вокруг Солнца со скоростью $v = 30 \text{ км/сек}$, то сторонники теории эфира полагали, что на протяжении года должен существовать такой период, когда Земля имеет скорость по отношению к эфиру по крайней мере 30 км/сек (или скорость эфира по отношению к Земле составляет 30 км/сек). Тогда скорость света, движущегося в ту же сторону, что и эфир, измеренная по отношению к Земле наблюдателем, находящимся на Земле, будет равна $(c+v)$, а скорость света, движущегося в противоположную сторону, по измерениям того же наблюдателя будет равна $(c-v)$, где v равно по крайней мере 30 км/сек . Таким образом, промежуток времени, за который свет пройдет расстояние D до зеркала и вернется обратно, будет равен

Фиг. 243. Путь света, когда источник и зеркало движутся со скоростью v вправо.

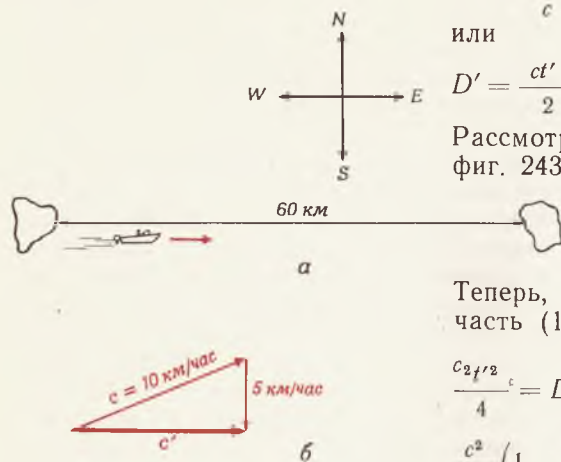
SM — положение в начальный момент времени; $S'M'$ — положение в момент времени $t'/2$; $S''M''$ — положение в момент t' .



$$t = \frac{D}{c+v} + \frac{D}{c-v} = \frac{2Dc}{c^2-v^2} = \frac{2D}{c} \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}. \quad (11.3)$$

Предположим, что на жесткой подставке длиной D укреплены источник света и зеркало (фиг. 242). Тогда время, за которое свет пройдет расстояние до зеркала и вернется обратно, определится из (11.3) если только подставка установлена параллельно скорости эфира v . Если подставку повернуть на 90° так, что она станет перпендикулярно скорости эфира v , то с точки зрения наблюдателя, покоящегося относительно эфира, свет должен будет пройти расстояние $2D'$ (фиг. 243). В этом случае промежуток времени, за который свет дойдет до зеркала и

Фиг. 244. Катер курсирует между островами.



вернется обратно, будет равен

$$t' = \frac{2D'}{c},$$

или

$$D' = \frac{ct'}{2}. \quad (11.4)$$

Рассмотрев прямоугольный треугольник на фиг. 243, находим

$$D'^2 = D^2 + \left(\frac{vt'}{2}\right)^2$$

Теперь, подставляя сюда вместо D' правую часть (11.4), получаем

$$\frac{c^2 t'^2}{4} = D^2 + \frac{v^2 t'^2}{4},$$

$$\frac{c^2}{4} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) t'^2 = D^2$$

и

$$t' = \frac{2D}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (11.5)$$

Следовательно, отношение $t'/t = \sqrt{1 - v^2/c^2}$. Это значит, что когда свет движется перпендикулярно скорости эфира, то он проходит замкнутый путь за более короткое время. Разность времен хорошо аппроксимируется соотношением (с помощью биномиального разложения)

$$t - t' = \frac{2D}{c} \frac{v^2}{2c^2}.$$

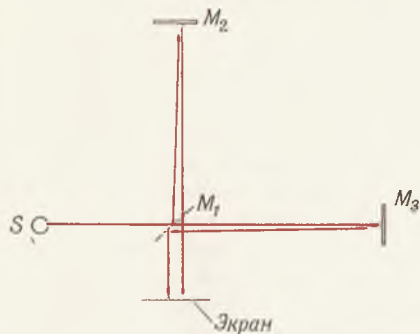
Пример 1. Рассмотрим два небольших острова на расстоянии 60 км друг от друга. Между островами курсирует катер, движущийся со скоростью 10 км/час относительно воды (фиг. 244, а). Один из островов лежит в восточном направлении относительно другого. Сколько времени занимает поездка туда и обратно

- в спокойной воде?
- при наличии течения со скоростью 5 км/час в восточном направлении?
- при наличии течения со скоростью 5 км/час в южном направлении?

Вопрос 2. Какая из формул дает больший интервал времени, (11.3) или (11.5)?

Фиг. 245. Интерферометр Майкельсона.

Свет от источника S расщепляется с помощью полупрозрачного серебряного зеркала M_1 на два луча, встречающихся на экране.



В вопросе (а) время равно пути туда и обратно ($2D=120$ км), деленному на скорость ($c=10$ км/час):

$$t = \frac{2D}{c} = \frac{120 \text{ км}}{10 \text{ км/час}} = 12 \text{ час.}$$

В вопросе (б) результирующая скорость при движении на восток равна 15 км/час, а обратно 5 км/час. Таким образом,

$$t = \frac{D}{15} + \frac{D}{5} = 4 \text{ час} + 12 \text{ час} = 16 \text{ час.}$$

Тот же результат получится, если подставить в (11.3) значения $c=10$ км/час и $v=5$ км/час. Мы видим, что течение приводит к удлинению поездки на 4 час.

В вопросе (в) рулевой должен сместить курс к северо-востоку (фиг. 244, б) с тем, чтобы результирующая скорость катера c' была направлена к востоку. В этом случае

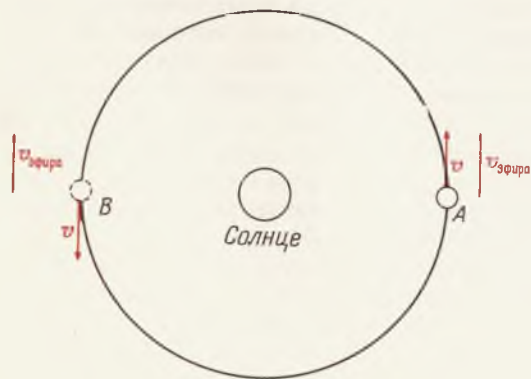
$$c' = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} = 8,66 \text{ км/час,}$$

$$t = \frac{2D}{c'} = \frac{120 \text{ км}}{8,66 \text{ км/час}} = 13,86 \text{ час.}$$

Снова этот результат можно получить, подставив $c=10$ км/час и $v=5$ км/час в (11.5). Мы видим, что по аналогии с распространением света в движущемся эфире при одинаковом направлении течения и движения время оказывается больше, чем в случае, когда течение перпендикулярно движению.

Фиг. 246. Орбита Земли.

Если в положении A скорость относительно эфира равна нулю, то в положении B эффект должен быть удвоенным.



Майкельсон и Морли считали, что они смогут измерить эту небольшую разницу во времени (менее 10^{-16} сек), воспользовавшись интерферометрами, имеющими два взаимно перпендикулярных плеча. Такой интерферометр схематически показан на фиг. 245.

В интерферометре свет от источника S расщепляется полупрозрачным серебряным зеркалом M_1 на два луча, которые затем снова встречаются на экране. Если для прохождения света по обоим путям требуется одинаковое время, то на экране должна возникнуть конструктивная интерференция. Эксперимент состоит в подборе соответствующего положения зеркала. Затем прибор поворачивается на 90° , и благодаря вращению Земли на экране будет наблю-

даться иная картина. Изменение времени прохождения светом всего пути, обусловленное движением эфира, должно было бы проявиться в виде изменения интерференционной картины на экране. Даже столь небольшая скорость v (30 км/сек) может дать весьма заметный эффект.

Несмотря на все старания, Майкельсону и Морли вообще не удалось наблюдать никакого эффекта. Одно из объяснений отрицательного результата заключалось в том, что в момент опыта эфир случайно имел относительно Солнечной системы скорость, равную 30 км/час. В этом случае скорость Земли в положении A на фиг. 246 относительно эфира должна быть равна нулю. Однако Майкельсон и Морли повторили свой опыт шесть месяцев спустя, когда Земля заняла положение B . В этом случае они должны были бы наблюдать удвоенный по сравнению с ожидаемым эффект, но снова ничего не получили.

Другое возможное объяснение заключалось в том, что Земля увлекает за собой прилегающий к ней эфир. А это должно привести к тому, что видимое положение звезд будет каждый год смещаться взад и вперед, но не так, как это наблюдается в действительности. Поэтому и второе объяснение исключалось астрономическими наблюдениями.

Следующую попытку объяснить полученный Майкельсоном и Морли нулевой результат предприняли Фитцджеральд и независимо от него Лоренц, которые предположили, что длины всех физических тел, движущихся со скоростью v по отношению к эфиру, сокращаются в $1/\sqrt{1-(v^2/c^2)}$ раз. Поэтому когда интерферометр поворачивается на 90° , то длина его плеча меняется как раз в нужное число раз, чтобы компенсировать ожидаемый эффект.

Чтобы опровергнуть этот довод, был построен интерферометр с различными плечами. В этом случае предложенное Лоренцем и Фитцджеральдом сокращение привело бы к различным результатам при разных скоро-

стях интерферометра относительно эфира. Однако при всевозможных положениях Земли на своей орбите всегда получался нулевой результат.

Результаты всех исчерпывающих экспериментов привели к выводу, что свет из источника всегда движется со скоростью c относительно интерферометра.

Возможен еще один вариант объяснения результатов Майкельсона и Морли (второй способ, стр. 325). Надо переформулировать законы электричества, с тем чтобы свет всегда испускался со скоростью c относительно источника. Однако такое объяснение также было отвергнуто на основании астрономических наблюдений. Если бы эта теория излучения была справедлива, то движение двойных звезд казалось бы нам возмущенным и противоречащим законам Кеплера.

Это происходило бы потому, что при движении одной из звезд в направлении Земли со скоростью v ее свет проходил бы весь путь со скоростью (относительно Земли) $c+v$ и попадал бы на Землю раньше, чем свет, испускаемый звездой, движущейся от Земли. Скорость последнего составляла бы $c-v$, и он попадал бы на Землю позднее.

Мы видим, что всякие попытки объяснить нулевой результат Майкельсона и Морли отвергались дополнительными экспериментами и наблюдениями.

И наконец, оставшаяся возможность (третий способ, стр. 326) была серьезно исследована Альбертом Эйнштейном в 1905 г. В действительности опыты Майкельсона — Морли не очень волновали Эйнштейна. Его больше беспокоило наличие несовместимости уравнений Максвелла с классической физикой. Основной вопрос состоял в том, что произойдет, если наблюдатель будет двигаться вместе со световой волной $v=c$. Таким образом, Эйнштейн исследовал вопрос о том, какие изменения надо произвести в классической механике, чтобы совместить уравнения Максвелла с принципом относительности. К счастью, эта задача математи-

чески оказалась вполне определенной, имеющей единственное решение. Действительно, чисто математическая часть задачи была в сущности решена несколькими годами раньше Лоренцем.

Однако для многих (включая в то время и Лоренца) физическая интерпретация математических результатов оказалась затруднительной, поскольку казалось, что эти результаты противоречат здравому смыслу. Именно эта физическая интерпретация и ее распространение на все разделы физики составили тот основной вклад, который был внесен Эйнштейном и который отодвинул на второй план математические парадоксы, обнаруженные Лоренцем.

Один из основных математических результатов теории Эйнштейна гласит: скорость света всегда равна $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/сек независимо от скорости наблюдателя или источника. Таким образом, два наблюдателя, один из которых покоится по отношению к удаленной звезде, а другой очень быстро движется к ней, измеряют одно и то же значение скорости света, идущего от звезды.

Этот результат, конечно, совместим с измерениями Майкельсона и Морли, но он кажется противоречащим здравому смыслу. Эйнштейн объяснил этот «странный» результат, приписав его «необычным» свойствам пространства и времени. Он предположил, что с точки зрения движущегося наблюдателя пространство испытывает сокращение в направлении движения, а время неодинаково для различных наблюдателей. События, одновременные с точки зрения одного из них, не обязательно будут одновременными для других. Эти эффекты описываются с помощью соотношений, полученных Лоренцем и называемых *преобразованиями Лоренца*. Преобразования Лоренца устанавливают связь между временем и координатами, измеренными двумя наблюдателями, движущимися друг относительно друга со

скоростью v . Они имеют следующий вид:

$$\left\{ \begin{aligned} x' &= \frac{x + vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \\ y' &= y, \\ z' &= z, \end{aligned} \right. \quad (11.6)$$

$$\left\{ \begin{aligned} t' &= \frac{t + \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \end{aligned} \right. \quad (11.7)$$

Штрихованные координаты относятся к одному наблюдателю, а нештрихованные — к другому. Соответствующие классические преобразования имеют вид

$$x' = x + vt,$$

$$t' = t.$$

Они означают, что если в нештрихованной системе отсчета тело имеет координату $x = x_0$, то в штрихованной системе отсчета оно будет иметь координату $x' = x_0 + vt$, т. е. будет представляться нам движущимся вправо со скоростью v . Формулы (11.6) и (11.7) можно получить, если предположить, что скорость света должна быть одна и та же с точки зрения всех наблюдателей. Соответствующий вывод дан в приложении.

§ 3. Лоренцево сокращение

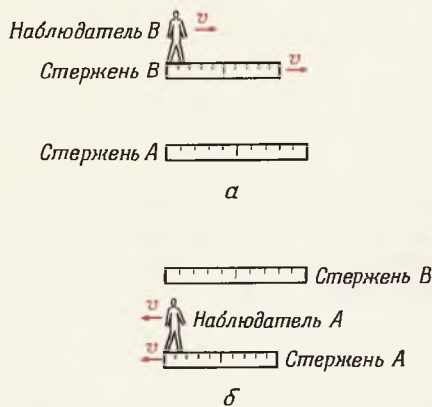
*Фехтовал умело Фиск.
Раз, презрев возможный риск,
Сделал выпад он мгновенный,
Лоренцевым сокращеньем
Обратив рапиру в диск.*

Все движущиеся предметы будут казаться нам короче в $1/\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ раз в направлении движения. Этот результат — простое следствие преобразований Лоренца, что почти непосредственно видно из формулы (11.6). В частности, если вначале у двух наблюдателей имелись идентичные метровые стержни и если затем наблюдатель B начинает двигаться со скоростью v по отношению к наблюдателю A , то по измерениям на-

Вопрос 3. Если тело находится постоянно в точке $x' = 0$, увеличивается или уменьшается его координата x с течением времени согласно (11.6)?

Фиг. 247. Лоренцево сокращение двух идентичных стержней, движущихся друг относительно друга со скоростью $v=0,6c$.

a — с точки зрения наблюдателя A ; b — с точки зрения наблюдателя B .



блюдателя A длина стержня наблюдателя B составляет $\sqrt{1-(v^2/c^2)}$ м (фиг. 247). Из принципа относительности вытекает, что должно быть справедливо и обратное: наблюдателю B метровый стержень наблюдателя A будет казаться укороченным в такой же пропорции.

Пример. Предположим, что мимо нас движется метровый стержень со скоростью $v=0,6c$. Какова будет его длина по нашим измерениям?

$$L' = \sqrt{1 - 0,6^2} \text{ м} = \sqrt{0,64} \text{ м} = 80 \text{ см.}$$

В предыдущем параграфе мы видели, что одного лоренцева сокращения недостаточно, чтобы объяснить экспериментальные результаты, полученные на интерферометре с плечами разной длины. Эту трудность можно преодолеть, пересмотрев наше представление не только о пространстве, но и о времени.

§ 4. Замедление течения времени

*Сегодня в полдень пущена ракета,
 Она летит куда быстрее света,
 И в цель прибудет ровно в семь утра...
 вчера.*

С. Я. Маршак

Для иллюстрации причин, которые привели Эйнштейна к необходимости изменить наши представления о времени, рассмотрим «световые часы». Конструкция их очень проста: это два параллельных зеркала, удаленных друг от друга на расстояние D .

Пусть τ — время, которое световой импульс затрачивает на путь от нижнего зеркала до верхнего. Часы «тикают» каждый раз, когда свет попадает на зеркало. Рассмотрим пару таких тождественно тикающих часов. Промежуток времени между двумя тиканиями $\tau = D/c$. Пусть теперь часы B движутся вправо со скоростью v (фиг. 248, б). Их длина должна казаться прежней¹⁾.

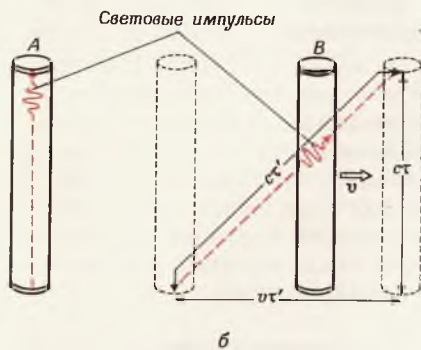
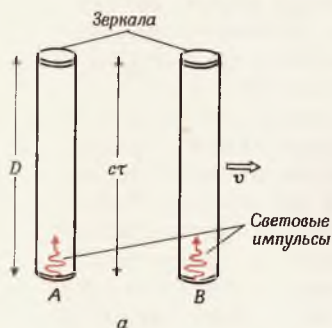
¹⁾ Если бы они оказались короче, чем A , то при прохождении друг около друга оба наблюдателя (один на A , а другой на B) обнаружили бы, что све-

Ответ 3. Уменьшается. Формула, выражающая x через x' и t' , имеет вид

$$x = \frac{x' - vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Фиг. 248. Идентичные световые часы в момент $t=0$.

a — часы B движутся вправо со скоростью v ; b — световые часы спустя τ сек с точки зрения наблюдателя A . Оба световых импульса прошли расстояние ct . Импульс в часах A достиг верхнего зеркала, импульс в часах B предстоит еще дальний путь.



Будучи «наблюдателем», связанным с часами A , мы увидим, что в световых часах B свету теперь придется пройти больший путь от зеркала до зеркала. Как видно из фиг. 248, b , световой импульс в часах B движется по диагонали, но с той же скоростью $v=c$, что и наш световой импульс (здесь на сцену выступает теория относительности). Следовательно, световому импульсу в часах B потребуется больше времени, нежели нашему световому импульсу в часах A . Обозначим этот промежуток времени через τ' . Применяя теорему Пифагора к фиг. 248, b , получаем

$$(c\tau')^2 = (v\tau')^2 + (ct)^2,$$

$$(c^2 - v^2)\tau'^2 = c^2\tau^2,$$

$$\tau'^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \tau^2,$$

$$\tau' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tau. \quad (11.8)$$

Интервал времени τ' между тиканием движущихся часов по нашим наблюдениям оказывается больше чем τ . Любой наблюдатель должен обнаружить, что движущиеся часы тикают медленнее точно таких же покоящихся часов.

Но не происходит ли это со световыми часами из-за специфических свойств света? А обычные механические часы, детали которых движутся куда медленнее, чем свет, будут ли они также замедлять свой ход в $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ раз? Эйнштейн отвечает на этот вопрос утвердительно, ибо это свойство не имеет никакого отношения к устройству тех или иных часов, а представляет собой свойство, присущее самому времени. Чтобы доказать это, предположим, что мы скрепили световые и ручные часы с одинаковым хо-

товые часы B короче, чем A . Это дало бы нам средство для обнаружения абсолютного движения, что нарушило бы принцип относительности.

дом. Затем они стали двигаться со скоростью v и световые часы стали отставать, как им и подобает, а ручные — нет. Тогда у нас появится простой способ регистрировать абсолютное движение: если часы идут одинаково — значит, они покоятся, если световые часы отстают, то все знают, что они движутся. Тем самым, конечно, нарушается принцип относительности, на котором основывалось наше обсуждение.

Поскольку замедление течения времени есть свойство, присущее самому времени, то замедляется ход не только всех движущихся часов, но и всех физических процессов. Например, замедляется скорость химических реакций, протекающих в движении. Поскольку жизнь состоит из сложных химических превращений, ее течение также должно замедляться в том же самом соотношении. Даже физические процессы, включая распад радиоактивных образцов, должны замедляться в $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ раз. Проявление этого эффекта в увеличении периода полураспада наблюдалось непосредственно на пучке нестабильных частиц. π -Мезон (или пион) представляет собой нестабильную частицу с периодом полураспада $1,8 \cdot 10^{-8}$ сек. Пучок пионов можно получать на ускорителе. На фиг. 249 показан такой типичный пучок от синхроциклотрона.

Пример. Скорость пионов в пучке равна $v=0,6$ с. За какое время распадется половина пионов? Какой путь они успеют пройти за это время?

Наблюдаемое значение периода полураспада T' будет равно $1,8 \cdot 10^{-8}$ сек, умноженное на

$$\frac{1}{\sqrt{1-0,6^2}} = \frac{1}{\sqrt{0,64}} = 1,25.$$

Таким образом, период полураспада увеличится на 25%, т. е. T' будет равно $2,25 \cdot 10^{-8}$ сек. За это время пионы успеют пройти расстояние

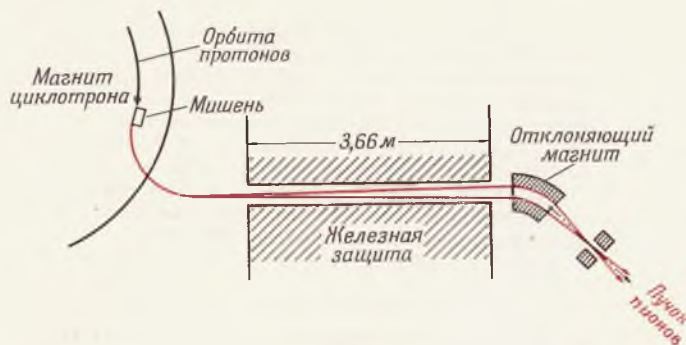
$$D = vT' = 0,6 \cdot 3 \cdot 10^{10} \cdot 2,25 \cdot 10^{-8} \text{ см} \Rightarrow 4,05 \text{ м.}$$

Вопрос 4. Будут ли световые импульсы на фиг. 248, б распространяться по мнению покоящегося наблюдателя с одной и той же скоростью?

Замедление течения времени наблюдалось не только у «микроскопических» часов в виде нестабильных элементарных частиц.

Фиг. 249. Пучок пионов, созданный пучком протонов на внутренней мишени синхроциклотрона.

π -Мезоны рождаются в результате столкновений протонов с мишенью, отклоняются магнитным полем и направляются в лабораторное помещение.



В 1960 г. этот эффект впервые наблюдался у макроскопических часов. Наиболее точным ходом обладают часы, основанные на так называемом эффекте Мёссбауера.

В мёссбауеровских «часах» используются фотоны, испускаемые радиоактивным изотопом железа, входящим в состав кристалла железа. Одинаковые мёссбауеровские часы показывают одно и то же время с точностью 10^{-16} . Изменение времени на такую долю приводит к резкому увеличению скорости счета фотонов. В опыте по проверке замедления хода времени мёссбауеровские часы приводились в быстрое вращение и, как оказалось, шли медленнее в $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ раз идентичных покоящихся часов. Таким образом, теория вновь была подтверждена.

§ 5. Парадокс близнецов

ВЕЧНАЯ МОЛОДОСТЬ?

В преддверии исследования космоса стало общеизвестно, что космические путешественники не будут стареть так быстро, как их братья на Земле. В самом деле, если бы путешественник в космосе мог двигаться со скоростью света, то он не старел бы вообще.

Этот вывод о замедлении хода времени для космических путешественников является прямым следствием выражения (11.8).

Ответ 4. Да, но световой импульс B движется медленнее относительно своих световых часов, которые также движутся.

Для земного наблюдателя часы и все физические процессы на космическом корабле, летящем со скоростью v , включая саму жизнь, должны замедлиться в $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ раз.

Пример. Рассмотрим двух близнецов A и B в возрасте 20 лет. Один из них (B) отправляется в космическое путешествие к звезде Арктур на корабле, летящем со скоростью $v=0,99 c$. Для жителей Земли расстояние до звезды Арктур составляет 40 световых лет. Сколько лет будет близнецам A и B , когда B , закончив свое путешествие, вернется обратно на Землю?

С точки зрения близнеца A путешествие займет на 1% больше времени, чем требуется свету, чтобы долететь до звезды и обратно (80 лет), т. е. когда B вернется, возраст A будет равен $20+80,8$, или 100,8 лет.

С точки зрения близнеца B часы на космическом корабле будут идти медленнее в $1/\sqrt{1-0,99^2}=1/\sqrt{0,02}=1/0,141$ раза. Это значит, что за время путешествия на корабле пройдет 80,8 года, умноженные на 0,141, или 11,4 года. Итак, к концу путешествия близнец B будет в возрасте $20+11,4=31,4$ года. Следовательно, он окажется моложе своего брата, оставшегося на Земле, на 69,4 года.

Космический путешественник не чувствует, что его время идет медленнее. В приведенном выше примере расстояние до звезды Арктур кажется близнецу B укороченным благодаря лоренцеву сокращению. По его измерениям расстояние от Земли до звезды Арктур составляет $\sqrt{1-0,99^2} \times 40$ световых лет, или 5,64 световых лет. Кроме того, ему кажется, что Земля удаляется с той же относительной скоростью $v=0,99 c$. Итак, согласно расчетам близнеца, летящего в космическом корабле, чтобы достигнуть звезды Арктур, ему понадобится на 1% больше времени, чем свету (5,64 световых лет), т. е. 5,7 лет, а чтобы долететь до Арктура и вернуться обратно — 11,4 года. Этот результат согласуется с вычислениями близнеца A , оставшегося на Земле.

Однако возникает кажущийся парадокс, а именно если космонавт взглянет на Землю, то он увидит, что земные часы идут медленнее, чем его часы. Кажалось бы, близнец A в конце путешествия окажется моло-

же *B*, что противоречит предыдущим аргументам. В самом деле, если скорость действительно относительна, то как вообще можно прийти к асимметричному результату? Разве из симметрии не следует, что оба брата должны остаться в одинаковом возрасте?

На первый взгляд кажется, что теория Эйнштейна ведет к противоречию. Но парадокс устраняется, если учесть, что задача несимметрична по своей природе. Близнец на Земле все время остается в одной и той же инерциальной системе отсчета, тогда как его брат — космонавт — переходит из одной системы отсчета в другую. Правильное применение уравнений Эйнштейна также приводит к выводу, что с точки зрения космонавта его брат, оставшийся на Земле, к концу путешествия окажется старше.

Споры вокруг парадокса близнецов (называемого также парадоксом часов) имеют свою долгую историю¹⁾. В настоящее время почти все физики приемлют приведенную нами интерпретацию. Однако есть ряд философов и даже несколько математиков, которые во всеуслышание утверждают, что физический возраст у близнецов на самом деле будет один и тот же. Э. Макмиллан показал, что людям не удастся использовать на практике замедление хода времени в космических путешествиях. Эффекты будут пренебрежимо малы, если не считать случая, когда скорости близки к скорости света.

В § 8 мы увидим, что для достижения столь больших скоростей потребуется кинетическая энергия, сравнимая с энергией покоя космического корабля. Даже если бы энергию, высвобождающуюся при делении ядер, удалось использовать со 100-процентной эффективностью, то все равно ее оказалось бы в 1000 раз меньше, чем требуется.

Вопрос 5. Не окажется ли космонавт, совершающий просто орбитальный полет вокруг Земли, моложе своих сверстников?

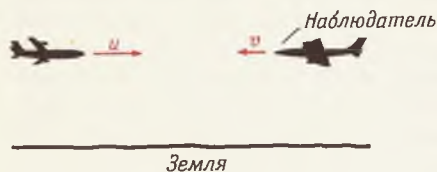
¹⁾ См., например, книгу: Д. В. Скобельцын, Парадокс часов, изд-во «Наука», 1967. — *Прим. ред.*

§ 6. Релятивистское сложение скоростей

$$v + c = c$$

Фиг. 250. Два реактивных самолета, летящие соответственно со скоростями u и v относительно Земли.

С точки зрения наблюдателя на правом самолете, левый самолет приближается к нему со скоростью u' , которая меньше суммы $(u+v)$.



Релятивистское сложение скоростей

Лоренцево сокращение и замедление течения времени представляют собой прямые следствия преобразований Лоренца. Из этих уравнений преобразования можно получить также формулу преобразования скоростей. Пусть, к примеру, в некоторой системе отсчета тело движется со скоростью u (реактивный самолет на фиг. 250). Какую скорость u' самолета измерит наблюдатель, движущийся со скоростью v ? Если применять классическую физику, то $u' = u + v$. Однако, согласно Эйнштейну,

$$u' = \frac{u+v}{1 + \frac{uv}{c^2}} \quad (11.9)$$

Это выражение легко получить из преобразований Лоренца, разделив уравнение для x' (11.6) на уравнение для t' (11.7):

$$\frac{x'}{t'} = \frac{x+vt}{t + \frac{vx}{c^2}}$$

Поделив числитель и знаменатель правой части на t , мы получим

$$\frac{x'}{t'} = \frac{\frac{x}{t} + v}{1 + \left(\frac{x}{t}\right)\left(\frac{v}{c^2}\right)}$$

С точки зрения покоящегося наблюдателя тело движется со скоростью $u = x/t$, а с точки зрения движущегося наблюдателя то же тело движется со скоростью $u' = x'/t'$. Подставляя эти значения x/t и x'/t' , мы получаем формулу (11.9).

Ответ 5. Да, но величина $\sqrt{1-v^2/c^2}$ столь близка к единице, что эффект не будет заметен.

Пример 1. Пусть скорости двух реактивных самолетов на фиг. 250 по отношению к Земле равны соответственно $u=2000$ км/час и $v=1000$ км/час.

Чему равна скорость левого самолета, измеренная с борта правого самолета?

$$u' = \frac{2000 + 1000}{1 + \frac{2 \cdot 10^6}{c^2}} = \frac{3000}{1 + 2,2 \cdot 10^{-12}} =$$

$$= 2999,999999995 \text{ км/сек.}$$

Пример 2. Нейтрон — нестабильная частица; он распадается на протон, электрон и антинейтрино $N \rightarrow P + e^- + \bar{\nu}$. Допустим, что если нейтрон покоится, то скорость возникающего при распаде электрона равна 0,8 скорости света. Какой будет скорость электрона, если распадается нейтрон, движущийся в том же направлении со скоростью 0,9 скорости света?

Наша система отсчета, в которой электрон вылетает со скоростью $u=0,8c$, сама движется со скоростью $v=0,9c$. Подставляя эти значения в (11.9), получаем

$$u' = \frac{0,8c + 0,9c}{1 + 0,8 \cdot 0,9} = \frac{1,70}{1,72} c.$$

Пример 3. Элементарная частица под названием нейтрино движется со скоростью света ($u=c$). Наблюдатель движется со скоростью v по направлению к нейтрино. Какова скорость нейтрино с точки зрения движущегося наблюдателя?

$$u' = \frac{c + v}{1 + \frac{cv}{c^2}} = \frac{c + v}{1} = c.$$

Из примера 3 мы видим, что свет (или вообще любая частица), движущийся со скоростью c , должен иметь эту же скорость с точки зрения любого наблюдателя, независимо от скорости его движения. Как утверждалось выше, преобразования Лоренца трансформируют пространство и время как раз таким образом, что свет всегда распространяется с одной и той же скоростью c с точки зрения всех наблюдателей.

Мы доказали сейчас справедливость этого, ибо результат примера 3 является прямым следствием формулы (11.9), которая в свою очередь представляет собой прямое следствие преобразований Лоренца. Одно из основных следствий уравнения (11.9) Эйнштейна заключается в том, что никакое тело не может двигаться со скоростью, превышающей скорость света. Действительно,

Вопрос 6. Будут ли, по мнению третьего наблюдателя на фиг. 247, а, движущегося со скоростью $v/2$, оба метровых стержня иметь одинаковую длину?

если скорость тела приближается к скорости света, то его объем вследствие лоренцева сокращения стремится к нулю. Кроме того, из формулы (11.9) следует, что какую бы скорость мы ни сообщали нашему телу, его скорость не может превысить скорости света $u' = c$. С другой стороны, законы Ньютона допускают, чтобы тела двигались со скоростями, превышающими скорость света. В § 8 мы увидим, какие изменения необходимы, чтобы привести классическую механику в соответствие с уравнением Эйнштейна.

§ 7. Одновременность

БУДУЩЕЕ МОЖЕТ ОПЕРЕДИТЬ ПРОШЕДШЕЕ

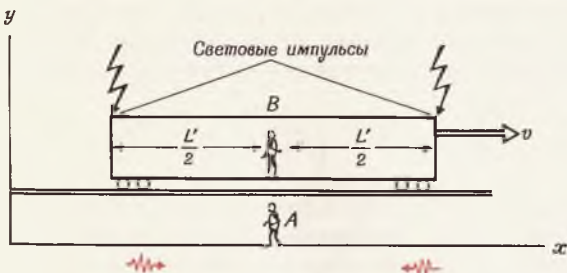
Физическая причина, по которой один наблюдатель полагает, что метровый стержень короче, нежели считает другой наблюдатель, состоит в следующем. Дело в том, что события, одновременные для одного из них, не будут одновременными для другого. Для того чтобы измерить длину метрового стержня, надо одновременно измерить положение обоих его концов. Воспользовавшись в качестве примера фургоном, мы продемонстрируем, что два события, одновременные по мнению покоящегося наблюдателя, не будут одновременными для наблюдателя в движущемся фургоне. Рассмотрим фургон длиной L (измеренной в состоянии покоя). Наблюдатель B в середине фургона измеряет длину и получает величину L (фиг. 251). Придумаем теперь для наблюдателя A способ измерить длину движущегося фургона и тем самым подтвердить наличие лоренцева сокращения. Пусть в тот момент, когда B проезжает мимо A , в оба конца фургона одновременно, по мнению A , ударяют молнии. Измерив расстояние между следами, которые оставят молнии на колее, A получит следующий результат:

$$L' = L \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Ответ 6. Нет. По мнению этого наблюдателя, стержень A движется влево со скоростью $v = 0,3 c$, а согласно эйнштейновскому сложению скоростей, стержень B движется вправо с $v = 0,366 c$.

Фиг. 251. Относительность одновременности.

Наблюдатель A видит, что молнии одновременно ударяют в концы фургона. Наблюдатель B движется навстречу световой вспышке справа и первой «встречает» ее. По его мнению, сначала ударила молния справа.



Однако не менее удивительно, что по утверждению B сначала молния ударила справа. Безусловно, с точки зрения A человек в фургоне движется навстречу вспышке света от правой молнии и сначала увидит ее. Но если B сначала видит вспышку справа,

то этот свет достигает его первым, независимо от того, кто является наблюдателем. Но по мнению B , обе молнии ударили на одинаковом расстоянии от него и коль скоро он собственными глазами видел сначала вспышку справа, то, по его мнению, первой ударила молния справа. Стоящий там же, но движущийся влево наблюдатель C будет утверждать, что первой ударила левая молния. Мы приходим к следующему выводу. Коль скоро два события происходят в пределах промежутка времени, необходимого для распространения света от места, где произошло одно, к месту, где произошло другое, порядок, в котором они происходили, — не определен. Он зависит от скорости наблюдателя. В такой ситуации, выбрав подходящим образом движущегося наблюдателя, можно заставить события будущего предшествовать событиям прошлого.

§ 8. Релятивистская механика

МАССА ЕСТЬ ЭНЕРГИЯ, ЭНЕРГИЯ ЕСТЬ МАССА

Эйнштейн обнаружил, что классические законы сохранения энергии и импульса несовместимы с преобразованиями Лоренца. Например, пусть происходит упругое столкновение двух тел одинаковой массы M_0 (упругое столкновение означает, что меняются

лишь направления, но не величины относительных скоростей). В этом случае величина $M_0 v_1 + M_0 v_2$ неодинакова до и после столкновения (это легко продемонстрировать, используя преобразования Лоренца для перехода из системы центра масс в лабораторную систему). Итак, полный импульс в классической физике не обязательно сохраняется. Однако в той же ситуации величина

$$\left(\frac{M_0}{\sqrt{1-v_1^2/c^2}} v_1 + \frac{M_0}{\sqrt{1-v_2^2/c^2}} v_2 \right)$$

не меняется в результате упругого столкновения. Итак, Эйнштейн предположил, что если ввести новое определение импульса, как Mv , где

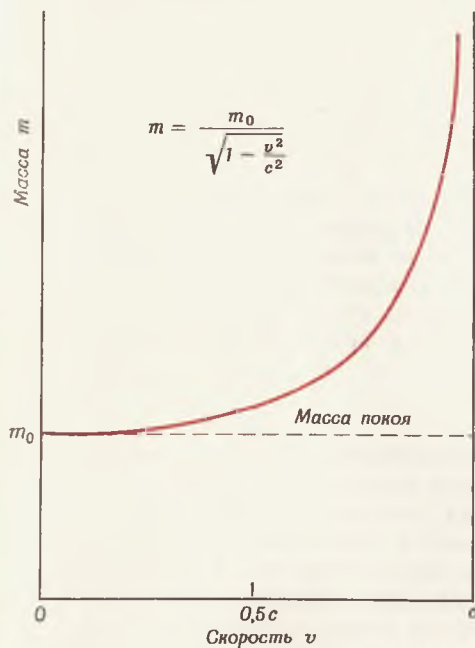
Релятивистская масса $M = \frac{M_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, (11.10)

то импульс будет сохраняться. Эйнштейн предположил также, что этот новый закон сохранения должен тоже выполняться и для систем частиц с неодинаковыми массами, участвующими в неупругих соударениях. Подобное далеко идущее предположение следовало всесторонне проверить на опыте. Были проведены многочисленные точные проверки, и новый закон сохранения массы, энергии и импульса в формулировке Эйнштейна оказался справедливым и получил всеобщее признание.

Одна из экспериментальных проверок состоит в измерении импульса и скорости электронов в электронных синхротронах на высокие энергии. С точностью до ошибок эксперимента измерения скорости электронов на Кембриджском электронном ускорителе (США) дали значение $v=c$. Импульс можно измерить с точностью до долей процента. Измерение отношения импульса к скорости (по определению это инертная масса) дало величину, которая в 12 000 раз больше массы покоя электрона. Эти кембриджские электроны, достигнув полной энергии, оказываются в действительности в 6 раз тяжелее протонов! Однако обычные

Фиг. 252. Зависимость массы от скорости.

Заметьте, что при $v=0,5 c$ масса увеличивается лишь на 15,5%.



макроскопические тела, такие, как реактивные самолеты и космические ракеты, движутся со скоростями много меньше скорости света. Поэтому их масса с точки зрения всех практических нужд остается равной массе покоя. Увеличение массы со скоростью изображено на фиг. 252.

Пример 1. Электроны Корнеллского университета достигли скорости $v=0,999999955 c$. Чему равна масса этих электронов?

$$M = \frac{M_0}{\sqrt{1 - (0,999999955)^2}} = \frac{M_0}{\sqrt{0,00000009}} = \frac{M_0}{3 \cdot 10^{-4}}$$

$$M = 3300 M_0.$$

Итак, электроны в Корнелле оказались в 3300 раз тяжелее покоящихся.

Часто мы сталкиваемся с обратной задачей: масса возрастает в заданное число раз; требуется вычислить скорость. Для этого возведем в квадрат обе части (11.10):

$$M^2 = \frac{M_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{M_0}{M}\right)^2,$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{M_0}{M}\right)^2,$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{M_0}{M}\right)^2}. \quad (11.11)$$

Еще одно следствие преобразований Лоренца: полная релятивистская масса, а следовательно, и величина $(M_1 c^2 + M_2 c^2)$ остаются неизменными при взаимодействии двух частиц. Эйнштейн отождествил это утверждение с законом сохранения энергии и показал, что в пределе малых скоростей написанное выше выражение стремится к классической записи закона сохранения энергии. Эйнштейн предположил, что величина

$$W = M c^2 \quad (11.12)$$

Соотношение Эйнштейна между массой и энергией

представляет собой энергию частицы. Энергию можно в явном виде записать как функцию скорости, подставив в формулу (11.12) правую часть (11.10). При этом получим

$$W = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}}. \quad (11.13)$$

Пока это выражение совсем не похоже на классическую формулу $W = Mv^2/2$. Связь между (11.13) и классической формулой $1/2 Mv^2$ мы продемонстрируем на стр. 347. Предположим, что $v=0$. Тогда из (11.13) следует, что масса будет обладать энергией

$$W_0 = M_0 c^2. \quad (11.14)$$

Эйнштейн интерпретировал эту величину как собственную энергию, или энергию покоя. Он утверждал, что если исчезает некоторое количество массы покоя M_0 , то при этом должна выделяться энергия, равная $M_0 c^2$. Мы имеем здесь дело с прямым превращением части энергии покоя, которое служит источником громадного количества энергии, выделяющегося в атомных бомбах.

В действительности количество энергии, которое можно получить таким путем, строго ограничено. Закон сохранения тяжелых частиц (гл. 5) утверждает, что при любом взаимодействии полное число протонов и нейтронов должно оставаться постоянным. По этой причине мы никогда не сможем получить энергию в $9 \cdot 10^{20}$ эрг из 1 г песка.

Пример 2. Какая энергия содержится в 1 г песка? Сравните ее с 7000 кал, которые выделяются при сжигании 1 г угля.

Энергия покоя 1 г вещества равна

$$W = 1 \text{ г} \cdot (3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек})^2 = 9 \cdot 10^{20} \text{ эрг.}$$

При сжигании 1 г угля выделяется

$$7000 \text{ кал} \cdot 4,18 \cdot 10^7 \text{ эрг/кал} = 2,9 \cdot 10^{11} \text{ эрг.}$$

Таким образом, энергия покоя превышает химическую энергию в $3,1 \cdot 10^9$ раз.

Вопрос 7. Что означает термин *масса*: масса покоя, инертная масса или гравитационная масса?

Пример 3. Если при взрыве 1 т тринитротолуола (ТНТ) выделяется 10^9 кал, то какое количество массы должно превратиться в энергию при взрыве бомбы мощностью в 1 Мт?

$$M = \frac{W}{c^2} = \frac{10^9 \cdot 4,18 \cdot 10^7 \text{ эрг}}{9 \cdot 10^{20} \text{ см}^2/\text{сек}^2} = 4,6 \cdot 10^{-5} \text{ г.}$$

Это дефект массы, соответствующий взрыву 1 т ТНТ. При взрыве бомбы мощностью в 1 Мт в энергию должна превратиться в миллион раз большая масса, или 46 г. На самом деле для такой бомбы требуется в 1000 раз больше делящегося вещества. Полное число протонов и нейтронов при ядерном взрыве останется постоянным. Более подробно этот вопрос будет разбираться в гл. 15.

Определение кинетической энергии остается прежним: кинетическая энергия — это энергия движения. Эту энергию можно получить, если из полной энергии вычесть энергию покоя

$$E_{\text{кин}} = W - W_0. \quad (11.15)$$

Эту величину можно непосредственно выразить через скорость, воспользовавшись формулами (11.10) и (11.12):

$$E_{\text{кин}} = Mc^2 - M_0c^2,$$

$$E_{\text{кин}} = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} - 1 \right) M_0c^2,$$

или

$$E_{\text{кин}} = \left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} - 1 \right] M_0c^2.$$

Покажем теперь, что при малых скоростях полученное выражение стремится к $1/2 M_0 v^2$. В соответствии с формулой бинома Ньютона¹⁾ величину $[1 - (v^2/c^2)]^{-1/2}$ при $v/c \ll 1$ можно заменить величиной $[1 + 1/2(v^2/c^2)]$. Таким образом мы получим известное из классической механики выражение:

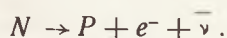
$$E_{\text{кин}} = \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) - 1 \right] M_0c^2 = \frac{1}{2} M_0 v^2.$$

Ответ 7. В этой книге масса обозначает инертную массу, а согласно принципу эквивалентности, инертная и гравитационная массы — одно и то же.

¹⁾ Формула для разложения бинома имеет вид

$$(1 + a)^n = 1 + na + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^2 + \dots$$

Первое экспериментальное подтверждение соотношения Эйнштейна между массой и энергией было получено в результате сравнения энергии, выделившейся при радиоактивном распаде, и разности масс исходного ядра и конечных продуктов. В качестве примера возможной проверки соотношения $W = Mc^2$ в лабораторных условиях рассмотрим простейший случай β -распада — β -распад свободного нейтрона. Свободный нейтрон распадается на протон, электрон и антинейтрино (масса покоя антинейтрино $\bar{\nu}$ равна нулю)



При этом высвобождается энергия $1,25 \cdot 10^{-6}$ эрг. Измеренная на опыте масса покоя нейтрона больше суммы масс протона и электрона на $13,9 \cdot 10^{-28}$ г. Этому количеству массы соответствует энергия $W = 13,9 \cdot 10^{-28} \cdot c^2 = 1,25 \cdot 10^{-6}$ эрг. Эта энергия, соответствующая изменению массы, совпадает с измеренной кинетической энергией продуктов распада, которая в пределах точности измерений также равна $1,25 \cdot 10^{-6}$ эрг.

Пример 4. Кинетическая энергия некоторой частицы равна ее энергии покоя. Чему равна скорость частицы?

$$W = E_{\text{кин}} + M_0 c^2,$$

$$Mc^2 = M_0 c^2 + M_0 c^2, \text{ поскольку } E_{\text{кин}} = M_0 c^2,$$

$$\frac{M_0}{M} = \frac{1}{2}.$$

Подставляя это отношение в (11.11), находим

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}}.$$

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2} c = 0,866 c.$$

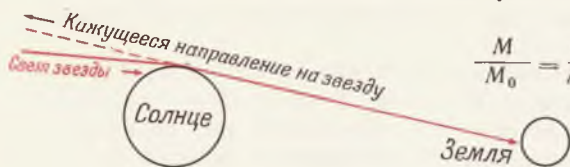
Вопрос 8. Что больше:

$$E_{\text{кин}} = (M - M_0) c^2 \text{ или}$$

классическая величина $M_0 v^2/2$?

Пример 5. Ускоритель протонов Беватрон сообщает протонам кинетическую энергию 10^{-2} эрг. Во сколько раз возрастает масса таких протонов? Масса покоя протона равна $1,67 \cdot 10^{-24}$ г.

Фиг. 253. Искривление световых лучей в поле силы тяжести Солнца.



Найдем сначала энергию покоя протона:

$$M_0 c^2 = 1,67 \cdot 10^{-24} \cdot (3 \cdot 10^{10})^2 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ эрг,}$$

$$\frac{M}{M_0} = \frac{M c^2}{M_0 c^2} = \frac{E_{\text{кин}} + M_0 c^2}{M_0 c^2} = \frac{10^{-2} + 1,5 \cdot 10^{-3}}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 7,68.$$

Мы видим, что протоны на Беватроне в 7,68 раза тяжелее обычных протонов.

В заключение отметим, что любой форме энергии должна соответствовать определенная масса $M = W/c^2$. Например, световые волны, несущие энергию W и не имеющие массы покоя, обладают массой W/c^2 . В принципе массу света можно измерить, улавливая его ящиком с абсолютно отражающими стенками. Содержащий свет ящик будет весить больше ящика, в котором света нет. Но эта разница настолько мала, что ее невозможно измерить даже самыми точными приборами. Впрочем, имеется один измеренный эффект, связанный с наличием у света массы. Если световые волны обладают массой, то благодаря силе тяжести они должны притягиваться Солнцем. Это искривление световых лучей в направлении Солнца приводит к заметному смещению кажущегося положения звезд, наблюдаемых вблизи Солнца во время затмения (фиг. 253). Как мы увидим в следующем параграфе, наличие инертной массы у света находится в компетенции специальной теории относительности, тогда как гравитационное отклонение света — эффект общей теории относительности.

§ 9. Общая теория относительности

РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ТЯГОТЕНИЕ

То, что мы до сих пор называли теорией относительности Эйнштейна, иногда называют специальной теорией относительности в отличие от общей теории относительности, первая часть которой была разработана Эйнштейном в 1911 г., спустя шесть лет после опубликования его специальной теории от-

Ответ 8. Классическая величина меньше. Это хорошо видно в пределе, когда v приближается к c . В этом случае релятивистская $E_{\text{кин}}$ стремится к бесконечности, а $M_0 v^2/2$ к $M_0 c^2/2$.

носительности. Общая теория относительности на самом деле представляет собой современную релятивистскую теорию тяготения.

В теории тяготения Ньютона подразумевается, что сила $F = GM_1M_2/r^2$ действует мгновенно. Это означает, что сигнал или энергия могут передаваться мгновенно. Такое утверждение противоречит одному из основных принципов относительности, а именно: ни энергия, ни сигнал не могут распространяться быстрее света.

Таким образом, Эйнштейн столкнулся с проблемой релятивистской теории тяготения. Он считал, что его новая теория должна удовлетворять принципу относительности и в то же время автоматически содержать тождество гравитационной и инертной масс. Это условие привело Эйнштейна к постулированию так называемого принципа эквивалентности. Этот принцип утверждает, что поле силы тяжести эквивалентно ускоряющейся системе отсчета. Например, пассажирам при старте ракеты с ускорением вверх кажется, что сила тяжести внезапно увеличилась. Если ускорение ракеты относительно Земли $a = 2g$, то вес пассажиров и всего содержимого ракеты увеличится в 3 раза по сравнению с их нормальным весом. Эта «псевдогравитационная» сила в точности пропорциональна инертной массе. Ни один физический эксперимент внутри ракеты не поможет пассажирам выяснить, внезапно ли увеличилось в 3 раза земное притяжение или просто ракета приобрела ускорение относительно Земли.

Математические приемы, которыми пользовался Эйнштейн для формулировки принципа эквивалентности в общей теории относительности, выходят за рамки данной книги. Смысл этого описания сводится к тому, что любая масса «возмущает» прилегающее пространство так, что траектории всех свободно движущихся тел оказываются одинаковым образом искривленными в направлении массы, вызывающей это возмущение. Уравнения Эйнштейна связывают кривизну,

Вопрос 9. Если энергия светового импульса равна 9 эрг, то чему равна его масса в г?

с силой источника (массой). С точки зрения классической физики любое тело, движущееся по криволинейной траектории, ускоряется и, следовательно, должно находиться под действием некоторой силы. В общей теории относительности именно это ускорение и является тем общим свойством пространства, которое лежит в основе тяготения. Поскольку возмущение присуще самому пространству, его эффект будет одинаковым для любой инертной массы и, следовательно, принцип эквивалентности автоматически удовлетворяется.

Одно из следствий общей теории относительности состоит в том, что свет, обладая инертной массой, теряет энергию на преодоление гравитационного притяжения испускающего его тела. В гл. 12 мы увидим, что потеря светом энергии означает увеличение его длины волны. Этот эффект называется *гравитационным красным смещением*. Такое смещение наблюдается в спектральных линиях Солнца и тяжелых звезд. Таким образом, атомные часы на поверхности Солнца идут медленнее тех же самых часов у нас, на Земле. Как и следовало ожидать, общая теория относительности предсказывает, что все часы в поле силы тяжести должны замедлять свой ход. Если два совершенно идентичных экземпляра часов на Земле поместить друг от друга на расстоянии 1 м по высоте, то нижние часы будут ежесекундно отставать на 10^{-16} сек. Впервые эталоны частоты, обладающие такой точностью, были созданы в 1960 г. на основе явления испускания фотонов радиоактивными ядрами в кристалле (см. гл. 15). Это явление, позволяющее достичь такой точности измерения частоты, получило название эффекта Мёссбауера.

До последнего времени в лаборатории не удавалось провести эксперимент по проверке общей теории относительности. Однако теперь с помощью новых эталонов частоты в лабораторных условиях наконец было показано, что сила тяжести действительно замедляет время. Впервые такие эксперименты

Ответ 9. Масса равна

$$M = \frac{W}{c^2} = \frac{9}{9 \cdot 10^{20}} = 10^{-20} \text{ г.}$$

были выполнены в 1960 г. в 70-футовой башне Гарвардского университета.

Кроме этого, имелось всего три экспериментальных результата, подтверждавших, казалось бы, общую теорию относительности и полученных несколько десятилетий назад. Это — искривление звездного света около Солнца (см. фиг. 253), красное смещение в спектрах тяжелых звезд и движение перигелия Меркурия. Точность этих результатов была столь низкой, что до последнего времени общая теория относительности считалась недостаточно обоснованной. С другой стороны, специальная теория относительности была четко подтверждена на опыте.

§ 10. Принцип Маха

АБСОЛЮТНО ЛИ УСКОРЕНИЕ?

Мы установили, что абсолютной скорости не существует. С другой стороны, ускорение абсолютно даже с точки зрения самой современной теории относительности. Величину абсолютного ускорения можно измерить с помощью прибора, называемого акселерометром. В качестве простейшего акселерометра можно использовать пружину с грузом на конце. Если упругость пружины неизменна и масса известна, то величину ускорения можно определить по натяжению пружины. Рассмотрим несколько наблюдателей, движущихся с ускорением друг относительно друга. Тогда среди бесконечного числа возможных систем отсчета найдется такая система, в которой измеренное ускорение окажется равным нулю. Такая система отсчета называется инерциальной. Еще Ньютон указывал, что его законы справедливы только в инерциальных системах отсчета. Он называл инерциальной систему, не имеющую ускорения по отношению к «неподвижным» звездам.

Эта концепция абсолютности инерциальной системы оспаривалась некоторыми философами, в том числе Эрнстом Махом. Мах

предполагал, что в общем случае ускорение не абсолютно, а определяется распределением вещества во Вселенной. Согласно принципу Маха, если бы распределение вещества во Вселенной внезапно изменилось, то изменились бы и величины ускорений, и система координат, бывшая до того инерциальной, с этого момента могла бы и не оказаться такой. Мах предполагал, что величина инертной массы любого тела определяется всем остальным веществом Вселенной.

В теории, включающей принцип Маха, инертная масса отдельного тела, находящегося в лишенной вещества Вселенной, должна была бы обратиться в нуль. При этом все системы отсчета были бы инерциальными.

Существует довольно специфическая теория, включающая принцип Маха. В ней используется факт, полученный из общей теории относительности и состоящий в том, что испытывающая ускорение масса, помимо обычного гравитационного поля, создает поле, пропорциональное квадрату расстояния, создает поле, пропорциональное $1/r$. Приближенная формула для силы, действующей по закону $1/r$ между двумя испытывающими ускорение массами, имеет вид

$$F_G \approx G \frac{Mma}{c^2 r},$$

где a — относительное ускорение. Если мы находимся на ускоряющейся массе m , то все галактики во Вселенной ускоряются относительно нас в противоположном направлении. Результирующая гравитационная сила, действующая на m , равна

$$F_G \approx \sum G \left(\frac{ma}{c^2} \right) \left(\frac{M_i}{r_i} \right),$$

Вопрос 10. Как вы думаете, не будет ли движущийся с ускорением заряд создавать помимо обычного кулоновского поля электрическое поле, пропорциональное $1/r$?

где суммирование производится по всем галактикам M_i на расстояниях r_i . Делая предположение относительно средней плотности

вещества D во Вселенной и максимальной величине радиуса R , мы получаем ¹⁾

$$F_G \approx \frac{GDR^2}{c^2} ma.$$

Предполагается, что эта гравитационная сила полностью объясняет инертную массу. Тогда F_G должна равняться ma . Мы видим, что это будет так, если $GDR^2/c^2 = 1$. Из трех чисел в числителе точно известно лишь G . По оценкам средняя плотность вещества во Вселенной $D \approx 10^{-28}$ г/см³, но может оказаться на порядок больше или меньше. Как будет видно из следующего параграфа, эффективный радиус Вселенной $R \approx 10$ млрд. световых лет, или $R/c \approx 3 \cdot 10^{17}$ сек.

Итак,

$$GD \left(\frac{R}{c} \right)^2 = 6,7 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-28} (3 \cdot 10^{17})^2 = 0,6 \approx 1.$$

Мы видим, что теория выдерживает проверку в пределах точности эксперимента. Теория не только дает физическое объяснение инертной массы, но и говорит о том, какую величину инертной массы следует приписать данному количеству вещества. Иными словами, теория требует, чтобы $G = c^2/DR^2$. (Вспомним, что G характеризует отношение инертной массы к гравитационной.) Мы видим, что в этой теории G перестает быть фундаментальной константой, а выражается через другие «более фундаментальные» физические константы.

Принятая здесь точка зрения состоит в том, что центром Вселенной, находящим-

¹⁾ Объем i -го концентрического шарового слоя равен $4\pi r_i^2 \Delta r_i$, а масса $M_i = 4\pi D r_i^2 \Delta r_i$. Суммирование дает

$$F_G \approx G \frac{ma}{c^2} \sum \frac{4\pi D r_i^2 \Delta r_i}{r_i} = 4\pi \frac{GDma}{c^2} \sum r_i \Delta r_i.$$

$$\text{но } \sum \Delta r_i = R \text{ и } \sum r_i \Delta r_i = \bar{r} \cdot R = \frac{R}{2} R.$$

Следовательно,

$$F_G \approx 2\pi \frac{GDR^2}{c^2} ma.$$

Ответ 10. Да. Это поле излучения; оно пропорционально $1/r$.

ся в вечном покое, служит ваша голова. Когда вы стучаетесь головой о стену, это означает, что у удаленных галактик возникает внезапное ускорение и они действуют на вашу голову громадной гравитационной силой. Чтобы удержать вашу голову «в покое», стена должна оказать равную по величине и противоположно направленную реакцию. Так что в следующий раз, стукнувшись головой или ударив, споткнувшись, падец на ногу, шлите проклятия за это далеким галактикам.

В заключение укажем, что в настоящее время все это представляется противоречивым, а принцип Маха сам по себе не получил общего признания физиков.

§ 11. Космология

внезапно или непрерывно создавался мир?

Вопросы, поднимаемые принципом эквивалентности, общей теорией относительности и принципом Маха, тесно связаны с проблемой происхождения, размера и строения Вселенной. Бесконечна или конечна Вселенная? Каков возраст нашей Солнечной системы и Галактики? Как они образовались? Сколько существует других галактик и как они распределены? Как они произошли? Что представляла собой Вселенная до того, как образовались эти галактики? Область физики, занимающаяся этими наиболее фундаментальными проблемами, называется космологией и переживает в настоящее время бурное развитие. Например, возраст нашей Галактики за последние пять лет «увеличился» благодаря появлению более точных теорий не на пять лет, а примерно на десять миллиардов лет. По последним оценкам, Млечному Пути почти 20 миллиардов лет, а возраст Земли — 4,5 миллиарда лет.

Теории происхождения и размеров Вселенной в настоящее время непрерывно изменяются, причем конкурирующие между



Фиг. 254. Большая туманность в созвездии Андромеды.

Ближайшая к нам большая галактика, похожая на Млечный Путь в нашей Галактике, удалена от нас почти на два миллиона световых лет.



собой теории не имеют под собой твердой экспериментальной основы. Однако ведущие космологи считают, что в настоящее время наши знания в этой области накапливаются столь быстро, что уже в ближайшее десятилетие новые открытия позволят нам принять одну из теорий и отвергнуть все остальные.

Конец этого параграфа мы посвятим в основном обзору имеющихся в этой области данных. С помощью 200-дюймового телескопа на горе Паломар можно увидеть около десяти миллиардов галактик, равномерно распределенных в пространстве вплоть до расстояний примерно в восемь миллиардов световых лет. Свет, приходящий с больших расстояний, настолько ослаблен, что его нельзя обнаружить. Наша Галактика диаметром примерно 60 000 световых лет содержит около 100 миллиардов звезд, одной из которых является Солнце. Ближайшая к нам галактика, Туманность Андромеды, сходна по размерам и строению с нашей Галактикой (фиг. 254).

Последние достижения в области термоядерных реакций позволяют оценить возраст некоторых типов звезд. Эти оценки свидетельствуют о том, что наша Галактика образовалась примерно двадцать миллиардов лет назад, хотя образование звезд в ней происходит и по сей день (возраст некоторых звезд составляет всего один миллион лет). Причина, заставляющая маленькие частички вещества скопляться в огромные звезды, — это сила всемирного тяготения.

Процессы, происходящие в недрах звезд, и основные черты звездной эволюции, наблюдаемой астрономами, достаточно хорошо объясняются ядерной физикой.

Кроме галактик имеются еще недавно открытые объекты, названные *квазарами*. Хотя в телескоп квазары кажутся скорее звездами, нежели галактиками, их яркость в 10—100 раз превышает яркость типичных галактик на том же расстоянии. Кроме того, некоторые из них являются мощными источниками радиоизлучения по сравнению с другими звездами или галактиками. Многие

квazarы были открыты с помощью радиотелескопов и лишь впоследствии обнаружены в оптических наблюдениях. Пока физическая природа квазаров неясна. Возможно, что это проявление каких-то особых эффектов общей теории относительности или же новых, еще не открытых законов физики.

Быть может, самым важным экспериментальным фактом является установление того обстоятельства, что все галактики удаляются от нас со скоростями, пропорциональными их расстояниям до нашей Галактики. Коэффициент пропорциональности таков, что галактики, находящиеся на пределе видимости, т. е. на расстоянии примерно пяти миллиардов световых лет, удаляются от нас со скоростью, составляющей около половины скорости света. Скорость удаления определяется по смещению длины волны света, испускаемого этими галактиками. Если источник света удаляется от нас, то длина волны возрастает (так называемое красное смещение, или эффект Доплера). Максимальное смещение длины волны, наблюдавшееся до сих пор у удаленного квазара, в три раза превышает величину самой длины волны. С помощью формулы для доплеровского сдвига можно получить, что этот квазар удаляется от нас со скоростью $v = 0,8c$.

Если провести вычисления, то окажется, что около десяти миллиардов лет назад все галактики Вселенной группировались в нашей области пространства. Действительно, в одной из ведущих космологических теорий предполагается, что десять миллиардов лет назад все вещество Вселенной находилось в одном месте и имело такую же плотность, что и атомные ядра. Это означает, что все находящиеся в пределах видимости галактики могли располагаться внутри сферы диаметром, меньшим по своим размерам, чем орбита Юпитера. После «таинственного» акта создания в мире стали действовать обычные законы физики, которые и привели к гигантскому взрыву первоначального ядра. Следовательно, удаляющиеся галактики похожи на осколки взорвавшейся «ручной гра-

Вопрос 11. Чему равно смещение длины волны для квазара, удаляющегося со скоростью $v = c$?

наты». Это объяснение расширяющейся Вселенной называется теорией «большого взрыва»¹⁾.

Вероятно, более удовлетворительной версией подобного подхода является теория пульсирующей Вселенной. В этой теории галактики замедляются, возвращаются, расширение обращается, пока все галактики не сливаются, что затем приводит к новому «большому взрыву».

Основным конкурентом этой теории была теория стационарного состояния, в основу которой положен обобщенный принцип однородности. Принцип однородности гласит, что Вселенная должна выглядеть одинаково из любой точки пространства.

Этот принцип трудно совместить с нашими последними наблюдениями. Но, кроме этого, принцип однородности утверждает, что Вселенная выглядит одинаково в любой момент времени, т. е. она имела тот же вид в прошлом и всегда будет так же выглядеть в будущем. В теории стационарного состояния этот принцип однородности справедлив вследствие допущения, что вещество во Вселенной создается непрерывно и равномерно, при этом скорость образования вещества совпадает со скоростью уменьшения средней плотности вещества в расширяющейся Вселенной. Согласно измерениям, скорость расширения Вселенной такова, что полная плотность вещества в ней останется постоянной, если в объеме, равном 10^{15} см^3 (или 1 км^3), будет самопроизвольно ежегодно возникать один нейтрон (или атом водорода). Можно возразить, что самопроизвольное проявление нейтронов противоречит законам сохранения энергии, количества движения и тяжелых частиц. Но речь идет о ничтожно слабом нарушении этих «законов сохранения».

В гл. 16 мы увидим, что некоторые зако-

Ответ 11. Все длины волн в этом случае обратились бы в бесконечность и мы бы ничего не увидели.

¹⁾ Основы теории расширяющейся Вселенной были заложены еще в 1922 г. работой А. А. Фридмана. В настоящее время фридмановская модель мира получила широкое признание, ибо дает, по-видимому, наиболее адекватное описание современного состояния Вселенной.— *Прим. ред.*

ны сохранения нарушаются не столь слабо.

Теория стационарного состояния позволяет сделать несколько предсказаний, которые поддаются проверке. Например, одно из предсказаний состоит в том, что распределение возраста галактик должно быть равномерным не только для ближних галактик, но и для удаленных. Другое предсказание этой теории состоит в том, что в результате термоядерных реакций в обычных звездах из первоначального водорода возникают тяжелые элементы, такие, как уран.

Приложение Вычисление преобразований Лоренца

Мы намереваемся получить преобразования Лоренца исходя из принципа относительности и инвариантности скорости света. Дело наполовину сделано, если воспользоваться расчетом формулы (11.8), стр. 335. Начнем с общего выражения

$$x' = Ax + Bt, \quad (11.16)$$

$$t' = Et + Fx. \quad (11.17)$$

Нам надо найти коэффициенты A , B , E , F , которые могут зависеть от скорости v относительного движения двух систем отсчета. Будем для определенности называть нештрихованную систему покоящейся, а штрихованную — движущейся. Согласно (11.17), для часов, покоящихся в точке $x=0$, $t' = Et$. Но, согласно (11.8), движущийся наблюдатель измерял $t' = \gamma t$, где по определению $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$. Следовательно,

$$E = \gamma.$$

Если наблюдатель движется влево со скоростью v , то, по его мнению, положение часов $x' = vt'$. Подставив это в (11.16) и положив $x=0$, мы получим

$$t' = 0 + Bt,$$

или

$$B = v \frac{t'}{t},$$

или

$$B = v\gamma,$$

т. е. мы нашли коэффициент B .

Чтобы найти A , поместим часы в начало системы отсчета движущегося наблюдателя (теперь $x'=0$) и применим принцип относительности с учетом того, что, по мнению покоящегося наблюдателя, часы движутся от него влево с той же скоростью v ; иными словами, $x = -vt$. Подставим теперь эти величины в (11.16)

$$(0) = A(-vt) + Bt,$$

или

$$A = \frac{B}{v}.$$

Подставив $B = v\gamma$, получим

$$A = \gamma.$$

Формулы (11.16) и (11.17) приобретают вид

$$x' = \gamma x + \gamma vt, \quad (11.18)$$

$$t' = \gamma t + Fx. \quad (11.19)$$

Чтобы получить последний коэффициент F , мы используем инвариантность скорости света. Пусть в момент $t=0$ в начале координат возникает световой импульс. По мнению обоих наблюдателей, он движется со скоростью c ; иными словами, $x = ct$ и $x' = ct'$. Итак, подставляя эти величины в (11.18) и (11.19), получаем

$$ct' = \gamma ct + \gamma vt,$$

$$t' = \gamma t + Fct.$$

Деля верхнее выражение на нижнее, получаем

$$c = \frac{\gamma c + \gamma v}{\gamma + Fc}.$$

Решая относительно F , найдем

$$F = \frac{\gamma v}{c^2}.$$

Конечный результат получится, если мы подставим это значение в (11.19) и вспомним, что $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$.

Задачи

1. Кинетическая энергия протона 47 Мэв , а энергия покоя 938 Мэв . На сколько процентов увеличилась масса протона?
2. «Разбегание» галактик кажется несовместимым с обобщенным принципом однородности. Как теория стационарной Вселенной решает эту проблему?
3. Во сколько раз увеличится плотность тела, если оно движется со скоростью v ? (Размеры, перпендикулярные направлению движения, не сокращаются.)
4. В какую сторону смещается видимое положение звезд при искривлении световых лучей вблизи Солнца: по направлению к Солнцу или от Солнца?
5. Медленнее или быстрее будут идти часы на вершине горы по сравнению с такими же часами у подножия?
6. Рассмотрим искусственный спутник Земли, движущийся по орбите на высоте 100 км над поверхностью Земли. Как будут идти часы на борту этого спутника, быстрее или медленнее покоящихся часов на той же высоте?
7. Выразите скорость через P , W и c . (Формула должна быть релятивистски правильной; P — импульс, W — полная энергия, включая энергию покоя.)
8. Сколько микрограммов теряет благодаря испусканию света за год лампочка в 100 вт ?
9. Скорость тела такова, что его масса возросла на 10% .
 - а) Как уменьшится его длина в направлении движения?
 - б) Если его энергия покоя равна W_0 , то чему равна его кинетическая энергия?
10. Энергия покоя протона равна 938 Мэв . Рассмотрим протон, движущийся со скоростью, вдвое меньшей скорости света.
 - а) Какова его кинетическая энергия (в Мэв) с точки зрения классической механики?
 - б) Какова его кинетическая энергия (в Мэв) с точки зрения релятивистской механики?

11. Поток солнечной энергии на Землю составляет 2 кал/см^2 в 1 мин. Какое количество солнечной массы в граммах достигает поверхности Земли за год? Можно ли отсюда сделать вывод, что Земля становится тяжелее?

12. Кинетическая энергия электрона равна 1 Мэв . Масса покоя $0,5 \text{ Мэв}$. Чему равно отношение его инертной массы к его массе покоя?

13. Представьте себе ракетный двигатель, который сообщал бы кораблю постоянное ускорение $2g$ (по измерениям пассажиров) в течение одного года. Релятивистская формула, соответствующая классической $v=at$, имеет вид

$$v = \frac{at}{\sqrt{1 + \frac{a^2 t^2}{c^2}}}$$

Каким будет коэффициент замедления хода часов для пассажиров этой ракеты к концу года?

14. Наблюдателю, покоящемуся относительно частицы A , кажется, что эта частица распадается, испуская вправо со скоростью $v=0,5c$ частицу B . Допустим, что мы наблюдаем то же событие, когда частица A движется вправо со скоростью $v_A=0,4c$. Какую тогда скорость мы измерим у частицы B ? (Мы видим, что частица A в момент распада движется вправо.)

15. Сколько требуется расщепляющегося материала для 20-килотонной атомной бомбы?

16. Кинетическая энергия пиона составляет 35 Мэв . Во сколько раз увеличится его период полураспада? Энергия покоя пиона равна 140 Мэв .

17. Релятивистская формула для импульса имеет вид $P=Mv$. Используя формулу (11.11), покажите, что $c^2 P^2 = W^2 - (M_0 c^2)^2$.

18. Энергия покоя K -мезона (каона) равна 495 Мэв . Рассмотрим пучок каонов с энергией 330 Мэв . Найдите:

- полную энергию каона;
- массу покоя в g ;
- скорость;
- отношение M/M_0 ;
- наблюдаемый период полураспада этих каонов, если период полураспада покоящихся каонов равен 10^{-8} сек .

19. Рассмотрим пучок пионов, движущихся с одной и той же скоростью. Средний период полураспада пионов в пучке на 67% превышает период полураспада покоящихся пионов; иными словами, $T'/T=5/3$. Энергия покоя пионов равна 140 Мэв . Найдите:

- кинетическую энергию каждого пиона в пучке;

- б) скорость пионов;
- в) отношение массы пиона в пучке к его массе покоя;
- г) чему равно P/M_0c (P — импульс, M_0 — масса покоя).

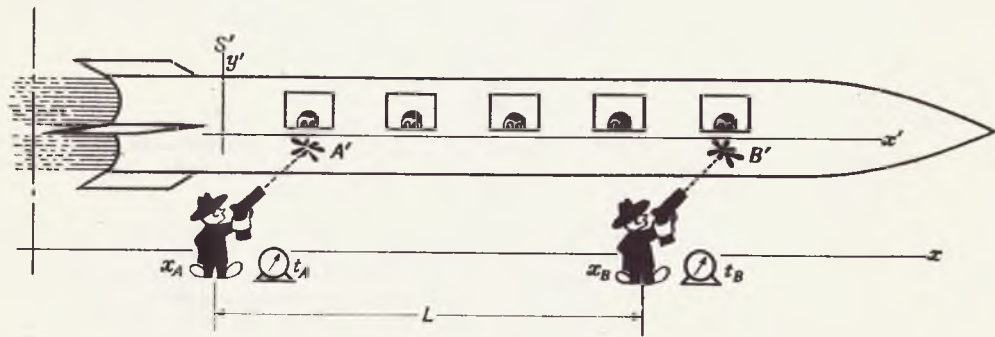
20. В эксперименте Майкельсона—Морли смещению на одну интерференционную полосу соответствует разность хода $4 \cdot 10^{-5}$ см. Какое наблюдалось бы смещение при повороте прибора на 90° , если длина плеча интерферометра 10 м, а скорость относительно эфира 30 км/сек?

21. Для частицы с массой покоя M_0 и скоростью v укажите наибольшую из следующих величин: $\frac{1}{2} M_0 v^2$, $\frac{1}{2} Mv^2$, или кинетическая энергия частицы.

22. Космический корабль S' движется со скоростью $v=0,6c$ вдоль оси x в положительном направлении (фиг. 255). На расстоянии 5 м от оси x находятся два чернильных пистолета. Оба пистолета стреляют одновременно по часам A и B , находящимся в точках x_A и x_B . Заряды пистолетов A и B делают кляксы соответственно на последнем и первом окнах, A' и B' , корабля. Наблюдатели на Земле утверждают, что между окнами A' и B' 5 м.

- а) Чему равно расстояние между окнами A' и B' по измерениям на космическом корабле (с использованием стандартной метровой линейки)?
- б) У наблюдателей на космическом корабле S' имеются часы, синхронизованные на корабле. Что обнаружат по своим часам наблюдатели A' и B' , если:
 - B стреляет раньше A ?
 - B и A стреляют одновременно?
 - A стреляет раньше B (они, конечно, учитывают время распространения света вдоль космического корабля)?
- в) Наблюдатели на S' производят точные измерения расстояния между пистолетами A и B . Каким будет по измерениям на S' это расстояние?

Фиг. 255. К задаче 22.



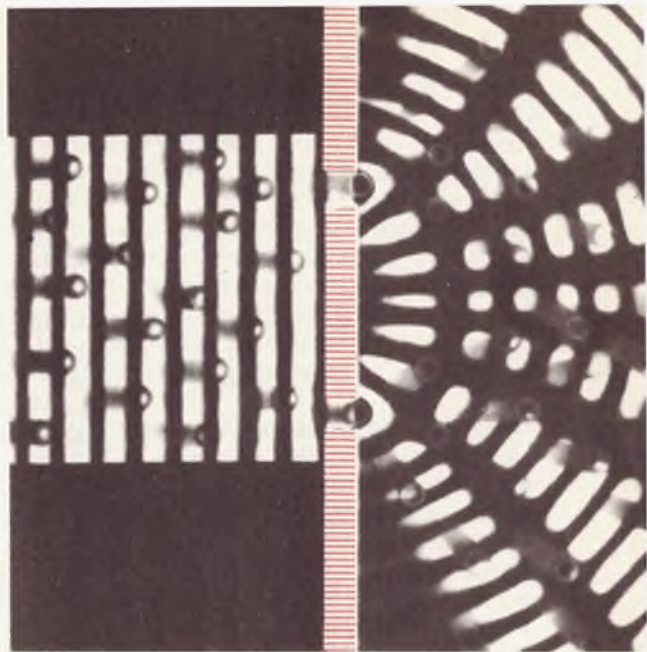
23. Допустим, что Вселенная представляет собой сферу радиусом R и имеет среднюю плотность 10^{-29} г/см^3 . Какова скорость разлета из этой сферы? (Интересно отметить, что ответ на эту задачу близок к наблюдаемой скорости разбегания галактик на расстоянии R .)

24. Можно показать, что если источник света с частотой f удаляется со скоростью v от стационарного наблюдателя, то этот наблюдатель измерит более низкую частоту f' (красное смещение)

$$f' = \frac{1 - v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} f.$$

- а) Если наблюдатель удаляется со скоростью v от покоящегося источника света, то какой будет в этом случае формула для частоты f' ?
- б) Если источник света движется со скоростью v в направлении к наблюдателю, то какой будет в этом случае формула для частоты f' ? (v всегда положительная величина.)





ГЛАВА 12

КВАНТОВАЯ
ТЕОРИЯ

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ § 1. Основные результаты классической физики

НОВЕЙШЕЕ СЕГОДНЯ СТАНЕТ КЛАССИЧЕСКИМ
ЗАВТРА

До сих пор в нашем изложении не встречалась фундаментальная постоянная $h = 6,62 \cdot 10^{-27}$ эрг·сек (постоянная Планка), которая входит почти во все физические законы. Единственная причина, по которой нам удавалось столь искусно ее избегать, заключается в том, что эта постоянная не была известна до 1900 г., а изложение материала в книге до сих пор соответствовало в основном состоянию физики до начала XX века. Физика этого раннего периода носит название классической физики.

Прежде чем ввести совершенно новые представления квантовой теории, вернемся назад и обратимся к достижениям и возможным недостаткам классической физики. С помощью законов Ньютона нам удалось описать падение тел, полет снарядов и спутников Земли, Солнечную систему и другие макроскопические движения. Кроме того, ньютоновская механика дала нам законы сохранения энергии, импульса и момента количества движения.

Химия XIX столетия провозгласила, что вещество построено из молекул и атомов. На основе этого представления и законов Ньютона была создана так называемая кинетическая теория тепла, сбросившая таинственный покров с этого явления.

«Необычные» явления электричества и магнетизма нашли свое объяснение в концепции заряда и законах электричества, открытых сто лет назад и позволивших описать «необычные» взаимодействия движущихся и покоящихся зарядов. Мы называем эти законы электричества уравнениями Максвелла. Венцом достижений классической физики явилось создание в 1870 г. теории света, которая была получена Максвеллом как математическое следствие его уравнений. Это, конечно, привело к трудностям в объяснении эфира, а также в решении

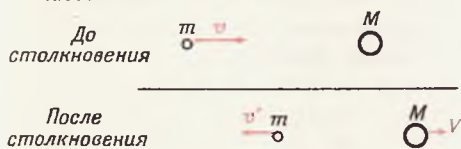
проблемы, почему влияние эфира не сказывалось в опыте Майкельсона — Морли. Объяснение было получено в 1905 г. Эйнштейном, пересмотревшим существовавшие представления о пространстве и времени. При первом ознакомлении теория относительности может показаться выходящей за рамки обычного и посягающей на «здравый смысл». Однако изучающих физику ожидает еще больший удар при знакомстве с корпускулярно-волновым дуализмом в квантовой теории.

В 1890 г. был открыт электрон, а также фотоэффект, о котором говорится в следующем параграфе. В 1910 г. Резерфорд обнаружил, что весь положительный заряд атома должен быть сконцентрирован в небольшом тяжелом ядре. Это было убедительно доказано бомбардировкой тонких металлических фольг α -частицами (т. е. ядрами гелия). Оказалось, что значительное число этих частиц отлетает в обратном направлении с очень небольшой потерей энергии. Число α -частиц, рассеянных назад, указывало на то, что заряд рассеивающих центров (атомных ядер) равен атомному номеру использованного элемента, умноженному на заряд электрона e . Как видно из примера, энергия рассеянных α -частиц свидетельствовала о том, что в ядрах сосредоточена почти вся масса атомов мишени.

Пример. Резерфорд наблюдал, что при лобовом соударении с ядрами меди α -частицы с энергией 5 Мэв они отлетают назад с энергией $3,9 \text{ Мэв}$. Вычислите отношение масс ядра меди и α -частицы.

Обозначим массы α -частицы и ядра меди соответственно через m и M . Пусть v будет начальной, v' — конечной скоростью α -частицы, а V — конечной скоростью ядра (фиг. 256). Используя законы сохранения энергии и импульса, можно получить систему двух совместных уравнений, содержащих эти величины. В соответствии с законом сохранения энергии передаваемая ядру меди энергия равна

Фиг. 256. Лобовое соударение α -частицы с массой m и атомного ядра с массой M .



$$\frac{1}{2} M V^2 = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v'^2,$$

или

$$V^2 = \frac{m}{M} (v^2 - v'^2). \quad (12.1)$$

Поскольку v' и V направлены в противоположные стороны, конечный импульс равен $MV - mv'$. Согласно закону сохранения импульса, эта величина должна быть равна начальному импульсу mv :

$$MV - mv' = mv.$$

Находя отсюда V , получаем

$$V = \frac{m}{M} (v + v'). \quad (12.2)$$

Возводя правую часть в квадрат и приравнявая ее правой части уравнения (12.1), получаем

$$\left(\frac{m}{M}\right)^2 (v + v')^2 = \frac{m}{M} (v + v')(v - v'),$$

или

$$\frac{m}{M} = \frac{v - v'}{v + v'} = \frac{1 - \left(\frac{v'}{v}\right)}{1 + \left(\frac{v'}{v}\right)}.$$

Поскольку отношение v'/v равно корню квадратному из отношения конечной и начальной кинетических энергий, то

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{3,9 \text{ Мэв}}{5 \text{ Мэв}}} = 0,882.$$

Итак, $m/M = (1 - 0,882)/1,882 = 0,0625$, или $M = 16 m$. Это означает, что масса ядра меди должна быть в 16 раз больше массы α -частицы, или ядра гелия. Полученный результат совпадает с известным отношением атомных весов, равных 64 для меди и 4 для гелия.

Физики пришли к выводу, что нельзя представить себе устойчивый атом, картина строения которого была бы совместима как с уравнениями Максвелла, так и с опытами Резерфорда. По их мнению, «большие» размеры атома следовало бы приписать орбитам электронов, окружающих положительно заряженное ядро. Эти электроны обладали бы центростремительным ускорением, а согласно уравнениям Максвелла, любой заряд, движущийся с ускорением, должен излучать энергию. Однако если бы это было так, то электроны непрерывно теряли бы энергию и вскоре упали бы на ядро. Другая трудность состояла в том, что, согласно классической теории, излучение атомов дол-

Вопрос 1. Какого типа силы вызывают рассеяние α -частиц, наблюдавшееся Резерфордом?

жно было бы характеризоваться непрерывным спектром. Между тем было известно, что возбужденные атомы обычно излучают лишь определенные дискретные частоты (т. е. линейчатый спектр). Последнее, что нуждалось в объяснении, это полная тождественность атомов одного элемента. Что заставляет электроны во всех атомах углерода двигаться в точности по одним и тем же орбитам? Подобной ситуации наверняка нет в нашей Солнечной системе и других солнечных системах.

В заключение перечислим некоторые явления, не нашедшие своего объяснения в рамках классической физики на рубеже нашего века.

1. Удельные теплоемкости газов и твердых тел, а также зависимость удельной теплоемкости от температуры (согласно данным гл. 6, § 8, удельные теплоемкости оказываются ниже предсказанных кинетической теорией).

2. Фотоэлектрический эффект.

3. Строение устойчивого атома.

4. Излучение и поглощение света атомами. Линейчатые спектры.

5. Тождественность всех атомов одного и того же элемента.

6. Спектральное распределение излучения, испускаемого нагретым телом (так называемое излучение абсолютно черного тела).

7. Радиоактивность.

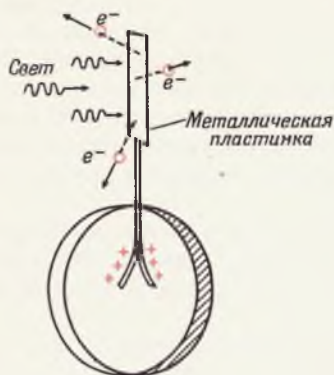
§ 2. Фотоэлектрический эффект

ВСЕ ИЛИ НИЧЕГО

Вскоре после открытия электрона было обнаружено, что при освещении некоторых металлических поверхностей с них вылетают отрицательные заряды, или электроны. Это явление получило название *фотоэлектрического эффекта*. На фиг. 257 показано, каким образом впервые был обнаружен этот эффект. К разряженному электроскопу при-

Фиг. 257. Электроскоп, соединенный с металлической пластинкой.

При попадании света на пластинку происходит испускание фотоэлектронов и листочки электроскопа приобретают положительный заряд.



креплялась металлическая пластинка. Стеkanie отрицательного заряда с пластинки наблюдалось только при включенном освещении; в этом случае электроскоп приобретал избыточный положительный заряд. Примерами современного применения этого эффекта могут служить турникеты, сторожевые сигналы, телевизионные камеры и экспонометры.

Согласно классической теории, свет представляет собой по существу переменное электрическое поле, возбуждающее колебания электрона. Можно было бы ожидать, что под его воздействием некоторые электроны будут вылетать из металла. Поскольку напряженность электрического поля увеличивается с ростом интенсивности света, можно полагать, что с увеличением интенсивности будет расти максимальная энергия испускаемых электронов. Если же интенсивность поддерживать постоянной, но увеличивать частоту, то при достаточно высоких частотах электроны должны вылетать с меньшей энергией, так как благодаря своей инерции, или массе, электрон слабее реагирует на более высокие частоты. Таким образом, классическая физика предсказывала, что энергия электронов увеличивается с увеличением интенсивности света и уменьшается с ростом его частоты. Опыты, проведенные в 1900 г., обнаружили отсутствие изменений энергии электрона с интенсивностью и увеличение энергии электронов с ростом частоты! Единственным результатом увеличения интенсивности света явилось увеличение числа испускаемых электронами.

К 1905 г. Эйнштейн дал правильное объяснение фотоэлектрического эффекта. Это объяснение, кроме того, явилось дополнительной физической интерпретацией предложенной ранее Максом Планком гипотезы. Чтобы получить математическое описание формы спектра излучения нагретых тел (излучения черного тела), Планк постулировал, что лучистая энергия переносится определенными порциями, или «квантами». Планк предположил, что энергия, переносимая све-

Вопрос 2. Допустим, что фотоэлектроны на фиг. 257 покидают металлическую пластинку с кинетической энергией 3 эв . Каков окончательный электрический потенциал металлической пластинки?

товой волной, должна соответствовать целому числу квантов, причем энергия каждого из квантов равна некоторой новой физической постоянной h , умноженной на частоту световой волны f :

$$\text{Энергия фотона } W = hf, \quad (12.3)$$

где $h = 6,62 \cdot 10^{-27}$ эрг·сек — постоянная Планка, а W — энергия отдельного светового кванта. Эти световые «частицы» были названы фотонами. Планку удалось определить величину постоянной h , которая с точностью до 1% совпадает с ее современным значением.

Пример 1. Для дальнейшего крайне полезно иметь в своем распоряжении формулу, связывающую длину волны фотона в ангстремах с его энергией $W = hf$, выраженной в электрон-вольтах:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{c}{f} = \frac{hc}{hf} = \frac{6,62 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^{10}}{hf \text{ (эрг)}} = \\ &= \frac{19,86 \cdot 10^{-17}}{1,6 \cdot 10^{-12} hf \text{ (эв)}} \\ \lambda &= \frac{12,39 \cdot 10^{-5}}{hf \text{ (эв)}} \text{ см,} \\ \lambda &= \frac{12,39 \cdot 10^3}{hf \text{ (эв)}} \text{ \AA.} \end{aligned} \quad (12.4)$$

Предупреждаем: эти формулы неприменимы для электронов и других частиц с массой покоя, отличной от нуля. Одна из опасностей, связанных с попытками «выучить» физику на память, заключается в том, что при этом упускается из виду, каким образом получено то или иное уравнение и к какому классу явлений оно применимо.

Эйнштейн предположил, что при фотоэлектрическом эффекте отдельный электрон полностью поглощает в элементарном акте один фотон. Процесс происходит мгновенно, подобно столкновению двух частиц. Энергия электрона в металле в результате этого возрастает на величину hf . Смысл этого смелого предположения состоит в том, что свет в конечном итоге оказывается состоящим из частиц. Эти частицы света, или фотоны, могут поглощаться только поодиночке, и гово-

Ответ 2. $V = +3 \text{ в}$. Это означает, что электрон с энергией 3 эв замедлится до полной остановки при вылете из металлической пластинки.

Фиг. 258. Зависимость $(E_{\text{кин}})_{\text{макс}}$ от частоты для металла с работой выхода \mathcal{W} .



речь о доле фотона не имеет смысла. Развита Эйнштейном теория правильно предсказала, что энергия электрона должна возрастать с увеличением частоты света и не зависеть от интенсивности света. На первый взгляд может показаться, что кинетическая энергия вылетающих электронов должна быть равна hf . Однако есть два затруднения. Во-первых, большинство электронов, поглотивших фотоны, растеряют свой избыток кинетической энергии при столкновениях и не выйдут из металла. Но даже если они выйдут наружу, их оставшаяся кинетическая энергия будет, как правило, меньше hf . Во-вторых, чтобы вылететь с поверхности металла, электронам нужна определенная минимальная энергия вследствие притяжения со стороны соседних атомных ядер. Мы будем называть эту энергию «работой выхода» \mathcal{W} . Для чистого цезия работа выхода равна 1,8 эв, для меди она составляет 4,3 эв. В наиболее благоприятном случае передаваемая электрону энергия (hf) идет на компенсацию необходимой для вылета энергии (\mathcal{W}) и то, что остается, — на кинетическую энергию; иными словами,

$$hf = \mathcal{W} + (E_{\text{кин}})_{\text{макс}},$$

или

$$(E_{\text{кин}})_{\text{макс}} = hf - \mathcal{W}. \quad (12.5)$$

Мы называем эту кинетическую энергию $(E_{\text{кин}})_{\text{макс}}$, ибо в менее благоприятных случаях электроны вылетают с меньшей $E_{\text{кин}}$.

Если монохроматический свет падает на чистую поверхность металла, скажем цезия, то электроны будут вылетать с энергиями вплоть до $(E_{\text{кин}})_{\text{макс}}$. С увеличением частоты света наблюдается и увеличение $(E_{\text{кин}})_{\text{макс}}$. Если нанести результаты измерений в зависимости от f , то получится линия, изображенная на фиг. 258. Измерив наклон этой линии, можно определить постоянную Планка.

Пример 2. Фотоэлектрон выбивается из цезия с кинетической энергией 2 эв. Какова максимальная

Вопрос 3. Если частота падающего на пластинку света удвоится, не удвоится ли и $E_{\text{кин}}$ электронов?

длина волны света, который может выбить этот электрон?

$$hf = E_{\text{кин}} + \mathcal{W},$$

$$hf = 2 \text{ эв} + 1,8 \text{ эв} = 3,8 \text{ эв}.$$

В соответствии с формулами (12.4)

$$\lambda = \frac{12\,390}{3,8} \text{ \AA} = 3240 \text{ \AA}.$$

§ 3. Корпускулярно-волновой дуализм

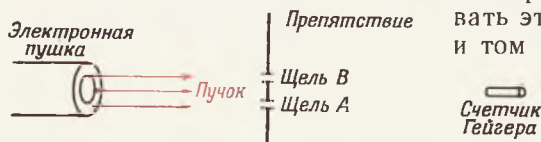
ЧАСТИЦЫ СУТЬ ВОЛНЫ, ВОЛНЫ СУТЬ ЧАСТИЦЫ

Явления, подобные фотоэлектрическому эффекту, показывают, что свет наряду с хорошо известными волновыми качествами должен обнаруживать свойства, характерные для частиц. Эти свойства света кажутся удивительными при рассмотрении интерференционного опыта Юнга на двух щелях с очень слабым источником света, который одновременно посылает в прибор лишь отдельный фотон. Отдельные фотоны могут регистрироваться фотоумножителем, работа которого основана на использовании фотоэлектрического эффекта. Воспользуемся таким фотоумножителем вместо экрана (см. фиг. 221, стр. 309). Расстояние от источника до экрана по порядку величины равно 100 см, так что каждый фотон «проводит» в приборе

$$t = \frac{s}{v} = \frac{100 \text{ см}}{3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек}} = 3 \cdot 10^{-9} \text{ сек}.$$

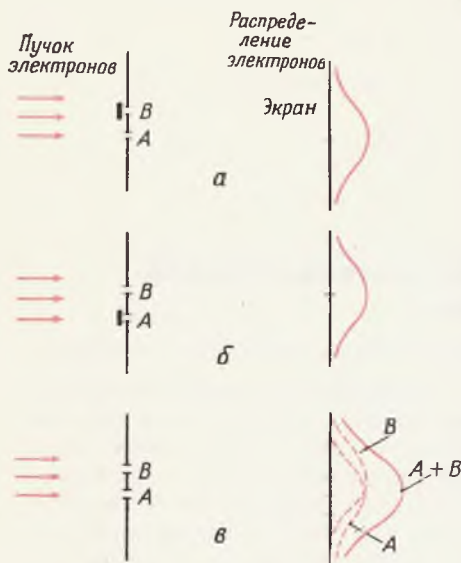
Если время между отсчетами фотоумножителя превышает это значение, то на двойную щель фотоны попадают поодиночке. Такой эксперимент можно провести, и интерференционная картина оказывается прежней. Каким же образом один фотон может пройти через две щели? Если переформулировать этот вопрос, то каким образом в одном и том же эксперименте свет может обнару-

Фиг. 259. Идеализированный эксперимент, иллюстрирующий волновые свойства электронов.



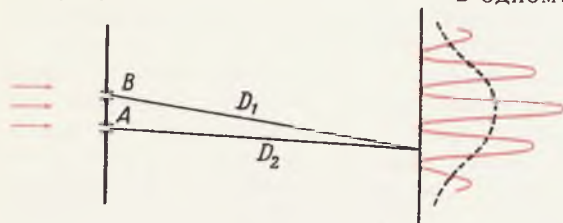
Фиг. 260. Распределение электронов согласно классической физике.

a — открыта только щель *A*; *б* — открыта только щель *B*; *в* — открыты обе щели.



Фиг. 261. Распределение электронов согласно квантовой теории.

Красная кривая — наблюдаемое распределение; пунктирная кривая — классическое распределение.



живать и корпускулярные и волновые свойства? Этот вопрос едва ли не самый важный во всей физике, и мы попытаемся ответить на него в последующих параграфах. В настоящее время мы знаем, что эта взаимосвязь частиц и волн, или корпускулярно-волновой дуализм, существует у всех частиц и волн и представляет собой основной принцип современной квантовой теории. Требование того, чтобы материальные частицы имели такие же волновые свойства, что и фотоны, поначалу может показаться весьма неестественным. Прежде чем разъяснить, что мы понимаем под волнами, сопоставляемыми любой частице, рассмотрим мысленный эксперимент (фиг. 259).

Пучок электронов испускается электронной пушкой в направлении препятствия с двумя щелями *A* и *B*. По другую сторону препятствия находится счетчик Гейгера, который регистрирует ежеминутно 100 электронов, проходящих через щель *A* (щель *B* закрыта). Скорость счета от щели *B* также равна 100 отсчетам в 1 мин. Если сначала открыть только щель *A*, а затем постепенно открывать щель *B*, то следует ожидать, что (в соответствии со здравым смыслом и всем, что нам было до сих пор известно) скорость счета по мере открывания щели *B* будет постепенно увеличиваться от 100 до 200 отсчетов в 1 мин. Однако в зависимости от положения счетчика может получиться постепенное *уменьшение* от 100 отсчетов в 1 мин до нуля! Каким образом открывание щели *B* может повлиять на те электроны, которые, казалось бы, прошли через щель *A*?

Здравый смысл терпит поражение еще в одном: можно найти такое положение

Фиг. 262. Экспериментальная установка для получения интерференционной картины от двух щелей в случае электронов.



счетчика, в котором скорость счета при открывании щели B увеличивается от 100 до 400 отсчетов в 1 мин. Таким образом, электронов оказывается как бы в 2 раза больше, чем при непосредственном сложении отдельных эффектов обеих щелей.

На фиг. 260 изображено ожидаемое распределение электронов в месте расположения счетчика в соответствии с классической механикой, а на фиг. 261 — истинное экспериментальное распределение. Отметим, что это экспериментальное распределение интенсивности электронов носит тот же характер, что и картина интерференции световых волн от двух щелей. При $D_1 - D_2 = N\lambda$ располагается интерференционный максимум, а $D_1 - D_2 = (N + 1/2)\lambda$ соответствует минимуму интенсивности. Как мы вскоре увидим, длина волны электронов значительно меньше длины волны видимого света. Поэтому провести опыт Юнга с электронами удастся не без труда. Экспериментальная установка изображена на фиг. 262, а на фиг. 263, а изображен результат. Каждый электрон в месте попадания на пленку создает черную точку. Фотография двойной щели получена в результате попадания на пленку многих тысяч электронов. Для сравнения на фиг. 263, б приведена типичная картина интерференции света от двух щелей.

Каким же образом электрон, который мы представляем себе как частицу с определенной массой и зарядом, может в то же самое время быть волной? На эту возможность в действительности впервые указал в 1924 г. Луи де-Бройль в своей диссертации на соискание ученой степени доктора философии. Де-Бройль предположил, что все частицы должны обладать волновыми свойствами, подобными волновым свойствам света.

Физическая интерпретация корпускулярно-волнового дуализма заключается в том, что интенсивность сопоставляемой частице волны в любой заданной точке оказывается пропорциональной вероятности найти частицу в этой точке.

Ответ 3. Нет.

$$\frac{(E_{\text{кин}})_2}{(E_{\text{кин}})_1} = \frac{2hf - \mathcal{W}}{hf - \mathcal{W}}$$

Это и есть то, что мы понимаем под корпускулярно-волновым дуализмом. Термин *дуализм*, по-видимому, очень неудачен. Смысл его заключается в том, что между корпускулярными и волновыми характеристиками любой частицы (или волны) существует определенная связь, отмеченная выше курсивом. Де-Бройль ввел количественное соотношение между длиной сопоставляемой частице волны и импульсом частицы:

$$\text{Соотношение де-Бройля} \quad \lambda = \frac{h}{P}. \quad (12.6)$$

Это соотношение справедливо для любой частицы с импульсом P .

Пример 1. Исходя из соотношения де-Бройля, получите формулу $W=hf$ для частиц с массой покоя, равной нулю (подчеркнем, что эта формула справедлива только для частиц с нулевой массой покоя).

В релятивистском случае $P=Mv$ и $M=W/c^2$. Поэтому $P=Wv/c^2$. Для частицы с массой покоя, равной нулю, $v=c$ и поэтому $P=W/c$. Подставляя в (12.6), получаем

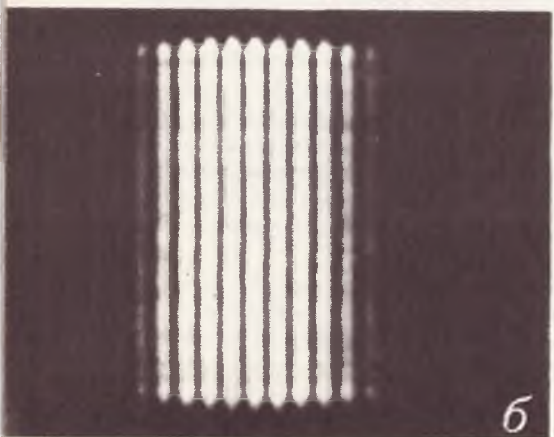
$$\lambda = \frac{h}{W/c}, \quad \text{или} \quad W = h \frac{c}{\lambda} = hf.$$

Формула (12.6) непосредственно и однозначно связывает волновую характеристику в левой части с корпускулярной характеристикой в правой части. Множитель пропорциональности h представляет собой постоянную Планка. Она уже встречалась ранее в таких явлениях, как излучение черного тела, фотоэлектрический эффект и спектр атома водорода.

Корпускулярно-волновой дуализм породил ряд недоуменных вопросов. Допустим, что электроны вылетают из пушки поодиночке. Тогда, согласно волновым представлениям, каждому электрону сопоставляется цуг волн, или волновой пакет, распределяющийся равным образом между обеими щелями. Однако, поместив за щелью A счетчик Гейгера, камеру Вильсона или какой-либо иной детектор частиц, мы убедимся, что в природе никогда не реализуется половина электрона. Мы регистрируем либо всю частицу целиком, либо не регистрируем ее

Фиг. 263. Интерференционная картина от двух щелей: электроны (а) и свет (б).

Каждое зерно на фотографии образовано отдельным электроном или отдельным фотоном.

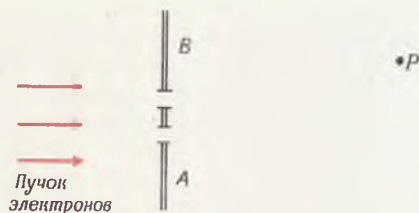


вообще. В этом сущность атомизма, который совместим с гипотезой о том, что интенсивность волны за щелью A характеризует вероятность найти один (целый) электрон в этом месте. Более того, если детектор поместить за щелью A , то интерференционная картина сгладится и получится классический результат. Чтобы детектор зарегистрировал электрон, последний должен взаимодействовать с ним. Согласно квантовой теории, в этом случае мы будем иметь новую электронную волну, исходящую из точки взаимодействия и создающую картину, характерную как раз для отдельной щели. С другой стороны, если электрон появляется на экране, не будучи зарегистрирован детектором за щелью A , то в этом случае мы знаем, что соответствующая волна должна была пройти только через щель B . Таким образом, наличие детектора изменяет результат, превращая интерференционную картину (см. фиг. 261) в классическую (см. фиг. 260). Многие физики, в том числе и Эйнштейн, пытались придумать такой опыт, в котором открывание щели для отдельных электронов не нарушало бы интерференционной картины. Однако все попытки потерпели неудачу.

Но все-таки, что же это такое, электронные волны? Нам следует ответить подобно тому, как мы это делали в случае фотонов. Электромагнитные волны свободно распространяются в пустом пространстве. В отличие от механических волн в этом случае не существует среды, в которой происходило бы волновое движение. Физики обозначают амплитуду волны, соответствующей частице, буквой ψ . Интенсивность пропорциональна квадрату абсолютной величины амплитуды, или $|\psi|^2$. Следовательно, величина $|\psi(x)|^2$ пропорциональна вероятности найти частицу в точке x . Амплитуда $\psi(x)$ не имеет непосредственного физического смысла. В этом смысле того, в чем происходит волновое движение, не существует. С точки зрения математики проблемы квантовой механики решаются совершенно аналогично тому, как решаются задачи о волнах на поверхности

Вопрос 4. Предположим, что за щелью A помещен тонкостенный счетчик Гейгера. Как только электрон проходит щель A , детектор дает отчет, а электрон пролетает через счетчик на экран. Если счетчик выключен (но не убран), какой будет картина на экране?

Фиг. 264. Распределение интенсивности электронов на экране в примере 2.



воды или другие классические волновые проблемы. Классические волны и волны частиц описываются математически уравнениями одного и того же вида. Но в классическом случае амплитуда волны непосредственно наблюдается, тогда как ψ нет (за исключением некоторых специальных случаев для фотона). Еще одна чуждая классике особенность квантовомеханических волн состоит в следующем. Хотя интенсивность волны всегда выражается действительным положительным числом, иногда амплитуда волны должна представлять собой комплексное число, содержащее $\sqrt{-1}$. В нашей книге мы не встретимся с примерами, которые потребовали бы использования комплексных чисел. Проиллюстрируем теперь математическую сторону несколькими простыми примерами.

Пример 2. На фиг. 264 в точке P находится счетчик Гейгера. Амплитуда волны, прошедшей через щель A и достигшей точки P , в условных единицах равна $\psi_A=2$, а в случае щели B $\psi_B=6$. Если открыта только щель A , то в точке P регистрируется ежесекундно 100 электронов. Сколько электронов регистрируется ежесекундно:

- если открыта только щель B ?
- если открыты обе щели и волны усиливают друг друга?
- если волны ослабляют друг друга?

Итак, 100 электронам в 1 сек соответствует интенсивность $\psi_A^2=4$. Следовательно, $\psi_B^2=36$ будет соответствовать в 9 раз больше частиц, т. е. 900 электронов в 1 сек. В вопросе (б) полная амплитуда волны $\psi=\psi_A+\psi_B$, или $\psi=8$. Поскольку $\psi^2=64$ в 16 раз больше ψ_A^2 , то в точке P должно регистрироваться ежесекундно 1600 электронов. В вопросе (в) ψ_A и ψ_B должны иметь противоположные знаки, чтобы ослаблять друг друга.

Следовательно, $\psi=\psi_A+\psi_B=2-6=-4$. Теперь $\psi^2=16$, т. е. в 4 раза больше ψ_A^2 . Это соответствует регистрации 400 электронов в 1 сек.

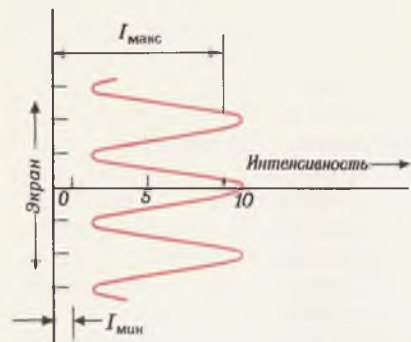
Пример 3. Какой будет картина распределения интенсивности в интерференционном опыте с двумя щелями, если щель B будет в 4 раза шире щели A ?

Очевидно, что через щель B пройдет в 4 раза больше электронов и интенсивность $\psi_B^2=4\psi_A^2$, или $\psi_B=2\psi_A$. Полная интенсивность, наблюдаемая в максимумах на экране, пропорциональна $(\psi_A+\psi_B)^2$, т. е.

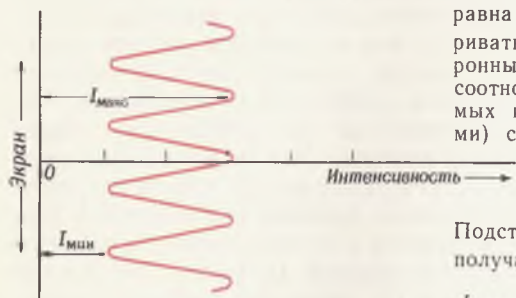
$$I_{\text{макс}} = (\psi_A + 2\psi_A)^2 = 9\psi_A^2.$$

Ответ 4. На экране будет наблюдаться классическая картина. Электроны будут взаимодействовать в счетчике Гейгера независимо от того, регистрируем мы эти акты или нет.

Фиг. 265. Распределение интенсивности электронов на экране в примере 3.



Фиг. 266. Распределение интенсивности электронов на экране в примере 4.



В минимуме интенсивности амплитуды будут вычитаться, а именно

$$I_{\text{мин}} = (\psi_A - 2\psi_A)^2 = \psi_A^2.$$

$$\text{Отношение } \frac{I_{\text{макс}}}{I_{\text{мин}}} = \frac{9}{1}.$$

Картина распределения интенсивности изображена на фиг. 265.

Пример 4. Вернемся теперь к двум щелям одинакового размера. При этом сделаем попытку определить, через какую из щелей пролетел электрон, для чего поместим за щелью A тоненький детектор. Однако допустим, что детектор несовершенен, а именно он настолько тонок, что у электрона имеется $\frac{1}{4}$ шанс из 4 проскочить его, не дав о себе знать. Какой будет в этом случае интерференционная картина?

Обозначим через ψ_A ту часть пучка, которая проскакивает через щель A , оставаясь незамеченной, и поэтому может интерферировать с электронной волной, прошедшей через щель B . Поскольку через детектор проходит лишь $\frac{1}{4}$ электронов, $\psi_A^2 = \frac{1}{4}\psi_B^2$. Пусть интенсивность электронов, зарегистрированных за щелью A и не участвующих в интерференции, равна $\psi_{A'}^2$, причем $\psi_{A'}^2 = \frac{3}{4}\psi_B^2$; $\psi_{A'}$ следует рассматривать как новый локализованный источник электронных волн, у которых нет определенных фазовых соотношений с ψ_B . В подобных случаях независимых источников (называемых также некогерентными) складываются не амплитуды, а интенсивности:

$$I = (\psi_A + \psi_B)^2 + \psi_{A'}^2.$$

Подставляя $\psi_B/2$ вместо ψ_A и $3\psi_B^2/4$ вместо $\psi_{A'}^2$, получаем

$$\begin{aligned} \frac{I_{\text{макс}}}{I_{\text{мин}}} &= \frac{(\frac{1}{2}\psi_B + \psi_B)^2 + \frac{3}{4}\psi_B^2}{(\frac{1}{2}\psi_B - \psi_B)^2 + \frac{3}{4}\psi_B^2} = \\ &= \frac{\frac{9}{4}\psi_B^2 + \frac{3}{4}\psi_B^2}{\frac{1}{4}\psi_B^2 + \frac{3}{4}\psi_B^2} = \frac{3}{1}. \end{aligned}$$

Распределение интенсивности в этой интерференционной картине показано на фиг. 266. Если убрать детектор, то интенсивность в минимумах упадет до нуля и мы получим чистую интерференционную картину от двух щелей.

Фиг. 267. Прибор для наблюдения дифракции от поверхности кристалла (а) и та же поверхность, сильно увеличенная (б).



§ 4. Дифракция электронов

СЛУЧАИ

Гипотеза де-Бройля впервые была подтверждена на опыте двумя американскими физиками — Девиссоном и Джермером, наблюдавшими в 1927 г. дифракцию электронов. Любопытно, что в этом опыте, как и в других, имевших исключительно большое значение для физики, великое открытие произошло случайно. Девиссон и Джермер не интересовались дифракцией электронов. Поначалу они даже не имели представления об этом явлении. В 1926 г. Девиссон повез в Англию (в Оксфорде в это время происходила международная конференция) некоторые полученные им предварительные результаты. Европейские ученые обратили его внимание на то, что полученные им результаты скорее можно интерпретировать как дифракцию электронов, нежели как классическое рассеяние,

которое он изучал. Спустя несколько месяцев Девиссон и Джермер получили результаты, убедительно доказавшие волновую природу электронов и позволившие определить величину постоянной Планка с точностью примерно до 1%. Они исследовали рассеяние медленных электронов от монокристалла металла, правильные ряды атомов на поверхности которого действовали подобно штрихам очень тонкой дифракционной решетки. Длина волны электронов находилась из известного расстояния между атомами.

Пример. Пучок электронов ускоряется потенциалом 100 в. Какова при этом длина волны электронов?

$$E_{\text{кин}} = \frac{P^2}{2m} = eV, \text{ где } eV = 100 \text{ эв} = 1,6 \cdot 10^{-10} \text{ эрг,}$$

$$P = \sqrt{2meV} = 5,4 \cdot 10^{-19} \text{ г} \cdot \text{см/сек,}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,62 \cdot 10^{-27}}{5,4 \cdot 10^{-19}} = 1,23 \cdot 10^{-8} \text{ см} = 1,23 \text{ \AA}.$$

На фиг. 267 изображена установка для наблюдения дифракции электронов от поверхности кристалла. В качестве детектора может использоваться сцинтилляционный экран. Определив угол θ , под которым наблюдается максимум, можно найти постоянную Планка. Как видно из фиг. 267, б, разность хода $\Delta D = d \sin \theta$ должна быть равна в первом максимуме интенсивности h/p . Следовательно,

$$\frac{h}{p} = d \sin \theta$$

и

$$h = p d \sin \theta.$$

Вскоре после появления в 1924 г. идеи де-Бройля английский физик Томпсон приступил к систематическому исследованию дифракции электронов. Его метод исследования заключался в следующем: электроны с высокой энергией пропускались через тонкую металлическую фольгу. Поскольку рентгеновские лучи и электроны имеют почти одинаковую длину волны, Томпсон надеялся получить картину дифракции электронов, сходную по внешнему виду с известной ранее дифракционной картиной рентгеновских лучей. В 1928 г. в распоряжении Томпсона имелась дифракционная картина электронов, выглядевшая почти так же, как картина дифракции рентгеновских лучей. Любопытно, что «случайные» обстоятельства дали результаты раньше, нежели тщательное изучение и обдуманый подход. Это, конечно, не может служить для читателя концепцией научного метода, однако таков истинный путь развития науки. Опыт Девиссона и Джермера являет собой хороший пример правильного научного метода. Если экспериментатор, пусть даже случайно, обнаружил непонятный эффект, его долг тщательно заняться этим эффектом, пока не будет достигнута полная ясность.

Вопрос 5. На экран падают два световых пучка. В пучке 1 ежесекундно падает в 3 раза больше фотонов, нежели в пучке 2. Определите отношение электрических полей в обоих пучках.

Нет необходимости говорить, что к настоящему времени волновые свойства электронов, нейтронов, протонов, атомов и т. д. изучены очень подробно. Волновая природа вещества сейчас твердо установлена, причем никаких отклонений от теории обнаружить не удалось.

§ 5. Принцип неопределенности

ДАЖЕ МАТЬ-ПРИРОДА ЗНАТЬ ВСЕГО НЕ МОЖЕТ

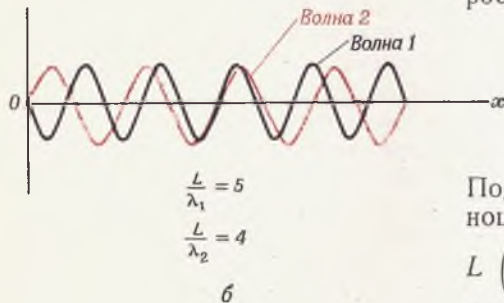
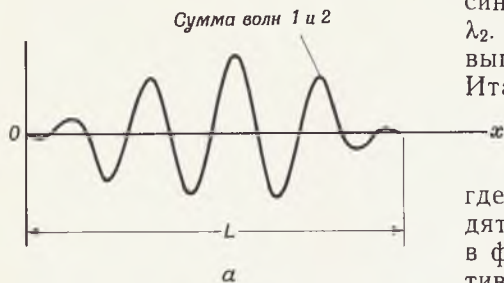
Квантовая теория привела к этому интересному следствию, которое заключается в том, что нельзя для одного и того же момента времени предсказать точные значения координаты и скорости любой частицы. Это «странное» следствие теории известно под названием *принципа неопределенности*. Сделаем крайнее предположение, что известен точный импульс частицы; это означает, что частице соответствует одна-единственная длина волны $\lambda = h/P$ и бесконечная плоская волна. Поскольку интенсивность этой волны постоянна во всем пространстве, то такую частицу с равной вероятностью можно обнаружить в любой его точке. Наоборот, если мы знаем, что частица локализована в малой области пространства, то ее волновая функция будет представлять собой волновой пакет небольших размеров, которому не соответствует единственное значение λ (или P). Таким образом, невозможно одновременно знать точные значения координаты и скорости любой частицы. Гейзенберг показал, что неопределенность импульса ΔP и величина области, в которой локализована частица Δx , должны быть связаны соотношением

$$\text{Принцип неопределенности} \quad (\Delta x)(\Delta P) \approx h. \quad (12.7)$$

Формулу (12.7) можно получить, заметив, что локализованная частица или волновой пакет в действительности представляют собой сумму большого числа чисто синусоидальных (бесконечно длинных) волн примерно с одной и той же длиной волны.

Ответ 5. Поскольку отношение интенсивностей равно $3/1$, то отношение амплитуд будет $E_1/E_2 = \sqrt{3}/1$.

Фиг. 268. Пример волнового пакета, представляющего собой суперпозицию двух чисто синусоидальных волн.



На фиг. 268, *a* жирной кривой изображен типичный волновой пакет длиной L . Отметим, что он составлен всего лишь из двух чисто синусоидальных волн с длиной волны λ_1 и λ_2 . Число периодов волны 1 на длине L превышает на единицу число периодов волны 2. Итак,

$$\frac{L}{\lambda_1} = N + 1 \quad \text{и} \quad \frac{L}{\lambda_2} = N, \quad (12.8)$$

где N — целое число. Если обе волны находятся в противофазе при $x=0$, то они будут в фазе при $x=L/2$ и снова окажутся в противофазе при $x=L$. Сумма двух таких волн, изображенных на фиг. 268, *б*. представляет собой типичный волновой пакет длиной L . Вычитая из первого соотношения (12.8) второе, получаем

$$\frac{L}{\lambda_1} - \frac{L}{\lambda_2} = 1,$$

или

$$L \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = 1.$$

Подставляя вместо $1/\lambda$ величину P/h (соотношение де-Бройля), находим

$$L \left(\frac{P_1}{h} - \frac{P_2}{h} \right) = 1,$$

$$L(P_1 - P_2) = h,$$

или

$$(\Delta x)(\Delta P) = h,$$

где $\Delta x = L$ — размеры области, в которой можно обнаружить частицу.

Если $\psi = \psi_1 + \psi_2$, где ψ_1 и ψ_2 — две чисто синусоидальные волны с длинами волн λ_1 и λ_2 , то вероятность найти частицу с моментом P_1 равна

$$\frac{\overline{\psi_1^2}}{(\psi_1 + \psi_2)^2},$$

а с моментом P_2 — равна

$$\frac{\overline{\psi_2^2}}{(\psi_1 + \psi_2)^2}.$$

Внимательный читатель может возразить

Вопрос 6. Что произойдет с дифракционной картиной при увеличении напряжения на электронной пушке, фиг. 267? Будет эта картина расширяться или сжиматься?

что влево и вправо от картины, изображенной на фиг. 268, также наблюдается усиливающая волну интерференция. Однако эти внешние волновые пакеты можно подавить, добавив большее количество волн, причем значения длин этих волн будут близки к среднему между λ_1 и λ_2 . Подобные волны не в состоянии оказаться в противофазе с центральным пакетом. Однако они будут в противофазе с более удаленными пакетами и при надлежащей подгонке могут их скомпенсировать. Подобная математическая процедура, носящая наименование фурье-разложения, требует бесконечного числа чисто синусоидальных волн и включает вычисление интегралов.

Проверим теперь принцип неопределенности, попробовав локализовать положение частицы с помощью оптического микроскопа. В этом случае положение частицы в лучшем случае можно определить с точностью до длины волны используемого света. Итак, $\Delta x \approx \lambda$. Но если теперь частица покоится, то $\Delta P = 0$ и мы приходим к нарушению (12.7)! Так ли это? Посмотрим некоторые квантовомеханические эффекты. Мы пользуемся светом, а квантовая теория учит нас, что свет состоит из фотонов — частиц с импульсом $P = h/\lambda$. Чтобы обнаружилось наличие частицы, она должна рассеять или поглотить по крайней мере один из фотонов в падающем световом пучке. Следовательно, передаваемый частице импульс может достигать h/λ . В результате в тот момент, когда частица наблюдается с неопределенностью $\Delta x \approx \lambda$, она приобретает неопределенность импульса $\Delta P \approx h/\lambda$. Перемножая эти неопределенности, мы получаем

$$\Delta P \cdot \Delta x \approx \frac{h}{\lambda} \cdot \lambda = h,$$

что подтверждает (12.7). Этот пример иллюстрирует непротиворечивость квантовой механики. Физики усердно искали противоречий, но обнаружить ничего не удалось.

Пример. Допустим, что в момент времени $t=0$ свободный электрон наблюдается в области

Ответ 6. При увеличении напряжения длина волны, а следовательно, и θ уменьшаются. Таким образом, пятно будет приближаться к электронной пушке.

$\Delta x_0 \approx 10^{-8}$ см. Как с течением времени будет расплываться волновой пакет? Чему будет равно Δx спустя 0,1 сек? 1 сек?

Разброс импульсов в волновом пакете равен $\Delta p \approx h/\Delta x_0$, а разброс скоростей $\Delta v = \Delta p/m \approx h/m\Delta x_0$. Спустя время t соответствующая неопределенность положения достигнет

$$\Delta x = \Delta v \cdot t = \frac{h}{m \Delta x_0} t.$$

Для $t = 0,1$ сек

$$\Delta x = \frac{6,6 \cdot 10^{-27}}{9,1 \cdot 10^{-28} \cdot 10^{-8}} \cdot 0,1 \approx 700 \text{ км}.$$

Мы видим, что спустя 1 сек электрон «расплылся» бы по всей территории США. С одинаковым успехом его можно было бы найти в любом пункте США. Очень быстро он был бы безвозвратно потерян.

Из приведенного примера видно, что даже при наличии по возможности полных сведений о положении и импульсе отдельной частицы эти сведения быстро тают со временем. В принципе современная квантовая теория позволяет точно вычислить волновую функцию для любого последующего момента времени, коль скоро известны начальные значения Δx и Δp для всех частиц. Но это мало помогает в предсказании будущего, поскольку очень быстро волновая функция равномерно распространяется на весь мир. И мы мгновенно теряем всякую информацию о местонахождении частиц.

Мы видим, что современная квантовая теория обеспечивает выход из созданного классической физикой затруднения философского характера. Во времена господства классической физики родилось мнение, что, зная точные значения координат и скоростей всех частиц во Вселенной в момент времени t_0 , в принципе можно было бы на основании точных физических законов предсказать будущее (и описать прошлое). Вселенная при этом представлялась единым гигантским механизмом. Основываясь на подобных аргументах, философы могли бы прийти к выводу, что все действия человека (ведь в основе его бытия лежат протоны, нейтроны и электроны) могли бы быть полностью пред-

Вопрос 7. Имеет ли место равенство $\Delta x = \Delta \lambda$ на фиг. 268?

определены. При этом, конечно, люди отдавали себе отчет, что подобные расчеты будущего или прошедшего никогда не смогут быть осуществлены из-за бесконечно большого числа частиц во Вселенной. И тем не менее подобные аргументы лишали покоя тех, кто верил в свободу воли.

Как показывает анализ принципа неопределенности, имеются более серьезные препятствия для осуществления подобных расчетов. Таким образом, физики выходят из-под власти классического детерминизма. С другой стороны, современная теория не может служить основой для доказательства свободы воли.

Нам встречались и другие примеры, в такой же степени опровергающие классический детерминизм. К примеру, согласно общепринятой интерпретации квантовой теории, нет способа установить, каким из электронов был поглощен фотон при фотоэлектрическом эффекте. В наших силах только вычислить вероятность поглощения фотона данным электроном. Аналогичная ситуация характерна и для места попадания отдельного электрона на экран (см. фиг. 261). Интерференционная картина дает нам лишь вероятность обнаружить электрон в данной точке экрана. То же самое справедливо и для распада радиоактивного ядра, например, урана. Нет способа указать момент, когда произойдет распад отдельного ядра урана. Согласно квантовой теории, все, что нам вообще может быть известно,— это только вероятность, с которой в данный интервал времени может произойти распад.

Итак, мы видим, что представления квантовой теории о микромире коренным образом отличаются от классических представлений. Если, как мы полагаем, квантовая теория верна, то нет надежды изучить явления микромира и строение вещества на основе классической физики. Поэтому в последующих главах, где речь будет идти о строении атома и связанных с ним явлениях, мы рассмотрим новые представления, введенные здесь.

Ответ 7. Нет, Δx — это неопределенность положения, которая равна L .

Задачи

1. Выразите полную энергию фотона через λ , h и c .
2. Какова длина волны (в Å) протона с энергией 1 Мэв ?
3. Фотон с энергией 2 Мэв превращается в электрон-позитронную пару. Чему равна кинетическая энергия электрона и позитрона, если они имеют одинаковые энергии?
4. Какова кинетическая энергия фотона? (Его масса покоя равна нулю.)
5. Выразите инертную или релятивистскую массу фотона через h , λ и c .
6. Пусть релятивистская масса фотона равна 10^{-15} г . Вычислите его импульс в системе CGS и длину волны.
7. Каков импульс электрона с энергией 1 эв ? Какова его длина волны (в Å)?
8. Фотон и электрон имеют кинетическую энергию, равную 1 эв . Какая из частиц имеет большую длину волны?
9. Напишите выражение для кинетической энергии нерелятивистского электрона, содержащее его массу, длину волны и постоянную Планка.
10. Каждый металл характеризуется фотоэлектрическим эффектом λ_0 . Излучение с длиной волны больше λ_0 не может вырвать электрон. Какова λ_0 для меди ($\mathcal{W}=4,3 \text{ эв}$)?
11. Фотон выбивает из металла с работой выхода 2 эв электрон с энергией 2 эв . Какова минимальная энергия такого фотона?
12. Пороговая чувствительность сетчатки человеческого глаза к желтому свету (6000 Å) составляет $1,7 \cdot 10^{-18} \text{ вт}$. Сколько фотонов падает ежесекундно на сетчатку?
13. Интенсивность волны равна квадрату ее амплитуды. Это утверждение справедливо и для волн де-Бройля в квантовой теории. Допустим, что в опыте с двумя щелями в некоторой точке экрана амплитуды волн, прошедших через щель A и щель B , равны соответственно $+3$ и $+5$, а скорость счета, если открыта только щель A , 60 отсчетов в 1 сек .
 - а) Какова скорость счета, если открыта только щель B ?
 - б) Какова скорость счета, если открыты обе щели?
14. Решить предыдущую задачу для случая, когда амплитуды от щелей A и B равны соответственно $+3$ и -5 .
15. Допустим, что в опыте по дифракции электронов на трех идентичных щелях детектор электронов находится в точке, куда все волны приходят в фазе.

- а) Какова скорость счета от трех щелей, если каждая из них в отдельности дает скорость счета 100 отсчетов в 1 сек?
- б) Если интенсивность лучка, создаваемого электронной пушкой, удвоится, во сколько раз увеличится предыдущий результат?

16. Тепловые нейтроны находятся в температурном равновесии с предметами при комнатной температуре. В этом случае $kT = 1/40$ эв. Масса нейтрона составляет $1,67 \cdot 10^{-24}$ г. Какова средняя кинетическая энергия теплового нейтрона и длина волны нейтрона с такой энергией?

17. Две очень тонкие щели раздвинуты на 0,01 мм. На эти щели падает пучок электронов с энергией 1 эв. Экран отодвинут от щелей на 10 м. Каково расстояние между соседними минимумами на экране?

18. На фиг. 269 изображена амплитуда электронной волны (случай нерелятивистской скорости). Найдите импульс, кинетическую энергию, неопределенность в положении импульса электрона, длину волны электрона.

19. В те времена, когда автор впервые узнал о нейтроне, считалось, что нейтрон состоит из электрона и протона, связанных электростатическим притяжением. Допустим, что радиус нейтрона равен 10^{-13} см.

- а) Какова величина ΔP такого электрона согласно принципу неопределенности? Электрон должен быть локализован внутри нейтрона.
- б) Наименьший средний импульс, который мог бы иметь электрон, равен $1/2 \Delta P$. Чему равнялась бы энергия такого электрона в Мэв? Используйте релятивистское соотношение

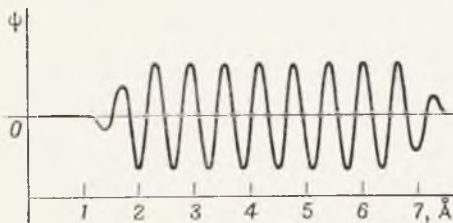
$$W = \sqrt{(m_0 c^2)^2 + P^2 c^2}.$$

- в) Какая энергия (в эв) необходима для преодоления электростатического притяжения и удаления электрона с расстояния 10^{-13} см на бесконечность?
- г) Исходя из ответов на вопросы «б» и «в», охарактеризуйте эту теорию нейтрона.

20. Фотон и отдельный свободный электрон могут сталкиваться подобно бильiardным шарам. Это явление впервые наблюдалось в 1923 г. Комптоном и носит название комптон-эффекта. Поскольку электрон отдачи уносит некоторую энергию $mv^2/2$, энергия фотона уменьшается от величины hf до hf' , где $f' < f$. Допустим, что происходит лобовое соударение (направление движения фотона меняется на 180°).

- а) Напишите уравнение для f , f' и v , основанное на законе сохранения импульса.
- б) Напишите второе уравнение для f , f' и v , основанное на законе сохранения энергии.

Фиг. 269. К задаче 18.





ГЛАВА 13

ТЕОРИЯ АТОМА

ТЕОРИЯ АТОМА § 1. Электронные волны в ящике

СВОБОДНЫЙ ЭЛЕКТРОН В ЗАТОЧЕНИИ

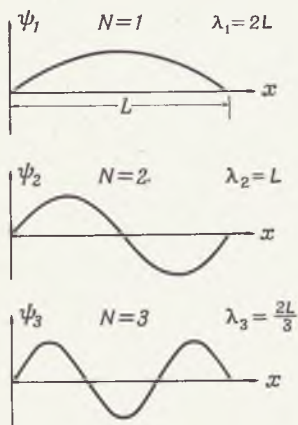
Очень грубо мы можем представить себе атом или молекулу в виде крошечного ящика, в котором заточены электроны. Существенной особенностью всех атомов и молекул является их способность удерживать электроны в ограниченной области пространства. Ящик такого рода независимо от его природы обладает рядом общих квантовомеханических свойств, которые дают объяснение классическим парадоксам: почему атом излучает лишь дискретные частоты и почему электроны в атоме не падают на ядро. Рассмотрим сначала простейший случай, когда в ящике имеется один электрон; затем перейдем к случаю, когда отдельный электрон удерживается электростатическим притяжением протона. Это не что иное, как атом водорода.

Вследствие волновой природы частиц свободный электрон, движение которого ограничено ящиком длиной L , должен вести себя подобно звуковой волне, распространяющейся то в одну, то в другую сторону в помещении с абсолютно отражающими стенками. В гл. 10 мы познакомились с картиной, возникающей при отражении бесконечной волны от конца струны или от стены. Напомним, что при отражении чисто синусоидальной волны от закрепленного конца струны возникает стоячая волна с узлом на отражающей границе (см. фиг. 212, стр. 302). Поскольку вероятность обнаружить электрон за пределами ящика равна нулю, волновая функция электрона на стенке ящика должна обращаться в нуль. Амплитуда волны находится из условия, что полная вероятность обнаружить электрон в ящике равна единице.

На фиг. 270 показано, как выглядят волновые функции электронов, движущихся вдоль оси x . В соответствии с условием обращения в нуль волновой функции электрона на стенках ящика допустимы лишь волны, у которых на отрезке длиной L уклады-

Фиг. 270. Три электронные стоячие волны низшего порядка в «ящике» размером L .

Отметим сходство со стоячими волнами на струне (см. фиг. 212).



вается целое число полуволен. Таким образом, $N(\lambda_N/2) = L$, или $\lambda_N = 2L/N$, где N — целое число больше нуля. Мы видим, что допустимы лишь определенные волновые функции, или, иначе, определенные состояния электрона. Эти условия совпадают с (10.6) для случая стоячих волн на струне. Согласно соотношению де-Бройля (12.6), электрон может иметь только определенные значения импульса $P_N = h/\lambda_N$. Используя полученное выше выражение для λ_N , найдем набор значений $P_N = Nh/2L$. Соответствующие этим импульсам энергии равны

$$W_N = \frac{1}{2} m v_N^2 = \frac{1}{2} \frac{P_N^2}{m},$$

или

$$W_N = \frac{h^2}{8mL^2} N^2. \quad (13.1)$$

Энергетические уровни в ящике

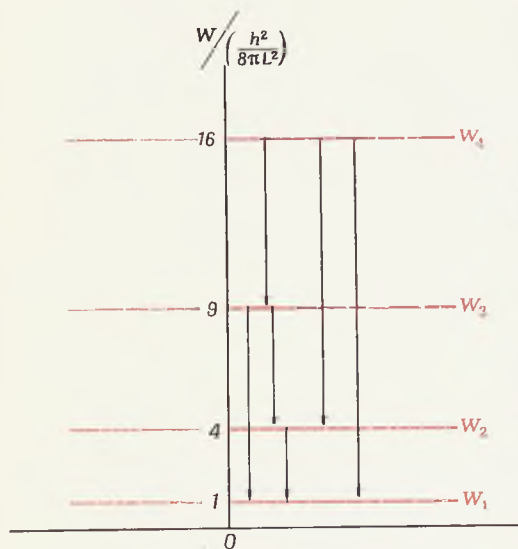
Здесь N — квантовое число, которое может быть любым целым числом, кроме нуля. Таким образом, наинижнему энергетическому состоянию, которое может занимать электрон, соответствует $W_1 = h^2/8mL^2$. Эта энергия называется нулевой. Электрон не может иметь энергию меньше нулевой ввиду отсутствия состояний с более низкими энергиями. (Единственное состояние с меньшей энергией на фиг. 270, волновая функция которого обращается в нуль на стенках, — это состояние с волновой функцией, равной нулю в любой точке ящика. Она соответствует случаю, когда электронов нет.)

В классической физике при отскоке электрона от стенок (т. е. при его ускорении) происходило бы излучение электромагнитных волн, продолжающееся до тех пор, пока кинетическая энергия не обратилась бы в нуль. Таким образом, мы начинаем понимать особенности квантовой механики, обеспечивающие устойчивость низшего энергетического состояния атома водорода (электрон не может упасть на ядро из-за отсутствия состояний с более низкой энергией).

При применении к квантовомеханическим явлениям законов электродинамики было

Фиг. 271. Диаграмма энергетических уровней электрона в одномерном ящике.

Приведены четыре нижних уровня и шесть возможных переходов.



установлено, что заряженная частица может испускать отдельные фотоны. Поскольку, однако, в ящике энергия электрона может принимать лишь определенные дискретные значения, энергии фотонов, которые будут испускаться электроном, также должны представлять собой набор дискретных значений. В соответствии с законом сохранения энергии частоты этого излучения даются формулой

$$hf = W_{N'} - W_N, \quad (13.2)$$

где $N' > N$.

Электрон с энергией $W_{N'}$ может внезапно перейти в состояние с меньшей энергией W_N , и при этом испустится фотон с энергией $(W_{N'} - W_N)$. Например, электрон в состоянии с $N=4$ может испустить фотон одной из следующих трех энергий: $W_4 - W_3$, $W_4 - W_2$ или $W_4 - W_1$. В первом случае после этого может произойти испускание фотона с энергией $W_3 - W_1$ или $W_3 - W_2$ (за которым последует переход $W_2 - W_1$). Во втором случае затем последует испускание фотона с энергией $W_2 - W_1$. Мы видим, что всего существует шесть различных возможностей или энергий фотонов, которым соответствует шесть различных частот. Итак, если в ящике первоначально находились электроны в состоянии с $N=4$, то будет испускаться спектр, содержащий шесть различных линий. Эти шесть возможных переходов изображены вертикальными стрелками на фиг. 271. Теперь мы видим, почему атомы излучают спектр только дискретных частот, а не непрерывный спектр. Это также обусловлено волновой природой вещества, согласно которой электронам можно сопоставить только определенные стоячие волны, ограниченные либо ящиком, либо областью пространства вокруг атомного ядра.

Пример. Движение электрона в направлении оси x ограничено размерами ящика 10^{-8} см. Каковы в этом случае

- нулевая энергия в эв?
- длина волны «света», испускаемого при переходе из состояния с $N'=2$ в состояние с $N=1$?

Вопрос 1. Определите длину стоячей волны с $N=4$, фиг. 271.

Согласно формуле (13.1), нулевая энергия

$$W_1 = \frac{h^2}{8mL^2} = 6,02 \cdot 10^{-11} \text{ эрг} = 37,5 \text{ эв.}$$

Энергия фотона

$$hf = W_2 - W_1 = \frac{h^2}{8mL^2} (2^2 - 1^2).$$

$$hf = 3 \cdot 37,5 = 112,5 \text{ эв.}$$

Вспользуемся формулой (12.4), которая связывает энергию фотона в эв с длиной волны в Å: $\lambda = 12390/112,5 = 110$ Å. Это излучение лежит за пределами видимого спектра, в ультрафиолетовой области.

§ 2. Атом водорода

ЯЩИК С РЫХЛЫМИ СТЕНКАМИ

До сих пор мы рассматривали лишь специальный случай, когда кинетическая энергия электрона остается постоянной в любой точке ящика. Теперь приступим к обсуждению более общего случая, когда кинетическая энергия частицы может изменяться в зависимости от ее местоположения в ящике.

По мере «падения» электрона на протон его кинетическая энергия возрастает. Как при этом ведет себя волновая функция электрона? Согласно де-Бройлю, с увеличением импульса уменьшается длина волны. В общем случае

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

или

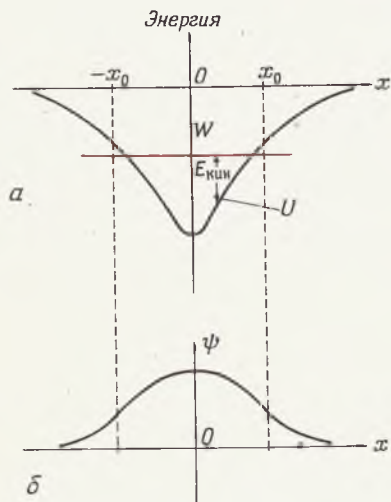
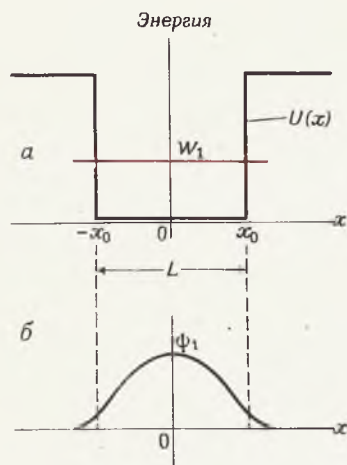
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m(E_{\text{кин}})}}.$$

Для системы, состоящей из электрона и протона W , сумма кинетической и потенциальной энергий остается постоянной. Таким образом, $E_{\text{кин}} = W - U$ и

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m(W-U)}}. \quad (13.3)$$

Ответ 1. $\lambda_4 = L/2$.

Фиг. 272. График потенциальной энергии $U(x)$ для случая ящика длиной L и волновая функция, соответствующая низшей стоячей волне.



Фиг. 273. График потенциальной энергии, сходной с потенциальной энергией электрона в атоме водорода (а), и электронная волна, соответствующая низшей энергии (б).

В случае атома водорода

$$U = -\frac{e^2}{r}.$$

Длина волны электрона в этом случае дается выражением

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m\left(W + \frac{e^2}{r}\right)}}.$$

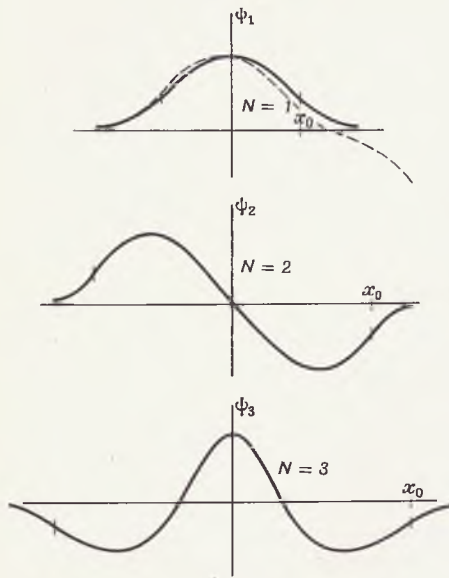
Таким образом, в общем случае, когда на частицу действует сила, мы получаем волновую функцию с непрерывно изменяющейся длиной волны. В 1925 г. Шредингер предложил уравнение, позволяющее найти такую волну¹⁾. В области больших длин волн (малые кинетические энергии) решением уравнения Шредингера является волна, выгнутая в направлении оси x . При увеличении кинетической энергии изогнутость волны возрастает. При фиксированном значении кинетической энергии такая волна является чисто синусоидальной. Уравнение Шредингера включает также формальный случай отрицательных значений кинетической энергии $W - U$ (что невозможно в классической физике). В этом случае волновая функция выгнута от оси x .

На фиг. 272, а изображен график потенциальной энергии для случая ящика длиной L . В идеальном ящике с непроницаемыми стенками $U(x)$ должна была бы обращаться в бесконечность на стенках. Это случай прямоугольной ямы с бесконечно высокими стенками, который мы рассматривали в § 1. Сейчас же мы рассмотрим прямоугольную яму со стенками конечной высоты, которая соответствует более реальной модели атома. Красной горизонтальной линией на фиг. 272, а изображена энергия стоячей волны. Обратите внимание на то, что теперь волновая функция ψ_1 не обращается в нуль на границах. При $x = x_0$ резко меняется кривизна. Вне ямы, т. е. в области

¹⁾ «Вывод» уравнения Шредингера приведен в приложении.

Фиг. 274. Три волновые функции с низшей энергией, отвечающие потенциальной энергии, изображенной на фиг. 273, а.

Пунктиром изображена ψ для энергии, несколько превышающей W_1 .



$x > x_0$, величина $W-U$ отрицательна и ψ изгибается в направлении от оси x . Внутри ямы $W-U$ постоянно ψ и положительно, что соответствует постоянной кинетической энергии. Поэтому ψ представляет собой в этой области чистую синусоидальную волну.

Сделаем еще одно приближение к реальному атому водорода и рассмотрим потенциальную энергию, изображенную на фиг. 273; $U(x)$ похожа на потенциальную энергию взаимодействия электрона с протоном или потенциальную энергию электрона в большом атоме, содержащем другие электроны.

Мы будем следовать общепринятому условию, согласно которому потенциальная энергия U равна нулю при очень больших x ; итак, $U=0$ при $x=\infty$. Следовательно, если полная энергия W отрицательна, то электрон будет связан с протоном. На графике отрицательная энергия W изображена красной горизонтальной линией. Расстояние по вертикали от этой линии до кривой равно $W-U$, или кинетической энергии. Заметим, что при $x=x_0$ кинетическая энергия равна нулю. При движении электрона в направлении $x=0$ его кинетическая энергия возрастает. Согласно классическим представлениям, область $x > x_0$ является запрещенной, ибо в этой области $W-U$, или кинетическая энергия, становится отрицательной. Соответствующая волновая функция изображена на фиг. 273, б. Отметим, что при $x=x_0$ изменяется знак кривизны и имеется отличная от нуля вероятность найти электрон в запрещенной (согласно классической физике) области $x > x_0$.

Увеличение W (красная горизонтальная линия на фиг. 273, а) сопровождается увеличением кривизны соответствующей волновой функции. Набор дискретных значений W будет определять требуемые стоячие волны, которые должны спадать до нуля при больших значениях x . На фиг. 274 изображены три стоячие волны с низшей энергией. Они соответствуют различным энергиям W_1 , W_2 и W_3 . Отметим, что с увеличением N растет и x_0 . Это проявление общего свойства ато-

Вопрос 2. Если L на фиг. 272 уменьшается, а глубина ямы остается прежней, то что произойдет с W_1 , увеличится или уменьшится?

мов — чем больше квантовое число N , тем дальше простирается электронная волна.

Рассмотрим, наконец, точную потенциальную яму, в которой электрон движется в атоме водорода. Потенциал имеет вид $U(r) = -e^2/r$ и изображен на фиг. 275. На фиг. 275 изображены энергии W_1 , W_2 и W_3 , соответствующие первым трем стоячим волнам, а также сами эти волновые функции ψ . Чтобы получить точные значения энергии уровня, надо решить уравнение Шредингера, содержащее кулоновский потенциал. Эта задача требует знания высшей математики¹⁾. Мы приведем точное решение:

Энергетические уровни водорода

$$W_N = - \left(\frac{2\pi^2 m e^4}{h^2} \right) \frac{1}{N^2}, \quad (13.4)$$

где N — любое целое число больше нуля. Обычно принимают, что потенциальная энергия обращается в нуль при бесконечном удалении друг от друга двух зарядов, и в соответствии с этим разрешенные значения энергии считают отрицательными. Волновая функция электрона в атоме водорода несколько отличается от изображенной на фиг. 274 по следующим причинам.

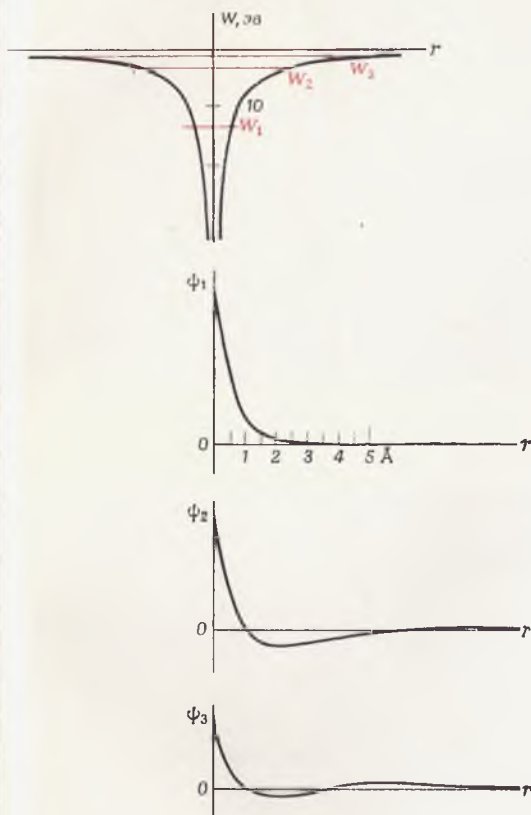
В действительности эта функция должна быть трехмерной, а вид $U(r)$ должен несколько отличаться от изображенного на фиг. 273. Фиг. 276 представляет собой попытку показать, каким «выглядел» бы атом водорода, если бы можно было его увидеть²⁾.

¹⁾ Приближенное решение приводится в приложении.

²⁾ Иногда можно услышать, что картину атома невозможно нарисовать или что эти электронные облака не соответствуют действительности в том смысле, что они никогда не наблюдались. На самом деле при наблюдении электрона он проявляет себя не расплывчатым, а локализованным объектом. Однако эти электронные облака могут наблюдаться и, следовательно, реальны. В принципе распределение заряда в атоме определенного типа можно было бы измерить подобно тому, как измеряется распределение заряда внутри протона или нейтрона. Как будет видно из гл. 15, это делается путем рассеяния пучка электронов и тщательного измерения распределения рассеянных электронов.

Ответ 2. W_1 будет увеличиваться.

Фиг. 275. График потенциальной энергии электрона в атоме водорода. Показаны первые три энергетических уровня и три волновые функции водорода, соответствующие этим уровням (для $l=0$).



Вопрос 3. Допустим, что пунктирная линия на фиг. 274 проведена для энергии, несколько меньшей W_1 . Как выглядела бы в этом случае ψ , если при $x = -\infty$ она равна 0?

Показана плотность заряда электрона или квадрат амплитуды волны. Вспомним, что вероятность найти частицу равна квадрату амплитуды сопоставляемой ей волны. На фиг. 276 электроны изображены в виде облака, плотность которого пропорциональна интенсивности волны. Они выглядят подобно клубам табачного дыма. Как будет видно из § 6, фотографии, отвечающие $N=2$ и $N=3$, близки к распределениям внешних электронов в атомах от лития до натрия.

Орбитальный момент количества движения

В классической физике планетарная орбита с данной энергией может иметь любой момент количества движения от нуля до mvr , где v — скорость кругового движения, а r — радиус круговой орбиты с определенной энергией [см. формулу (5.1)]. Однако вследствие квантовой природы вещества момент количества движения микрочастицы, подобно ее энергии, может принимать только определенные дискретные значения. Строгое вычисление квантованных значений момента количества движения потребует использования уравнения Шредингера и высшей математики. Мы можем, однако, получить некоторое представление о происходящем с помощью следующих рассуждений. Фиксируем некоторое значение r и проследим стоячую электронную волну по мере того, как совершается полный оборот по окружности $2\pi r$. Вдоль этого пути ψ может увеличиваться и уменьшаться наподобие синусоидальной волны. Но если ψ должна приобретать прежнее значение при возвращении в исходную точку, то на этом пути должно уложиться целое число длин волн.

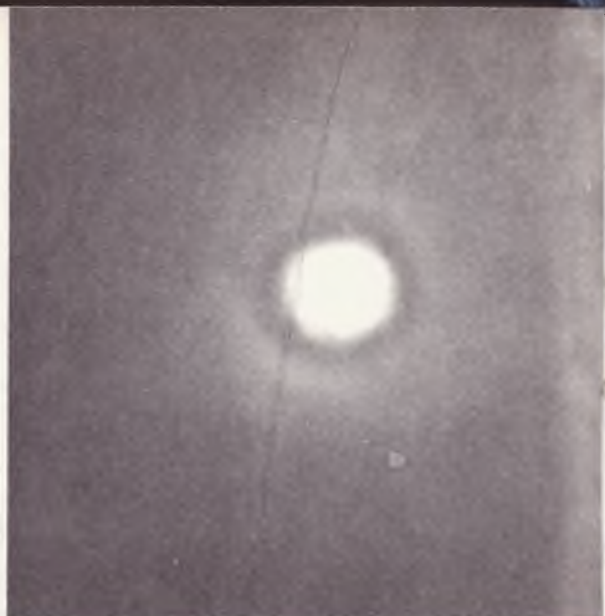
Обозначим это число l . Тогда $2\pi r = l\lambda$. Но $\lambda = h/P_l$, или $2\pi r = l(h/P_l)$ и $rP_l = l(h/2\pi)$, причем rP_l — момент количества движения.

Мы получили чрезвычайно общий результат: *орбитальный момент количества движе-*



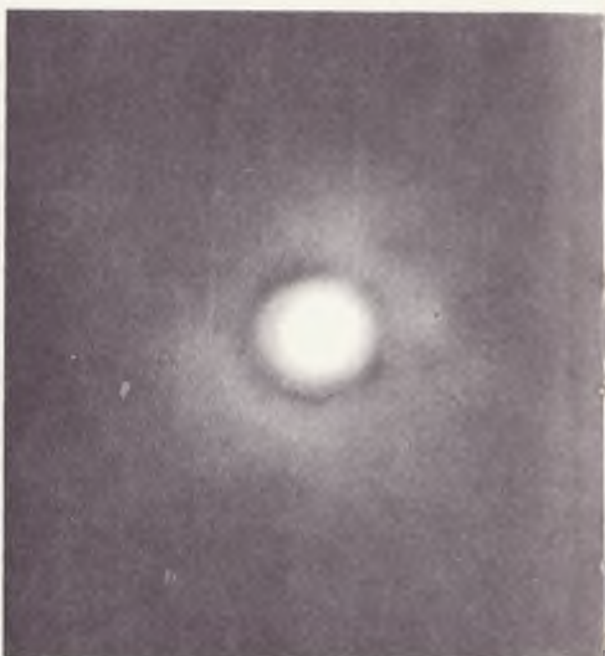
1 \AA

Вид сверху
 $N=1, l=0, m_l=0$
Вид сбоку



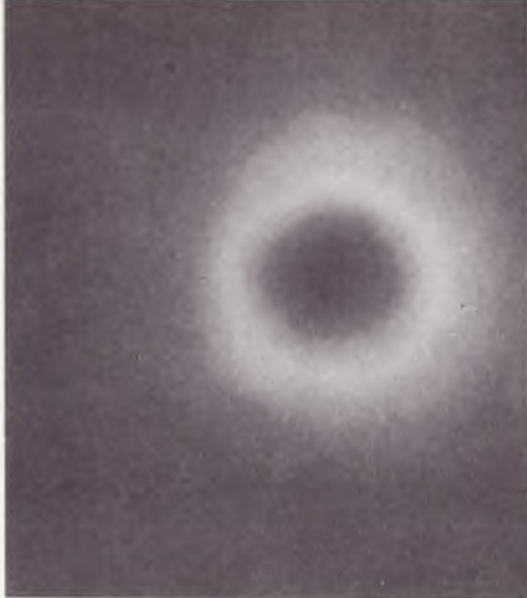
1 \AA

Вид сверху
 $N=2, l=0, m_l=0$
Вид сбоку

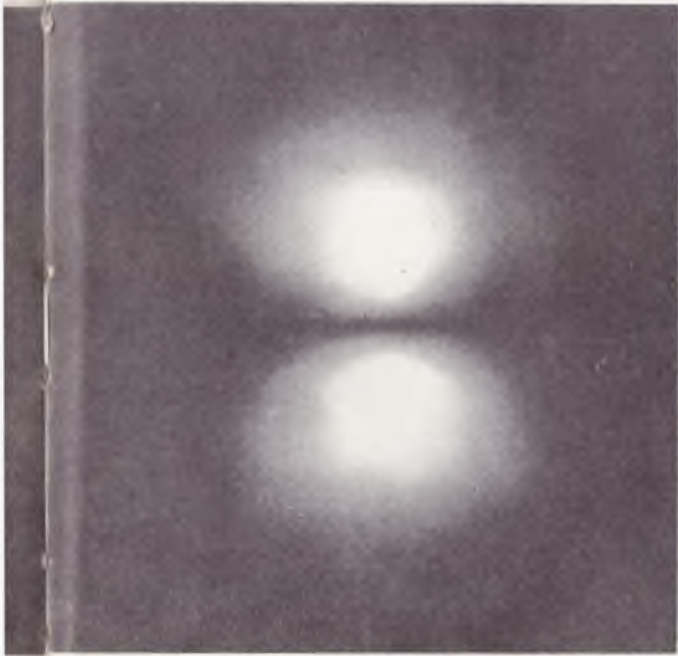




1 \AA
 Вид сверху
 $N=2, l=1, m_l=0$
 Вид сбоку

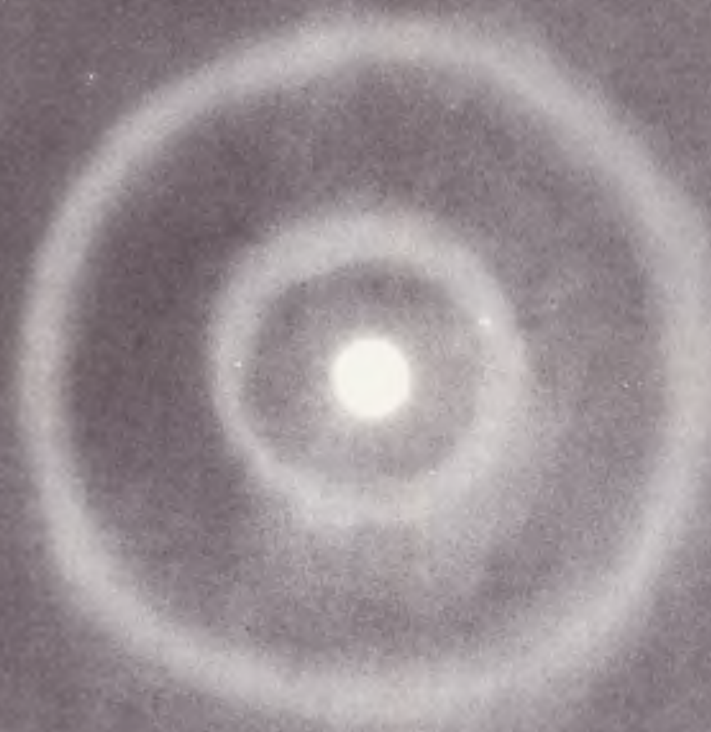


Вид сверху
 $N=2, l=1, m_l=\pm 1$
 Вид сбоку
 1 \AA



Фиг. 276. Интенсивности волн (плотности заряда), отвечающие низшим состояниям электрона в атоме водорода.

Эти фотографии представляют собой проекции на плоскость интенсивностей волн, полученные при решении трехмерного уравнения Шредингера. Даны вид сбоку и сверху для состояний с различными значениями N , l и m вплоть до $N=3$.



Вид сверху и сбоку
 $N=3, i=0, m_l=0$

1 Å
←→

Фиг. 277. Пространственное квантование вектора момента количества движения в терминах квантовых чисел l и m_l .



ния может принимать лишь значения $lh/2\pi$, где l — любое положительное целое число, включая нуль. Максимально допустимое значение l определяется соотношением $l = 2\pi r/\lambda_l$ или минимальной длиной волны λ_l ; последняя в свою очередь определяется максимальной кривизной, которую может иметь волна. Кривизна же зависит от того, насколько большой может оказаться кинетическая энергия (см. фиг. 274, 275). Как и следовало ожидать, число колебаний этих «круговых волн» с длиной волны λ_l не может превышать числа колебаний «радиальных волн», изображенных на фиг. 275. Таким образом, максимально возможное значение l равно $(N-1)$.

До сих пор речь шла лишь о величине вектора момента количества движения. Как можно предположить, квантуется не только величина, но и направление момента количества движения. Направление задается другим квантовым числом, m_l , которое может принимать любое целочисленное значение в интервале от $-l$ до $+l$. Физический смысл m_l заключается в том, что $m_l h/2\pi$ представляет собой величину проекции вектора момента количества движения на заданное направление (обычно называемое осью z).

На фиг. 276 в качестве такого направления выбрано направление вверх по вертикали. На фиг. 277 показано, как выглядел бы вектор момента количества движения в классической физике (θ — угол между вектором момента и осью z). Квантованные значения угла θ определяются из соотношения

$$\cos \theta = \frac{m_l \frac{h}{2\pi}}{l \frac{h}{2\pi}} = \frac{m_l}{l}.$$

Таким образом, трехмерная волновая функция (или орбита) электрона в атоме водорода полностью задается всего тремя квантовыми числами N , l и m_l . На фиг. 276 изображено электронное облако, соответствующее

Ответ 3. Она никогда бы не пересекла ось x и при приближении x к $+\infty$ стремилась бы также к $+\infty$.

различным возможным значениям N , l и m_l вплоть до $N=3$.

Мы видим, что стоячие волны, соответствующие $N=2$, $l=0$ и $N=2$, $l=1$, выглядят совершенно по-разному; в общем случае этим состояниям соответствует различная энергия. Однако специфическая особенность кулоновского потенциала $U = -e^2/r$ состоит в том, что энергия зависит только от N и не зависит от l . Следовательно, (13.4) годится для всех значений l , соответствующих одному и тому же N . Перейдя к рассмотрению многоэлектронных атомов, мы увидим, что потенциальная энергия внешнего электрона вовсе не такая, как у заряда в поле точечного заряда ядра, и поэтому энергия помимо N должна также зависеть и от l .

Пример. Сколько различных волновых функций электрона имеется для $N=2$?

$N=2$ означает лишь два возможных значения l ($l=0$ и $l=1$). При $l=0$ единственно возможным является $m_l=0$. При $l=1$ имеется три возможных значения m_l : $+1$, 0 и -1 . Таким образом, при $N=2$ имеется три ($l=1$) плюс одна ($l=0$) волновые функции или всего четыре возможные орбиты.

§ 3. Спектр водорода

МЕТОД ПРОБ И ОШИБОК

В этом параграфе мы займемся изучением атомного спектра водорода. О теории и конструкции спектрографа см. стр. 314.

Согласно закону сохранения энергии (13.2), все линии в спектре водорода должны удовлетворять соотношению

$$hf = W_{N'} - W_N, \text{ где } N' > N.$$

Согласно (13.4),

$$W_{N'} - W_N = \frac{2\pi^2me^4}{h^2} \left(\frac{1}{N^2} - \frac{1}{N'^2} \right).$$

Таким образом,

$$hf = 13,6 \left(\frac{1}{N^2} - \frac{1}{N'^2} \right) \text{ эв.} \quad (13.5)$$

Численный коэффициент 13,6 эв получен из известных значений m , e и h .

В газообразном водороде при комнатной температуре все атомы находятся фактически в основном состоянии и не испускают света. Однако если мы нагреем газ до очень высокой температуры, то некоторые атомы окажутся возбужденными и будут находиться на уровнях с более высокой энергией. Электроны будут совершать переходы с более высоких уровней на более низкие с испусканием фотона, соответствующего разности энергий. Атом или электрон с кинетической энергией, превышающей 10,2 эв, может в процессе столкновения с атомом водорода передать ему в точности 10,2 эв из запаса своей кинетической энергии и перевести атом водорода из состояния с энергией W_1 в состояние с энергией W_2 . Отметим, что $W_2 - W_1 = 10,2$ эв.

Пример 1. Какова максимальная длина волны света для перехода в основное состояние? Приходится ли она на видимую глазом часть спектра?

Согласно (13.5),

$$hf = 13,6 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{N'^2} \right).$$

Для получения наименьшего f или наибольшей λ выберем $N'=2$:

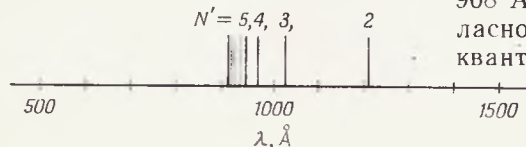
$$hf = 13,6 \left(1 - \frac{1}{4} \right) = 10,2 \text{ эв},$$

$$\lambda = \frac{12390}{10,2} = 1210 \text{ \AA}.$$

Поскольку видимая область спектра простирается от 4000 до 7500 \AA, эту линию глаз не увидит.

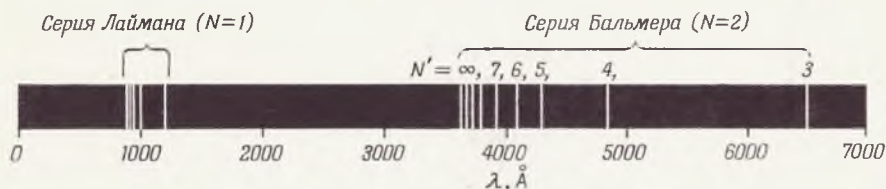
Полная серия линий, отвечающих $N=1$, образует спектр, изображенный на фиг. 278. Она носит название серии Лаймана и была открыта в 1906 г. с помощью ультрафиолетовой спектроскопии. Заметим, что спектр представляет собой бесконечную последовательность линий, сходящуюся к длине волны 908 \AA, которая соответствует $N'=\infty$. Согласно формуле (13.4), бесконечно большому квантовому числу соответствует нулевая

Фиг. 278. Линии спектра испускания водорода, принадлежащие серии Лаймана.



энергия, т. е. ионизованный атом водорода (свободный электрон и протон на больших расстояниях друг от друга). Следовательно, если атому водорода, находящемуся в основном состоянии, сообщить энергию, равную 13,6 эв, то у электрона окажется достаточно энергии, чтобы покинуть протон. Величина 13,6 в называется *ионизационным потенциалом водорода*.

Фиг. 279. Все возможные линии в спектре водорода до $\lambda=7000 \text{ \AA}$.

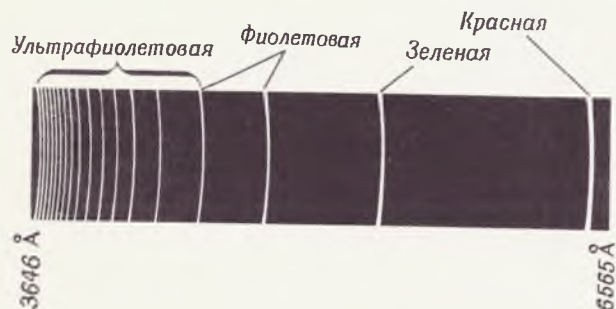


При $N=2$ четыре наименьших значения N' ($N'=3, 4, 5, 6$) соответствуют линиям, лежащим в видимой области спектра (фиг. 279 и 280). Лишь эти четыре линии в спектре водорода и были известны в 1885 г., когда швейцарский школьный учитель Иоганн Бальмер, используя подбор чисел, обнаружил следующее численное соотношение между указанными линиями:

$$f = C \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{N'^2} \right),$$

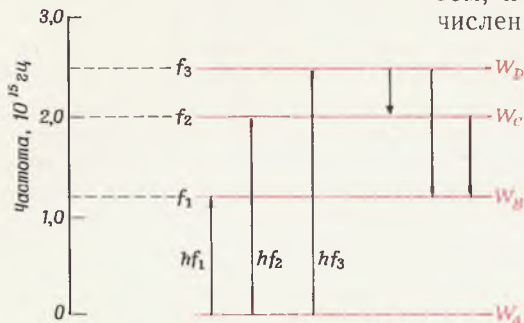
где C — постоянная, равная $3,28 \cdot 10^{15} \text{ гц}$.

Фиг. 280. Фотография водородного спектра, полученная с помощью ультрафиолетового спектрометра.



Бальмер немедленно предсказал существование пятой линии с длиной волны $3969,65 \text{ \AA}$, соответствующей $N'=7$, которая должна была находиться у фиолетовой границы видимого спектра. Кроме этой линии, очень скоро были обнаружены также другие линии, отвечающие $N' > 7$. Бальмер предположил, что член $1/2^2$ в его формуле можно заменить на $1/1^2$ или $1/3^2$, что позволило бы предсказать дополнительные линии соответственно в ультрафиолетовой и инфракрасной областях. Обе эти серии линий, обнаруженные

Фиг. 281. Шесть возможных переходов между четырьмя энергетическими уровнями (к примеру 2).



в 1906 и 1908 гг., были названы соответственно сериями Лаймана и Пашена. Таким образом, к началу нашего века был установлен численный вид формулы (13.5) и ожидалось

создание теории, на основе которой это соотношение удалось бы выразить через такие фундаментальные физические постоянные, как заряд и масса электрона. Первым это сделал в 1913 г. Нильс Бор.

Пример 2. В спектре поглощения неизвестного элемента, который мы будем называть элементом X, наблюдаются три линии с частотами $f_1 = 1,2 \cdot 10^{15}$ гц, $f_2 = 2,0 \cdot 10^{15}$ гц и $f_3 = 2,5 \cdot 10^{15}$ гц. Надо найти шесть линий, которые должны появиться в спектре испускания этого гипотетического элемента.

Для получения спектра поглощения через газообразный элемент X, атомы которого находятся в основном состоянии, пропускается сплошной спектр, в котором должны появиться темные линии. Происходит поглощение только таких частот, которые соответствуют переходам из основного состояния на уровни с более высокой энергией. Пусть W_A — энергия основного состояния, а W_B , W_C и W_D — энергии трех более высоких уровней, переходы на которые дают наблюдаемые частоты f_1 , f_2 и f_3 (фиг. 281). Переходы с W_D на W_A , с W_C на W_A и с W_B на W_A будут проявляться как в спектрах поглощения, так и в спектрах испускания. В трех переходах с W_D на W_C , с W_D на W_B и с W_C на W_B не участвует основное состояние, и они могут проявляться только в спектрах испускания. Вследствие того что $W = hf$, энергии прямо пропорциональны соответствующим частотам. Можно провести вертикальную шкалу частот и тогда для перехода $W_D \rightarrow W_C$ получим $f_3 - f_2 = 0,5 \cdot 10^{15}$ гц. Две другие частоты

$$f_{DB} = f_3 - f_1 = 1,3 \cdot 10^{15} \text{ гц}$$

и

$$f_{CB} = f_2 - f_1 = 0,8 \cdot 10^{15} \text{ гц}.$$

§ 4. Модель Бора

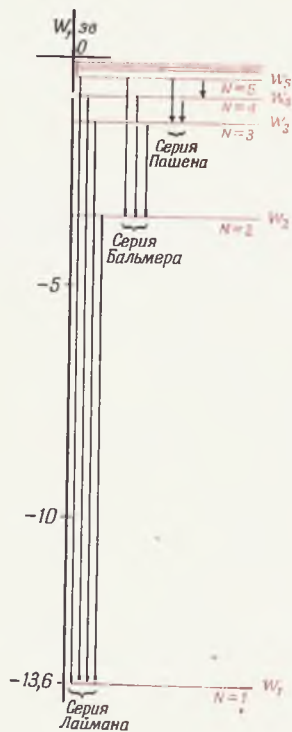
МОСТ ОТ КЛАССИКИ К СОВРЕМЕННОСТИ

Переворот в физике произошел примерно в 1926 г. в связи с быстрым развитием квантовой механики. Однако еще за тринадцать лет до этого Нильс Бор создал теорию, кото-

Вопрос 4. Сколько различных волновых функций имеется у электрона с $N=3$?

Фиг. 282. Пять низших энергетических уровней атома водорода (изображены красными горизонтальными линиями).

Частоты соответствующих квантовых переходов, или спектральных линий, пропорциональны длине вертикальных стрелок.



рая очень хорошо объясняла весь спектр водорода, а также легла в основу физической модели строения устойчивого атома. Бор связал формулу Бальмера с концепцией фотонов, принадлежавшей Эйнштейну и Планку. Он пришел к выводу, что у атома водорода должны существовать определенные энергетические уровни, и в соответствии с представлением о фотонах разность энергий этих уровней будет равна энергии фотона hf . Если формулу Бальмера умножить на постоянную Планка, то получим

$$hf = 13,6 \left(\frac{1}{N^2} - \frac{1}{N'^2} \right) \text{ эв.}$$

Это навело Бора на мысль, что энергии уровней водорода должны быть равны $W_N = -13,6 (1/N^2) \text{ эв}$. Эти энергетические уровни и соответствующие квантовые переходы, или спектральные линии, изображены на фиг. 282. Затем Бор столкнулся с проблемой вычисления энергий этих уровней целиком в рамках теории. Хотя в настоящее время ясна неправомерность теории Бора, она столь проста, а ее исторические заслуги столь велики, что мы остановимся на ней в нашей книге. Возможные орбиты электронов Бор считал аналогичными классическим круговым орбитам планет и пытался найти правило, которое допускало бы лишь определенные энергии или радиусы орбит. Придуманное им правило гласит, что момент количества движения равен

$$m\nu R = N \frac{h}{2\pi}. \quad (13.6)$$

Отметим, что боровский постулат отличался от наших современных представлений об атоме водорода в двух отношениях. Во-первых, мы знаем теперь, что концепция классических орбит несправедлива и электрон следует описывать как волну. Во-вторых, нам известно, что момент количества движения равен не $N(h/2\pi)$, а $l(h/2\pi)$, т. е. всегда меньше боровского значения. Таким образом, то обстоятельство, что теория Бора правильно описывала энергетические уровни

Ответ 4. По сравнению с $N=2$ добавляется $l=2$, благодаря которому появляется 5 возможных значений m_l . Таким образом, всего $5+4=9$ различных волновых функций.

водорода, следует считать счастливой случайностью.

Как уже известно большинству из нас по собственному опыту, правильный ответ не так уж редко удается получить на основе неправильных рассуждений. Такое случается и с великими мира сего.

Теперь мы проследим вычисления, произведенные Бором для нахождения энергетических уровней электрона в поле ядра с зарядом Ze . Согласно постулату Бора (13.6), радиус N -й орбиты равен

$$R_N = N \frac{h}{2\pi m v} . \quad (13.7)$$

Поскольку центробежная сила уравновешивается электрическим притяжением, то

$$\frac{mv^2}{R_N} = \frac{Ze^2}{R_N^2} ,$$

или

$$mv^2 = \frac{Ze^2}{R_N} = -U \quad (13.8)$$

(U — потенциальная энергия) и

$$v^2 = \frac{Ze^2}{mR_N} .$$

Если подставить правую часть формулы (13.7) в приведенное выше уравнение, то получим

$$v^2 = \frac{Ze^2}{m \left(\frac{Nh}{2\pi m v} \right)}$$

и

$$v = \frac{2\pi Ze^2}{Nh} . \quad (13.9)$$

Энергетические уровни W_N находятся следующим образом:

$$W_N = E_{\text{кин}} + U .$$

Согласно формуле (13.8), $U = -mv^2$, так что

$$W_N = \frac{1}{2} mv^2 - mv^2 = -\frac{1}{2} mv^2 . \quad (13.10)$$

Вопрос 5. Справедливо или ложно утверждение: в случае круговой боровской орбиты величина потенциальной энергии равна кинетической?

Энергетические уровни отдельного
электрона в поле ядра
с зарядом Ze

Окончательный результат получается возведением в квадрат правой части (13.9) и подстановкой полученной функции в правую часть (13.10):

$$W_N = -\frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{h^2} \frac{1}{N^2} = -13,6 \frac{Z^2}{N^2} \text{ эв.} \quad (13.11)$$

Точно такой же результат получается и в современной квантовой теории [см. (13.4)]. Модель Бора дает также простой ответ и на вопрос о размерах атомов. Формула для R_N получается путем подстановки выражения (13.9) в (13.7). В результате

Боровский радиус атома

$$R_N = N^2 \frac{h^2}{4\pi^2 Z m e^2} \quad (13.12)$$

В случае основного состояния водорода ($N=1, Z=1$) $R_1 = h^2/4\pi^2 m e^2 = 0,53 \text{ \AA}$. Этот результат хорошо согласуется с размерами электронного облака, предсказываемыми квантовой механикой (см. фиг. 276). Для состояния с $N=2$ формула Бора предсказывает в 4 раза больший диаметр орбиты, что также хорошо согласуется с фиг. 276.

Приближенное вычисление на основе современной волновой теории приведено в приложении.

Пример 1. Какова скорость электрона (в единицах скорости света) в основном состоянии атома Бора?

Деля (13.9) на c и подставляя $N=1$, получаем

$$\frac{v}{c} = \frac{2\pi Z e^2}{hc}$$

Для атома водорода $Z=1$ и $v/c = 2\pi e^2/hc = 1/137$.

Пример 2. Какова связь спектров He^+ и водорода?

Однократно ионизованный гелий (He^+) состоит из ядра гелия ($Z=2$) и одного орбитального электрона. Подстановка $Z^2=4$ в формулу (13.11) дает

$$W_N = -4 \cdot 13,6 \left(\frac{1}{N^2} \right) \text{ эв.}$$

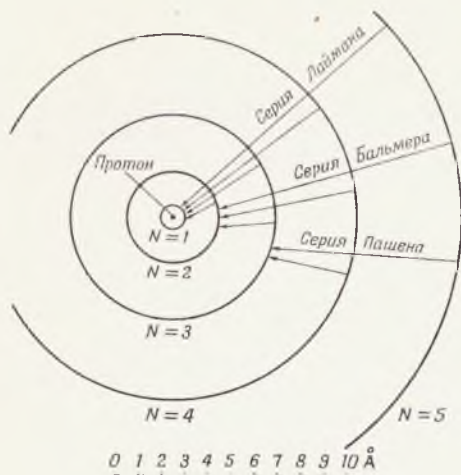
Таким образом, энергия фотонов, испускаемых He^+ ,

$$hf = 4 \cdot 13,6 \left(\frac{1}{N^2} - \frac{1}{N'^2} \right) \text{ эв.}$$

Ответ 5. Ложно. Правильное соотношение:

$$\frac{1}{2} m v^2 = -\frac{U}{2}$$

Фиг. 283. Масштабный чертеж пяти низших боровских орбит водорода, иллюстрирующий возможные переходы электрона.



Фиг. 284. Нильс Бор на лыжной прогулке в Лос-Аламосе.



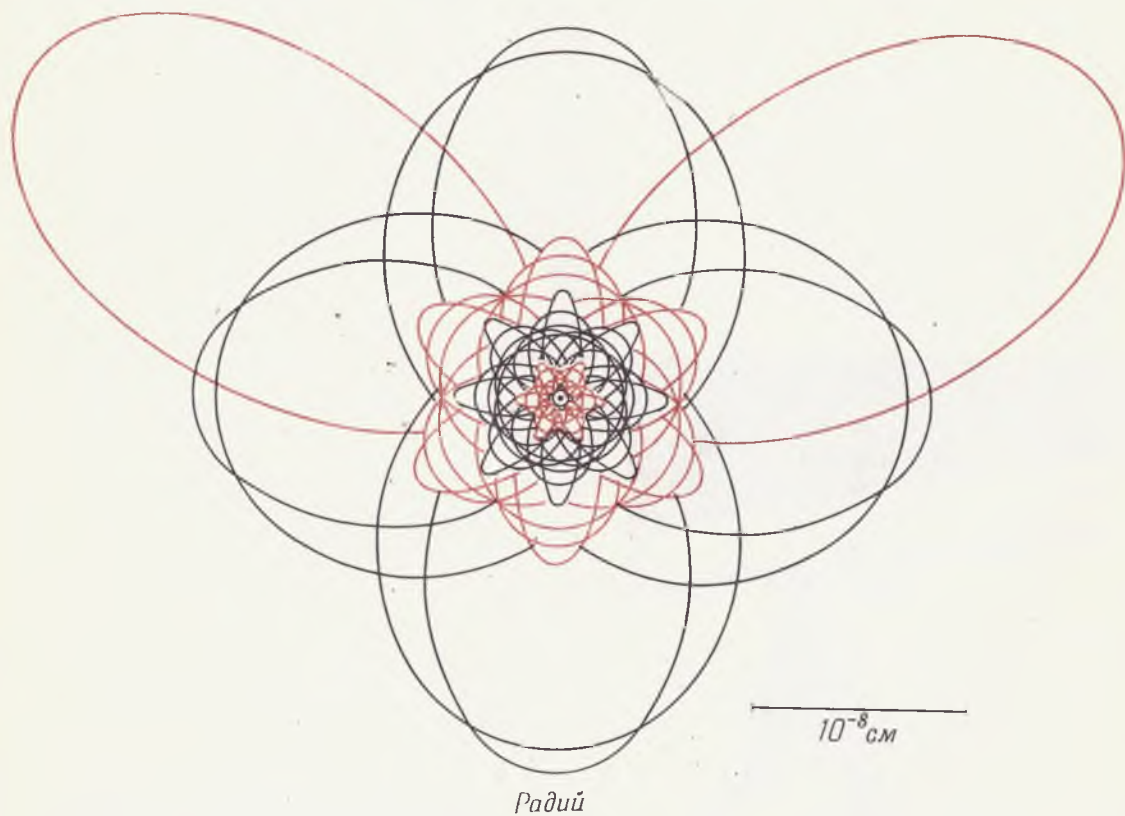
будет точно в 4 раза больше, чем в случае водорода. Аналогичным образом, умножая все частоты спектра водорода на множитель $Z^2=9$, можно из спектра водорода получить спектр Li^{++} .

Бор рассматривал излучение атома как внезапный переход электрона с внешней круговой орбиты на внутреннюю. На фиг. 283 изображены в масштабе пять низших боровских орбит водорода.

Стрелками обозначены переходы, соответствующие линиям серий Лаймана, Бальмера и Пашена в спектре водорода. Отметим, что между длиной этих стрелок и энергией фотонов нет соответствия, как на фиг. 282.

Предложенная Бором модель оказалась весьма удачной. Она предсказывает размеры атома, и эти предсказания очень хорошо совпадают с результатами экспериментальных измерений. Модель позволяет получить выражение для длин волн всех линий спектра водорода (формула Бальмера), и это выражение очень точно совпадает с экспериментом. С помощью этой модели удалось выразить численное значение постоянной в формуле Бальмера через постоянные m , e , c и h ; кроме того, физики получили в свое распоряжение наглядную модель (которая, как теперь нам известно, неправильна). Модель Бора позволяет установить, что атомное излучение возникает при переходе с одной орбиты на другую как в случае известных спектральных линий, так и в случае, когда они лежат за пределами области, доступной для регистрации существующими приборами. Кроме того, эта модель правильно предсказывает, что спектры He^+ , Li^{++} , Be^{+++} и т. д. по характеру аналогичны спектру водорода. Согласно формуле (13.11), соответствующие частоты в Z^2 раз превышают частоты в спектре водорода.

Фиг. 285. Масштабный чертеж электронных орбит некоторых атомов, выполненный в соответствии с теорией Бора (1923 г.).





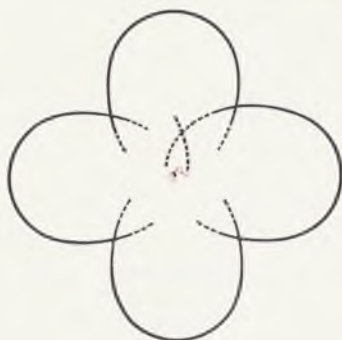
10^{-8} см
Водород



Гелий



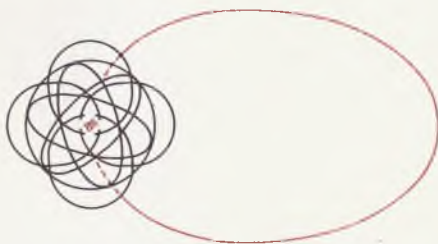
Литий



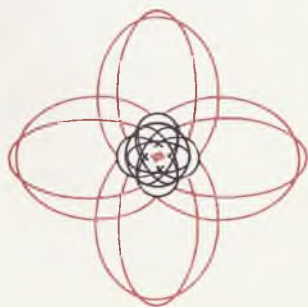
Углерод



Неон



Натрий



Аргон

Этот результат подтверждается экспериментом и современной теорией. Однако серьезным недостатком модели Бора явилось то, что на ее основе не удалось объяснить спектр неионизованного гелия, ядро которого ($Z=2$) окружено двумя электронами. Несмотря на сложность проблемы трех взаимодействующих частиц, квантовая механика позволяет решить задачу атома гелия. С помощью современной теории и электронных вычислительных машин спектр гелия был вычислен в последнее время с большой точностью и совпал с измеренным экспериментально. Физики и химики уверены, что современная квантовая механика способна в принципе объяснить все атомные спектры и все химические свойства.

§ 5. Строение атомов

«Основные физические представления, необходимые для создания математического аппарата значительной части физики и всей химии [в настоящее время], полностью известны».

П. Дирак (1929 г.)

Бор постулировал, что в многоэлектронном атоме на оболочке с $N=1$ могут находиться лишь два электрона, на оболочке с $N=2$ и на оболочке с $N=3$ — по 8 электронов, на оболочке с $N=4$ и с $N=5$ — по 18 электронов и на оболочке с $N=6$ — 32 электрона. Тем самым удалось объяснить периодичность, имеющую место в химических и физических свойствах элементов и связанную с числами 2, 8, 8, 18, 18, 32 (см. фиг. 287 и 290, а также табл. IV, стр. 551). На фиг. 285 изображены схемы этих атомов, построенные в соответствии с теорией Бора. Количество электронов на каждой оболочке было «произвольно» установлено Бором, чтобы объяснить химические свойства и ионизационные потенциалы различных элементов. Как мы вскоре увидим, Бор неправильно предсказал число электронов на оболочках с $N=3$ и $N=4$. Теория, основанная на слишком большом числе «произвольных» постулатов (например, созданная Бором

теория строения атома), не пользуется доверием у физиков. По мнению большинства физиков и философов, для природы характерна простота, и чем меньше число постулатов или фундаментальных принципов теории, тем ближе она к действительности. Наивысшее достижение нашей науки — современная квантовая теория, в основе которой лежит очень небольшое число постулатов, дает объяснение всем явлениям, относящимся к строению атома и всей химии. Поскольку в состав атома входит много электронов, мы должны первоначально выяснить, что произойдет, согласно квантовой механике, если на одно и то же место в пространстве в один и тот же момент времени претендует несколько тождественных частиц. В классической физике никакие два тела не могут занимать одновременно одно и то же пространство. Однако эта классическая концепция совершенно чужда квантовой механике: Раз электромагнитные волны могут проходить через тела, то это означает, что фотоны наверняка могут занимать то же пространство, что и другие частицы. В действительности в одном и том же квантовом состоянии может находиться любое число фотонов. Почему же тогда не все электроны в атомах находятся нормально в состоянии с $N=1$? Ведь это, без сомнения, — низшее энергетическое состояние атома.



Принцип запрета

В 1925 г. В. Паули обнаружил, что электронная структура атомов получает автоматическое объяснение, если постулировать, что одно состояние или электронная орбита могут быть заняты не более чем двумя электронами. К примеру, в случае оболочки с $N=2$ квантовое число момента количества движения l может

Фиг. 286. Вольфганг Паули.

принимать значения 0 или 1. Однако числу $l=1$ отвечают три возможных состояния, соответствующие значениям квантового числа $m_l = -1, 0$ и $+1$. Таким образом, всего имеется четыре состояния, которые при условии заполнения каждого состояния двумя электронами составляют «оболочку», содержащую всего 8 электронов. В 1925 г. принцип запрета Паули явился еще одним «произвольным» постулатом.

Спин электрона

Однако в 1926 г. было установлено, что у каждого электрона имеется врожденный момент количества движения, равный $\frac{1}{2}(h/2\pi)$. Его можно наглядно представить себе, вообразив электрон шарообразной массой, вращающейся вокруг оси с постоянным моментом количества движения $\frac{1}{2}(h/2\pi)$. Этот врожденный спин не может ни увеличиваться, ни уменьшаться. Он один и тот же у всех элементарных частиц данного типа. Вскоре после открытия спина электрона Дирак, Паули и другие обнаружили возможность создать удовлетворительную теорию частиц со спином $\frac{1}{2}$. Одно из требований такой теории состояло в том, что квантовомеханические уравнения должны были предсказывать одни и те же физические результаты независимо от скорости наблюдателя. Когда были найдены релятивистские уравнения, удовлетворяющие этим требованиям, то оказалось, что они, кроме того, автоматически подчиняются принципу запрета Паули. Таким образом обнаружилось, что принцип запрета — не дополнительный, взятый с потолка постулат, а прямое следствие существования у электрона врожденного спина. Что же касается объяснения значений массы, спина и заряда, присущих электрону, то эта проблема пока остается открытой.

Теперь мы совершим небольшую экскурсию по периодической системе и рассмотрим элемент за элементом.

Вопрос 6. Ядро с зарядом Z окружено $Z - 1$ однократно заряженными отрицательными частицами. Каким будет спектр, испускаемый единственным орбитальным электроном?

§ 6. Периодическая система элементов

ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

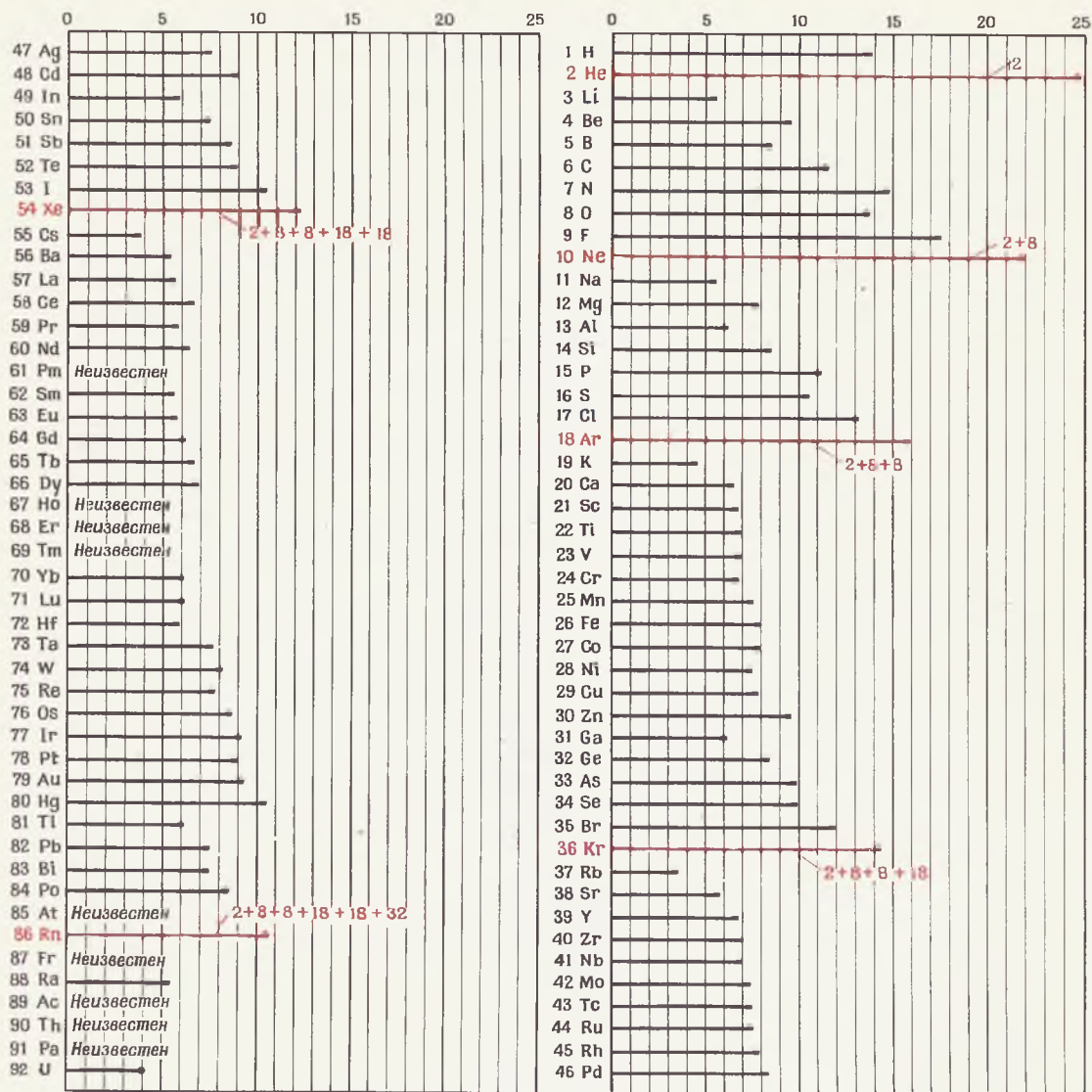
Цель данного параграфа состоит в том, чтобы продемонстрировать читателю, каким образом можно установить химические свойства всех элементов, не производя химических опытов. В принципе всю химию можно получить в качестве следствия теории электрона со спином $1/2$. Однако в действительности химические свойства элементов устанавливаются опытным путем; расчеты оказываются слишком сложными.

Вооружившись теперь принципом запрета, мы в состоянии установить место каждого электрона в атоме. Рассмотрим, к примеру, лишенное электронов ядро неона ($Z=10$). Если оно приобретает один электрон, то последний сразу же переходит на орбиту с $N=1$. То же утверждение справедливо и для второго электрона. Оба эти электрона целиком заполняют орбиту с $N=1$. Если ядро неона с двумя электронами на орбите с $N=1$ приобретет восемь недостающих электронов, то эти электроны целиком заполнят четыре возможные орбиты с $N=2$, т. е. $l=0$; $l=1$ и $m_l=-1$; $l=1$ и $m_l=0$ и, наконец, $l=1$ и $m_l=+1$. Теперь мы последовательно опишем строение атомов согласно квантовой теории, начиная с водорода. Мы увидим, что, не производя подробных вычислений, можно получить численные оценки валентности и ионизационного потенциала каждого из элементов.

$Z=1$ (водород)

Мы завершим рассмотрение этого случая. Единственный электрон находится в состоянии с $N=1$, энергия которого равна $-13,6$ эв. Таким образом, энергия связи в данном случае равна $13,6$ эв. Поскольку ионизационный потенциал представляет собой минимальное напряжение, необходимое для ионизации атома, в случае водорода он составляет также $13,6$ эв.

Ответ 6. Поскольку результирующий заряд экранированного ядра $Z=1$, то спектр будет совпадать со спектром водорода.



Фиг. 287. Ионизационные потенциалы элементов вплоть до урана.

(Красным показаны благородные газы.)

5

На фиг. 287 изображена зависимость ионизационных потенциалов элементов от Z . Отметим периодичность, отвечающую числам 2, 8, 8, 18, 18, 32.

$Z = 2$ (гелий)

Мы уже отмечали, что у He^+ , имеющего один электрон, должны быть в четырехкратном масштабе те же энергетические уровни, что и у водорода. Это обусловлено множителем Z^2 в формуле (13.11). Ионизационный потенциал гелия составляет $4 \cdot 13,6 = 54,5$ в, что совпадает с данными эксперимента.

Если поместить вблизи He^+ второй электрон, то вначале ему «покажется», что заряд равен $Z-1$. Однако после того, как этот электрон попадет на оболочку с $N=1$, половину времени он будет находиться к ядру ближе, чем первый электрон, и при этом «ощущать» заряд ядра Z . Если прямо усреднить по этим величинам, то мы получим $Z-1/2$. Таким образом, для электрона эффективный заряд ядра гелия будет равен $Z_{\text{эфф}} = 1,5e$. Мы можем обобщить формулу (13.4), а именно

$$W_{N,l} = -13,6 \frac{Z_{\text{эфф}}^2}{N^2} \text{ эв},$$

где $Z_{\text{эфф}}$ зависит и от N , и от l .

На основании этой оценки следует ожидать, что ионизационный потенциал гелия составит около $(1,5)^2 \cdot 13,6$, или 30 в. В действительности следует ожидать более слабой связи из-за вклада положительной потенциальной энергии, обусловленной отталкиванием двух электронов. Экспериментальное значение ионизационного потенциала составляет 24,6 в. Это наивысший ионизационный потенциал среди всех элементов.

Из-за большого ионизационного потенциала, а также вследствие отсутствия места для третьего электрона на оболочке с $N=1$ гелий чрезвычайно инертен химически. Химических сил недостаточно, чтобы обеспечить компенсацию энергии в 24,6 эв. Если мы попытаемся создать отрицательный ион гелия He^- , то дополнительный электрон

должен будет находиться в состоянии с $N=2$. Соответствующая стоячая волна достаточно удалена от ядра с зарядом $+2e$ и обоих электронов с отрицательным зарядом в состоянии с $N=1$. Следовательно, результирующий заряд в центре атома для волны с $N=2$ будет равен нулю. Сил притяжения, удерживающих электрон в этом состоянии, не будет; иными словами, $Z_{\text{эфф}} \approx 0$ для $N=2$. Итак, гелий не образует молекул ни с одним из элементов. Его и другие атомы с заполненными оболочками называют *благородными газами*. Некоторые из более тяжелых благородных газов образуют ряд соединений.

$Z=3$ (литий)

Дважды ионизованный литий, Li^{++} , имеет водородоподобный спектр, в котором энергии в $(3)^2=9$ раз больше, чем в спектре водорода. Спектр однократно ионизованного лития подобен спектру гелия с $Z_{\text{эфф}}$, примерно равным $3-1/2$ вместо $2-1/2$ в случае гелия. В нейтральном атоме лития третий

электрон, согласно принципу запрета, должен находиться на оболочке с $N=2$. Для этого электрона $Z_{\text{эфф}}$ будет несколько больше единицы. Таким образом, мы ожидаем, что ионизационный потенциал лития несколько превысит $13,6/N^2=13,6/2^2=3,4$ в. Экспериментальное значение составляет 5,4 в, что соответствует $Z_{\text{эфф}}=1,25$. Второй ионизационный потенциал (соответствующий освобождению второго электрона) равен 75,6 в. Итак, литий в соединениях всегда должен обнаруживать валентность $+1$ (что соответствует потере одного электрона) и никогда не будет обнаруживать валентность $+2$ (соответствующую потере двух электронов). На фиг. 288 изображено, как «выглядело» бы электронное облако лития, если бы его можно было увидеть.

Фиг. 288. Современное изображение атома лития.

Электронное облако с $N=1$ изображено красным цветом; внешний электрон с $N=2$ — светлым.

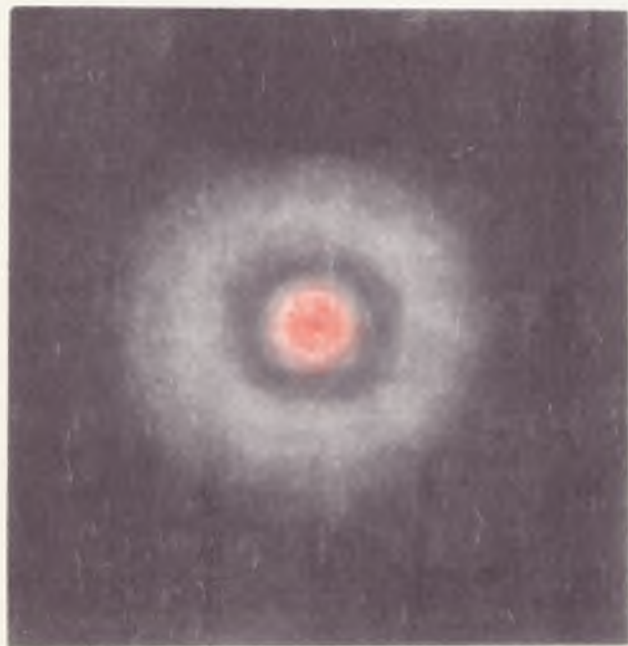


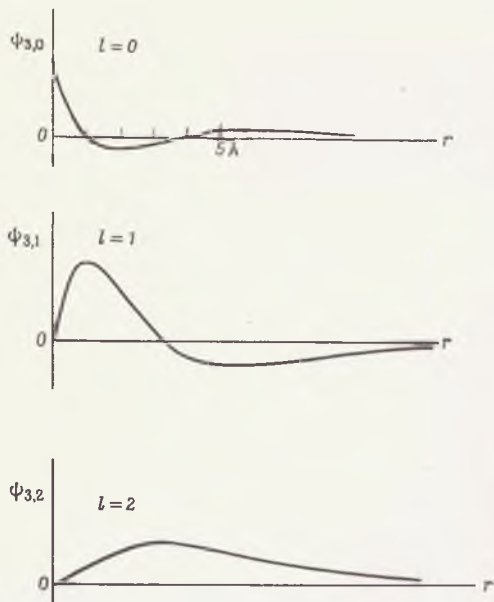
Таблица 7

Электронная структура атомов

Главное квантовое число N				1	2	3	4				
Орбитальное квантовое число l				0	0 1	0 1 2	0 1				
Обозначение состояний				1s	2s 2p	3s 3p 3d	4s 4p				
Элемент				1s	2s 2p	3s 3p 3d	4s 4p				
Z			V_i volts								
1	H	Водород	13.60	1							
2	He	Гелий	24.58	2							
3	Li	Литий	5.39	Оболочка гелия							
4	Be	Бериллий	9.32								
5	B	Бор	8.30								
6	C	Углерод	11.26								
7	N	Азот	14.54								
8	O	Кислород	13.61								
9	F	Фтор	17.42								
10	Ne	Неон	21.56								
11	Na	Натрий	5.14					Оболочка неона			
12	Mg	Магний	7.64								
13	Al	Алюминий	5.98								
14	Si	Кремний	8.15								
15	P	Фосфор	10.55								
16	S	Сера	10.36								
17	Cl	Хлор	13.01								
18	Ar	Аргон	15.76								
19	K	Калий	4.34	Оболочка аргона							
20	Ca	Кальций	6.11								
21	Sc	Скандий	6.56								
22	Ti	Титан	6.83								
23	V	Ванадий	6.74								
24	Cr	Хром	6.76								
25	Mn	Марганец	7.43								
26	Fe	Железо	7.90								
27	Co	Кобальт	7.86								
28	Ni	Никель	7.63								
29	Cu	Медь	7.72	10	1						
30	Zn	Цинк	9.39	10	2						
31	Ga	Галлий	6.00	10	2	1					
32	Ge	Германий	7.88	10	2	2					
33	As	Мышьяк	9.81	10	2	3					
34	Se	Селен	9.75	10	2	4					
35	Br	Бром	11.84	10	2	5					
36	Kr	Криптон	14.00	10	2	6					

Фиг. 289. Водородные волновые функции для состояний с $N=3$ и $l=0, 1$ и 2 .

Только в случае $l=0$ волновая функция не обращается в нуль в начале координат.



Согласно сказанному выше, состояния с $N=2, l=0$ и $N=2, l=1$ должны иметь одну и ту же энергию. Однако, как видно из фиг. 289, состоянию с $l=0$ должна отвечать более сильная связь, нежели состоянию с $l=1$. Это обусловлено тем, что электронная волновая функция с меньшим моментом количества движения ($l=0$) в большей степени сосредоточена вблизи ядра, чем волновая функция состояния с более высоким моментом количества движения. Действительно, для всех электронов с $l > 0$ волновая функция $\psi=0$ при $r=0$. Это видно также из фиг. 289, на которой изображены для сравнения волны с $l=0, 1$ и 2 и одним и тем же N . Для электронной волны, сосредоточенной вблизи ядра, $Z_{эфф}$ достигает почти Z , тогда как для удаленной от ядра части волны $Z_{эфф}$ примерно равно единице. Следовательно, для волны с $l=0$ $Z_{эфф}$ больше, нежели для волны с $l=1$. В этом и лежит причина, по которой $Z_{эфф}$ зависит не только от N , но и от l . Подобное обстоятельство может явиться причиной значительного различия по энергии «подоболочек» с $l=0$ и $l=1$ или 2 . Действительно, при $Z=19$ (калий) эффект оказывается настолько сильным, что энергетический уровень с $N=4, l=0$ располагается ниже уровня с $N=3, l=2$. В табл. 7 приведен порядок следования энергетических уровней. Другая интерпретация этого эффекта основана на том, что орбиты с более высокими моментами количества движения оказываются более удаленными от ядра, чем орбиты с меньшими моментами количества движения. Таким образом, состояния с меньшим l связаны более сильно.

$Z = 4$ (бериллий)

Согласно принципу запрета, в состоянии с $N=2, l=0$ имеются места для двух электронов. Поскольку $Z_{эфф}$ для близкой к ядру части электронной волны оказывается в данном случае больше, чем в случае лития,

большим должен быть и ионизационный потенциал. Экспериментальное значение равно $9,32 \text{ в}$ по сравнению с $5,39 \text{ в}$ в случае лития. Однако второй ионизационный потенциал оказывается в случае бериллия ненамного больше, поскольку этот электрон также находится в состоянии с $N=2$. Таким образом, в соединениях бериллий имеет валентность $+2$.

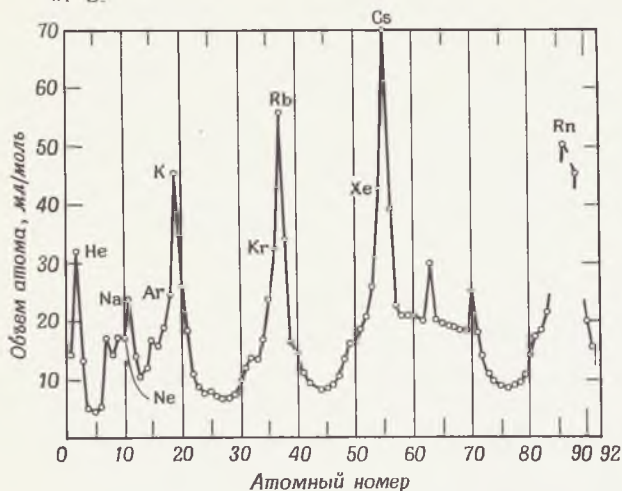
$Z=5$ (бор), $Z=6$ (углерод), $Z=7$ (азот),
 $Z=8$ (кислород), $Z=9$ (фтор), $Z=10$ (неон)

Эти атомы образуются при заполнении состояний с $N=2$, $l=1$. Поскольку $l=1$ встречается в трех различных состояниях ($m_l = -1, 0, +1$), то на подоболочке с $N=2$, $l=1$ могут разместиться 6 электронов. У бора в состояниях с $N=2$ находится 3 электрона, и, следовательно, его валентность $+3^1$.

У кислорода и фтора наблюдается новое явление, называемое сродством к электрону. Отдельный атом фтора может приобрести дополнительный электрон и превратиться в стабильный ион F^- . Соответствующая этому дополнительному электрону волна частицы «ощущает» большой эффективный заряд, и энергия связи электрона становится равной $4,2 \text{ эв}$. Таким образом, фтор имеет валентность -1 . Сродство к электрону при образовании O^- соответствует $2,2 \text{ в}$. Кислород и азот в химических соединениях обычно имеют валентности соответственно -2 и -3 . У неона все состояния с $N=2$ заняты, и мы имеем дело с так называемой заполненной оболочкой. Поскольку все электронные волны, отвечающие $N=2$, сосредоточиваются вблизи ядра, где $Z_{\text{эфф}}$ достигает 10, ионизационный потенциал оказывается очень большим и составляет $21,6 \text{ в}$. Таким образом, неон, подобно гелию, также химически весьма инертен.

¹⁾ Вопрос о том, почему валентность бора равна 3, углерода 4 и т. д., рассматривается более детально в гл. 14, стр. 436.

Фиг. 290. Зависимость объема атома от Z . От $Z=11$ (натрий) до $Z=18$ (аргон)



Принцип запрета вынуждает одиннадцатый электрон у натрия занять состояние с $N=3$, для которого $Z_{эфф} \approx 1$ и которое имеет гораздо большие размеры, нежели состояние с $N=2$ у предшествующего неона. Итак, теория предсказывает, что каждый раз, когда внешний электрон будет попадать на орбиту с более высоким квантовым числом N , размер атома будет значительно увеличиваться. Подобное резкое увеличение размеров действительно наблюдается для $Z=3, 11, 19, \dots$ (фиг. 290). В ряду из восьми элементов от натрия до аргона происходит заполнение состояний с $N=3, l=0$ и с $N=3, l=1$ совершенно аналогично предшествующим восьми элементам. Поэтому химические свойства этих элементов оказываются весьма сходными со свойствами соответствующих элементов предыдущей восьмерки. В этом и заключается объяснение «периодической системы» химических элементов. Пока мы объяснили наличие периодов, соответствующих числам 2, 8, 8. Посмотрим теперь, почему для следующего периода характерна цифра не 8, а 18.

$Z=19$ (калий) и далее

Мы могли предполагать, что у следующего элемента внешний электрон окажется в состоянии с $N=3, l=2$. Но, как указывалось при обсуждении лития ($Z=3$), $Z_{эфф}$ для волн, отвечающих $N=4, l=0$, значительно превышает эту величину для волн с $N=3, l=2$, так как волна с $l=0$ наиболее концентрирована в области $r=0$, где эффективный заряд максимален. В случае этой волны ($N=4, l=0$) $Z_{эфф}=2,26$, а энергия $13,6 Z_{эфф}^2/4^2=4,34$ эв; в то же время в случае волны с $N=3, l=2$ $Z_{эфф}$ несколько меньше 1,7, что соответствует энергии менее

4,34 эв. Если бы девятнадцатый электрон оказался в состоянии с $N=3$, $l=2$, то он очень скоро перешел бы в состояние с $N=4$, $l=0$, которому отвечает меньшая энергия. При этом переходе будет испущен фотон с энергией, равной разности энергий обоих состояний.

Если перейти к $Z=21$ (скандий), то состояние с $N=4$, $l=0$ все будет заполнено и при размещении двадцать первого электрона с состоянием $N=3$, $l=2$ будет конкурировать состояние с $N=4$, $l=1$. Как и следовало ожидать, более низким по энергии оказывается состояние с $N=3$, так что со скандия начинают заполняться состояния с $l=2$ оболочки $N=3$. В табл. 7 приведена электронная структура элементов вплоть до $Z=36$. На основе квантовой механики, химии и спектроскопии была установлена электронная структура всех элементов вплоть до $Z=105$. В действительности теория настолько совершенна, что позволяет заранее предсказать химические свойства элементов с $Z=106$ и т. д. до того, как эти элементы будут созданы искусственно.

Вычисление точных значений ионизационных потенциалов и сродства к электрону оказывается крайне трудоемким. Однако в нашем распоряжении имеется теория и подобные вычисления в принципе выполнимы.

Таким образом, вся химия может быть получена на основе простой теории — квантовой механики электронов со спином $1/2$.

§ 7. Рентгеновское излучение

ЗАПОЛНЕНИЕ ПРОБЕЛА В СПЕКТРЕ

Каждому атому присуще характеристическое излучение, которое испускается, когда небольшой образец элемента ионизируется в электрической дуге или разряде. Незвестные образцы на Земле или в звездах можно проанализировать, воспользовавшись методами спектроскопии. Как и в случае водо-

рода, спектральные линии соответствуют квантовым переходам одного или двух внешних электронов на различные энергетические уровни. Поскольку энергия этих уровней по порядку величины составляет несколько электрон-вольт, то характеристический спектр состоит из линий, приходящихся на видимую, ультрафиолетовую и инфракрасную области.

В случае тяжелых атомов возможно также испускание гораздо более жестких квантов с энергией в сотни и даже тысячи электрон-вольт. Такие фотоны высокой энергии называются рентгеновским излучением (или X-лучами). Рентгеновское излучение испускается в результате потери атомом внутреннего электрона. При этом внешний электрон быстро переходит в более низкие состояния с тем, чтобы заместить потерянный внутренний электрон. Атомы могут терять электроны при их бомбардировке пучком электронов, ускоренных до нескольких тысяч вольт. Некоторые из этих ускоренных электронов будут сталкиваться с электронами на внутренней оболочке и выбивать их из атомов.

Энергия связи электрона на оболочке с $N=1$ (K -оболочка, по терминологии рентгенофизиков) равна $13,6 Z_{эфф}^2$ эв. В данном случае $Z_{эфф}$ очень близко к $Z-1/2$.

Пример. Какова максимальная энергия рентгеновского излучения, испускаемого из меди и урана? Вычислите энергии и длины волн.

Максимальная энергия рентгеновского излучения отвечает переходу свободного электрона (нулевая энергия) на свободное место на K -оболочке ($N=1$).

Для меди $Z=29$ и $hf=13,6 \cdot (28,5)^2=11\ 000$ эв.

$$\lambda = \frac{12\ 390}{11\ 000} = 1,12 \text{ \AA} .$$

Для урана $Z=92$ и $hf=13,6 \cdot (91,5)^2=112\ 000$ эв

$$\lambda = \frac{12\ 390}{112\ 000} = 0,11 \text{ \AA} .$$

Приведенный пример иллюстрирует чрезвычайно надежный метод определения Z

вновь открытых элементов. Он заключается просто в измерении длины волны жесткого рентгеновского излучения, испускаемого неизвестным образом.

Рентгеновское излучение является также чрезвычайно действенным средством определения структуры твердых тел вследствие того, что длина волны этого излучения сравнима с межатомными расстояниями в твердых телах. Как указывалось в предыдущих главах, повторяющиеся периодически атомные плоскости в кристаллах действуют подобно штрихам дифракционной решетки. Поэтому если известна длина волны рентгеновского излучения, то, измеряя углы его дифракции, можно определить межатомные расстояния [см. (10.10) и фиг. 268].

Приложение 1

Уравнение Шредингера можно получить следующим образом. Обращаясь к формуле (3.10), мы видим, что чисто синусоидальная волна как функция времени обладает следующим свойством:

$$\frac{d^2 y / dt^2}{y} = -\frac{4\pi^2}{T^2},$$

где $d^2 y / dt^2$ — вторая производная по времени (ускорение), а T — время одного полного колебания синусоидальной волны (период). Заменяя время t на координату x , мы видим, что чисто синусоидальная волна как функция координат подчиняется соотношению

$$\frac{d^2 y / dx^2}{y} = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2},$$

или

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2} y.$$

Таким образом, частица с длиной волны λ должна описываться уравнением

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2} \psi.$$

Подставляя в правую часть выражение (13.3) для λ , получаем уравнение Шредингера

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{4\pi^2m}{h} (W-U)\psi.$$

В дифференциальном исчислении вторая производная $d^2\psi/dx^2$ является мерой кривизны. Если она отрицательна, это означает, что наклон уменьшается, или что ψ изгибается к оси x . Если $d^2\psi/dx^2$ положительна, то ψ изгибается от оси x . Математически решение уравнения Шредингера всегда существует, независимо от того, положительна или отрицательна правая часть. Это означает, что ψ может существовать даже в том случае, когда $W-U$, т. е. кинетическая энергия отрицательна.

Приложение 2

Проведем приближенное вычисление радиуса и энергии атома водорода, воспользовавшись для этого вместо старой полуклассической теории Бора современной волновой теорией электрона. Начнем с замечания о том, что волновая функция электрона представляет собой стоячую волну с максимумом в центре атома и спадающую на границе. Хотя эта стоячая волна и не имеет определенной длины волны, мы припишем ей среднюю длину волны $\lambda_{\text{ср}}$ и заметим, что стоячая волна низшего порядка вытянется на протяжении ящика или атома на $\lambda_{\text{ср}}/2$. Следовательно,

$$\frac{\lambda_{\text{ср}}}{2} = 2R_{\text{ср}},$$

или

$$\lambda_{\text{ср}} = 4R_{\text{ср}}, \quad (13.13)$$

где $2R_{\text{ср}}$ — средний диаметр атома. Переход к квантовой теории мы совершим, воспользовавшись соотношением де-Бройля (13.3):

$$\lambda_{\text{ср}} = \frac{h}{\sqrt{2m(E_{\text{кин}})_{\text{ср}}}}.$$

Обе части этого соотношения можно выразить через $R_{\text{ср}}$. В левую часть подставим (13.13), а в правую

$$(E_{\text{кин}})_{\text{ср}} = \frac{Ze^2}{2R_{\text{ср}}},$$

согласно (13.8). В результате получим

$$4R_{\text{ср}} = \frac{h}{\sqrt{2mZe^2/2R_{\text{ср}}}}.$$

Возводя обе части в квадрат, имеем

$$16R_{\text{ср}}^2 = \frac{h^2}{mZe^2/R_{\text{ср}}}.$$

Решение относительно $R_{\text{ср}}$ дает

$$R_{\text{ср}} = \frac{h^2}{16mZe^2}. \quad (13.14)$$

Отметим, что этот приближенный результат близок к результату, полученному в теории Бора, $h^2/4\pi^2mZe^2$ [см. (13.12)].

Для получения энергии связи воспользуемся соотношением

$$W = E_{\text{кин}} + U = E_{\text{кин}} - \frac{Ze^2}{R}$$

и снова используем приближенное выражение

$$(E_{\text{кин}})_{\text{ср}} = \frac{Ze^2}{2R_{\text{ср}}},$$

что дает

$$W = -\frac{Ze^2}{2R_{\text{ср}}}.$$

Подставляя выражение (13.14) для $R_{\text{ср}}$, получаем

$$W = \frac{8mZ^2e^4}{h^2}.$$

С точностью до множителя 2,5 этот результат согласуется с точным

$$W = -\frac{2\pi^2mZ^2e^4}{h^2}.$$

Для приближенных расчетов такого согласия вполне достаточно.

Задачи

1. Какую минимальную энергию может поглощать атом H, находящийся в основном состоянии?
2. Каков борковский радиус He^+ в основном состоянии?
3. Одномерный ящик имеет протяженность 10^{-8} см. Каковы длины электронных стоячих волн, соответствующих трем низшим возможным значениям импульса?
4. Изобразите (в общих чертах) на графике поведение ψ_4 и ψ_5 для потенциальной энергии на фиг. 271.
5. Используя представления теории относительности и квантовой механики, вычислите длину волны электрона, движущегося со скоростью $v=4c/5$.
6. Найдите в случае основного состояния атома водорода по борковской модели кинетическую энергию в эв, потенциальную энергию в эв, энергию связи в эв. Если бы электрон покоился в атоме водорода на расстоянии $R=\hbar^2/4\pi^2me^2$, то какая энергия потребовалась бы для его удаления из атома?
7. Чему равно число электронов на заполненной оболочке
 - а) с $N=2$?
 - б) с $N=3$?
 - в) с $N=4$?
8. Чему равно максимальное число электронов на подоболочке с $N=6$, $l=2$?
9. Какая из абсолютных величин оказывается в борковской модели атома водорода наибольшей: $E_{\text{кин}}+U$, $E_{\text{кин}}$ или U ?
10. При $Z=56$ (барий) целиком заполняется подоболочка с $N=6$, $l=0$. У следующего элемента лантана ($Z=57$) начинает заполняться подоболочка с $N=4$, $l=3$. Сколько электронов может находиться на этой подоболочке? [Эти элементы называются редкоземельными. Все они обладают одинаковыми химическими свойствами, поскольку у них имеется два внешних электрона в одном и том же состоянии $N=6$, $l=0$.]
11. Газообразный водород возбуждается так, что его атомы переходят в состояние с $N=5$. Сколько линий может появиться в спектре испускания этого газа?
12. Предположим, что в определенном атоме основным состоянием внешнего электрона является $N=3$, $l=0$ с $Z_{\text{эфф}}=3,2$, а следующим уровнем с более высокой энергией состояние $N=3$, $l=1$ с $Z_{\text{эфф}}=1,6$. Какую энергию будут иметь фотоны, испускаемые при переходе с этого уровня в основное состояние?

13. В спектре поглощения элемента X наблюдаются следующие три линии: $f_1 = 2,2 \cdot 10^{15}$ гц, $f_2 = 3,0 \cdot 10^{15}$ гц и $f_3 = 3,5 \cdot 10^{15}$ гц. (См. пример 2 на стр. 407.)

- а) Будут ли эти три линии присутствовать в спектре испускания элемента X?
- б) Вычислите частоты трех других линий, которые появятся в спектре испускания элемента X.

14. Спектр поглощения водорода снимается путем пропускания излучения с непрерывным спектром через газ, атомы которого находятся в основном состоянии. Каковы энергии фотонов в этом спектре? Чему равны длины волн, соответствующие темным линиям?

15. Максимальная энергия рентгеновского излучения, испускаемого неизвестным образцом, соответствует длине волны 2,16 Å. Что за элемент содержится в образце?

16. Энергия полной ионизации гелия равна 79 эв.

- а) Какая энергия расходуется на удаление второго электрона, после того как первый уже удален?
- б) Какая энергия требуется для удаления одного из двух электронов?

17. У атома в оболочке не хватает одного внешнего электрона. Предположим, что единственно возможные уровни этого электрона имеют энергии -1 , -4 , -7 и -10 эв.

- а) Чему равен ионизационный потенциал?
- б) Сколько различных линий появится в спектре испускания? (Одни и те же частоты считаются только один раз.)
- в) Чему равны длины волн в спектре испускания?

18. Ионизационный потенциал атома равен 9 в. Первые два возбужденных состояния этого атома имеют энергии $E_2 = -8$ эв и $E_3 = -6$ эв.

- а) Чему равна энергия основного состояния E_1 в эв?
- б) Вычислите энергии фотонов (в эв) для трех линий в спектре этого элемента с длинами волн λ , превышающими 3000 Å.

19. Расположите состояния в порядке возрастания энергии (первым выпишите низший уровень с наибольшей энергией связи). Внутренние оболочки предполагаются заполненными $N=3, l=1$; $N=3, l=2$; $N=4, l=0$; $N=4, l=1$.

20. Частица с массой m и положительным электрическим зарядом q движется по круговой орбите радиусом R около тяжелой частицы с массой M и зарядом $-Q$. Между ними действуют только силы электростатического притяжения. Найдите:

- а) выражение для силы, действующей между частицами;
- б) потенциальную энергию заряда q в зависимости от его массы m и скорости v ;

- в) полную энергию $E_{\text{кин}} + U$ как функцию m и v ;
- г) выражение для v через R , m , h и квантовое число N на основе боровского постулата о квантовании момента количества движения;
- д) квантованный радиус как функцию m , h , Q , q и N ;
- е) полную энергию как функцию m , h , Q , q и N .

21. Найти линию в спектре He^+ с той же длиной волны, что и линия в спектре водорода. Чему равна эта длина волны?

22. μ -Мезоатом состоит из ядра с зарядом Z и μ^- -мезона в основном состоянии (μ^- -мезон — частица в 207 раз тяжелее электрона).

- а) Какова энергия связи μ^- -мезона, захваченного протоном?
- б) Каков радиус боровской орбиты для $N=1$ в п. (а)?
- в) С какой энергией испускается фотон при переходе μ^- -мезона из состояния с $N=2$ в основное состояние?

23. Рассмотрим μ -мезоатом свинца ($Z=82$). Где расположена боровская орбита μ^- -мезона с $N=1$, вне или внутри ядра?

Диаметр ядра свинца равен $1,6 \cdot 10^{-12}$ см.

24. Рассмотрим элемент X , атомы которого имеют валентность $+1$. Пусть энергия связи внешнего электрона равна $3,2$ эв, а энергии трех возбужденных уровней этого электрона равны $-1,0$, $-1,4$ и $-2,0$ эв.

- а) Чему равна энергия основного состояния в эв?
- б) Перечислите линии в спектре испускания этого элемента и вычислите энергии фотонов в эв.

25. Наиболее интенсивная линия рентгеновского излучения отвечает переходу электрона с оболочки с $N=2$ на пустое место в оболочке с $N=1$. Допустим, что $Z_{\text{эфф}} = Z - 3$ для состояния с $N=2$. Какова длина волны соответствующей линии в случае меди?

26. Сила притяжения между нейтроном с массой M и электроном с массой m дается выражением $F = GMm/R^2$. Рассмотрим низшую боровскую орбиту для движения электрона вокруг протона. Выразите:

- а) центростремительную силу через m , R и v , где v — скорость обращения электрона,
- б) кинетическую, потенциальную и полную энергии через G , M , m и R .

Напишите уравнение, выражающее постулат Бора для квантования орбит, и выразите радиус для $N=1$ через h , G , M и m . Чему равно численное значение радиуса?



ГЛАВА 14

СТРОЕНИЕ ВЕЩЕСТВА

СТРОЕНИЕ ВЕЩЕСТВА

Для объяснения строения и свойств вещества необходимо знать законы взаимодействия атомов, электронов и молекул на малых расстояниях. Как мы видели, подобные взаимодействия уже получили свое объяснение в рамках квантовой теории. Таким образом, мы вправе ожидать, что при изучении строения вещества выявятся специфические аспекты квантовой теории. В этой главе мы обнаружим, конечно, примеры специфически квантовых явлений, проявляющихся как в макро-, так и в микромире.

§ 1. Теория строения молекул

ОТЧУЖДЕНИЕ И ОБОБЩЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ

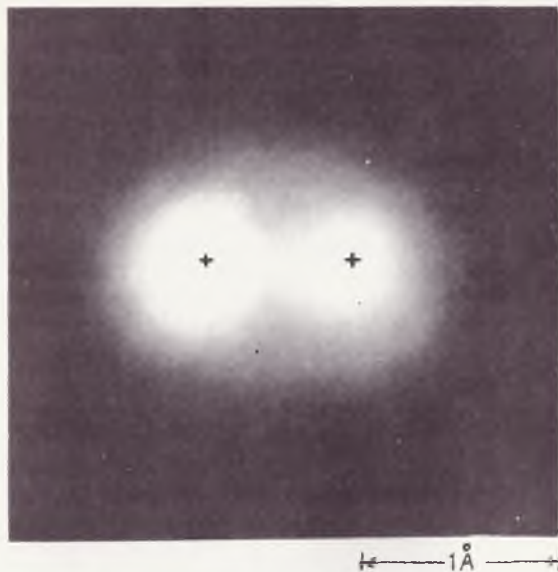
Мы рассмотрим два различных механизма, обеспечивающих связь атомов в молекулах: ионную и ковалентную связи.

Ионная связь

В основе ионной связи лежит закон Кулона. Так, между ионами с положительным и отрицательным единичными зарядами будет существовать притяжение. Если энергия электростатического притяжения e^2/R превышает энергию, которую надо затратить для образования пары ионов, то оказывается возможным образование устойчивой (стабильной) молекулы. Рассмотрим в качестве примера молекулу хлористого калия KCl . Энергия, необходимая для образования пары ионов, K^+ и Cl^- , составляет 0,52 эв. Это объясняется тем, что ионизационный потенциал калия равен 4,34 в, а сродство хлора к электрону составляет 3,82 эв. Под сродством к электрону понимается следующее: если к атому хлора добавить электрон, то выделится энергия, равная 3,82 эв. Таким образом, суммарная энергия, требуемая для образования пары ионов, в данном случае равна $4,34 - 3,82 = 0,52$ эв. Если удастся достаточно сблизить оба иона, так что e^2/R превысит 0,52 эв, то произойдет образование стабиль-

Фиг. 291. Плотность электронного заряда H_2 .

Интенсивность светлого оттенка пропорциональна квадрату волновой функции электрона, спроектированному на плоскость.



ной молекулы. Электростатическую энергию можно оценить, подставив в приведенное выше выражение величину R , равную сумме радиусов ионов. Радиусы K^+ и Cl^- равны примерно 1,5 Å. Таким образом, e^2/R составляет 4,8 эв, и мы ожидаем, что выделение энергии при образовании молекулы KCl будет равно примерно 4,8—0,52 эв. Измеренное на опыте значение 4,4 эв довольно хорошо согласуется с нашей грубой оценкой. Связь большинства неорганических соединений является ионной. Эту связь можно представлять как результат отчуждения электрона.

Ковалентная связь

Другой очень распространенный тип молекулярной связи, встречающийся у большинства органических соединений, носит название ковалентной связи. Ковалентная связь представляет собой результат обобществления двумя атомами двух электронов.

Простейшим примером ковалентной связи служит молекула водорода. Рассмотрим сначала ионизованную молекулу водорода H_2^+ . Она содержит два протона, окруженных электронным облаком. Энергия связи электрона при наличии двух протонов оказывается, конечно, больше, чем при наличии только одного протона. С другой стороны, электростатическое отталкивание протонов действует в противоположном направлении. Однако вследствие тенденции электронной волны к концентрации между протонами преобладающим оказывается электростатическое притяжение электрона к обоим протонам. Энергия связи двух протонов и электрона в H_2^+ составляет 2,65 эв; это означает, что для полной диссоциации иона H_2^+ на два протона и электрон необходима энергия (2,65 + 13,6) эв.

Согласно принципу запрета Паули, на орбите, где находится первый электрон,



Фиг. 292. Качественный рисунок, иллюстрирующий электронную структуру метана.

Ядра водорода расположены у вершин правильного тетраэдра или у четырех из восьми вершин куба. Электроны концентрируются вдоль линий углерод — водород.

имеется место еще для одного электрона. Такая система из двух электронов и протонов представляет собой нейтральную молекулу водорода. Из-за электростатического отталкивания двух электронов их волновая функция оказывается несколько более размытой, нежели волновая функция единственного электрона в H_2^+ . Полная энергия связи нейтральной молекулы H_2 составляет 4,48 эв. Если бы мы могли видеть облако, образованное двумя электронами в молекуле H_2 (описываемое квадратом волновой функции), то оно выглядело бы подобно тому, как это изображено на фиг. 291.

Атомы углерода обычно образуют соединения с ковалентной связью. У атома углерода имеется тенденция к обобществлению четырех дополнительных электронов, с тем чтобы заполнить ими оболочку с $N=2$, $l=1$. Простейшим примером является молекула метана CH_4 , изображенная на фиг. 292.

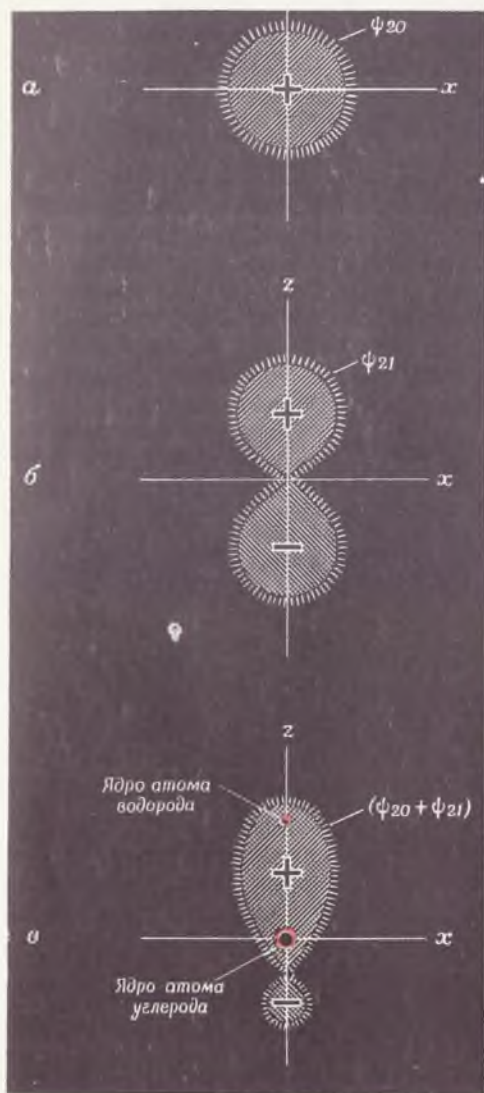
Как и в молекуле водорода, электронные волны концентрируются главным образом между положительными зарядами, где они вносят наибольший вклад в энергию связи. Поскольку эти четыре электронных облака взаимно отталкиваются, конфигурация с наименьшей энергией реализуется в том случае, когда они максимально удаляются друг от друга, подобно тому, как это изображено на фиг. 292. Конфигурация электронных волн в молекулах определяется из решения уравнения Шредингера с условием минимума энергии уровней.

Гибридизация

Мы видим, что при образовании молекул четыре электрона атома углерода с $N=2$ способны «растекаться» и играть равноценную роль, благодаря чему углерод имеет валентность, равную 4. Но как это может быть, если первые два электрона с $N=2$ более сильно связаны на подоболочке с $l=0$? Точно так же, почему бор ($Z=5$) с одним электроном в состоянии с $l=1$ имеет валентность не 1, а 3? Ответ заключается

Фиг. 293. Схематическое изображение суперпозиции волновых функций с $l=0$ и $l=1$ (проекция на плоскость плотности электронного облака).

a — сферическая волновая функция, отвечающая $N=2, l=0$; *б* — волновая функция в виде гантели, отвечающая $N=2, l=1$; *в* — сумма приведенных выше двух волновых функций; нижний лепесток ψ_{21} компенсируется в значительной степени ψ_{20} , поскольку эти функции имеют противоположные знаки.



в том, что атомы в молекулах отнюдь не тождественны изолированным атомам. У изолированного атома существует различие между электронами в состояниях с $l=0$ и $l=1$. Как подчеркивалось в гл. 13, электроны с $l=0$ в действительности связаны более сильно, нежели электроны с $l=1$. Однако молекулы — это не просто сумма атомов. Например, в молекуле CH_4 , кроме ядра углерода, имеется еще 4 других центра распределения положительного заряда. Решение уравнения Шредингера в виде стоячих волн для системы из пяти атомных ядер оказывается более сложным и приводит к результатам, которые в случае основного состояния схематически изображены на фиг. 292. Это явление уравнивания электронов с $l=0$ и $l=1$ при образовании молекул называется *гибридизацией*.

Нетрудно показать, как из обычных решений уравнений Шредингера получается электронная стоячая волна, «растекающаяся» в одном направлении, подобно изображенной на фиг. 292. В случае четырех электронов углерода с $N=2$ это можно сделать, используя для описания каждого из внешних электронов волновую функцию, представляющую собой смесь электронных волн с $l=0$ и $l=1$. На фиг. 293, *a* схематически изображена волновая функция, отвечающая только $l=0$. В этом случае ψ должна иметь во всей центральной области один и тот же знак (мы выбрали знак +). Волновая функция, отвечающая $N=2, l=1$, будет иметь противоположные знаки по обоим концам «гантели», как видно из фиг. 293, *б*. Построив суперпозицию обеих функций (фиг. 293, *в*), мы видим, что в верхней части рисунка они складываются, а в нижней части имеют тенденцию к взаимной компенсации. В результате получается лепесток, вытянутый в одном направлении относительно ядра углерода. Химики называют это распределение *sp-орбиталью* (*s* обозначает $l=0$, *p* обозначает $l=1$).

Органическая химия изучает молекулы, содержащие атомы углерода, и ковалентные

связи. Специфическая особенность атомов углерода заключается в том, что они не избегают обобществления электронов и друг с другом. Благодаря этому многочисленные органические молекулы содержат длинные цепочки атомов углерода, часто включающие тысячи атомов. На рисунке, открывающем эту главу, изображен небольшой отрезок подобной молекулы. Многие из таких молекул встречаются в природе в виде продуктов жизнедеятельности различных организмов. С помощью квантовой механики и усовершенствованной физической и химической методик сейчас имеется возможность установить точное строение гигантских белковых молекул, лежащих в основе жизни. Сейчас нам легче выяснить, каким образом некоторые из этих сложных молекул могут воспроизводить самих себя. Решение же более сложной «загадки» жизни, конечно, дело будущего. Возможно, что в один прекрасный день ученым удастся синтезировать из неживой природы и новые формы жизни.

§ 2. Кристаллические тела

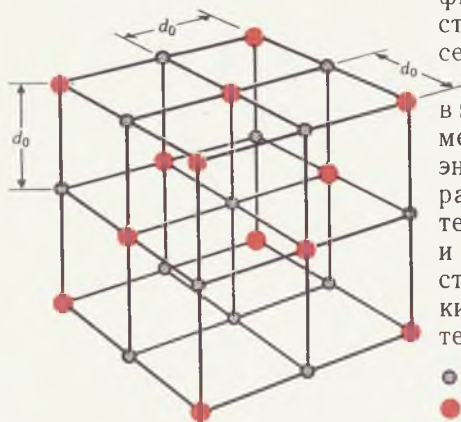
СВЕРХМОЛЕКУЛЫ

Атомы большинства веществ, находящихся в твердом состоянии, образуют периодическую решетку, которую мы воспринимаем как идеальный кристалл. Механизм, связывающий атомы в молекулы, может соединять их в неограниченную периодическую структуру, или в сверхмолекулу. Многие из таких веществ внешне не похожи на кристаллы, ибо они построены из множества мельчайших кристалликов (поликристаллическая структура). Некоторые твердые тела и жидкости, особенно при низких температурах, обнаруживают специфические квантовые свойства.

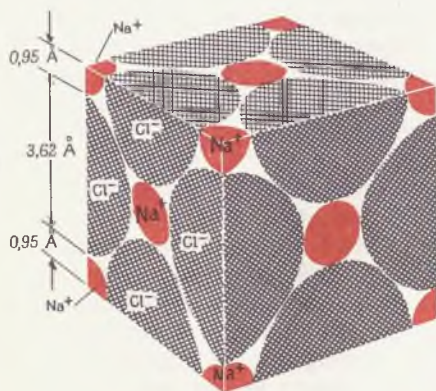
Наука, изучающая свойства твердых тел и жидкостей и происходящие в них явления, носит название *физики твердого тела* и в настоящее время представляет собой

Фиг. 294. Кристаллическая структура NaCl.

Маленькие кружки обозначают положение центров атомов Na и Cl, а — расположение центров атомов, б — расположение самих атомов.



а



б

одну из основных областей физических исследований.

Подобно молекулам, в кристаллах также возможна ионная и ковалентная связь. На фиг. 294 изображена структура ионного кристалла NaCl. Отметим, что ближайшими соседями у каждого иона Na^+ являются шесть ионов Cl^- . Подобному расположению в пространстве ионов Na^+ и Cl^- отвечает наименьшая из всех возможных конфигураций энергии. При образовании данной конфигурации выделяется наибольшее количество тепла. Этим и объясняется тенденция у NaCl и многих других веществ к образованию чистых кристаллов при охлаждении ниже точки плавления. При увеличении температуры тепловая кинетическая энергия в конце концов оказывается достаточной для преодоления связи в правильном кристалле, и кристалл расплавляется.

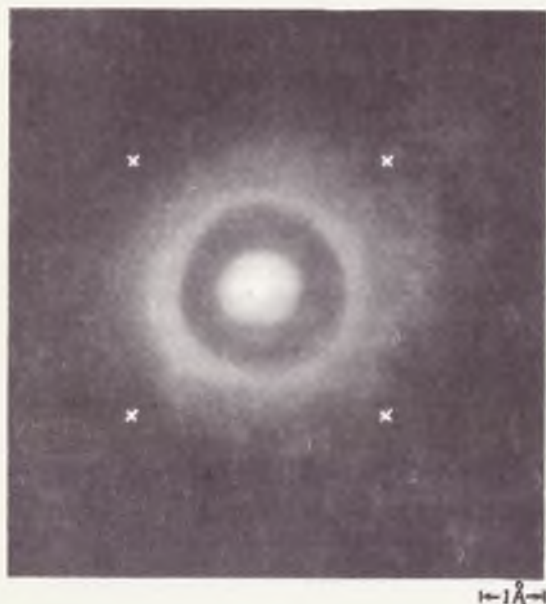
Связь в металле

Существует еще один тип связи, носящий название металлической и встречающийся у элементов с малым числом электронов во внешней оболочке. Этот тип связи реализуется в тех случаях, когда атомы сближены до расстояний, меньших размеров облака, обусловленного внешними электронами.

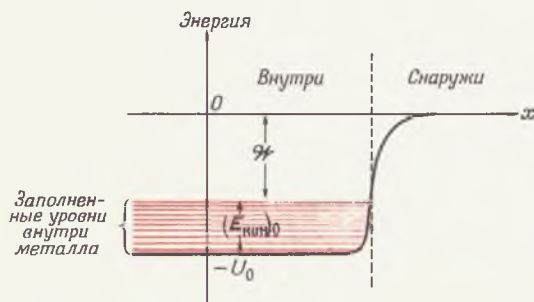
Благодаря принципу запрета осуществление подобной конфигурации сопряжено с увеличением энергии внешних электронов. Однако у веществ, называемых металлами, такой конфигурации отвечает все же меньшая энергия, чем конфигурации с удаленными друг от друга атомами. Рассмотрим вещества типа лития, калия или натрия, атомы которых обладают только одним внешним электроном. На фиг. 295 изображено облако, обусловленное внешним электроном *свободного* атома лития. Расположения соседних атомов в решетке лития помечены крестиками. Если атомы сближаются настолько, что их внутренние заполненные оболочки соприкасаются, то соседние ядра попадают в пре-

Фиг. 295. Облако внешнего электрона свободного атома лития.

Крестиками помечены расположения соседних ядер лития в металле. Отметим, что соседние ядра лития оказываются внутри облака, создаваемого внешним электроном.



Фиг. 296. Приближенный вид потенциальной энергии электрона при переходе через поверхность металла.



дели области, занимаемой внешним электронным облаком в случае свободного атома. В результате внешний электрон будет притягиваться соседними ядрами. Это приведет к возрастанию его энергии связи и еще больше увеличит размеры соответствующего облака. Последнее обстоятельство позволяет электрону приближаться к более далеким соседям, которые в свою очередь еще больше «размажут» электронное облако. Как можно было ожидать, волновая функция каждого из внешних электронов в конечном итоге оказывается равномерно распределенной по всему кристаллу! Таким образом, отдельное электронное облако может достигать размеров огромного небоскреба или же вытягиваться вдоль всего даже очень длинного провода.

В первом приближении притяжение электрона ядрами можно усреднить и представить его в виде постоянного потенциала притяжения величиной U_0 . График, изображающий эту усредненную потенциальную энергию (ее принято называть *потенциальной ямой*), приведен на фиг. 296. Каждый электрон описывается стоячей волной, ограниченной размерами этой потенциальной ямы. Мы видим теперь, что приведенный в предыдущей главе гипотетический пример электрона в ящике после всего сказанного не выглядит столь надуманным.

Покажем, что квантовая теория дает разумный ответ на вопрос, почему металлы проводят электричество, а другие вещества не проводят или почти не проводят его. Наличие в металлах по крайней мере одного свободного электрона на каждый атом обусловлено волновым характером электронов. Эти свободные электроны, или электро-

ны проводимости, не имеют связи с каким-либо определенным атомом и могут свободно перемещаться в любом направлении по металлу, как указывалось на стр. 273. В ионных и ковалентных кристаллах внешние электроны связаны с определенными атомами; поэтому такие кристаллы обычно не проводят электричества. Их называют изоляторами. Тот факт, что чистые металлические кристаллы могут иметь свободные электроны, следует рассматривать как квантовомеханическое явление в большом масштабе. С точки зрения классической физики каждый электрон принадлежит своему собственному атому.

§ 3. Электронный ферми-газ

НЕОБЫЧНЫЙ ГАЗ, ЗАМУРОВАННЫЙ
В ТВЕРДОМ ВЕЩЕСТВЕ

Мы установили, что металл объемом V можно рассматривать как ящик того же объема V , содержащий электроны. Согласно принципу запрета, в каждом из состояний, характеризуемых формулой (13.1), могут находиться только два электрона. Все эти электроны стремятся заполнить низшие энергетические состояния, образуя так называемый ферми-газ. Такой газ обладает интересными особенностями, необычными с точки зрения классической физики, на которые впервые обратил внимание Энрико Ферми. Электроны заполняют все энергетические состояния от низшего до состояния с кинетической энергией $(E_{\text{кин}})_0$, называемой *уровнем (или границей) Ферми*. Для нахождения $(E_{\text{кин}})_0$ необходимо знать \mathcal{N} — число свободных электронов в 1 см^3 . Расчет величины $(E_{\text{кин}})_0$ по известному значению \mathcal{N} приведен в приложении к данной главе. Результат имеет вид

Уровень Ферми

$$(E_{\text{кин}})_0 = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{3}{\pi} \mathcal{N} \right)^{2/3}. \quad (14.1)$$

Как и можно было ожидать, результат не зависит ни от формы, ни от объема куска

металла. Он зависит только от того, насколько плотно «набиты» свободные электроны.

Пример. Плотность лития составляет $0,534 \text{ г/см}^3$. Какова величина уровня Ферми в эв для электронов проводимости лития?

В данном случае \mathcal{N} равно числу атомов в 1 см^3 . Поскольку атомный вес лития $6,94$, то в $6,94 \text{ г}$ лития будет содержаться $N_0 = 6,02 \cdot 10^{23}$ атомов. Тогда $\mathcal{N} = (0,534/6,94) \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 4,63 \cdot 10^{22}$ свободных электронов в 1 см^3 и

$$(E_{\text{кин}})_0 = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{3 \cdot 4,63 \cdot 10^{22}}{\pi} \right)^{2/3} = 7,55 \cdot 10^{-12} \text{ эрг},$$

$$(E_{\text{кин}})_0 = 4,7 \text{ эв}.$$

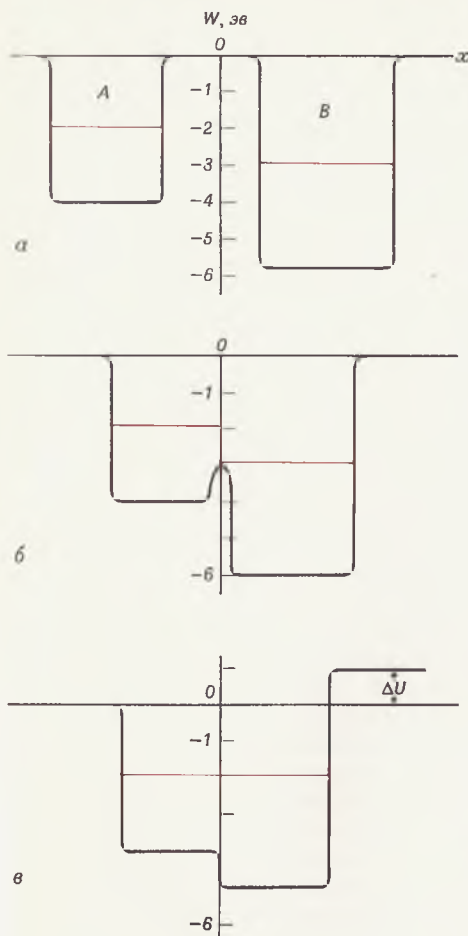
На фиг. 296 (стр. 440) изображен приближенный потенциал, в котором находится электрон у поверхности металла. В качестве нулевой выбрана энергия покоящегося свободного электрона вне металла. Энергетические уровни электронов ферми-газа обозначены тонкими горизонтальными линиями, начинающимися при $-U_0$ и заполняющими интервал энергий $(E_{\text{кин}})_0$ от дна потенциальной ямы. Минимальная энергия, необходимая для удаления электрона из металла, в этом случае равна $U_0 - (E_{\text{кин}})_0$. По определению эта величина представляет собой работу выхода \mathcal{W} , введенную в параграфе о фотоэлектрическом эффекте (стр. 374). Уровню Ферми соответствует кинетическая энергия электрона $(E_{\text{кин}})_0$, а полная энергия

$$\begin{aligned} W &= E_{\text{кин}} + U, \\ &= (E_{\text{кин}})_0 + (-U_0), \\ &= -\mathcal{W}. \end{aligned}$$

Следовательно, по энергетической шкале уровень Ферми соответствует $-\mathcal{W}$. В действительности строго определенное значение работы выхода имеется только при температуре абсолютного нуля. При температуре $T^\circ \text{ К}$ электроны будут находиться в тепловом равновесии. По этой причине к энергии значительной части электронов прибавится еще тепловая энергия. Как было показано в гл. 6, средняя тепловая энергия, приходящаяся на одну частицу идеального газа, со-

Вопрос 1. Зависит ли длина волны электрона проводимости с наименьшей энергией от размеров металла?

Фиг. 297. При соединении двух различных металлов электроны перетекают до выравнивания уровней Ферми.



ставляет $3/2kT$. В ферми-газе тепловую энергию могут иметь лишь частицы с кинетической энергией, близкой к $(E_{\text{кин}})_0$. Таким образом, некоторые электроны будут иметь кинетическую энергию, несколько превышающую $(E_{\text{кин}})_0$. При комнатной температуре $kT=0,025$ эв, в то время как $(E_{\text{кин}})_0$ и \mathcal{U}' составляют по порядку величины несколько электрон-вольт.

Контактная разность потенциалов

Стоит только соединить два разных металла, как между ними возникнет разность потенциалов. Зная, что такое уровень Ферми, мы можем объяснить это явление с помощью графиков потенциальных ям. Рассмотрим два различных металла A и B (фиг. 297, а). Уровни Ферми у них соответственно равны -2 и -3 эв, а потенциальные энергии электронов в металле -4 и -6 эв (все относительно энергии электрона вне металла). На фиг. 297, б изображена ситуация, когда два металла только-только приведены в соприкосновение. Электроны из металла A теперь могут перейти в металл B, где имеются свободные состояния с более низкой энергией. Но по мере перехода электронов в металл B он приобретает отрицательный заряд по отношению к A. Теперь для переноса отрицательного электрона в отрицательно заряженный металл B требуется совершить большую работу. Иными словами, вся диаграмма потенциальной энергии металла B сместится вверх относительно потенциальной энергии металла A. Это смещение будет происходить до тех пор, пока не сравняются уровни Ферми (фиг. 297, в). Такое равновесие достигается после того, как небольшая часть электронов проводимости переместится из A в B. Как видно из фиг. 297, в, разность потенциальных энергий ΔU равна первоначальному различию уровней Ферми; таким образом, если уровни Ферми двух металлов различаются на 1 в, то при соединении этих металлов между ними возникнет разность потенциалов 1 в.

Ответ 1. Да; в одномерном случае мы имеем соотношение $N(\lambda_N/2)=L$, где L — размеры (длина) ящика.

§ 4. Электропроводность

КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА В БОЛЬШИХ МАСШТАБАХ

Мы видели, что в идеальной кристаллической решетке металла внешние электроны ведут себя подобно свободным электронам в ящике. Поскольку эти электроны являются носителями электрического тока, следует ожидать, что сопротивление идеального металла будет равно нулю. Однако в реальных металлах присутствуют примеси и имеются дефекты решетки. Условием того, что электроны становятся свободными, было отсутствие примесей и правильность решетки. Поэтому свободные электроны начинают взаимодействовать с примесями и дефектами и терять на них энергию. Сопротивление (в *омах*) зависит от длины свободного пробега электронов до столкновения с примесью или дефектом. Основываясь на этой теории электрического сопротивления, можно легко получить закон Ома, подобно тому как это было сделано в гл. 9 (стр. 273). Закон Ома утверждает, что сопротивление не зависит от величины тока и зависит лишь от температуры. На основе этой теории электропроводности легко доказать увеличение электрического сопротивления с ростом температуры. Неустранимые дефекты решетки создаются колебательным движением атомов из-за того, что кристалл не находится при температуре абсолютного нуля. Поэтому мы и предсказали, что сопротивление чистого металла должно расти по мере усиления теплового движения атомов. Теория утверждает, что по мере приближения температуры к абсолютному нулю сопротивление также должно стремиться к нулю. Опыт подтверждает это предсказание.

Сверхпроводимость

То обстоятельство, что чистый металл может иметь равное нулю сопротивление или бесконечно большую проводимость при

Вопрос 2. Какая из частей на фиг. 297, в более положительна, А или В?

температуре абсолютного нуля, не следует смешивать с иным квантовомеханическим явлением, носящим название *сверхпроводимости*. Сверхпроводимость представляет собой бесконечно большую проводимость при температурах, на несколько градусов превышающих абсолютный нуль. Лишь очень немногочисленные металлы обладают этим удивительным свойством. Если в сверхпроводнике возникнет круговой ток, то он будет течь до тех пор, пока не нарушится охлаждение системы. Известны случаи, когда в лаборатории такие токи продолжали существовать сами по себе на протяжении нескольких лет.

Квантовомеханическое объяснение сверхпроводимости представляет одну из современных задач физики твердого тела. В последнее время в понимании этого чрезвычайно своеобразного явления были достигнуты значительные успехи.

В двух словах теория заключается в следующем. Ниже определенной температуры возмущение решетки электронами проводимости оказывается существеннее теплового движения решетки, которое в свою очередь возмущает электроны. Возмущение решетки электроном A скажется на движении электрона B . В итоге между электронами A и B возникнет эффективная сила притяжения, которая у некоторых веществ может оказаться больше электростатического отталкивания.

Итак, если оба электрона приведены в движение в одном направлении (т. е. создан результирующий ток), то этому будет отвечать состояние с наиминимальной энергией, которую могут иметь электроны, и они не должны покидать это состояние, поскольку состояния с более низкой энергией отсутствуют. Следовательно, в направлении движения электронов будет существовать вечный результирующий ток.

Ответ 2. Электроны покидают металл A , делая эту часть более положительной.

§ 5. Полупроводники

С РОСТОМ ТЕМПЕРАТУРЫ РАСТЕТ СВОБОДА

У некоторых неметаллических ковалентных кристаллов, таких, как кремний и германий, волновые функции внешних электронов не распространяются на весь кристалл, а достигают лишь ближайших соседей. Однако в случае первого возбужденного состояния внешнего электрона атомов кремния и германия размеры электронного облака оказываются столь большими, что охватывают несколько ядер и волновая функция распространяется на весь кристалл. Если все электроны кремния и германия находятся в низших энергетических состояниях, то эти элементы представляют собой ковалентные кристаллы, или изоляторы. Однако если некоторые из внешних электронов переходят в первое возбужденное состояние с более высокой энергией (называемое полосой проводимости), то эти электроны оказываются свободными и у кристалла появляется способность проводить электричество. В случае германия для перевода внешнего электрона в полосу проводимости требуется $0,72 \text{ эв}$. При комнатной температуре ($kT = 0,025 \text{ эв}$) лишь ничтожная доля электронов обладает таким запасом тепловой энергии. Но, несмотря на это, имеется некоторое количество электронов проводимости, вследствие чего проводимость германия во много раз превышает проводимость изолятора или того же германия при температуре абсолютного нуля. Этим и объясняется, почему германий называют полупроводником.

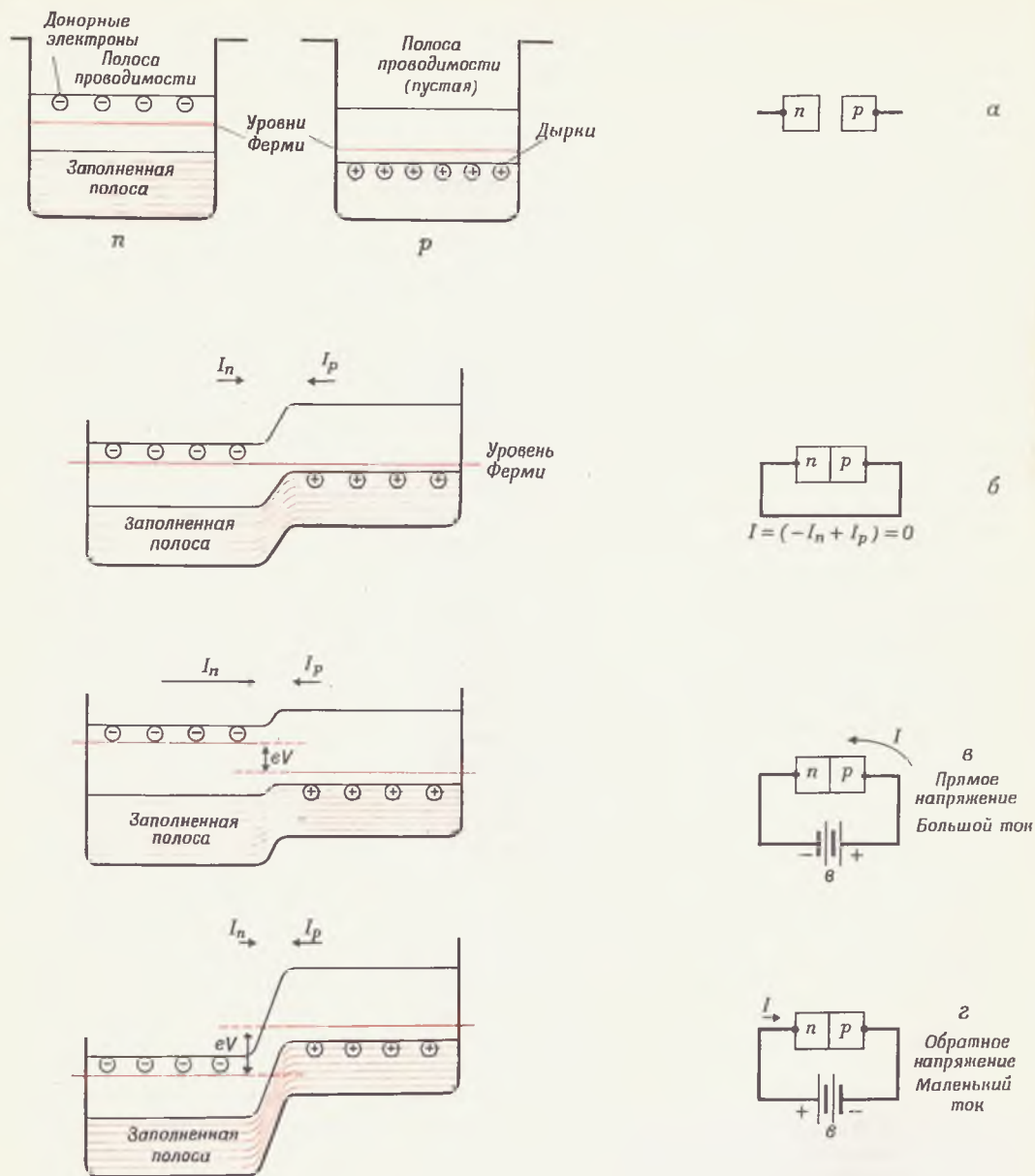
Проводимость полупроводника может сильно возрасти благодаря наличию небольшого количества примесей. Например, несколько миллионных долей мышьяка могут привести к увеличению проводимости германия при комнатной температуре в 1000 раз. Этот результат можно понять, сравнивая строение электронных оболочек мышьяка и германия (см. табл. 7, стр. 421). Мышьяк имеет один лишний электрон по сравнению

Вопрос 3. Может ли сверхпроводник иметь в точности равное нулю сопротивление даже при наличии небольших примесей?

с германием, и, согласно принципу Паули, этот электрон должен находиться в ближайшем состоянии с более высокой энергией. Таким образом, внешний электрон атома мышьяка, вкрапленного в кристалл германия, должен по существу находиться в полосе проводимости. Германий специально изготавливают с контролируемой примесью мышьяка. Это так называемый *n*-германий (от *negative* — отрицательный). Кроме того, выращивают кристаллы германия с примесью галлия. Атом галлия захватывает электрон у соседнего атома германия, оставляя «дырку», или вакансию, которая может «перемещаться» от одного атома германия к другому. Эта дырка ведет себя подобно положительно заряженному носителю тока. Германий с примесью галлия называют *p*-германием (от *positive* — положительный).

Находящиеся в контакте две области полупроводника с *p*- и *n*-примесями представляют собой *p*—*n*-переход. В этом случае полупроводник обладает необычным свойством — его электрическое сопротивление в одном направлении оказывается в сотни раз больше, чем в противоположном. Подобное устройство называется кристаллическим диодом, причем его электрические характеристики сходны с характеристиками вакуумного диода. Это означает, что если положительное напряжение приложено к *p*-германию в *p*—*n*-переходе, то потечет большой ток, в то время как при отрицательном напряжении течет маленький ток. Подобно вакуумному диоду, *p*—*n*-переход имеет небольшое сопротивление в одном направлении и большое сопротивление в другом направлении. Это явление можно пояснить с помощью фиг. 298. На фиг. 298, *a* изображены два образца германия, один из которых содержит донорные атомы сурьмы (*n*-германий), а другой — акцепторные атомы галлия (*p*-германий). В зависимости от количества примесей появляется различие в уровнях Ферми. Рассмотрим, например, случай, когда разность между уровнями Ферми составляет 0,2 эв. Фиг. 298, *б* иллюстрирует

Ответ 3. Да, может. В противном случае токи в сверхпроводниках не могли бы течь, не ослабевая, многие годы, как то наблюдается. В любом лабораторном образце имеются примеси. Наличие небольших примесей не нарушает квантовомеханического объяснения.



Фиг. 298. Токи в $n-p$ -переходе.
 а и б — напряжение отсутствует; в — прямое напряжение; г — обратное напряжение. Приложенное напряжение раздвигает уровни Ферми на расстояние eV . Результирующий ток I — обычный положительный ток.

соединение двух образцов, у которых выравниваются уровни Ферми, в результате чего, как указывалось в § 3, возникает контактная разность потенциалов $0,2 \text{ в}$. Если оба образца соединить проводником, то появится противоположно направленный одинаковый ток, I_p и I_n . Величина I_p чрезвычайно мала, поскольку крайне мало число электронов с тепловой энергией $0,72 \text{ эв}$, которая необходима для того, чтобы попасть в полосу проводимости. В n -германии в полосе проводимости много электронов благодаря донорным атомам мышьяка, однако лишь у немногих имеется кинетическая энергия, равная $0,2 \text{ эв}$, необходимая для преодоления потенциальной возвышенности такой высоты. Но если опустить правую часть диаграммы, приложив положительное напряжение, то уже у большего числа электронов проводимости хватит энергии, чтобы «взобраться» на более низкую потенциальную возвышенность. Величина I_n сильно возрастет и появится большой результирующий ток (фиг. 298, в). Если, однако, правая сторона приподнимется (фиг. 298, г), то высота возвышенности будет больше $0,2 \text{ эв}$ и преодолеть ее сможет еще меньшее число электронов. В итоге результирующий ток окажется малым.

Теория полупроводников была настолько развита еще в 1949 г., что это позволило Бардину, Бреттэну и Шокли изобрести кристалл, действующий подобно вакуумному триоду. Затем они приступили к изготовлению таких полупроводниковых кристаллов, называемых теперь *транзисторами*. Это изобретение, имевшее огромное техническое значение, было бы невозможно при отсутствии теории проводников и полупроводников. Транзистор состоит из $p-n-p$ - или $n-p-n$ -переходов с тремя электрическими контактами. Мы не имеем возможности подробно рассматривать теорию транзисторов. Однако некоторое представление об их принципах действия читатель может получить, если вновь обратится к фиг. 298 и вообразит третий образец германия справа, причем ко всем трем образцам приложено определен-

Вопрос 4. Обычно диод с $p-n$ -переходом изображают стрелкой, которая обозначает направление, куда току «легче» течь. С какой стороны находятся p - и n -германий?

ное напряжение. Как видно из фиг. 298, *в*, при наложении дополнительного положительного напряжения к среднему образцу может возникнуть значительный ток вправо, тогда как при отрицательном напряжении вправо потечет лишь небольшой ток. Таким образом, мы обнаруживаем, как и в триоде, что небольшие изменения напряжения сигнала могут вызвать большие изменения тока во внешней цепи. В этом случае напряжение сигнала прикладывается к центральному образцу $n-p-n$ -транзистора, а в вакуумном триоде оно подавалось на управляющую сетку. В настоящее время транзисторы заменили вакуумные триоды во многих электронных схемах. Их преимуществом является отсутствие подогревных катодов и возможность работать при низких напряжениях от маленьких батарей.

Еще одним важным свойством полупроводников является фотопроводимость. Это явление можно представить себе как фотоэффект, происходящий целиком внутри твердого тела. Фотоны в видимой области спектра (или даже в инфракрасной области) могут поглощаться внешними электронами, находящимися в основном состоянии. Электрону при этом сообщается дополнительная энергия, равная энергии фотона и достаточная для перевода его в полосу проводимости. При освещении фотоэлемента с внутренним фотоэффектом его электрическое сопротивление резко уменьшается.

Среди многочисленных применений полупроводников мы встречаем также солнечные батареи. При освещении кристаллического диода образуются как дырки, так и свободные электроны. Из-за огромного различия сопротивления токам, текущим через $p-n$ -переход в противоположных направлениях, дырочный и электронный токи оказываются несимметричными. В одном направлении имеется избыточный поток отрицательного заряда, в другом — положительного заряда, в результате чего и возникает разность потенциалов.

Ответ 4. p -германий справа, а n -германий слева.

§ 6. Сверхтекучесть

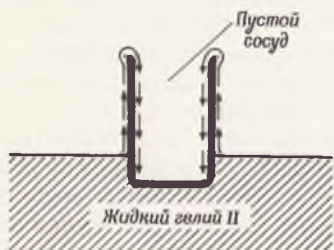
КАК ПРОЩЕ НАПОЛНИТЬ СТАКАН

Сверхтекучесть жидкого гелия представляет собой еще одно необычное квантовомеханическое явление, происходящее при температуре, близкой к абсолютному нулю. Если охлаждать газообразный гелий, то при температуре $4,2^{\circ}\text{K}$ он будет сжижаться. Если этот жидкий гелий продолжать охлаждать, то при температуре $2,2^{\circ}\text{K}$ его свойства внезапно изменятся. При этом происходят макроскопические явления, совершенно не укладывающиеся в рамки обычных представлений. К примеру, сосуд, частично заполненный этой странной модификацией жидкого гелия (называемой гелием-II) и оставленный незакрытым, вскоре опорожнится сам собой. Объясняется это тем, что жидкий гелий поднимается по внутренней стенке сосуда (независимо от ее высоты) и переливается через край наружу. По той же причине может происходить и обратное явление (фиг. 299). Если пустой стакан частично погрузить в жидкий гелий, то он быстро заполнит стакан до уровня жидкости снаружи. По мере уменьшения температуры ниже $2,2^{\circ}\text{K}$ количество жидкого гелия-II увеличивается. При температуре абсолютного нуля весь гелий превратился бы в гелий-II. Еще одним странным свойством чистого жидкого гелия-II является то, что он не передает усилия на другие тела. Выходящий из брандспойта под большим давлением поток такой жидкости не мог бы опрокинуть даже поставленную на ребро монету. Жидкий гелий свободно обтекал бы монету, не оказывая на нее никакого усилия. А смогла ли бы рыба плавать в жидком гелии-II? Естественно, нет, потому что она замерзла бы. Но даже воображаемая незамерзающая рыба не смогла бы плыть, потому что ей не от чего было бы отталкиваться. Ей оставалось бы полагаться на первый закон Ньютона.

Формулируя эти удивительные свойства жидкого гелия-II на языке математики, физики говорят, что его вязкость равна нулю.

Фиг. 299. Поверхность, действующая подобно сифону.

Стрелками показана поверхностная пленка жидкого гелия, заполняющего пустой сосуд.



Остается загадкой, почему вязкость равна нулю. Как и сверхпроводимость, удивительные свойства жидкого гелия сейчас интенсивно исследуются. Значительных успехов удалось достичь в направлении теоретического объяснения сверхтекучести жидкого гелия-II¹⁾.

§ 7. Лазеры

ПООЩРЯЕМЫЕ АТОМЫ РАБОТАЮТ СОВМЕСТНО

До открытия лазеров в 1960 г. мы были не в состоянии осветить пучком света Луну и обнаружить это световое пятно или (другая крайность) сконцентрировать свет в крошечном пятне размером не более длины волны. Сейчас удается получать лазерные очень короткого промежутка времени. И поскольку эту энергию можно сконцентрировать в области размером с длину световой волны, удается получать гигантские температуры, при которых мгновенно испаряется любое вещество. В обычных источниках света происходит независимое испускание фотонов отдельными атомами. С помощью линз нельзя сфокусировать всю энергию источника в области размером меньше самого источника. Однако если бы имелся источник чисто синусоидальной бесконечной волны, то с помощью простой линзы свет удалось бы сфокусировать в пятно размером примерно в одну длину волны. Подобный источник света можно осуществить, используя так называемое индуцированное излучение. Существуют два механизма излучения фотонов возбужденным атомом. Один представляет собой обычный хаотический процесс, называемый самопроизвольным испусканием, другой — индуцированное испускание. При-

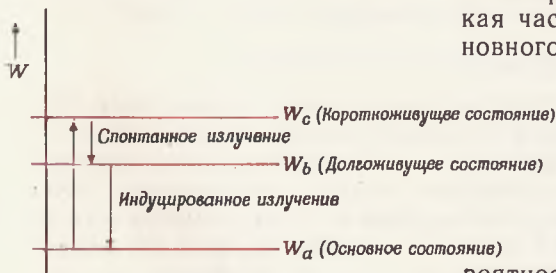
¹⁾ Необычные свойства гелия-II были открыты и исследованы П. Л. Капицей. Заслуги в разработке теории этой квантовой жидкости принадлежат Л. Д. Ландау. — *Прим. ред.*

существование внешнего излучения от других атомов может вынудить возбужденный атом испустить свой фотон *в фазе* с внешним излучением. Другими словами, если на возбужденный атом падает фотон, сходный с фотоном, который может быть испущен атомом, то атом испускает его и притом в фазе с «родительским» фотоном.

Итак, если между двумя параллельными зеркалами создать неистощимый источник возбужденных атомов, количество фотонов в фазе друг с другом будет накапливаться по мере того, как свет будет блуждать туда и сюда. Это значит, что возникнет синусоидальная электромагнитная волна с частотой, характерной для излучения атома. На практике используются частично отражающие зеркала и происходит непрерывная утечка чисто синусоидальной световой волны. Остается единственная проблема — как обеспечить неистощимый источник возбужденных атомов. Это можно сделать, используя так называемую оптическую накачку. Свет от внешнего источника с более высокой частотой непрерывно направляется на атомы, которые имеют схему уровней, сходную с изображенной на фиг. 300. Более высокая частота соответствует переходу из основного состояния W_a на уровень W_c .

Затем возбужденные атомы испускают либо фотон с той же частотой, возвращаясь при этом в основное состояние, либо фотон с меньшей частотой, переходя на уровень W_b . У некоторых веществ существует большая вероятность, что атомы быстро перейдут на уровень W_b , нежели любым способом в основное состояние. Уровень же W_b характеризуется относительно малой вероятностью спонтанного перехода на уровень W_a . Подобным свойством обладает кристалл рубина (окись алюминия с примесью ионов хрома). С помощью быстрой оптической накачки удается получить больше атомов на уровне W_b , нежели в основном состоянии. В таком случае первые несколько спонтанно

Фиг. 300. Диаграмма энергетических уровней у типичного лазера.



испущенных фотонов, соответствующих переходу $W_b - W_a$, быстро индуцируют испускание в фазе фотонов остальными возбужденными атомами.

Частота $f = (W_b - W_a)/h$ у ионов хрома соответствует красному свету. С 1960 г. было найдено много других веществ, как твердых, так и газообразных, которые использовались для получения лазерных пучков в широком интервале частот инфракрасной и видимой частей спектра. Возбужденные состояния можно создать электрически и химически, точно так же, как и с помощью оптической накачки. Даже некоторые типы $p-n$ -переходов испускают лазерное излучение при условии, что противоположные поверхности кристалла сделаны отражающими. Основным механизмом испускания фотонов в этом случае является переход электронов из зоны проводимости в щель в валентной зоне. Такой переход с излучением может быть и индуцированным и спонтанным.

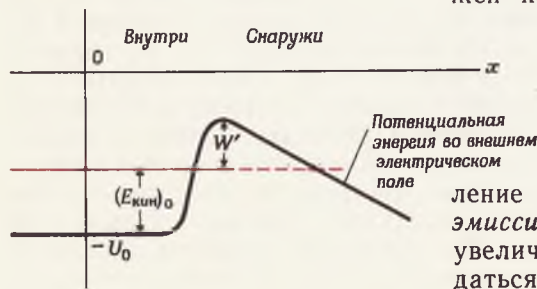
§ 8. Проникновение сквозь барьер

ПРОСАЧИВАНИЕ СКВОЗЬ СТЕНКУ

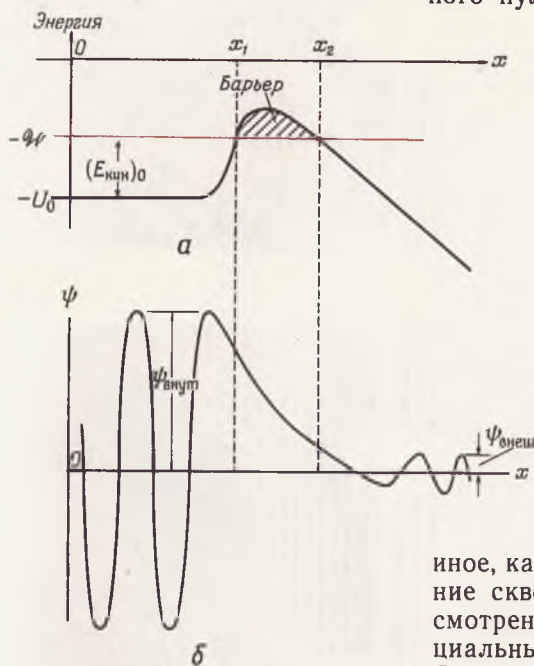
Термоэлектронная эмиссия

Если наложить электрическое поле, стремящееся вырвать электроны из металла, то появляется постоянный ток, обусловленный покидающими металл электронами. Потенциальная энергия в случае постоянного поля E равна $U = -eEx$. На фиг. 301 изображен комбинированный потенциал, в котором движется электрон проводимости. Мы видим, что избежать «заточения» в металле могут лишь те немногочисленные электроны, энергия теплового движения которых превышает W' . Это явление носит название *термоэлектронной эмиссии*. Можно ожидать, что небольшое увеличение температуры будет сопровождаться значительным увеличением эмиссии

Фиг. 301. То же, что и на фиг. 296, при наличии внешнего электрического поля.



Фиг. 302. Потенциал (а) и соответствующая волновая функция (б) внутреннего электрона с уровнем Ферми ($-\varphi W$).



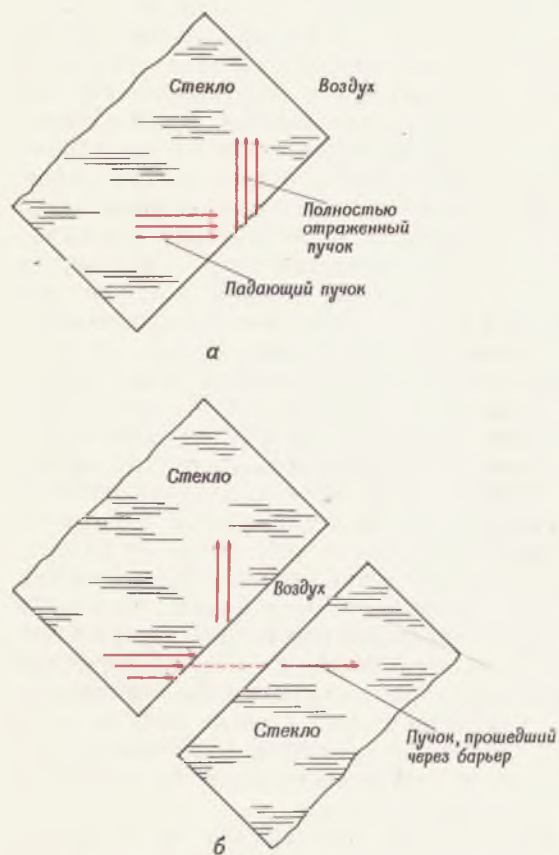
электронов. Вот почему подогреваются катоды электронных ламп. Но даже если катоды охладить до температуры абсолютного нуля, по-прежнему будет происходить эмиссия электронов! Это — совершенно иное явление; оно рассматривается ниже.

Автоэлектронная эмиссия

Установлено, что слабый электронный ток продолжает течь с катода даже при очень низких температурах, когда отсутствуют электроны с тепловыми энергиями, достигающими W' . Это явление носит название *автоэлектронной эмиссии* и представляет собой важное следствие квантовой механики, ниспровергающее классические представления. Упомянутое необычное явление есть не что

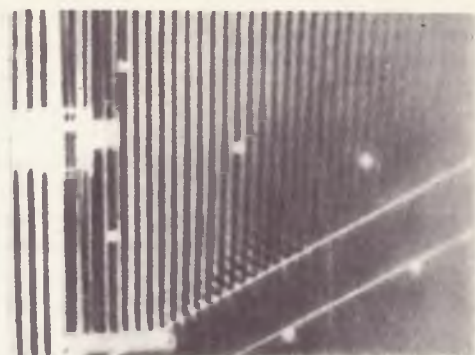
иное, как квантовомеханическое проникновение сквозь потенциальный барьер. В рассмотренном примере мы имеем дело с потенциальным барьером высотой W' (фиг. 302). Согласно классической физике, электрон с кинетической энергией $(E_{кин})_0$ внутри металла будет иметь в точке x_1 нулевую кинетическую энергию. Благодаря тому что он притягивается металлом, ему придется возвратиться из этой точки обратно. Классическая физика запрещает электронам проникать даже на небольшие расстояния внутрь барьера. В области между x_1 и x_2 кинетическая энергия электрона оказалась бы отрицательной, что недопустимо с точки зрения классики. Однако из уравнения Шредингера следует, что в этой области могла бы находиться электронная волна.

Как видно из фиг. 302, она должна изгибаться в направлении от оси x . Заметим, что с некоторой вероятностью электрон можно обнаружить и вне металла. Согласно квантовой механике, вероятность проникновения сквозь барьер при каждом столкновении

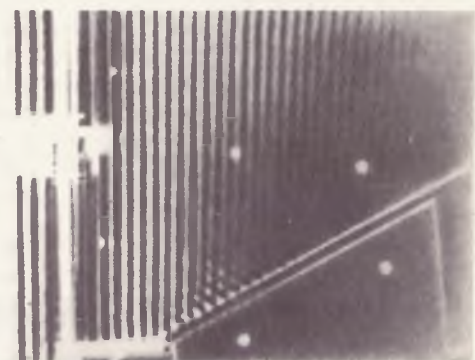


Фиг. 303. Проникновение света через барьер.

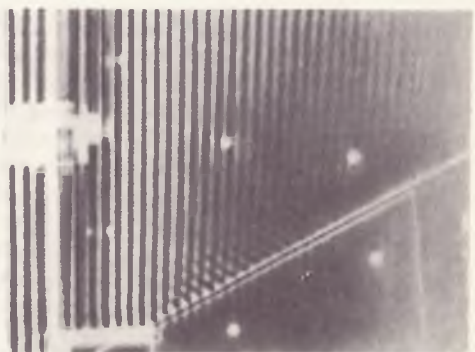
Если вторая стеклянная пластинка придвигается к первой, часть света покидает первую и проходит во вторую.



а



б



в

Фиг. 304. Демонстрация проникновения через барьер в ванне с вибратором.

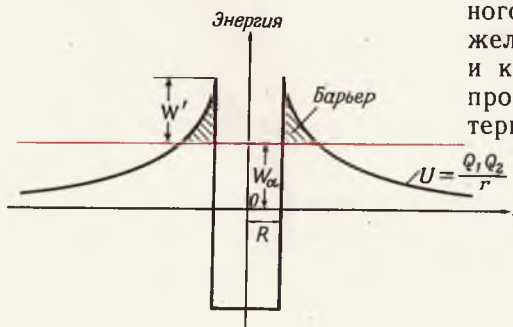
а — волны полностью отражаются от глубокой щели; б и в — по мере сужения щели появляется прошедшая волна, интенсивность которой увеличивается с уменьшением щели.

данного электрона с ним должна составлять $\psi^2_{\text{внш}}/\psi^2_{\text{внутр}}$.

Классическим примером потенциального барьера мог бы служить шарик, катящийся внутри чаши. Если выпустить шарик у края чаши, то он будет кататься вверх и вниз, никогда не перекатываясь через край. Тем не менее квантовая механика предсказывает, что шарик может выскочить из чаши, правда, с крайне малой вероятностью [примерно $10^{-10^{29}}$].

В действительности пример проникновения через барьер имеется и в классической физике. Уравнение Шредингера имеет тот же вид, что и уравнение для световых волн или волн на воде. Поэтому можно ожидать примеров проникновения через барьер в оптике. Поверхность стеклянной пластинки представляет собой барьер для света, пытающегося выйти из стекла. Если свет падает на поверхность под углом больше критического угла (такие углы запрещены законом Снеллиуса), то свет не сможет пройти сквозь барьер и, следовательно, полностью отразится назад в стекло (фиг. 303, а). Однако если вблизи поместить другую стеклянную пластинку (в пределах одной или двух длин волн, как на фиг. 303, б), то часть света преодолет барьер и будет распространяться во второй пластинке. На фиг. 304 показано аналогичное явление, наблюдаемое в ванне с вибратором.

Фиг. 305. Потенциальная энергия α -частицы внутри ядра радиусом R . После вылета из ядра кинетическая энергия составляет W_α .



Альфа-распад

Тот же механизм проникновения сквозь барьер лежит в основе объяснения естественного радиоактивного распада некоторых тяжелых элементов на α -частицу (ядро гелия) и конечное ядро. Известно, что α -частица прочно связана с ядром. Потенциал, характеризующий эту связь, имеет характер глубокой «ямы», изображенной на фиг. 305. На расстояниях, превышающих радиус ядра R , потенциальная энергия представляет собой электростатическую потенциальную энергию

$Q_1 Q_2 / r$, где Q_1 — заряд α -частицы, а Q_2 — заряд конечного ядра. Однако, несмотря на высокий барьер, α -частице в конце концов удается проникнуть наружу. Например, вероятность проникновения сквозь барьер, или вероятность радиоактивного распада, на протяжении 4,5 млрд. лет в случае ядра U^{238} составляет 0,5. Таким образом, период полураспада составляет $4,5 \cdot 10^9$ лет.

Поскольку примерно таким же является возраст Земли, то U^{238} встречается еще в достаточном количестве. У всех изотопов с Z , превышающим 92, энергия α -частиц оказывается больше, а барьер соответственно меньше, благодаря чему эти изотопы имеют значительно более короткие периоды полураспада. Именно поэтому ни один из них не встречается в природе.

Мы имеем теперь простое квантовомеханическое объяснение явления радиоактивности. Мы видим, почему нельзя предсказать момент, когда произойдет распад данного ядра U^{238} , какие бы точные измерения мы ни производили.

По той же причине нельзя предсказать, в каком месте следующий электрон попадет на экран при наблюдении дифракционных электронов. Вопросы, связанные с явлением радиоактивности, более подробно излагаются в следующей главе.

Пример. Радиус ядра U^{238} равен $8,6 \cdot 10^{-13}$ см. При его распаде испускается α -частица с энергией 4,2 Мэв. Какова высота потенциального барьера (в Мэв) для α -частицы, находящейся внутри ядра?

Как следует из фиг. 305, высота барьера равна $Q_1 Q_2 / R$ за вычетом энергии α -частицы. Таким образом,

$$W' = \frac{Q_1 Q_2}{R} - 4,2 \text{ Мэв}$$

$$(Q_1 = 2e, \quad Q_2 = 90e, \quad R = 8,6 \cdot 10^{-13} \text{ см}),$$

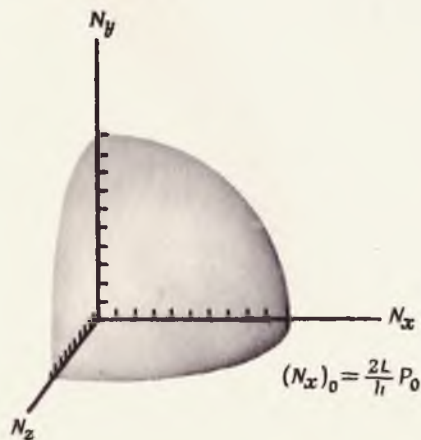
$$\frac{Q_1 Q_2}{R} = 4,82 \cdot 10^{-5} \text{ эрг} = 30,1 \text{ Мэв},$$

$$W' = 25,9 \text{ Мэв}.$$

Рассмотрим пустой кубический ящик размером $L \times L \times L$, находящийся при температуре абсолютного нуля. Если в этот ящик поместить электрон, то вскоре он, излучая, перейдет на низший энергетический уровень. Второй электрон также перейдет на низший уровень. Согласно принципу Паули, третий электрон будет вынужден занять более высокий, или второй, энергетический уровень. Пятый электрон займет третий энергетический уровень и т. д. Если в ящике имеется всего N электронов, то уровень Ферми будет просто представлять собой энергию уровня с номером $N/2$. Рассмотрим электронные волны, соответствующие каждому энергетическому уровню, подобно тому как это мы делали в случае одномерного ящика на стр. 392. В нашем трехмерном случае данная электронная волна будет характеризоваться тремя квантовыми числами N_x , N_y и N_z . Как указывалось на стр. 394, квантовое число N_x представляет собой число стоячих волн по оси x и равно

$$N_x = \frac{2L}{h} P_x,$$

Фиг. 306. Верхний квадрант сферы радиусом $R = \frac{2L}{h} P_0$.



где P_x — проекция на ось x импульса электрона. Если $(E_{\text{кин}})_0 = P_0^2/2m$ — уровень Ферми, то P_0 — максимально возможное значение P_x любого из N электронов в ящике. Максимальное значение N_x , соответствующее заполненному состоянию, в этом случае равно $(N_x)_0 = 2LP_0/h$. Такие же соотношения имеют место и для N_y и N_z . Чтобы получить полное число занятых состояний, нам надо сосчитать все возможные комбинации из трех чисел N_x , N_y и N_z в пределах верхней границы $2LP_0/h$. Такой подсчет будет крайне утомительным, если мы не воспользуемся фиг. 306, на которой для удобства вдоль оси x через каждый сантиметр мы отметили N_x , вдоль оси y отметили N_y , а вдоль оси z отметили N_z . В этом случае каж-

дое возможное состояние (или комбинация трех целых чисел) представляется единственной точкой в пространстве. Эти точки образуют кубики со стороной l см. Заметим, что число таких кубиков равно числу точек. Теперь воспользуемся тем, что заполненные состояния лежат внутри радиуса $R = 2LP_0/h$. Полное число занятых состояний в этом случае численно равно числу кубиков в пространстве, ограниченном сферической поверхностью на фиг. 306. Поскольку на фигуре изображена $1/8$ всего объема сферы, то полное число состояний равно

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi \left(\frac{2LP_0}{h} \right)^3 = \frac{4\pi L^3 P_0^3}{3h^3}.$$

Поскольку в каждом состоянии имеется два электрона, то полное число электронов

$$N = \frac{8\pi V P_0^3}{3h^3},$$

где $V = L^3$ — объем ящика. Решая относительно P_0 , получаем

$$P_0 = \left(\frac{3h^3}{8\pi} \frac{N}{V} \right)^{1/3}.$$

Подставляя этот результат в выражение $(E_{\text{кин}})_0 = P_0^2/2m$, имеем

$$(E_{\text{кин}})_0 = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{3}{\pi} \mathcal{N} \right)^{2/3},$$

где

$$\mathcal{N} = \frac{N}{V}.$$

Задачи

1. Что должно сильнее зависеть от температуры — сопротивление чистого металла или сопротивление полупроводника?
2. Как меняется с температурой сопротивление полупроводника — увеличивается или уменьшается?
3. Глубина потенциальной ямы у вольфрама равна 9 эв , а максимальная кинетическая энергия электронов проводимости составляет 5 эв . Чему равны работа выхода и уровень Ферми в эв ?
4. Сосуд диаметром 1 см содержит жидкий гелий-II, причем высота столба жидкости 5 см . Через сколько времени после удаления крышки вся жидкость вытечет из сосуда? Скорость вытекания 50 см/сек , толщина пленки 10^{-6} см .
5. Глубина потенциальной ямы металла равна 11 эв , а работа выхода 4 эв . Найдите:
 - а) полную энергию ($E_{\text{кин}} + U$) электронов проводимости, соответствующую уровню Ферми (с правильным знаком);
 - б) увеличение кинетической энергии при прохождении электрона через поверхность внутрь металла.
6. Сколько электронов проводимости приходится на 1 г натрия? Сколько электронов проводимости в 1 г германия с примесью мышьяка $4 \cdot 10^{-6} \text{ г}$?
7. Количество солнечной энергии, падающей в виде излучения на поверхность Земли, составляет 2 кал/см^2 в 1 мин . Какую площадь должна иметь солнечная батарея с эффективностью 20% и мощностью 100 вт ?
8. Электрон с $E_{\text{кин}} = 3 \text{ эв}$ попадает в металл и $E_{\text{кин}}$ увеличивается до 8 эв . Чему равна глубина потенциальной ямы?
9. Металл A имеет $U_0 = 4$, а $(E_{\text{кин}})_0 = 3 \text{ эв}$. Металл B имеет $U_0 = 3,5$, а $(E_{\text{кин}})_0 = 2 \text{ эв}$. Если соединить оба металла, то электроны будут переходить из одного в другой, пока уровни Ферми не сравняются. Какой из металлов приобретет положительный потенциал относительно другого?
10. Какова теплота образования (в кал) 1 моля газообразного KCl из атомов K и Cl ?
11. Работа выхода для металлического лития равна $2,36 \text{ эв}$. Какова величина U_0 для лития?
12. Расстояние между двумя протонами в H_3^+ равно $1,06 \text{ \AA}$. Каким будет расстояние между протонами, связанными μ^- -мезоном (μ^- -мезон в 207 раз тяжелее электрона)?

13. В гипотетическом тяжелом ядре α -частица испытывает 10^{22} столкновений в 1 сек с потенциальным барьером, а $\psi_{\text{внеш}}/\psi_{\text{внутр}} = 10^{-15}$. Какова вероятность того, что это ядро распадется на протяжении одного года?

14. У двух различных металлов одинаковые потенциальные ямы, а уровни Ферми различаются на 3 эв.

- Чему равна контактная разность потенциалов в случае соединения этих металлов?
- Каким будет знак металла с более низким уровнем Ферми по отношению к другому металлу, положительным или отрицательным?

15. Рассмотрим гипотетический металл А. При поглощении металлом фотона с энергией 7 эв испускается фотозлектрон с энергией 3 эв. Плотность электронов проводимости такова, что внутри металла они имеют кинетические энергии вплоть до 5 эв (без учета тепловой энергии).

- Чему равен уровень Ферми металла А?
- Чему равна работа выхода металла А?
- Чему равна глубина потенциальной ямы металла А?
- Какую кинетическую энергию теряет электрон, вылетая с поверхности металла А?
- Чему равен порог фотоэффекта в эв? (Порог — минимальная энергия фотона, способного выбить электрон из металла А.)

16. Потенциал притяжения электронов для некоего металла равен U_0 . Длина волны λ электрона вне металла составляет 10 Å. В металле длина волны электрона становится равной 4 Å. Чему равно U_0 (в эв)?

17. При соединении двух металлов I и II потенциальная энергия приобретает вид, изображенный на фиг. 307. Найдите:

- Максимальную кинетическую энергию электронов проводимости в области II.
- Работу выхода в области II.
- Потенциальную энергию в области II.
- Отношение электронных длин волн на уровне Ферми, λ_I/λ_{II} .

18. Квантовые числа электрона в кубическом ящике со стороной L равны N_x , N_y и N_z .

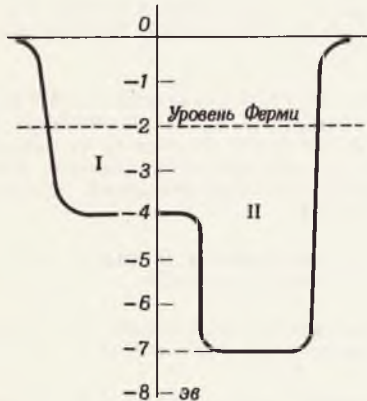
- Напишите уравнения, выражающие проекции импульса электрона на оси x , y и z через L , m , \hbar и квантовые числа.
 - Выразите энергию электрона через \hbar , m , L , N_x , N_y и N_z .
- (Указание. $P^2 = P_x^2 + P_y^2 + P_z^2$.)

19. Решение задачи 18, б:

$$W = (\hbar^2/8mL^2) (N_x^2 + N_y^2 + N_z^2).$$

Вычислите пять низших энергетических уровней (в эв) в ящике с $L = 10^{-7}$ см.

Фиг. 307. К задаче 17.

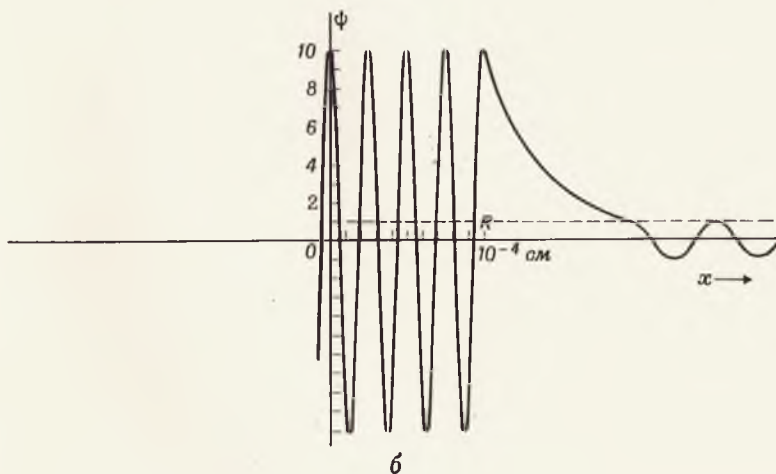
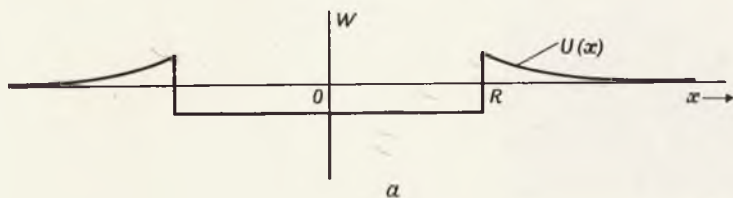


20. Повторите решение задачи 18 для прямоугольного ящика со сторонами L_x , L_y и L_z .

21. Предположим, что кривая потенциальной энергии взаимодействия электрона и отрицательно заряженной пылинки радиусом 10^{-4} см показана на фиг. 308, а. Пусть электрон внутри пылинки имеет волновую функцию, приведенную на фиг. 308, б. Найдите:

- Длину волны электрона внутри пылинки.
- Скорость электрона внутри пылинки.
- Вероятность вылета электрона наружу при каждом столкновении с поверхностью.
- Среднее время жизни электрона до вылета из пылинки (в предположении, что потери энергии отсутствуют).

Фиг. 308. К задаче 21.







ГЛАВА 15

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА § 1. Свойства ядер

АТОМЫ В МИНИАТЮРЕ

Эта глава посвящена в основном описанию свойств и строения атомных ядер. Как мы увидим, протоны и нейтроны очень сходны между собой. Поэтому для обозначения обеих частиц используют один термин «нуклон». Мы хотели бы объяснить строение ядра по аналогии со строением атома, а именно представить ядро как систему нуклонов, движущихся по определенным орбитам, подобным электронным орбитам в атоме. В идеале хотелось бы иметь возможность в принципе вычислять массу данного ядра, его спин, магнитный момент, энергии связи нуклонов, входящих в его состав, и энергии возбужденных состояний. Для достижения этой цели необходимо в точности знать силы, действующие между двумя нуклонами. К сожалению, эти силы оказываются отнюдь не столь простыми, как электрические силы, и до сих пор неизвестны с достаточно высокой точностью. И тем не менее в объяснении строения ядра достигнуты значительные успехи, и многие из свойств ядер можно предсказать, по крайней мере приближенно.

Прежде чем приступить к обсуждению современного состояния данных о силах, действующих между нуклонами, и строении ядер, мы перечислим некоторые свойства ядер, известные из опыта. Прежде всего, насколько мало ядро? Размеры ядра можно определить следующим образом. Будем бомбардировать атом электронами высокой энергии и отмечать, сколько из них испытывают прямое попадание¹⁾. Оказывается, что в ядре с массовым числом A (т. е. суммой чисел нейтронов и протонов) почти все нуклоны плотно упакованы в пределах радиуса

$$\text{Радиус ядра } R = 1,2 \cdot 10^{-13} A^{1/2} \text{ см.} \quad (15.1)$$

Это соотношение, как показывают опыты, выполняется достаточно точно для всех ядер,

¹⁾ Относительно деталей определения размеров ядер см. § 6 и приложения 1 и 2 в настоящей главе.

за исключением самых легких. Отметим, что поскольку объем пропорционален R^3 , он пропорционален числу нуклонов A в первой степени. Таким образом, согласно формуле (15.1), все ядра независимо от их размера должны иметь одинаковую плотность.

Пример. Какова плотность ядерного вещества, выраженная числом нуклонов в 1 см^3 и в г/см^3 ? Число частиц в 1 см^3 $N=A/V$; согласно (15.1), объем ядра

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{4\pi}{3} (1,2 \cdot 10^{-13})^3 A.$$

Таким образом,

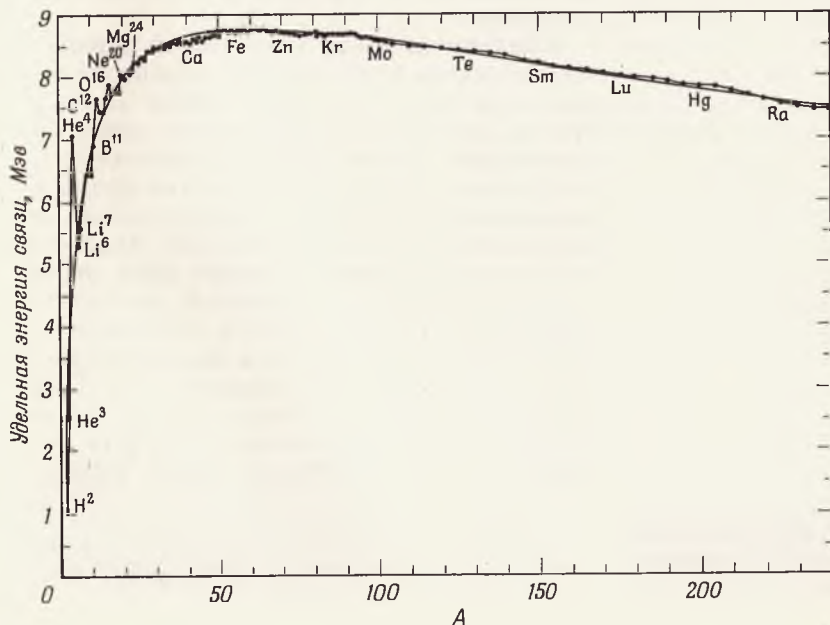
$$\begin{aligned} N &= \frac{A}{\frac{4\pi}{3} \cdot (1,2)^3 \cdot 10^{-39} A} = \\ &= 1,38 \cdot 10^{38} \text{ нуклонов в } 1 \text{ см}^3. \end{aligned} \quad (15.2)$$

Умножая это число на массу одного нуклона $1,67 \cdot 10^{-24} \text{ г}$, получаем плотность

$$D = 2,3 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3.$$

Таким образом, 1 см^3 ядерного вещества весил бы 230 млн. т.

Фиг. 309. Зависимость экспериментальных значений удельной энергии связи от массового числа A .



Подобно электронам в атоме, нуклоны удерживаются в ядре силами притяжения. Эти силы должны быть достаточно большими, чтобы преодолеть кулоновское отталкивание протонов. Они называются ядерными и будут рассмотрены в § 2. Из опыта известно, что у легких ядер энергия связи, приходящаяся на один нуклон, или удельная энергия связи, возрастает с увеличением A (фиг. 309). Мы могли ожидать подобного эффекта как следствия сложения сил; связь отдельного нуклона оказывается более сильной, если он притягивается не одним или двумя, а сразу несколькими нуклонами. Однако в области за $A=80$ удельная энергия связи постепенно уменьшается с ростом A . Это обстоятельство говорит о том, что силы ядерного притяжения имеют малый радиус действия (порядка поперечника отдельного нуклона). За пределами этого радиуса господствуют силы электростатического отталкивания; это значит, что если два протона удаляются друг от друга более чем на $2,5 \cdot 10^{-13}$ см, силы из притяжения превращаются в отталкивание. Ядра, расположенные в области $A=80$, оказываются наиболее прочными.

Следствием такой зависимости удельной энергии связи от A являются процессы синтеза и деления ядер. Рассмотрим сначала, что происходит при соединении электрона с протоном. В этом случае выделяется энергия, равная $13,6$ эв, а масса атома водорода оказывается на $13,6$ эв¹⁾ меньше суммы масс свободного электрона и протона. Аналогично масса или энергия покоя двух легких ядер будет больше суммарной массы этих ядер. Если эти ядра удастся соединить, то они «сопьются» и при этом выделится энергия, соответствующая разности масс. Такой процесс называют *синтезом ядер*. В § 5 мы увидим, что упоминавшаяся разность масс может превысить $0,5\%$. С другой стороны,

Вопрос 1. Получите формулу для поперечного сечения ядра с массовым числом A .

¹⁾ В физике принято использовать энергию в качестве единицы массы. Величину массы можно всегда найти с помощью соотношения $M=W/c^2$.

если *тяжелое* ядро расщепляется на два более легких ядра, то масса двух осколков будет меньше массы родительского ядра на 0,1%. Таким образом, у тяжелых ядер существует тенденция к делению на два более легких ядра с выделением энергии. Энергия атомной бомбы и ядерного реактора есть не что иное, как энергия, высвобождающаяся при делении ядер. Энергия водородной бомбы представляет собой энергию, высвобождающуюся при синтезе.

Альфа-распад (см. гл. 14, § 8) можно уподобить крайне асимметричному делению, при котором родительское ядро M расщепляется на небольшую α -частицу и большое конечное ядро M' . Альфа-распад возможен лишь при условии, что в реакции



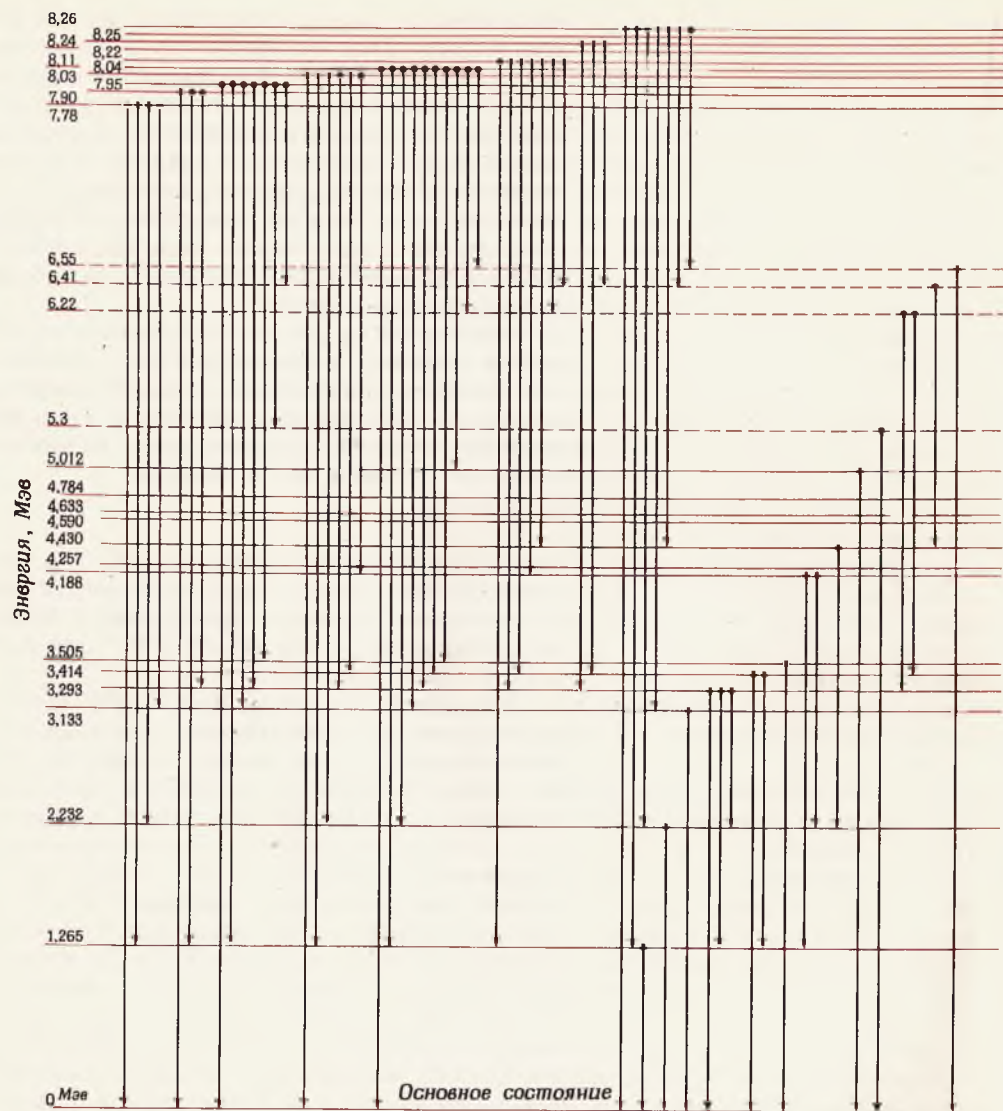
масса M превышает сумму масс M' и α -частицы. В этом случае ядро оказывается радиоактивным и может претерпевать α -распад. Оказывается, что $M > M' + M$ для всех ядер с $Z > 82$ (свинец).

Как уже отмечалось, при $Z \geq 92$ (уран) времена жизни относительно α -распада становятся существенно меньше возраста Земли. Этим объясняется отсутствие подобных элементов в природе. Но такие элементы могут быть искусственно созданы человеком. Например, плутоний ($Z=94$) можно получить из урана в ядерном реакторе. Подобная процедура сейчас стала общепринятой, и обходится она в 15 долларов за 1 г. До последнего времени были получены элементы вплоть до $Z=105$, однако стоит это очень дорого и получают их обычно в совершенно ничтожных количествах. Можно ожидать, что радиохимикам в конце концов удастся создать очень малые количества новых элементов и с $Z > 105$.

Электроны в атоме могут переходить на «орбиты» с более высокой энергией или на возбужденные энергетические уровни. Точно так же нуклоны в ядре могут переходить на «орбиты» с более высокой энергией. Таким образом, каждое ядро характеризуется на-

Ответ 1. Площадь равна

$$\begin{aligned} \pi R^2 &= \pi (1,2 \cdot 10^{-13} A^{1/3})^2 \text{ см}^2 = \\ &= 4,52 \cdot 10^{-26} A^{2/3} \text{ см}^2. \end{aligned}$$



Фиг. 310. Энергетические уровни ядра P^{31} и γ -переходы в этом ядре. Каждая горизонтальная линия изображает возбужденное состояние ядра P^{31} .

бором энергетических уровней, расположенных над основным уровнем.

На фиг. 310 изображены энергетические уровни ядра фосфора (P^{31}) и γ -переходы в этом ядре. Схема энергетических уровней ядра обнаруживает те же особенности, что и схема энергетических уровней атома, изображенная на фиг. 282 (стр. 408). Возбужденное ядро может переходить на более низкие энергетические уровни, испуская при этом фотон (называемый в ядерной физике γ -квантом). Например, если нейтрон попадает в ядро U^{238} (индекс указывает, что $A=238$), то образуется ядро $(U^{239})^*$, причем звездочка означает возбужденное состояние изотопа U^{239} . Затем



где γ — испускаемый γ -квант. Каждое возбужденное состояние ядра, конечно, характеризуется своей энергией, спином и магнитным моментом. Измерение этих, а также других величин для огромного количества возбужденных состояний более чем 1000 различных изотопов и составляет занятие физиков-экспериментаторов и радиохимиков. Результаты подобных измерений имеют практическое значение, а также расширяют наши представления о строении ядер и ядерных силах.

§ 2. Радиоактивный распад

никто не поручится, когда это случится

Широкий класс физических явлений обнаруживает свойство, называемое *экспоненциальным распадом*. До сих пор мы останавливались на двух явлениях подобного рода: α -распаде тяжелого ядра и испускании γ -кванта или фотона возбужденным атомом (см. гл. 13) или ядром (§ 1 настоящей главы). В каждом из этих случаев существует определенная вероятность распада в единицу времени.

Из § 4 гл. 14 мы помним, что распад ядра U^{238} по закону случая обусловлен волновой природой вещества. Вероятность обнаружить α -частицу вне ядра пропорциональна $(\Psi_{\text{внеш}})^2$ (см. фиг. 302). Природа вероятности такова, что если данное ядро благодаря редкой случайности не испытало распада на протяжении большого числа периодов полураспада, то эта предыстория ни в коей мере не скажется на вероятности распада в будущем. Это же справедливо и для бросания монеты. Если у вас пять раз подряд выпала решетка, то вероятность выпадения снова решетки при шестом бросании останется равной $1/2$. Мы не можем предсказать, когда произойдет распад данного ядра. Вероятность распада для ядер одного сорта всегда одна и та же, независимо от их возраста. Например, половина всех ядер радиоактивного изотопа с периодом полураспада 1 год распадается на протяжении года, однако у отдельного ядра, не распавшегося в первый год, будет по-прежнему 50 шансов из 100 распасться во второй. Если оно сохранится на протяжении двух лет, вероятность распада в третьем году снова будет $1/2$.

Рассмотрим более детально распад U^{238} . Вероятность распада любого выбранного ядра U^{238} на протяжении одного года равна $1/(6,5 \cdot 10^9)$. Для промежутка Δt лет вероятность распада составит

$$\text{Вероятность} = \frac{\Delta t}{6,5 \cdot 10^9} \quad (15.3)$$

Воспользовавшись этой вероятностью, можно вычислить среднюю продолжительность жизни ядра U^{238} . Она дается величиной, стоящей в знаменателе (15.3), т. е. $6,5 \cdot 10^9$ лет. Это, по определению, и есть среднее время жизни τ . Вероятность распада за время Δt выражается через среднее время жизни (лет) следующим образом:

$$\text{Вероятность} = \frac{\Delta t}{\tau} \quad (15.4)$$

Пример. Найдем приближенное выражение для среднего времени жизни относительно α -распада через $\Psi_{\text{внеш}}/\Psi_{\text{внутр}}$.

В § 8 гл. 14 показано, что вероятность вылета α -частицы из ядра при каждом столкновении с барьером равна $(\psi_{\text{внеш}}/\psi_{\text{внут}})^2$. Число столкновений за время Δt равно отношению проходимого за это время расстояния $v\Delta t$ к диаметру ядра $2R$:

$$\frac{v\Delta t}{2R}$$

Перемножая оба выражения, мы получаем

$$\text{Вероятность } \omega \approx \frac{v\Delta t}{2R} \left(\frac{\psi_{\text{внеш}}}{\psi_{\text{внут}}} \right)^2,$$

или

$$\frac{\Delta t}{\omega} \approx \frac{2R}{v} \left(\frac{\psi_{\text{внут}}}{\psi_{\text{внеш}}} \right)^2.$$

Согласно (15.4), $\Delta t/\omega = \tau$. Следовательно, эта величина характеризует среднее время жизни, а именно

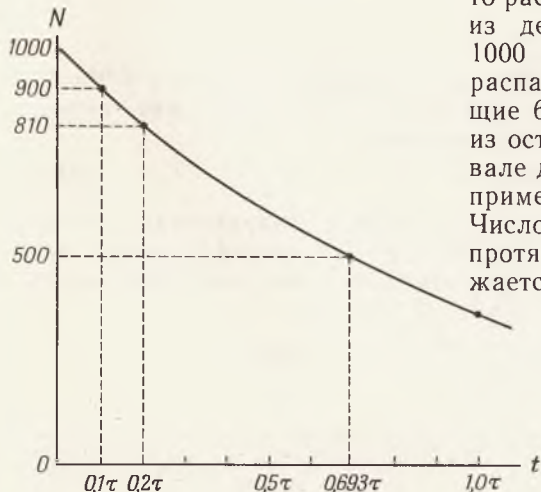
$$\tau \approx \frac{2R}{v} \left(\frac{\psi_{\text{внут}}}{\psi_{\text{внеш}}} \right)^2.$$

Это соотношение показывает, как можно использовать квантовую механику для расчета времени жизни и других свойств атомов и ядер. Современная квантовая теория дает столь же полное описание радиоактивного распада, как и всего остального.

Как мы сейчас увидим, формула (15.4) справедлива только в том случае, когда Δt много меньше τ . Согласно ей, если $\Delta t = \tau/10$, то распаду каждого ядра отвечает один шанс из десяти. Если первоначально имелось 1000 атомов U^{238} , то примерно 100 из них распадутся за $\tau/10 = 650$ млн. лет. В следующие 650 млн. лет распадутся примерно 90 из оставшихся 900 атомов. В третьем интервале длительностью 650 млн. лет распадется примерно 81 атом из оставшихся 810 и т. д. Число атомов, не претерпевших распада на протяжении времени t , графически изображается кривой на фиг. 311.

Фиг. 311. Кривая радиоактивного распада.

По вертикальной оси отложено число радиоактивных атомов N , не испытавших распада за время t , а по горизонтальной оси — время t в единицах среднего времени жизни τ .



Для точного расчета этой кривой выберем Δt бесконечно малым. Тогда число атомов спустя время Δt будет

$$N \approx N_0 \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right),$$

где N_0 — начальное число нестабильных частиц со средним временем жизни τ . Спустя n интервалов времени Δt , т. е. спустя время $t = n\Delta t$,

$$N \approx N_0 \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right)^n \approx N_0 \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right)^{t/\Delta t}$$

Положим $x = -\Delta t/\tau$, тогда

$$N \approx N_0 (1+x)^{-t/x} \approx N_0 [(1+x)^{1/x}]^{-t/x}.$$

В пределе при Δt (или x), стремящемся к нулю, это соотношение становится точным. Предел $(1+x)^{1/x}$ при $x \rightarrow 0$ — известное в математике число

$$\lim_{x \rightarrow 0} [(1+x)^{1/x}] = e,$$

где $e = 2,718 \dots$ Итак,

$$N = N_0 e^{-t/\tau}. \quad (15.5)$$

Какая величина t/τ соответствует распаду половины частиц? Это значение t , названное нами ранее периодом полураспада, мы будем обозначать через T . Согласно (15.5), имеем

$$e^{-T/\tau} = \frac{1}{2}.$$

По таблице логарифмов находим $e^{-0,693} = 1/2$. Таким образом, $T/\tau = 0,693$, или период полураспада равен

$$T = 0,693 \tau. \quad (15.6)$$

Отметим, что период полураспада U^{238} равен $T = 0,693 \cdot 6,5 \cdot 10^9$ лет = 4,5 млрд. лет. Если подставить величину $\tau = T/0,693$ в формулу (15.5), то получим

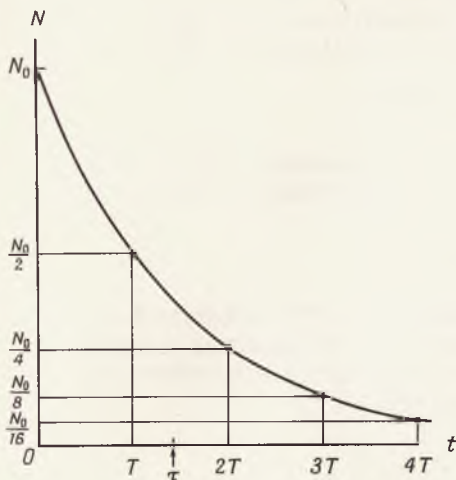
$$\frac{N}{N_0} = e^{-0,693 t/T} = (e^{-0,693})^{t/T},$$

или

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T}. \quad (15.7)$$

Фиг. 312. Кривая радиоактивного распада.

Изображена зависимость числа не испытанных распада атомов от времени на протяжении четырех периодов полураспада T .



К концу промежутка времени, равного двум периодам полураспада ($t=2T$), останется $1/4$ частиц; к концу трех периодов полураспада — $1/8$, и т. д. Кривая, описываемая (15.7), изображена на фиг. 312. Кривые распада, изображенные на фиг. 311 и 312, носят название *экспоненциальных кривых распада*.

Вероятность испускания фотона ядром, находящимся в возбужденном состоянии, можно вычислить с помощью квантовой механики. Таким образом, каждому возбужденному состоянию ядра фосфора (см. фиг. 310) сопоставляется определенный период полураспада. Аналогичный расчет позволяет получить период и вероятность «распада» атома водорода в состоянии $N=2, l=1$. В данном случае атом «распадается», испуская фотон и переходя в свое основное состояние.

Оказывается, что вероятность испускания фотона равна $\Delta t/1,6 \cdot 10^{-9}$ при условии, что Δt выражено в секундах. Таким образом, период полураспада газообразного водорода, все атомы которого находятся в возбужденном состоянии с $N=2, l=1$, равен $1,1 \cdot 10^{-9}$ сек.

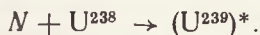
§ 3. Радионуклиды

«РУКОТВОРНЫЕ» ЯДРА

Не встречающиеся в природе новые изотопы можно получить, бомбардируя природные изотопы нейтронами. В противоположность заряженным частицам нейтроны при прохождении через вещество теряют незначительную энергию и могут легко проникать в атомные ядра. Довольно часто при соударении с ядром нейтрон поглощается им. При этом образуется новый изотоп, содержащий один лишний нейтрон и находящийся на возбужденном энергетическом уровне. Образовавшееся возбужденное ядро испытывает затем обычно γ -распад и переходит в основное состояние. Довольно часто основное состояние также оказывается радиоактивным.

Вопрос 2. Какова вероятность, что радиоактивное ядро выживет на протяжении 10 периодов полураспада?

Изотопы, основные состояния которых радиоактивны, называются *радиоизотопами*. В качестве примера рассмотрим бомбардировку нейтронами U^{238} . При поглощении нейтрона ядром U^{238} образуется радиоизотоп U^{239} в возбужденном состоянии, которое мы обозначаем звездочкой (U^{239})*:



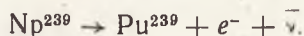
Впоследствии возбужденное ядро может испытать γ -распад, переходя в основное состояние



Новый радиоизотоп U^{239} в природе не встречается. Он испытывает β -распад с периодом в 24 мин и превращается в конечное ядро с $Z=93$ (нептуний):



Обозначение $e^- + \bar{\nu}$ и механизм β -распада будут обсуждаться в гл. 16. Конечное ядро Np^{239} также оказывается неустойчивым по отношению к β -распаду. Оно превращается с периодом 2,3 дня в плутоний ($Z=94$):



В январе 1934 г. у Энрико Ферми возникла мысль, что искусственную радиоактивность можно было бы получить, бомбардируя различные вещества нейтронами. Вместе со своей римской группой Ферми провел систематическое облучение всех элементов, которые им удалось достать, в порядке возрастания атомного номера. К маю 1934 г. они добрались до урана. Но обнаружили они не только период β -распада U^{239} , но и сложную смесь других периодов полураспада. Им казалось, что они, вероятно, получили один или несколько трансурановых элементов при превращении U^{239} в ядро с $Z=93$ за счет β -распада и что, по-видимому, этот элемент также испытывает β -распад, превращаясь в

Ответ 2. Она равна $(1/2)^{10}$, или 1 шанс из 1024.

элемент с $Z=94$, и т. д. В то же время Ферми говорил, что он не вполне понимает полученные результаты.

Ферми не знал, что причиной запутанности его результатов было следующее обстоятельство. Некоторые из возбужденных ядер U^{239} испытывали деление, и многочисленные продукты этого процесса являлись причиной появления большого числа разнообразных периодов полураспада. Если бы Ферми удалось полностью объяснить свои результаты, весь мир, включая и Гитлера, уже тогда, в 1934 г., знал бы о возможности создания атомной бомбы.

В декабре 1938 г. Ферми была присуждена Нобелевская премия за работу, содержащую открытие этих новых изотопов и методов их получения. Поскольку семья лауреата обычно сопровождает его в Швецию, Ферми представилась блестящая возможность вывезти близких из фашистской Италии.

После получения премии Ферми направился в США. Вскоре по прибытии в США ему стало известно об открытии деления, и он выполнил одну из первых работ, приведших впоследствии к созданию атомной бомбы.

Важность работы Ферми отмечается в знаменитом письме Эйнштейна президенту Рузвельту (фиг. 313).

Использование радиоизотопов в промышленности, медицине, сельском хозяйстве и исследовательской работе получило широкое распространение и приобрело большое экономическое значение. Радиоизотопы позволяют «метить» небольшие образцы биологических и искусственных материалов. Это дает возможность изучать биологические и промышленные процессы, следя за мечеными веществами с помощью детекторов излучения.

Можно, к примеру, пометить гены в хромосоме. Получающиеся в результате этого данные о расположении генов, расщеплении и слиянии хромосом имеют неоценимое значение для генетики.

Вопрос 3. Совпадает ли среднее время жизни радиоактивного ядра с периодом полураспада этого изотопа?

August 2nd, 1939

F.D. Roosevelt,
President of the United States,
White House
Washington, D.C.

Sir:

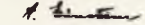
Some recent work by E.Fermi and L. Szilard, which has been communicated to me in manuscript, leads me to expect that the element uranium may be turned into a new and important source of energy in the immediate future. Certain aspects of the situation which has arisen seem to call for watchfulness and, if necessary, quick action on the part of the Administration. I believe therefore that it is my duty to bring to your attention the following facts and recommendations:

In the course of the last four months it has been made probable - through the work of Joliot in France as well as Fermi and Szilard in America - that it may become possible to set up a nuclear chain reaction in a large mass of uranium, by which vast amounts of power and large quantities of new radium-like elements would be generated. Now it appears almost certain that this could be achieved in the immediate future.

This new phenomenon would also lead to the construction of bombs, and it is conceivable - though much less certain - that extremely powerful bombs of a new type may thus be constructed. A single bomb of this type, carried by boat and exploded in a port, might very well destroy the whole port together with some of the surrounding territory. However,

I understand that Germany has actually stopped the sale of uranium from the Czechoslovakian mines which she has taken over. That she should have taken such early action might perhaps be understood on the ground that the son of the German Under-Secretary of State, von Weizsäcker, is attached to the Kaiser-Wilhelm-Institut in Berlin where some of the American work on uranium is now being repeated.

Yours very truly,


(Albert Einstein)

Фиг. 313. Письмо Альберта Эйнштейна президенту Франклину Рузвельту.

§ 4. Биологическое воздействие излучения

можно погибнуть от невидимого

Проходя через вещество, заряженные частицы сталкиваются с атомными электронами и оставляют за собой шлейф из ионов. Происходит разрушение или повреждение молекул живой ткани. Характер и последствия этих явлений представляют больший интерес для биологов, нежели для физиков. Однако из-за всеобщего интереса и важности вопроса мы приведем некоторые основные данные. Вопросы, относящиеся к биологическому воздействию излучения, важны для всех, кто интересуется проблемами гражданской обороны, военной стратегией, внешней политикой, ядерной энергетикой, испытаниями ядерного оружия, применением радиоизотопов, ядерными исследованиями и т. д.

На практике при контроле уровня излучения в качестве единицы дозы излучения принят *рад*. Эта единица определяется следующим образом: если 1 г биологической ткани сообщается доза излучения в 1 *рад*, то при этом в ткани поглощается энергия (в форме энергетических потерь ионизирующих частиц), равная 100 *эрг*:

1 *рад* соответствует поглощению 100 *эрг/г*.

Рад представляет собой видоизменение старой единицы, названной рентгеном (*р*)

1 *р* соответствует поглощению 83 *эрг/г*.

Оценим теперь дозу излучения, создаваемую космическими лучами на протяжении года. Из опыта известно, что быстрая заряженная частица при прохождении 1 см воды теряет около 2 *Мэв*. Поток космических лучей на уровне моря выделяет ежегодно около 4 *эрг* на 1 г воды. Таким образом, естественный уровень излучения, соответствующий космическим лучам, составляет около 0,04 *рад* в год, или 3 *рад* на протяжении жизни человека (70 лет). Сравнимое количество излучения создается естественными радиоактив-

Ответ 3. Нет. Среднее время жизни длиннее периода полураспада.

ными изотопами, которые содержатся в почве и горных породах. Таким образом, полная фоновая доза, обусловленная природными источниками, составляет около $0,1 \text{ рад}$ в год, или 7 рад на протяжении жизни.

Смертельная доза

Если человек за короткий промежуток времени получит дозу в 400 рад , распределенную по всему телу, то ее биологическая опасность оказывается столь высокой, что имеется примерно 50% шансов за то, что индивидум погибнет. Это количество излучения называется смертельной, или летальной, дозой:

Смертельная доза = 400 рад .

Доза, составляющая примерно 200 рад , вызывает лучевую болезнь. Поскольку некоторые ткани способны восстанавливаться, индивидум, получивший дозу в 400 рад на протяжении нескольких лет, по всей вероятности, останется в живых, хотя состояние его здоровья может значительно ухудшиться.

«Допустимая» доза

Различные промышленные и исследовательские работы связаны с применением радиоактивных материалов. В 1957 г. Международная Комиссия по радиологической защите установила в качестве предельно допустимой дозы для работающих с излучением 5 рад в год, или 100 мрад в неделю:

Предельно допустимая доза для работающих с излучением = 5 рад в год.

Отметим, что при 50-летнем периоде работы предельно допустимая доза почти в 40 раз превысит дозу, получаемую от естественного излучения.

Предельно допустимая доза для основного населения принимается равной 10%

Вопрос 4. Образец U^{238} бомбардируется нейтронами на протяжении 80 мин. За это время количество U^{239} увеличивается. Будет ли U^{239} после облучения следовать чисто экспоненциальной кривой распада? Будет ли Pu^{239} в образце следовать чисто экспоненциальной кривой распада?

дозы для лиц, подвергающихся профессиональному облучению¹.

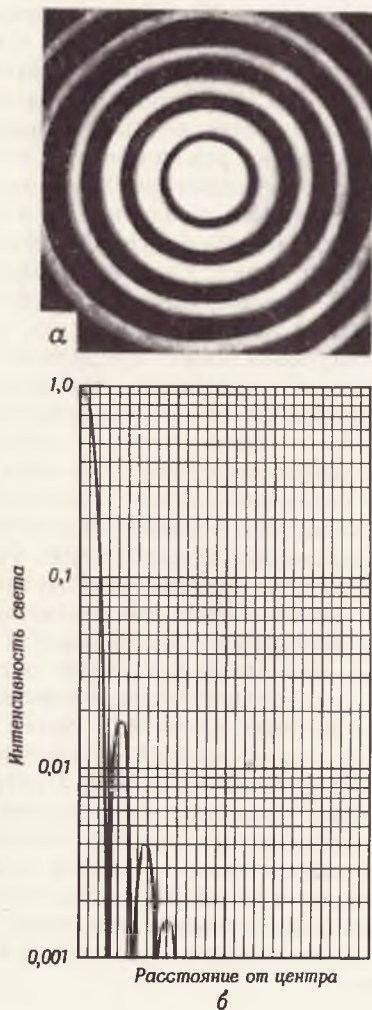
Предельно допустимая доза $0,5 \text{ рад}$ в год, или для населения 30 рад на протяжении всей жизни. Эта величина почти в 4 раза превышает дозу, создаваемую естественным излучением. В США основным излучением, сравнимым с естественным фоновым излучением, является рентгеновское излучение, применяемое в медицине. Уровень излучения, обусловленный испытаниями ядерного оружия, остается ниже уровня естественного излучения, пока ядерные державы воздерживаются от испытаний в атмосфере.

Распространено ложное мнение о том, что уровень излучения ниже предельно допустимой дозы не вызывает поражений. В действительности же любой уровень излучения сопряжен с биологической опасностью. Подвергшиеся мутациям под действием излучения хромосомы будут воспроизводиться в уже измененной форме. В генетике много неопределенного, однако твердо установлено, что скорость естественных мутаций определяется естественной радиоактивностью, и любое увеличение интенсивности излучения, каким бы незначительным оно ни было, скажется в увеличении этой скорости. Скорость естественных мутаций у людей настолько велика, что приводит к серьезным аномалиям в 3% случаев рождений. Поэтому следует опасаться ядерного вооружения не только из-за огромного ущерба, который термоядерная война может нанести воюющим сторонам, но и вследствие сопутствующего ей увеличения уровня излучения на всем земном шаре, которое отразится на всех народах мира.

Ответ 4. U^{239} следует чисто экспоненциальной кривой распада. Однако по мере распада U^{239} количество Pu^{239} сначала будет возрастать, а не убывать.

¹) В соответствии с рекомендациями Международной Комиссии по радиологической защите (Мюнхен, 1959 г.) в СССР санитарными правилами установлена предельно допустимая доза облучения для основного населения — 1% от дозы профессионального облучения.— *Прим. ред.*

Фиг. 314. Дифракционная картина (а) и кривая зависимости интенсивности от угла дифракции (б).



Вопрос 5. Каков будет центральный дифракционный максимум от протонной сердцевины — уже или шире пика от полупрозрачного диска?

§ 5. Дифракционное рассеяние

САМЫЙ МОЩНЫЙ МИКРОСКОП

Если представление о волновой природе вещества правильно, то следует ожидать, что в тех случаях, когда пучок частиц с достаточно малой длиной волны падает на атомные ядра, появится классическая дифракционная картина. Пусть пучок света с длиной волны λ падает на черный диск радиусом R . В этом случае получится круговая дифракционная картина (фиг. 314), на которой положение первого минимума описывается соотношением

$$\sin \theta_{\text{мин}} = 0,61 \frac{\lambda}{R} \quad (15.8)$$

Явление в сущности совпадает с дифракцией на щели (см. задачу 26, гл. 10). Фотоны, попадающие в темный диск, выбывают из пучка. Аналогичным образом если пучок протонов падает на ядра большого размера (типа ядер свинца), то протоны, испытавшие прямое соударение с ядрами, будут выбывать из пучка. Следовательно, с точки зрения математического описания ядро свинца эквивалентно черному диску радиусом R , который освещается падающим пучком с длиной волны $\lambda = h/P$, где P — импульс протона. Какими бы ни были частицы, фотонами или протонами, решение волнового уравнения будет в точности таким же, как и в классической задаче о дифракции световой волны на черном диске. Это означает, что формула (15.8) должна быть справедлива и для протонов с высокой энергией. Необходимо лишь заменить λ на h/P , что дает

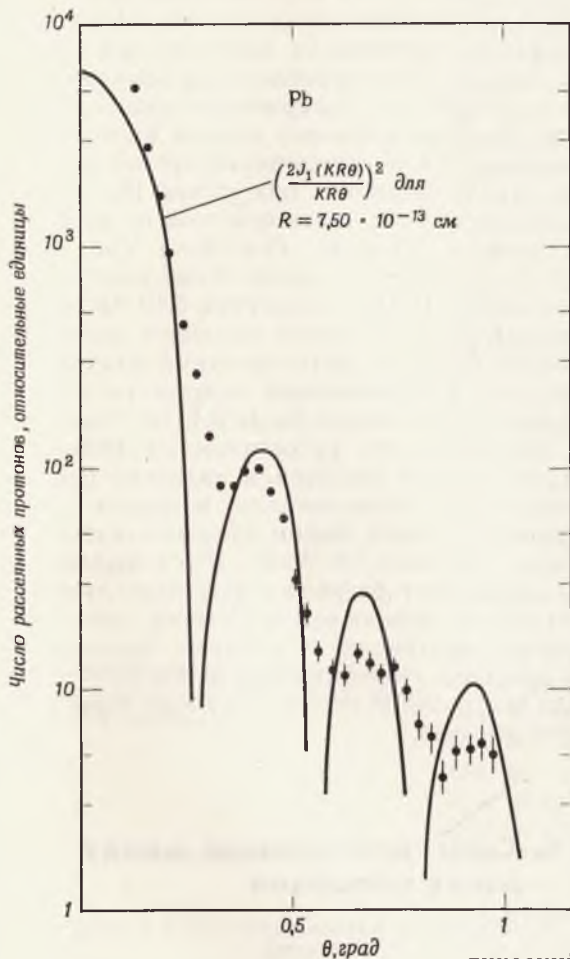
$$\sin \theta_{\text{мин}} = 0,61 \frac{h}{PR} \quad (15.9)$$

Дифракция протонов наблюдалась при измерении зависимости от угла θ числа упруго рассеянных протонов. На фиг. 315 изображены результаты исследования рассеяния протонов с энергией 19 Гэв на свинце. Точки — это результаты измерений, выполненных при 30 различных углах в интервале от

Фиг. 315. Результаты исследования рассеяния протонов с энергией 19 Гэв на свинце.

На графике изображена зависимость числа рассеянных протонов (в относительных единицах) от угла рассеяния θ .

Сплошная линия — классическая картина при дифракции света с той же длиной волны на диске радиусом $7,5 \cdot 10^{-13}$ см.



Ответ 5. Согласно (15.9), при уменьшении R величина $\theta_{\text{мин}}$ возрастает, следовательно, пик будет шире.

0,11 до $1,03^\circ$. Сплошная линия изображает обычное распределение интенсивности при дифракции света с той же длиной волны, что и у протонов, на черном диске. Расхождение между точками и сплошной линией не связано с каким-либо нарушением волновой природы вещества. Оно обусловлено тем, что ядро свинца не вполне похоже на черный диск с резким краем. Расчет для черного диска с частично прозрачным краем дал бы плавную кривую, которая хорошо совпадала бы с экспериментальными точками.

Формулу (15.9) можно использовать для определения размеров ядер, а именно

$$R = 0,61 \frac{h}{P \sin \theta_{\text{мин}}} \quad (15.10)$$

На фиг. 315 $\theta_{\text{мин}}$ соответствует углу $0,24^\circ$, который при подстановке в (15.10) дает для свинца $R = 7,5 \cdot 10^{-13}$ см. Дифракционная картина наблюдается даже при рассеянии протонов протонами. Однако в этом случае она еще больше непохожа на картину от черного диска с резким краем, поскольку протон по мере удаления от его центра к краю становится все более прозрачным. В дифракционной картине протон-протонного рассеяния не появляется второй максимум. Однако эффективный радиус протона можно получить из измерения ширины центрального пика. В результате оптический радиус протона равен $1,1 \cdot 10^{-13}$ см.

А что известно относительно возможного «устройства» протона? Нет ли у него твердой, «непрозрачной» сердцевинки, как у атома? Наложение маленького черного диска (сердцевинки) на большой полупрозрачный диск дает сложную дифракционную карти-

ну: центральный максимум превращается в наложение двух центральных максимумов соответственно различной ширины. До сих пор этот эффект не удавалось ясно различить. Верхнюю границу размеров возможной сердцевины можно получить из формулы (15.10), вводя в нее максимальное значение $P \sin \theta$, наблюдавшееся до сих пор. Опыты по рассеянию протонов на протонах при высокой энергии были проведены на Брукхэйвском ускорителе. Содержащая водород мишень бомбардировалась пучком протонов с энергией 32 Гэв. Рассеянный протон и протон отдачи вылетали под углом 15° к направлению пучка, унося при этом по половине энергии. Тогда $P \sin \theta = 4$ Гэв, или $P \sin \theta = 2,13 \cdot 10^{-13}$ г·см/сек. Если ввести это значение в (15.10), то получим $0,19 \cdot 10^{-13}$ см. Сердцевина даже вдвое меньшего размера должна была бы дать заметный центральный пик. Следовательно, протон не имеет сердцевины размером более $0,1 \cdot 10^{-13}$ см.

Мы видим, что ускорители на большей энергии вполне заслужили названия супермикроскопов, позволяющих измерять расстояния до долей ферми (ферми — единица длины, 1 ферми $= 10^{-13}$ см). Это в миллиард раз превышает разрешающую силу лучших оптических микроскопов. Чтобы заметить наличие внутренней структуры протона с разрешением, превышающим $0,1 \cdot 10^{-13}$ см, надо построить ускорители на еще более высокие энергии.

§ 6. Силы, действующие между двумя нуклонами

ЭЛЕМЕНТАРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ЯДЕРНОМ
«АТОМЕ»

Основной целью физики является объяснение всех физических явлений на основе небольшого числа простейших основных законов. Так как материальные тела построены из электронов и ядер, то до сих пор мы шли по пути изучения основных типов взаи-

модействия электронов, ядер и фотонов. Мы видели, что такой подход позволяет достигнуть значительных успехов. Он дал полное (хотя и сложное в описании) объяснение строения вещества и соответствующих взаимодействий. На самом деле, современная квантовая электродинамика настолько совершенна, что в приложении к атомной физике предсказываемые ею результаты оказываются значительно точнее экспериментальных данных. До последнего времени не удавалось установить расхождение теории с опытом, несмотря на то что точность некоторых экспериментальных результатов превышала одну десятиллионную (10^{-7}).

С другой стороны, квантовой электродинамике не удается объяснить строение атомного ядра, которое, как известно, состоит из протонов и нейтронов. Чтобы объяснить, что так прочно связывает протоны внутри ядра, необходимо ввести силы нового типа. Для преодоления электростатического отталкивания протонов эти силы должны превосходить по своей величине электростатические силы. Эти новые силы, называемые ядерными силами (или сильным взаимодействием), грубо говоря, в сотни раз превышают электростатические.

Если не учитывать слабое электростатическое отталкивание, то сильное взаимодействие протона с протоном, протона с нейтроном и нейтрона с нейтроном будет одним и тем же во всех трех случаях. Оно носит название нуклон-нуклонных сил. Потенциальную энергию взаимодействия двух нуклонов можно грубо изобразить в виде графика на фиг. 316, хотя детальный вид этого взаимодействия пока еще неизвестен. Для сравнения на фигуре показана e^2/r —потенциальная энергия электростатического взаимодействия

Фиг. 316. График потенциальной энергии в случае сил, действующих между двумя нуклонами.



двух протонов (пунктирная линия). Специфической особенностью ядерных сил является то обстоятельство, что они изображаются графиком на фиг. 316 только при параллельных спинах нуклонов. Если же спины антипараллельны, то ядерные силы оказываются значительно более слабыми. Как будет видно из следующего параграфа, глубину потенциала, изображенного на фиг. 316, можно определить из величины энергии связи дейтрона. Более подробные сведения о форме этого потенциала дают опыты по рассеянию протонов и нейтронов на протонах. Рассеяние протонов на протонах показано на фиг. 31 (стр. 79).

§ 7. Строение ядра

НУКЛОННЫЕ ОРБИТЫ

В атомной физике единственным атомом, легко поддающимся анализу, является атом с одним протоном и одним электроном, т. е. атом водорода. С аналогичной ситуацией мы сталкиваемся и при изучении строения ядра: простейшим является анализ ядра, содержащего один протон и один нейтрон, т. е. дейтрон. Протон и нейтрон связаны друг с другом в дейтроне с энергией 2,22 Мэв.

Пример 1. Массы дейтрона, протона и нейтрона равны соответственно 1875,49, 938,21 и 939,50 Мэв. Какова энергия связи ядра дейтерия?

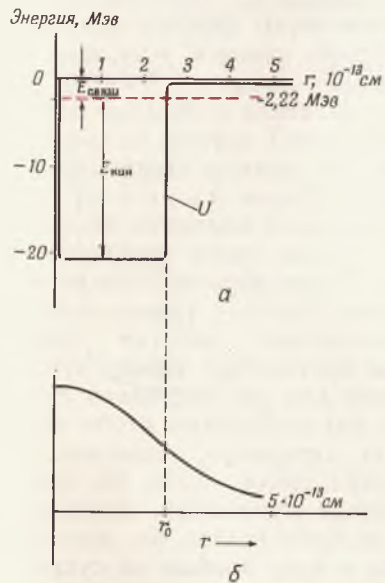
Полная энергия связи равна сумме масс отдельных нуклонов за вычетом массы ядра. Таким образом, энергия связи равна

$$M_P + M_N - M_D = 2,22 \text{ Мэв.}$$

Как и в случае атома водорода, эту энергию связи можно было бы подсчитать, если бы были известны силы, действующие между двумя частицами. Все сводится к нахождению волновой функции низшего порядка, соответствующей потенциалу, изображенному на фиг. 316. В первом приближении потенциальную энергию можно представить в виде «прямоугольной ямы», имеющей радиус $r_0 = 2,5 \cdot 10^{-13}$ см. Такая яма изображена на фиг. 317, а. Красной горизонтальной чертой

Фиг. 317. Приближенное изображение потенциальной ямы, отвечающей взаимодействию нейтрона с протоном (а), низшая волновая функция, энергия, отвечающая этому состоянию, $W = -2,22$ Мэв (б), и распределение ядерного вещества в ядре дейтерия (в).

Интенсивность светлого оттенка пропорциональна квадрату волновой функции нуклонов, спроектированной на плоскость.



показана энергия W , соответствующая стоячей волне низшего порядка (фиг. 317, б).

Проведем теперь вычисления. Мы можем выбрать для расчета положение низшего энергетического уровня W , исходя из глубины потенциала, или вычислить глубину ямы по W (энергии связи). Впервые было в действительности сделано последнее и мы поступим так же. Начнем с того, что нам известны энергия связи и радиус действия ядерных сил r_0 . Нам надо получить из этих данных сведения о глубине потенциальной ямы, которая характеризует величину ядерных сил.

Заметим, что размеры дейтрона примерно в два раза меньше длины волны, отвечающей низшей стоячей волне, т. е.

$$\frac{\lambda}{2} = 2r_0, \text{ или } \lambda = 4r_0$$

Импульс протона или нейтрона $p = h/\lambda$. Таким образом, внутри ямы импульс $p = h/4r_0$, а кинетическая энергия

$$E_{\text{кин}} = \frac{p^2}{2M} = \frac{h^2}{32Mr_0^2}$$

Полная кинетическая энергия в два раза больше

$$(E_{\text{кин}})_{\text{полн}} = \frac{2}{16Mr_0^2}$$

Подставив $r_0 = 2,3 \cdot 10^{-13}$ см, получим

$$(E_{\text{кин}})_{\text{полн}} = 3,00 \cdot 10^{-5} \text{ эрг} = 18,7 \text{ Мэв.}$$

Если U_0 — глубина ямы, то, как видно из фиг. 317, а,

$$U_0 = (E_{\text{кин}})_{\text{полн}} + E_{\text{связи}} = 18,7 + 2,2 = 20,9 \text{ Мэв.}$$

Для нахождения сил, действующих между нуклонами (см. фиг. 316), в действительности использовались результаты многочисленных экспериментов, таких, как рассеяние нейтронов протонами и энергия связи дейтрона. Отметим, что волновая функция дейтрона простирается за пределы $r = 5 \cdot 10^{-13}$ см. Таким образом, дейтрон оказывается рыхлее более тяжелых ядер.

Тяжелые ядра

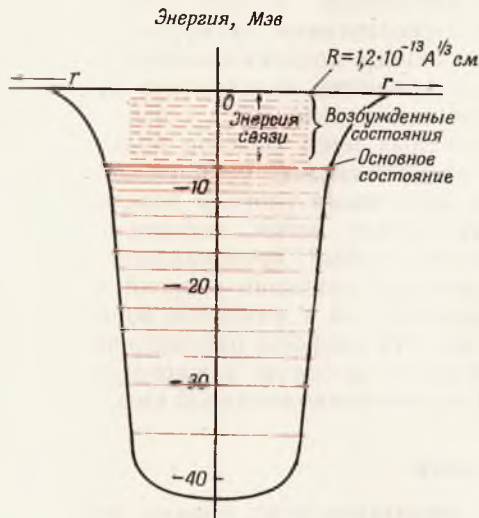
Большую плотность нуклонов в тяжелых ядрах можно объяснить следующим образом. Пусть сначала имеется множество свободных нуклонов и расстояние между соседними частицами равно s . Будем теперь постепенно сближать частицы (уменьшать s). Как только s станет меньше $2,5 \cdot 10^{-13}$ см, нуклоны внезапно почувствуют сильное притяжение со стороны своих соседей, и их энергия связи соответственно возрастет. Однако мы видели в гл. 14, что, когда свободные электроны сближаются друг с другом, их средняя кинетическая энергия должна увеличиваться согласно принципу Паули [см. (14.1)]. Так как протоны и нейтроны являются частицами со спином $1/2$, они тоже подчиняются принципу Паули. Таким образом, вследствие действия принципа Паули с уменьшением s происходит уменьшение энергии связи. К счастью, силы притяжения между нуклонами оказываются как раз настолько сильными, насколько это необходимо, чтобы обеспечить «золотую середину», отвечающую максимуму энергии связи. Если бы силы, действующие между нуклонами, оказались на 30% слабее, то преобладало бы влияние принципа Паули и ядер вообще не существовало бы. Величина s , соответствующая максимуму энергии связи, определяет размер ядра.

Из опыта получается $s = 1,9 \cdot 10^{-13}$ см, в согласии с (15.2).

Давайте рассмотрим отдельный нейтрон, входящий внутри тяжелого ядра. Нейтрон испытывает усредненное притяжение со стороны всех остальных нуклонов ядра. В гл. 14 аналогичное положение имело место с потенциалом, в котором находится свободный электрон внутри металла. На фиг. 318 изображен усредненный потенциал, в котором находится рассматриваемый нами нейтрон. Его глубина достигает около 42 Мэв для всех ядер среднего веса и тяжелых ядер. Добавление нуклонов не увеличит результирующую силу, которая действует на данный

Фиг. 318. Усредненный ядерный потенциал для нейтрона в ядре радиусом R .

Сплошные красные линии соответствуют занятым состояниям, а пунктирные — незанятым, или возбужденным, состояниям



нуклон, поскольку он притягивается, как отмечалось раньше, лишь ближайшими соседями. В действительности в этот потенциал «набито» $A/2$ нейтронов. По принципу Паули они занимают различные состояния, или энергетические уровни, вплоть до уровня Ферми.

Пример 2. Какова величина уровня Ферми для случая нейтронов в потенциале, изображенном на фиг. 318?

Согласно формуле (14.1), максимальная кинетическая энергия нейтрона равна

$$(E_{\text{кин}})_0 = \frac{\hbar^2}{8M} \left(\frac{3}{\pi} \mathcal{N} \right)^{2/3},$$

где \mathcal{N} — число нейтронов в 1 см^3 , равное примерно половине значения, полученного по формуле (15.2). Таким образом,

$$\begin{aligned} (E_{\text{кин}})_0 &= \frac{\hbar^2}{8M} \left(\frac{3}{\pi} \cdot 0,69 \cdot 10^{28} \right)^{2/3} = \\ &= \frac{(6,62 \cdot 10^{-27})^2}{8 \cdot 1,67 \cdot 10^{-24}} (66 \cdot 10^{26})^{2/3} = 54 \cdot 10^{-6} \text{ эрг}, \end{aligned}$$

$$(E_{\text{кин}})_0 = 33,7 \text{ Мэв}.$$

Из этого примера следует, что наивысший занятый нейтронами энергетический уровень располагается примерно на 34 Мэв выше дна потенциальной ямы, или около 8 Мэв ниже нулевой энергии. Таким образом, требуется по меньшей мере 8 Мэв, чтобы удалить отдельный нейтрон из типичного ядра. Это согласуется с данными, приведенными на фиг. 309. Мы рассматривали только нейтроны; протоны находятся почти в таком же потенциале и имеют почти те же энергетические уровни.

Используя упрощенную модель «прямоугольной ямы», можно предсказать ряд характеристик, таких, как энергии возбужденных состояний (пунктирные линии на фиг. 318). При этом для ядра типа фосфора ($A=31$) мы получили бы среднее расстояние между низшими возбужденными уровнями равным примерно 1 Мэв. Это совпадает с экспериментальными данными (см. фиг. 310). С увеличением диаметра ядра или потенциальной ямы в ней смогут размещаться стоя-

<i>N</i>	<i>l</i>	<i>j</i>	Число нуклонов в оболочке
4	0	1/2	2
5	2	3/2	4
6	4	7/2	8
5	2	5/2	6
7	6	11/2	12
6	4	9/2	10
5	3	5/2	6
4	1	1/2	2
7	6	13/2	14
4	1	3/2	4
5	3	7/2	8
6	5	9/2	10
3	0	1/2	2
6	5	11/2	12
4	2	3/2	4
4	2	5/2	6
5	4	7/2	8
5	4	9/2	10
3	1	1/2	2
3	1	3/2	4
4	3	5/2	6
4	3	7/2	8
2	0	1/2	2
3	2	3/2	4
3	2	5/2	6
2	1	1/2	2
2	1	3/2	4
1	0	1/2	2

Энергетические уровни

чие волны с той же длиной волны (или $E_{кин}$), но более высоких порядков; это означает, что у более тяжелых ядер имеется больше возможных энергетических уровней. А поскольку глубина ямы остается постоянной, среднее расстояние между уровнями уменьшается с увеличением размеров ядра. Для ядер типа свинца предсказываемое расстояние между уровнями значительно меньше 1 Мэв. Это тоже согласуется с экспериментом. У тяжелых ядер имеется большое число тесно расположенных уровней, тогда как у легких ядер число уровней невелико, а расстояния между ними значительны. Можно получить грубые предсказания не только относительно значений энергий возбужденных уровней, но и моментов количества движения. Эти вопросы рассмотрены в следующем разделе на основе важного уточнения нашей модели потенциальной ямы.

Модель оболочек

Каждому энергетическому уровню нейтронов на фиг. 318 соответствует определенная волновая функция, или «орбита», с определенной энергией и моментом количества движения. Это утверждение имеет смысл как для занятых уровней, так и для уровней с более высокой энергией, т. е. возбужденных состояний. Энергии и моменты количества движения уровней можно вычислить теоретически, и результат расчета достаточно хорошо согласуется с данными опыта. На фиг. 319 приведены результаты расчетов

Фиг. 319. Относительное расположение энергетических уровней в ядрах с учетом спин-орбитального взаимодействия.

Взаимодействие оказывается больше при параллельной ориентации спина и орбитального момента количества движения. Как и в атоме водорода, каждый энергетический уровень, или оболочка, содержит подоболочки, отвечающие различным квантовым числам *l*. Справа указано полное число нуклонов, требуемое для заполнения этих подоболочек.

указанных характеристик каждого из состояний. Энергетические уровни соответствуют потенциальной яме, изображенной на фиг. 318 и видоизмененной с учетом того, что действующие на нуклон силы оказываются более сильными, если его спин и орбитальный момент количества движения направлены в одну сторону. Сумма спина и орбитального момента количества движения есть не что иное, как полный момент количества движения j . Мы видим, что ядро с заполненной оболочкой $N=5$, $l=4$, $j=9/2$ содержит 50 нейтронов (или 50 протонов). Из фиг. 319 видно также, что между этой оболочкой и следующей в порядке возрастания энергией имеется большой энергетический интервал. Поэтому следует ожидать, что ядра с 50 нейтронами ($A-Z=50$) или 50 протонами ($Z=50$) будут сильно связаны и особенно устойчивы. Опыт подтверждает этот вывод. Например, у олова ($Z=50$) имеется 10 стабильных изотопов (больше, чем у какого-либо другого из элементов). Кроме того, ядра с 50 нейтронами или протонами значительно шире распространены в природе, нежели ядра с 51 протоном или нейтроном.

По этой причине число 50 наряду с числами 2, 8, 20, 82 и 126 называют *магическими*. В своем современном виде модель оболочек не дает объяснения всем известным свойствам ядер. Однако эта модель оказалась довольно удачной в предсказании среди прочих свойств значений моментов количества движения большинства ядер и многообещающей при своем дальнейшем развитии.

§ 8. Деление ядер

«По существу, деление не имеет иного значения, кроме социального».

Д. Уилкинсон

Вопрос 6. Если в тяжелом ядре расстояние между нуклонами s уменьшится вдвое, как изменится при этом максимальная энергия нуклонов?

В этой цитате утверждается, что исследование деления не может принести принципиально новых данных. Мы видели в § 1,

что увеличение роли кулоновского отталкивания в очень тяжелых ядрах делает эти ядра более слабо связанными, нежели ядра среднего веса. Таким образом, если бы удалось разделить массивное ядро урана на две части, то получившиеся в результате этого две группы нуклонов перестроились бы в ядра с более сильной связью, причем процесс перестройки сопровождался бы выделением энергии. Таким образом, закон сохранения энергии допускает самопроизвольное (спонтанное) деление. Однако у ядер, встречающихся в природе, потенциальный барьер (см. § 8 гл. 14) настолько высок, что вероятность самопроизвольного деления оказывается меньше даже вероятности α -распада. К примеру, период полураспада U^{238} , обусловленный только самопроизвольным делением, равен $8 \cdot 10^{15}$ лет. Это более чем в миллион раз превышает возраст Земли. С другой стороны, если такое ядро испытает соударение с нейтроном, то оно может возбуждаться и перейти на более высокий энергетический уровень, расположенный ближе к вершине электростатического потенциального барьера. При этом увеличится и вероятность деления.

Кроме того, ядро в возбужденном состоянии может приобрести большой момент количества движения и овальную форму. Удаленные участки могут легче проникнуть через барьер, поскольку они частично уже находятся за барьером; следовательно, если ядро принимает овальную форму, барьер уменьшается еще больше. В результате захвата ядром U^{238} нейтрона образуется U^{239} в возбужденных состояниях и периоды полураспада некоторых из этих состояний относительно спонтанного деления составляют доли секунды.

При захвате медленного нейтрона в U^{235} и Pu^{239} образуются состояния, имеющие крайне малые времена жизни относительно деления. Разность масс ядра урана и типичных продуктов деления такова, что при делении урана в среднем высвобождается энергия, равная 200 Мэв.

Ответ 6. Если s уменьшится вдвое, то плотность частиц μ возрастет в 8 раз, а уровень Ферми — в $8^{1/3} = 2$ раза.

Пример. Сколько энергии (в эрг) выделяется при делении 1 г уранового горючего? Масса покоя ядра урана равна $2,2 \cdot 10^5$ Мэв.

Доля массы, превращающейся в энергию, равна в этом случае отношению 200 Мэв к $2,2 \cdot 10^5$ Мэв, т. е. $9 \cdot 10^{-4}$. Таким образом, в полезную энергию превращается около 0,1% массы урана. Поскольку 1 г любого вещества эквивалентен $Mc^2 = 9 \cdot 10^{20}$ эрг, то деление 1 г урана соответствует

$$W = 9 \cdot 10^{-4} \cdot 9 \cdot 10^{20} \text{ эрг} = 8,1 \cdot 10^{17} \text{ эрг}. \quad (15.11)$$

Сравнивая полученный выше результат с $2,9 \cdot 10^{11}$ эрг, которые выделяются при сгорании 1 г угля, мы видим, что урановое горючее оказывается почти в 3 млн. раз более «эффективным». С другой стороны, 1 г урана значительно дороже 1 г угля. Однако стоимость 1 эрг, полученного с помощью угля, оказывается в 400 раз большей, чем от уранового горючего. Этим объясняется быстрый рост применения ядерных реакторов для производства энергии.

Благодаря цепной реакции процесс деления ядер может быть сделан самоподдерживающимся. При каждом делении освобождается 2 или 3 нейтрона. Если одному из этих нейтронов удастся вызвать деление другого ядра урана, то процесс будет самоподдерживающимся. Сборка делящегося вещества, удовлетворяющая этому требованию, называется критической. Первая такая сборка, названная ядерным котлом, была построена Энрико Ферми на корте для игры в сквош¹⁾ Чикагского университета. Бронзовая доска, укрепленная снаружи корта, гласит: «Здесь 2 декабря 1942 года человек впервые осуществил самоподдерживающуюся цепную реакцию и этим положил начало овладению освобожденной ядерной энергией».

Массу U^{235} или Pu^{239} можно также сделать надкритической. При этом нейтроны, образующиеся при делении, будут вызывать несколько вторичных делений. Поскольку

¹⁾ Сквош — популярная в США игра в мяч с ракеткой (сходная с теннисом). Корт для игры представляет собой бетонную коробку, лишенную потолка и одной из стен.— *Прим. ред.*

нейтроны движутся со скоростями свыше 10^8 см/сек, надкритическая сборка может полностью израсходоваться (или разлететься) менее чем за тысячную долю секунды. Такое устройство называется атомной бомбой. Обычный метод превращения плутониевой сферы в надкритическую систему основан на использовании взрыва. Подкритическая сфера из плутония окружается химической взрывчаткой. При ее взрыве происходит мгновенное сжатие сферы. Поскольку плотность сферы при этом существенно увеличивается, скорость поглощения нейтронов оказывается больше скорости потери нейтронов при их вылете наружу. Это и есть условие надкритичности. Взрыв атомной бомбы, по-видимому, может быть сделан достаточно эффективным (большая часть плутония израсходуется до того, как бомба разлетится). Энергии химических превращений таковы, что из 1 т тротила (тринитротолуола) высвобождается 10^9 кал, или $4 \cdot 10^{16}$ эрг. Из фиг. 318 видно, что в атомной бомбе, в которой расходуется 1 кг Pu или U^{235} , высвобождается $8 \cdot 10^{20}$ эрг, или в 20 000 раз больше энергии. Такая атомная бомба называется 20-килотонной бомбой. Таким образом, современные мегатонные бомбы, грубо говоря, в миллион раз мощнее обычных тротильных. Скверно не только в миллион раз более мощное выделение энергии, но и то, что каждый грамм израсходованного плутония или U^{235} превращается в грамм продуктов деления, первоначально радиоактивных. А это исключительно большое количество радиоактивности.

§ 9. Синтез ядер

$$2+2=3,975$$

По шкале, где масса дейтерия равна 2, измеренное значение массы гелия равно 3,975. Таким образом, при соединении двух дейтронов в гелий 0,6% их первоначальной массы превращается в энергию. Если бы

Вопрос 7. Какое количество плутония расходуется в ядерном взрыве мощностью 1 Мт?

удалось использовать этот процесс синтеза для производства энергии, то он оказался бы в 6 раз эффективнее деления урана. Более того, в воде озер и океанов имеются неограниченные запасы дешевого дейтерия, чего нельзя сказать о других видах топлива. Мировые запасы природного газа и нефти будут исчерпаны в несколько десятилетий. Даже запасов угля и урана хватит в лучшем случае на несколько веков. Серьезным камнем преткновения на пути к получению энергии в неограниченных масштабах из морской воды является закон Кулона. Дело в том, что электростатическое отталкивание двух дейтронов, находящихся при комнатной температуре, не позволяет им сближаться друг с другом на расстояния, на которых сказываются короткодействующие силы ядерного притяжения.

Пример 1. Предположим, что для того, чтобы ядерные силы преодолели электростатическое отталкивание, два дейтрона должны сблизиться до 10^{-12} см. Какова при этом высота (в Мэв) электростатического потенциального барьера?

$$U = \frac{e^2}{r} = \frac{(4,8 \cdot 10^{-10})^2}{10^{-12}} = 2,3 \cdot 10^{-7} \text{ эрг} = 0,14 \text{ Мэв.}$$

Пример 2. До какой температуры должен быть нагрет дейтерий, чтобы средняя кинетическая энергия, приходящаяся на дейтрон, составила 0,14 Мэв?

$$\bar{E}_{\text{кин}} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-16} T = 2,3 \cdot 10^{-7} \text{ эрг,}$$

$$T = 1,1 \cdot 10^9 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Из этого примера видно, что если бы дейтерий удалось нагреть до температуры в миллиард градусов, то произошел бы синтез ядер. Благодаря возможности проникновения через барьер нет необходимости в столь высокой температуре. Ядерные реакции, требующие для своего осуществления температуры порядка миллионов градусов, называются *термоядерными реакциями*. Температуры, возникающие мгновенно при взрыве атомной бомбы, оказываются достаточно высокими, чтобы поджечь смесь дейтерия, трития и Li^6 . Если термоядерная реакция началась, то высвобождающаяся при этом

Ответ 7. Это количество в 50 раз больше, чем во взрыве мощностью 20 кт, а именно 50 кг.

энергия может поддерживать высокую температуру, пока не «выгорит» большая часть вещества. Это то, что мы называем водородной бомбой. Термоядерное горючее для водородной бомбы крайне дешево, а его количество, которое можно использовать в одной бомбе, неограниченно. Водородная бомба мощностью примерно 20 мегатонн (эквивалентная взрыву $2 \cdot 10^7$ т тротила) обходится около 1 млн. долларов.

Управляемый синтез

Чтобы извлечь из процесса синтеза полезную энергию, необходимо осуществить контроль над термоядерными реакциями. Необходимо найти способы создания и поддержания температур во много миллионов градусов. Одна из технических задач заключается в том, чтобы удержать нагретый до высокой температуры газ или плазму и при этом не дать расплавиться стенкам сосуда. На решение этой проблемы были затрачены большие усилия, но пока с незначительным успехом. Ионы плазмы пытаются удержать от попадания на стенки с помощью сильных магнитных полей. На современной стадии развития трудно предсказать, окажется ли это направление в будущем удовлетворительным с экономической точки зрения. По мнению экспертов в этой области, проблема будет решена к концу нашего столетия.

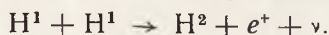
Возможен и иной подход к проблеме получения термоядерной энергии; он заключается в поисках практических путей обуздания энергии, выделяющейся в водородной бомбе.

Энергия звезд

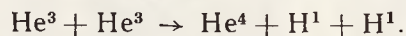
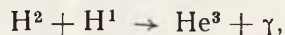
Наше Солнце по своим размерам не превосходит размера средней звезды. Оно непрерывно излучает энергию в $4 \cdot 10^{23}$ квт в окружающее пространство уже на протяжении миллиардов лет. Столь огромное количество энергии может возникать только при превращении массы в энергию, подобном

Вопрос 8. Могут ли дейтроны в газообразном дейтерии, нагретом до температуры $1,1 \cdot 10^8$ град, иметь кинетическую энергию, превышающую $0,14$ Мэв?

процессу синтеза. Считается, что основным источником энергии Солнца служит превращение водорода в гелий в следующей последовательности процессов синтеза:



Символ H^1 обозначает водород, а ν — нейтрино, нейтральную частицу с массой покоя, равной нулю. Написанная выше реакция с участием нейтрино относится к классу слабых взаимодействий, которые обсуждаются в следующей главе. За этой реакцией следуют



В этих реакциях три атома водорода превращаются в He^3 . Затем два атома He^3 в конце концов образуют He^4 и два атома водорода. В итоге четыре атома водорода превращаются в один атом He^4 с общим выделением энергии 28,5 Мэв.

§ 10. Космические лучи

МАЛОМОЩНЫЙ УСКОРИТЕЛЬ НА ВЫСОКИЕ ЭНЕРГИИ

На земную поверхность падает свет от звезд, приносящий с собой каждую секунду энергию около $30 \text{ эрг}/\text{м}^2$. Кроме того, из космического пространства каждую секунду поступают еще $40 \text{ эрг}/\text{м}^2$, несомые невидимым излучением. Этот поток энергии, несколько превосходящий видимый свет, представляет собой частицы высокой энергии, в основном протоны и α -частицы. Упомянутые первичные частицы и образованные ими в земной атмосфере вторичные продукты называют *космическими лучами*. Число первичных частиц в верхних слоях атмосферы с энергией, превышающей 5 Гэв , падающих на 1 м^2 , составляет примерно 1500 в 1 сек. В действительности энергия большинства этих первичных частиц оказывается меньше 10 Гэв , хотя наблюдались случаи, когда энергия достигала 10^9 Гэв . Космические лучи служи-

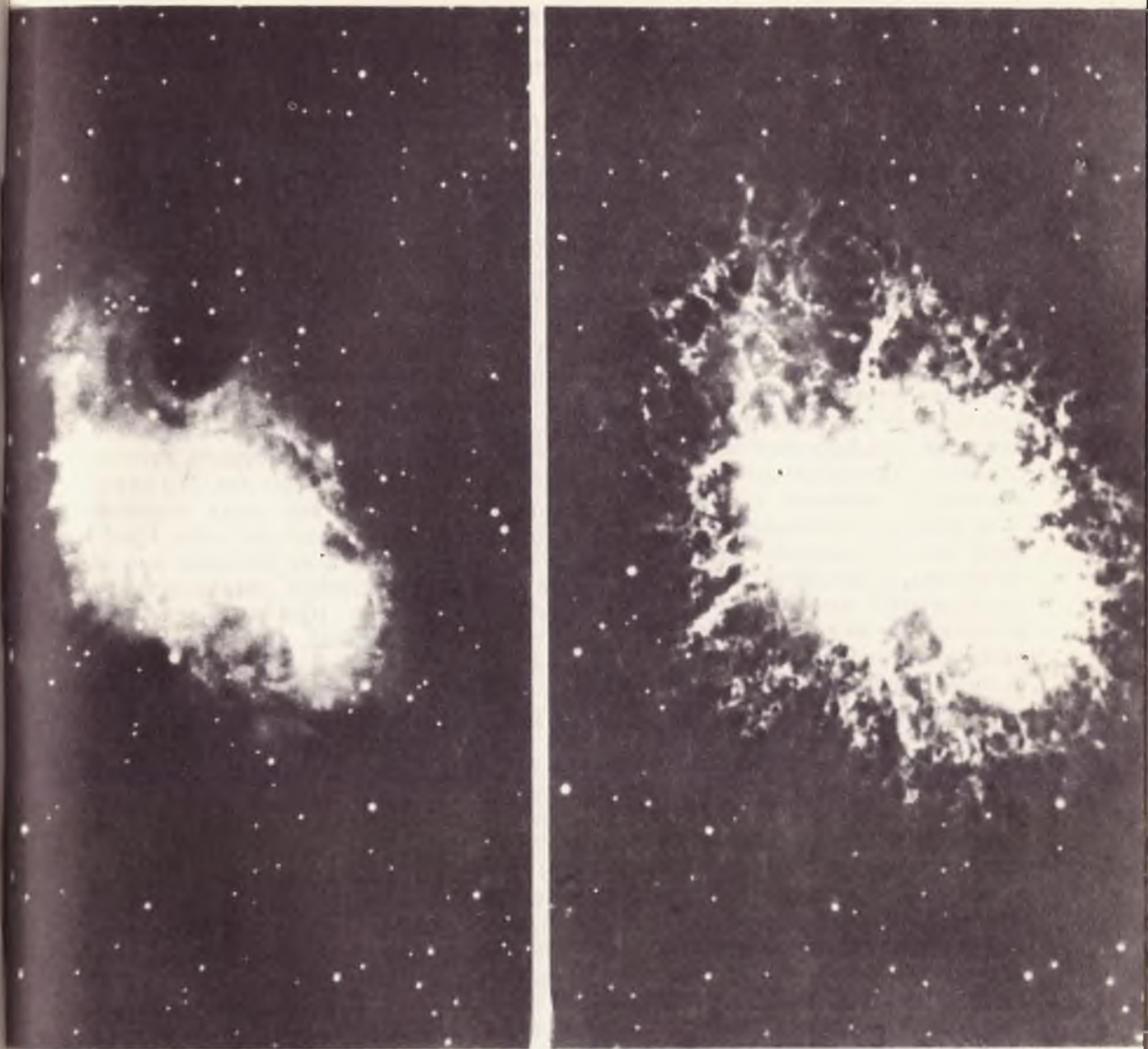
Ответ 8. Могут. Энергетическое распределение описывается экспоненциальной функцией с $\overline{E_{\text{кин}}} = 0,014 \text{ Мэв}$. Небольшая доля частиц может обладать в 10 раз большей энергией (подобно тому как ядро может выжить на протяжении 10 времен жизни).

ли и продолжают служить средством для изучения взаимодействий при высоких энергиях. Однако на современных ускорителях частиц высоких энергий удается проводить гораздо более гибкие и точные измерения, нежели в большинстве опытов с малоинтенсивным и не поддающимся управлению космическим излучением. И тем не менее многие из недавно открытых элементарных частиц (см. гл. 16) впервые наблюдались в космических лучах. В настоящее время их удается получать на ускорителях частиц высоких энергий, и они могут быть изучены значительно более детально.

Имеются две проблемы, которые требуют объяснения. 1) Откуда приходят к нам космические лучи? 2) Каким образом эти частицы ускоряются до столь высоких энергий?

В 1949 г. Ферми выдвинул гипотезу, которую считают основным механизмом ускорения космических частиц. Наблюдения говорят о том, что существуют движущиеся облака межзвездного газа и связанные с ними магнитные поля (которые создаются движущимися зарядами). Ферми предположил, что «столкновения» быстро движущихся космических частиц с этими областями магнитного поля в среднем будут приводить к ускорению космических частиц. Движущиеся хаотически заряженные частицы наталкиваются на магнитные поля, создаваемые блуждающими газовыми облаками, и «отражаются» ими с возросшей энергией, если первоначально облако двигалось навстречу частице, и с меньшей энергией, если облако двигалось в направлении от частицы.

Так как число соударений в единицу времени с облаками, движущимися навстречу частице, превышает число соударений с облаками, движущимися в противоположном направлении, то в среднем частица должна приобретать энергию. Этот механизм родственен механизму, приводящему к равномерному распределению энергии и обсуждавшемуся на стр. 175.



Фиг. 320. Два снимка Крабовидной туманности.

a — сделанный в свете с непрерывным спектром, испускаемым частицами высокой энергии, которые ускоряются в магнитных полях; *b* — сделанный в свете, соответствующем спектру испускания водорода; этот снимок характеризует расположение не космических частиц, а газовых облаков.

Совсем недавно были получены сведения относительно источников космических частиц, которые, хаотически перемещаясь в мировом пространстве, ускоряют в соответствии с механизмом Ферми.

С помощью современных радиотелескопов было установлено, что Крабовидная туманность (фиг. 320) характеризуется высокой интенсивностью космических частиц, выходящих из этой области в мировое пространство. Число таких частиц, по оценкам, настолько велико, что ими можно объяснить треть интенсивности космического излучения. В действительности эти частицы все же не попадают к нам. Из-за повторяющихся столкновений с областями магнитного поля в распоряжении этих частиц не оказывается достаточно времени, чтобы покрыть расстояние до Земли в 3500 световых лет. Мы знаем, что большая часть из них была испущена на протяжении нескольких лет, ибо Крабовидная туманность есть не что иное, как видимые остатки гигантской сверхновой, наблюдавшейся 4 июля 1054 г. Катастрофа была столь значительной, что впервые была замечена днем. Этот грандиозный ядерный взрыв подробно описан китайцами и японцами. Имеются также очень примитивные описания, принадлежащие индейцам в Каньоне Аризона. Ни в одной из европейских хроник нет никаких упоминаний о нем. Вероятно, это обусловлено затяжной непогодой в Европе в дни максимума взрыва.

По мере того как расходуется водород изменяется плотность звезды, и термоядерный процесс может стать нестационарным, подобно процессу в водородной бомбе. Вспышка сверхновой представляет собой гигантский неуправляемый термоядерный взрыв всей звезды. В нашей Галактике сверхновые вспыхивают каждые несколько сотен лет. Очень может быть, что источником большей части современного космического излучения являются древние сверхновые звезды. Источниками космических лучей со сверхвысокой энергией и небольшой интенсивностью могут быть недавно открытые квазары.

§ 11. Ответственность ученых перед обществом

МОРАЛЬНЫЙ ДОЛГ

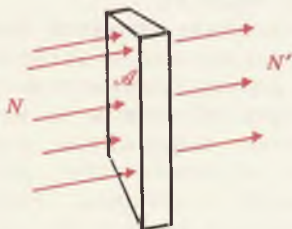
Нравится нам это или нет, но результаты фундаментальных физических исследований существенно изменяют наше представление о физическом мире. К примеру, влияние деления и синтеза на нашу культуру оказалось столь значительным, что, по мнению многих из нас, само сохранение цивилизации оказалось висющим на волоске.

С момента создания атомной бомбы в 1945 г. небольшая, но довольно авторитетная часть мировых ученых почувствовала ответственность перед обществом по меньшей мере в отношении информации широких слоев населения и политических кругов о том огромном риске, с которым сопряжена политика, могущая привести к ядерной войне. Это чувство ответственности за свою роль помогает объяснить необычную политическую активность ряда ученых. Можно было бы ожидать, что инициаторами кампании за прекращение испытаний ядерного оружия будут скорее социологи или общественные деятели, нежели сами ученые-атомники.

То, что ученые «суют свой нос» в политику, вызывает у некоторых людей негодование. Существует веское возражение, что ученый, пользующийся всеобщим признанием за свои научные достижения, способен на опрометчивые необъективные высказывания по вопросам, в которых он не компетентен, тем самым путая и вводя в заблуждение людей. Публично говоря о вопросах, связанных с политикой, ученый должен быть крайне осторожным, ибо его престиж и репутация зиждутся на обоснованности его высказываний. Подобно научным выводам ученого, его мнение по вопросам политики должно базироваться на тщательном обдумывании и изучении соответствующих вопросов. И если это так, то ученый, углубившийся в связь между наукой и политикой, занят важным общественным делом.

Приложение 1 Определение ядерных размеров с помощью нейтронных пучков

Фиг. 321. Пучок нейтронов падает на пластинку площадью \mathcal{A} .



До соударения с атомным ядром нейтроны движутся по прямой. Затем они испытывают взаимодействие и выбывают из исходного пучка нейтронов. Измеряя количество выбывающих нейтронов, т. е. величину $N - N'$ (фиг. 321), можно определить эффективную площадь атомных ядер в слое вещества типа медной пластинки.

Вероятность ω потери нейтрона равна отношению полной площади ядер к площади пластинки

$$\omega = \frac{N_a \sigma}{\mathcal{A}},$$

где N_a — полное число атомов в пластинке, σ — эффективная площадь каждого атомного ядра, \mathcal{A} — площадь пластинки. Число выбывающих нейтронов равно этой вероятности, умноженной на число нейтронов, падающих на пластинку:

$$N - N' = \frac{N_a \sigma}{\mathcal{A}} N.$$

Решая относительно σ , получаем

$$\sigma = \frac{N - N'}{N \times N_a} \mathcal{A} \text{ — площадь ядра.}$$

Величины N и N' можно измерить специальными счетчиками нейтронов, типа счетчиков Гейгера. Полное число атомов N_a находится путем взвешивания пластинки

$$N_a = \frac{M}{A} N_0,$$

где M — масса пластинки, A — атомный номер, а N_0 — число Авогадро. Величину σ называют поперечным сечением ядра. Для нейтронов с большой энергией $\sigma = \pi R^2$, где R — радиус ядра.

Приложение 2 Определение ядерных размеров с помощью быстрых электронов

Проходя на расстоянии b от ядра с зарядом Ze , быстрый электрон отклоняется от первоначального пути на угол θ . Согласно

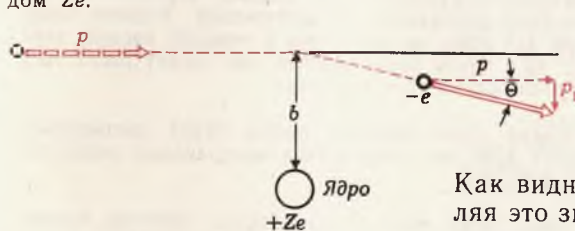
закону Кулона, чем ближе к ядру, тем больше сила, а стало быть, и отклонение. Можно вычислить зависимость θ от b . Однако если электрон проникает внутрь ядра, то на него перестает действовать большая кулоновская сила (напомним, что электрическое поле внутри сферической оболочки с равномерно распределенным зарядом обращается в нуль). Следовательно, отклонение на максимальный угол наблюдается в том случае, когда $b=R$, радиусу ядра¹⁾. Таким образом, измеряя $\theta_{\text{макс}}$, можно определить радиус ядра. Необходима лишь формула, связывающая b с θ . Ниже приводится приближенный вывод такой формулы.

Пусть Δp — изменение импульса электрона, обусловленное кулоновским взаимодействием. Согласно ньютоновскому определению силы,

$$\Delta p = F \Delta t = \frac{Ze^2}{b^2} \Delta t.$$

Сделаем допущение, что сила действует в полной мере, лишь пока электрон находится в пределах расстояния от точки максимального сближения, равного b , т. е.

Фиг. 322. Электрон с импульсом p рассеивается атомным ядром с зарядом Ze .



$$\Delta t = \frac{2b}{v}.$$

Тогда

$$\Delta p \approx \frac{Ze^2}{b^2} \frac{2b}{v}.$$

Как видно из фиг. 322, $\Delta p = ptg\theta$. Подставляя это значение в левую часть написанного выше выражения, получаем

$$p \operatorname{tg} \theta \approx \frac{2Ze^2}{vb},$$

¹⁾ В действительности даже внутри ядра на электрон действует некоторая сила, обусловленная зарядом внутри ядра. Следовательно, электрон отклоняется на угол, несколько превышающий $\theta_{\text{макс}}$. Таким образом, граница $\theta_{\text{макс}}$ оказывается расплывчатой. Однако если измерить форму и размер этой области размытия, то с помощью расчета можно установить, как распределен электрический заряд внутри ядра. Это и было проделано в опытах по рассеянию электронов больших энергий на протонах, и у протона не оказалось заряженной сердцевинки.

или

$$b \approx \frac{Ze^2}{\rho v (\operatorname{tg} \theta/2)}.$$

Наше приближение оказалось вполне хорошим, ибо точная формула имеет вид

$$b = \frac{Ze^2}{\rho v \operatorname{tg}(\theta/2)}.$$

Радиус ядра выражается через θ_{\max} следующим образом:

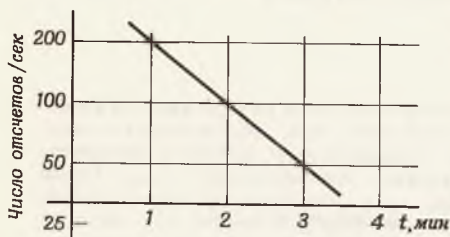
$$R = \frac{Ze^2}{W \operatorname{tg}(\theta_{\max}/2)}$$

где W — энергия электрона.

Задачи

1. Что больше — масса атомного ядра или масса частиц, входящих в его состав?
2. Имеется радиоактивный изотоп с периодом полураспада 1 год, и отдельное ядро не распадается на протяжении первого года. Какова вероятность, что это ядро распадется на протяжении второго года? Если это ядро не распалось в течение первых двух лет, то с какой вероятностью оно может распасться на протяжении третьего года?
3. Какая доля образца радия будет распадаться спустя 3200 лет, если период полураспада радия равен 1600 лет?
4. Чему равен период полураспада изотопа, кривая распада которого изображена на фиг. 323?
5. Что продолжительнее — три периода полураспада или два средних времени жизни?
6. Какая часть (в %) радиоактивного образца распадается на протяжении одного среднего времени жизни? На протяжении двух средних времен жизни?
7. В тяжелом ядре α -частица соударяется с потенциальным барьером ежесекундно 10^{22} раз и $(\Psi_{\text{внеш}}/\Psi_{\text{внутр}}) = 10^{-14}$.
 - а) Какова вероятность распада этого ядра на протяжении 1 сек?
 - б) Какова приблизительно средняя продолжительность жизни ядра этого типа?

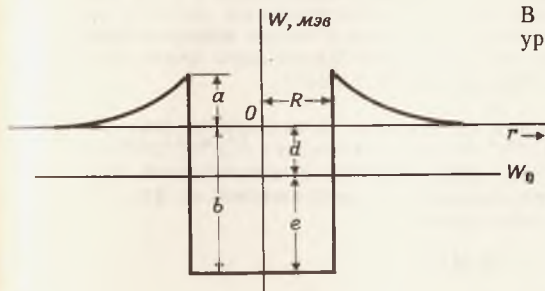
Фиг. 323. К задаче 4.



8. Рассмотрим образец, содержащий 1000 радиоактивных ядер с периодом полураспада T . Сколько (приблизительно) ядер останется через промежуток времени $T/2$?

(Указание. На протяжении первой половины периода полураспада распадается та же доля, что и во второй половине периода полураспада.)

Фиг. 324. К задаче 9.



9. На фиг. 324 изображена потенциальная яма, в которой протон находится в ядре железа ($Z=26$). В основном состоянии заполнены все протонные уровни до W_0 .

- Чему равна кинетическая энергия у уровня Ферми?
- Если протону с энергией W_0 внутри ядра сообщается дополнительная энергия $(a+d)$, то чему будет равна его кинетическая энергия вне ядра на больших расстояниях от него?
- Выразите величину a через R и другие величины, которые будут необходимы.
- Если взять меньшее ядро, например углерод, то какой будет величина d , той же, большей или меньшей?
- Если взять ядро с удвоенным числом нуклонов по сравнению с железом, то как увеличится R ?
- Допустим, что у ядра удвоенного размера плотность ядерного вещества осталась прежней. Какой будет величина e в этом случае, такой же, большей или меньшей?

10. Диаметр Солнца 1,38 млн. км, а средняя плотность 1,41. Каким был бы диаметр Солнца, если бы при той же массе его плотность равнялась плотности ядерного вещества?

11. В водородной бомбе 18 кг взрывчатого вещества могут обеспечить выделение энергии, эквивалентное взрыву 1 млн. т тринитротолуола. При взрыве 1 т тринитротолуола высвобождается 10^9 кал. Сколько граммов термоядерной взрывчатки превращается в энергию?

12. Ядро X содержит 204 нуклона и имеет удельную энергию связи $E_{\text{связи}}/A=8$ Мэв. Пусть энергия покоя свободного протона или свободного нейтрона равна 940 Мэв.

- Найдите энергию (или массу) покоя ядра X .
- Ядро X испускает α -частицу с энергией связи $E_{\text{связи}}/A=7$ Мэв и превращается в ядро Y с $E_{\text{связи}}/A=8,1$ Мэв. Какое количество энергии (в форме $E_{\text{кин}}$ α -частицы и ядра Y) выделяется в этом процессе?

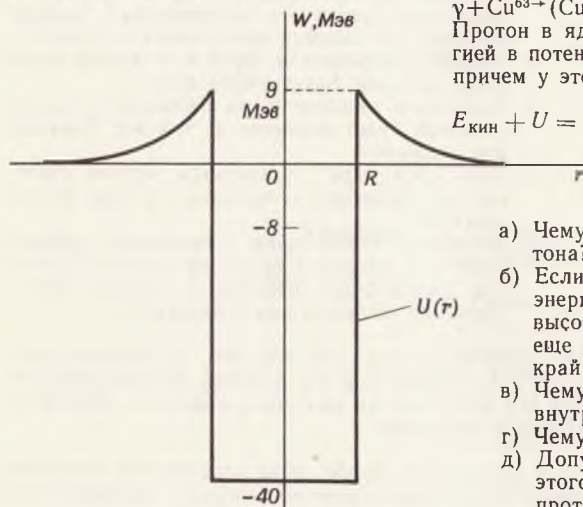
13. Согласно данным, приведенным на фиг. 319, особенно устойчивым будет ядро с $Z=50$ (олово). Найдите с помощью этой фигуры другие элементы, которые должны быть особенно устойчивыми.

14. Образец радиоактивного вещества содержит 10^{12} радиоактивных атомов. Сколько атомов распадается каждую секунду, если период полураспада равен 1 час?

(Вспомните. Каково соотношение между вероятностью распада атома в 1 сек и его средним временем жизни? Каково соотношение между средним временем жизни и периодом полураспада?)

15. Один рад соответствует образованию в 1 см^3 воздуха положительных и отрицательных ионов с зарядом $1,2 \text{ CGSE}(Q)$ каждый. Сколько электрон-вольт расходуется на образование одной пары ионов, если плотность воздуха $1,3 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3$?

Фиг. 325. К задаче 16.



16. Рассмотрим следующую фотоядерную реакцию: $\gamma + \text{Cu}^{63} \rightarrow (\text{Cu}^{63})^* \rightarrow \text{Ni}^{62} + \text{P}$. Протон в ядре меди движется с максимальной энергией в потенциальной яме, изображенной на фиг. 325, причем у этого протона

$$E_{\text{кин}} + U = -8 \text{ Мэв}.$$

- Чему равна кинетическая энергия этого протона?
- Если этот протон поглощает гамма-квант с энергией 16 Мэв , то какой будет для него высота барьера? (Какую энергию ему надо еще сообщить, чтобы он мог «перейти» через край барьера?)
- Чему равна потенциальная энергия протона внутри ядра?
- Чему равна энергия связи этого протона?
- Допустим, что величина $\psi_{\text{внеш}}/\psi_{\text{внутр}}$ для этого возбужденного протона равна 10^{-8} и протон испытывает каждую секунду 10^{22} соударений с барьером. Чему равно среднее время жизни относительно распада $(\text{Cu}^{63})^* \rightarrow \text{Ni}^{62} + \text{P}$?
- Чему равна $E_{\text{кин}}$ протона после вылета из ядра на большом расстоянии от него?
- Допустим, что протон поглотил гамма-квант с энергией не 15 Мэв , а несколько меньше. Каким будет в этом случае время жизни, прежним, большим или меньшим?
- Чему равен порог этой фотоядерной реакции, т. е. какой должна быть минимальная энергия гамма-квантов, чтобы протоны еще могли вылетать из ядра?

Содержание

ГЛАВА 1. ВВЕДЕНИЕ

ГЛАВА 2. МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

ГЛАВА 3. АТОМНОЕ ЯДРО

ГЛАВА 4. РАДИОАКТИВНОСТЬ

ГЛАВА 5. АТОМНАЯ ЭНЕРГИЯ

ГЛАВА 6. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

ГЛАВА 7. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

ГЛАВА 8. ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

ГЛАВА 9. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 10. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 11. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 12. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 13. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 14. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 15. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 16. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

ГЛАВА 17. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 18. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 19. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 20. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 21. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 22. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 23. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 24. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 25. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 26. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 27. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 28. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 29. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 30. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 31. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 32. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 33. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 34. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 35. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 36. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 37. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 38. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 39. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 40. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 41. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 42. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 43. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 44. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 45. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 46. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 47. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 48. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 49. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

ГЛАВА 50. ФИЗИКА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ



ГЛАВА 16

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

§ 1. Введение

ШЕЛУШЕНИЕ ЛУКОВИЦЫ

Основная задача физики — объяснить все физические явления на основе небольшого числа простых, фундаментальных принципов. Поскольку вещество построено из элементарных частиц всего нескольких типов, бесчисленные физические явления и свойства вещества можно в принципе объяснить с помощью немногочисленных и простых свойств небольшого числа элементарных частиц.

В поисках элементов, из которых построено вещество, человек сначала обнаружил, что соединения состоят из «элементарных» молекул. Затем оказалось, что молекулы построены из «элементарных» атомов. Много лет спустя было установлено, что в состав этих «элементарных» атомов входят «элементарные» ядра и орбитальные электроны. Эти последовательные попытки узнать, что же в действительности является элементарным, очень походят на снятие одного за другим слоев луковичной шелухи. Последним этапом этого «шелушения» обычного вещества явилось открытие того, что все ядра состоят из нейтронов и протонов.

Достигли ли мы наконец сердцевины лукавицы? Не окажется ли, что протоны и нейтроны построены из еще меньших элементарных частиц? Согласно современным представлениям, протон, нейтрон, электрон и фотон — все считаются элементарными частицами. Заключительная часть книги, по видимому, является наиболее подходящим местом для того, чтобы разобраться, что же является основным строительным материалом обычного вещества и как объясняются его строение и свойства на основе фундаментальных принципов. Поскольку, однако, эта книга посвящена изложению основ физики, прежде чем завершить ее, следует задать вопрос: не существует ли каких-либо иных физически реальных элементарных частиц, которые не встречались бы в окружающем нас веществе? На него следует ответить

утвердительно! С 1933 г. физики открыли свыше 190 новых элементарных частиц. Насколько нам известно, ни одну из этих элементарных частиц нельзя разложить на более мелкие составные части¹⁾. Все они считаются элементарными, причем под этим понимают отсутствие у них структуры. Иными словами, эти частицы нельзя представить как систему, состоящую из других элементарных частиц. Имеется, к примеру, несколько причин, по которым нельзя считать, что нейтрон построен из связанных друг с другом электрона и протона. Одна из них заключается в том, что масса нейтрона превышает сумму масс протона и электрона примерно на 1,5 электронные массы. Полная масса системы, состоящей из протона и электрона, связанных друг с другом, как и в случае атома водорода, должна быть меньше суммы обеих масс. Другая причина связана с тем, что спины протона, нейтрона и электрона все равны $1/2$. В квантовой механике для двух частиц со спином $1/2$ нельзя получить результирующий момент количества движения, равный $1/2$. Еще одна причина, по которой электрон не может входить в состав ни одной «элементарной частицы», связана с принципом неопределенности. В соответствии с этим принципом импульс электрона должен быть не меньше постоянной Планка, деленной на размеры «элементарной» частицы. Поскольку эти размеры составляют около 10^{-13} см, электрон, входящий в состав элементарной частицы, должен иметь импульс

$$P = \frac{h}{10^{-13}} = 6 \cdot 10^{-14} \text{ г} \cdot \text{см/сек.}$$

Кинетическая энергия электрона с таким импульсом составила бы около 100 Мэв, и он немедленно покинул бы своего партнера.

Многие из еще не рассмотренных нами новых элементарных частиц нестабильны.

Вопрос 1. Каким был бы минимальный импульс нуклона, заключенного внутри элементарной частицы?

¹⁾ Однако ряд физиков выдвинули предположение, что протоны, нейтроны и все прочие сильно взаимодействующие частицы построены из еще более фундаментальных частиц — так называемых *кварков*.

Они испытывают распад, т. е. превращаются в другие элементарные частицы с меньшей массой. Прежде чем приступить к рассмотрению этих новых частиц, необходимо более подробно ознакомиться с β -распадом и с так называемыми слабыми взаимодействиями.

§ 2. Бета-распад и слабые взаимодействия

МЕДЛЕННЫЙ РАСПАД

Напомним, что, как говорилось в гл. 4, существует всего четыре типа фундаментальных взаимодействий: сильное, или ядерное, электромагнитное, гравитационное и слабое. С сильным взаимодействием мы имели дело в гл. 15. Гл. 7 и 8 были посвящены электромагнитному, а гл. 4 — гравитационному взаимодействию. В этом параграфе мы, наконец, займемся слабым взаимодействием.

Если бы не существовало закона сохранения тяжелых частиц, то менее чем за тысячную долю секунды все вещество Вселенной распалось бы на электроны и нейтрино. Причиной этому явились бы так называемые слабые взаимодействия. Слабые взаимодействия представляют собой своего рода эпидемию, поразившую в одинаковой степени все элементарные частицы. Эти взаимодействия стремятся превратить элементарные частицы в конечном итоге в электроны и нейтрино. Исторически электроны распада получили наименование β -лучей.

Поскольку в β -распаде всегда участвуют нейтрино, их описание является весьма важным. Нейтрино представляет собой элементарную частицу, не имеющую ни заряда, ни массы покоя. Более того, нейтрино настолько слабо взаимодействует со всем окружающим веществом, что оказывается почти ненаблюдаемым. Если вообразить, что на Землю падает 10^{12} нейтрино, то все они, за исключением одного, прошли бы через земной шар без всяких превращений. До сих пор эта частица кажется плодом вообра-

Ответ 1. $P \approx \Delta P \approx \hbar/R$ не зависит от массы частицы. Импульс нуклона был бы таким же, как и у электрона, заключенного в пределах $R=10^{-13}$ см. Однако энергия нуклона была бы в 1837 раз меньше, ибо $E_{кин} = P^2/2M$.

Фиг. 326. Р. Фейнман за «работой». Р. Фейнман — один из создателей современной квантовой электродинамики и универсального взаимодействия Ферми.

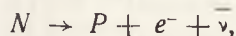


жения. Однако нейтрино отнюдь не придуманная теоретиками мистификация. Полученные за последние годы как теоретические, так и экспериментальные доказательства оказались настолько убедительными, что ни один из компетентных ученых не сомневается в существовании нейтрино.

Как элементарная частица нейтрино в некоторых отношениях сходно с фотоном. Поскольку масса покоя фотона равна нулю, его энергия $W = Pc$, где P — импульс фотона. Согласно теории относительности, такое же соотношение должно быть справедливо и в случае нейтрино (см. стр. 378). Более того, подобно электронам, протонам и нейтронам, спин нейтрино равен $1/2$, т. е. его врожденный момент количества движения равен $1/2 (\hbar/2\pi)$.

1958 г. ознаменовался значительным прогрессом наших представлений о слабых взаимодействиях. Было сделано предположение о существовании специфического взаимодействия, способного превращать частицы в электроны и нейтрино. Оно получило название универсального взаимодействия Ферми. Новая теория, к примеру, точно предсказывает время жизни мюона (новой частицы, обсуждаемой в § 4).

Одним из примеров слабого взаимодействия является β -распад свободного нейтрона:



происходящий со временем жизни 12 мин и сопровождающийся выделением энергии 1,3 Мэв. Поскольку масса покоя электрона составляет 0,5 Мэв, то избыток в 0,8 Мэв превращается в кинетическую энергию электрона и антинейтрино (символ $\bar{\nu}$ используется для обозначения антинейтрино). Различие между нейтрино и антинейтрино мы объясним в следующем параграфе. Отметим, что кинетическая энергия 0,8 Мэв может распределяться между электроном и нейтрино любым способом. Таким образом, при распаде большого числа нейтронов можно обна-

ружить электроны с любыми значениями кинетической энергии от нуля до 0,8 Мэв.

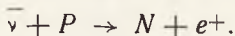
Если бы нейтрон распадался только на протон и электрон, то последний всегда уносил бы всю кинетическую энергию 0,8 Мэв. На опыте энергию электрона можно определить, измеряя радиус кривизны его траектории в магнитном поле (см. фиг. 152). Как показывает эксперимент, β -частицы довольно редко имеют максимально допустимую кинетическую энергию. Исторически дело обстояло так, что именно «исчезновение» кинетической энергии послужило поводом для «изобретения» нейтрино.

Чтобы избежать нарушения закона сохранения энергии, В. Паули предположил в 1930 г., что недостающая кинетическая энергия могла бы уноситься нерегистрируемой, легкой нейтральной частицей. Вскоре после этого Э. Ферми дал такой частице наименование нейтрино (маленькая, нейтральная) и создал теорию β -распада, сходную с современной, более общей теорией слабых взаимодействий, названной теорией универсального взаимодействия Ферми. Другим подтверждением существования нейтрино явилось бы измерение его импульса. С помощью камеры Вильсона можно измерить энергию электрона в отдельном акте β -распада. Такое измерение характеризует не только энергию нейтрино, но, в соответствии с соотношением $P = W/c$, и его импульс. Импульс нейтрино можно, кроме того, определить независимым образом, измеряя импульсы электрона и конечного ядра. Подобные данные об энергии и импульсе нейтрино всегда укладываются в предсказываемую теорией формулу $P = W/c$. Введение нейтрино спасло не только закон сохранения энергии и импульса, но и закон сохранения момента количества движения. Как мы видели в § 1, в квантовой механике две частицы со спином $1/2$ (такие, как $P + e^-$) не могут иметь такой же момент количества движения, как нейтрон, спин которого также равен $1/2$. Однако, складывая спины трех продуктов распада нейтрона, которые все имеют спин $1/2$, можно получить полный

Вопрос 2. Допустим, что при бета-распаде нейтрона электрон и протон имеют одинаковые импульсы. Чему равно, согласно классической механике, отношение их энергий?

момент количества движения, равный $\frac{1}{2}(h/2\pi)$.

Доказательства участия нейтрино в процессах распада были вполне удовлетворительными. Однако физикам хотелось иметь дополнительные аргументы, основанные на наблюдении непосредственного взаимодействия пучка нейтрино. Теория Ферми предсказывает, что если энергия антинейтрино достаточна для компенсации разности масс, они должны вызывать следующую реакцию:



Здесь e^+ — позитрон (электрон с положительным зарядом). Однако предсказываемая вероятность прямого взаимодействия нейтрино близка к нулю. Единственная возможность наблюдения этой реакции заключалась в использовании исключительно интенсивного пучка антинейтрино. Современные достижения в области развития ядерных реакторов делают это реальным. За каждым процессом деления, происходящим в ядерном реакторе, следует несколько β -распадов, т. е. испускается несколько антинейтрино. Для осуществления подобного эксперимента по-

требовался бы мощный реактор и уникальный детектор огромных размеров. Этот опыт был проведен группой физиков в Лос-Аламосе. Там использовался детектор, изображенный на фиг. 327. И в 1956 г. ученым впервые удалось поймать неуловимое нейтрино.

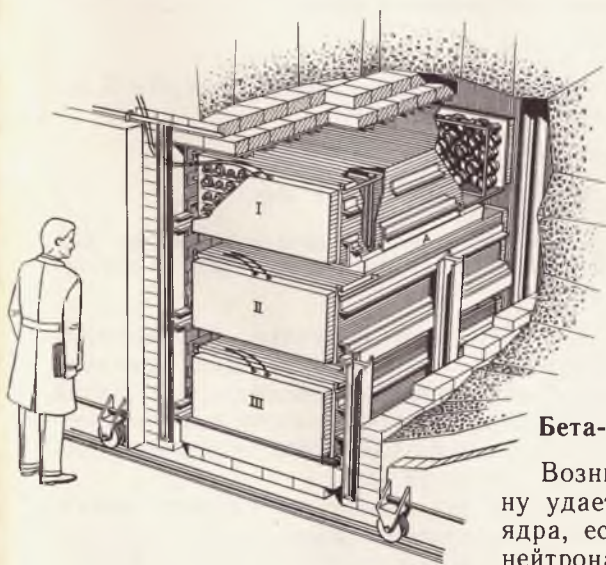
По закону сохранения тяжелых частиц протон устойчив по отношению к слабым взаимодействиям. Протону не во что распадаться, так как в природе нет тяжелых частиц легче протона.

Бета-распад

Возникает вопрос: каким образом нейтрону удастся оставаться стабильным внутри ядра, если период полураспада свободного нейтрона составляет 12 мин? Один из спо-

Фиг. 327. Схематический разрез нейтринного детектора в защите ядерного реактора.

Баки I, II и III содержат по 370 галлонов жидкого сцинтиллятора, у каждого имеется 110 фотоэлектронных умножителей. Позитроны, возникающие в реакции $\bar{\nu} + P \rightarrow N + e^+$, создают в жидком сцинтилляторе характерные световые вспышки.



собов разрешения этого «парадокса» основан на том, что энергия связи нейтрона в ядре настолько уменьшает его массу, что последняя оказывается меньше массы протона в соответствующей ситуации. Если масса атомного ядра благодаря его энергии связи оказывается меньше массы любой возможной комбинации продуктов распада, то такое ядро будет стабильным по закону сохранения энергии. В этом и кроется причина того, что лишь определенные изотопы оказываются стабильными, а все остальные радиоактивны. К примеру, водород и дейтерий стабильны, а тритий (содержащий один протон и два нейтрона) нестабилен.

Пример. Массы ядер трития и He^3 равны

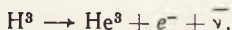
$$M_{\text{H}^3} = 2805,205 \text{ Мэв}$$

и

$$M_{\text{He}^3} = 2804,676 \text{ Мэв}.$$

Масса электрона $M_{e^-} = 0,511 \text{ Мэв}$. Будет ли тритий испытывать β -распад? И если это так, то какова максимально возможная энергия β -лучей?

Если масса трития окажется больше массы He^3 и электрона, то в этом случае закон сохранения энергии не будет запрещать реакцию



Кинетическая энергия, приобретенная e^- и $\bar{\nu}$, определяется разностью масс

$$\begin{aligned} M_{\text{H}^3} - (M_{\text{He}^3} + M_{e^-}) &= 2805,205 - \\ &- (2804,676 + 0,511) = 0,018 \text{ Мэв}. \end{aligned}$$

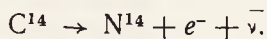
Следовательно, электроны, образующиеся при распаде трития, будут иметь любые энергии от нуля до $0,018 \text{ Мэв}$.

Тритий можно получить, бомбардируя нейтронами тяжелую воду. Как показали измерения, электроны распада, или β -лучи трития, испускаются с кинетическими энергиями вплоть до $0,018 \text{ Мэв}$, а период полураспада равен 12 лет.

Бета-распад можно проиллюстрировать также на примере изотопа C^{14} , который встречается в природе в небольших количе-

Ответ 2.
$$\frac{(E_{\text{кин}})_e}{(E_{\text{кин}})_p} = \frac{p_e^2}{2M_e} : \frac{p_p^2}{2M_p} = \frac{M_p}{M_e} = 1837.$$

ствах. Он образуется благодаря поглощению в атмосфере нейтронов космического излучения, а также нейтронов, возникающих при взрывах водородных бомб. Масса ядра C^{14} несколько превышает массу ядра N^{14} и электрона. Поэтому благодаря слабым взаимодействиям должен происходить следующий распад:



В данном случае период полураспада $T=5000$ лет. С другой стороны, масса стабильного изотопа C^{12} оказывается меньше массы любой возможной комбинации продуктов, содержащих 12 нуклонов. Согласно закону сохранения энергии, ядру C^{12} не во что распадаться, и поэтому оно избавлено от слабых взаимодействий. Большинство искусственно радиоактивных изотопов претерпевает β -распад, испуская либо позитрон и нейтрино, либо электрон и антинейтрино.

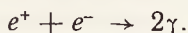
§ 3. Антивещество

АНТИМИР

Из релятивистской квантовой теории частиц со спином $1/2$ следует не только принцип запрета, но и существование так называемых античастиц. Античастица должна иметь в точности ту же массу, что и частица, но противоположный заряд. Кроме того, античастица может аннигилировать с соответствующей ей частицей. При этом происходит непосредственное превращение двух масс покоя в энергию в форме других частиц, таких, как фотоны. Первой ставшей известной человеку античастицей оказался позитрон, открытый в 1933 г. в камере Вильсона, облучавшейся космическими лучами. Первый позитрон обнаружили случайно, несмотря на то что его существование уже было предсказано релятивистской квантовой теорией. Позитрон, или положительный электрон, имеет ту же массу, что и электрон, но противоположный заряд. Если позитрон останав-

Вопрос 3. Будет ли ядро C^{14} стабильным, если оно тяжелее N^{14} на $0,4$ Мэв?

ливается в веществе, то он вскоре аннигилирует с электроном, превращаясь обычно в два фотона:

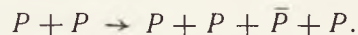


При этом энергия каждого фотона должна составлять $0,51$ Мэв, т. е. должна быть равна массе покоя электрона. Позитрон легко создать с помощью процесса, носящего название *рождения пар*. Этот процесс заключается в том, что фотон высокой энергии соударяется с ядром и нацело превращается в пару частиц — электрон и позитрон:



Это один из многочисленных примеров прямого превращения энергии в массу покоя. Как упоминалось в предыдущем параграфе, электрон и позитрон могут возникать при β -распаде. Но при этом наряду с позитроном всегда рождается и нейтрино.

Античастица протона носит наименование антипротона, или отрицательного протона \bar{P} . Обычно античастица обозначается тем же символом, что и частица, но с черточкой наверху. Так, \bar{P} обозначает антипротон, \bar{N} — антинейтрон. Антиэлектрон (позитрон) должен был бы обозначаться \bar{e} , однако обычно его обозначают e^+ . После открытия позитрона в 1933 г. многие физики стали считать, что должен существовать и антипротон. Теория указывала, что антипротоны можно было бы создать, бомбардируя ядра протонами с кинетической энергией 6 Гэв. Одна из реакций рождения антипротонов должна была иметь следующий вид:



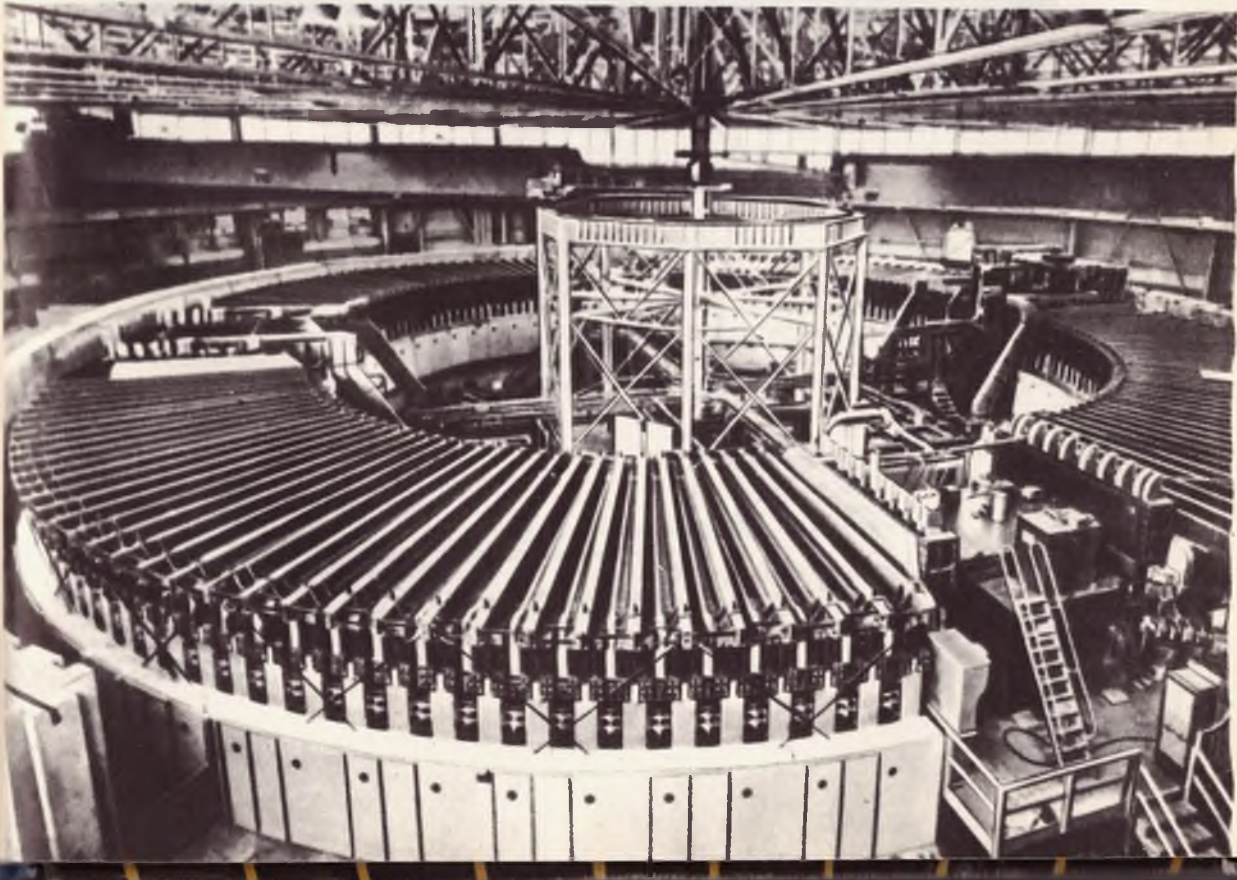
В данном случае энергия 6 Гэв непосредственно превращается в массу покоя и кинетическую энергию пары протон и антипротон. Возможность открытия антипротона явилась одним из главных аргументов, заставивших Комиссию по атомной энергии США соорудить в Беркли (штат Калифорния) гигантский ускоритель протонов — Беватрон. Этот

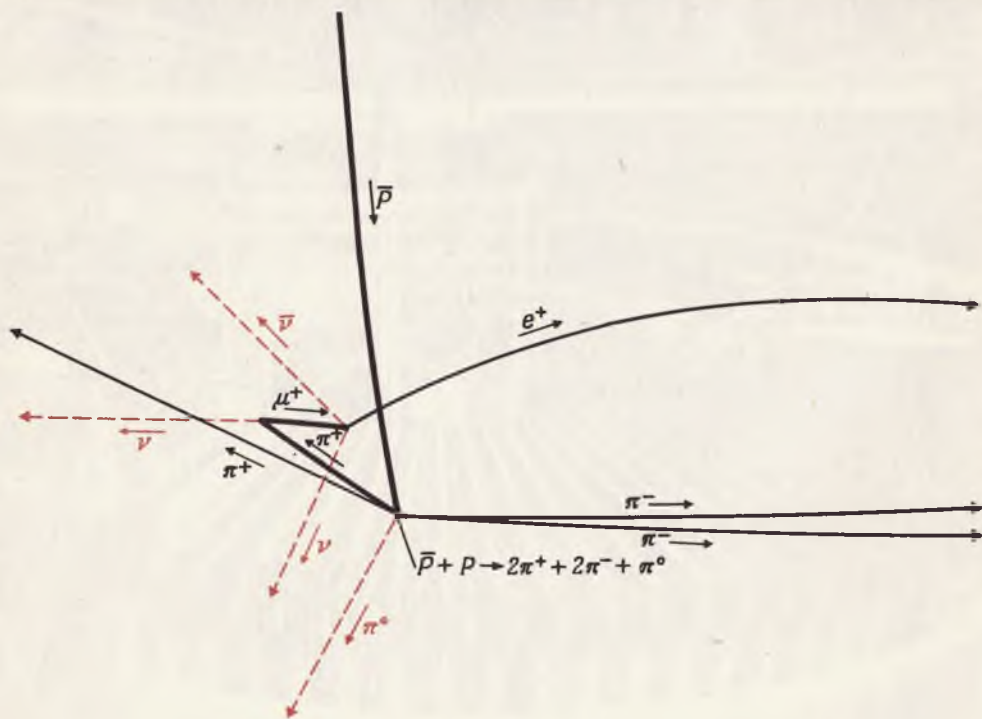
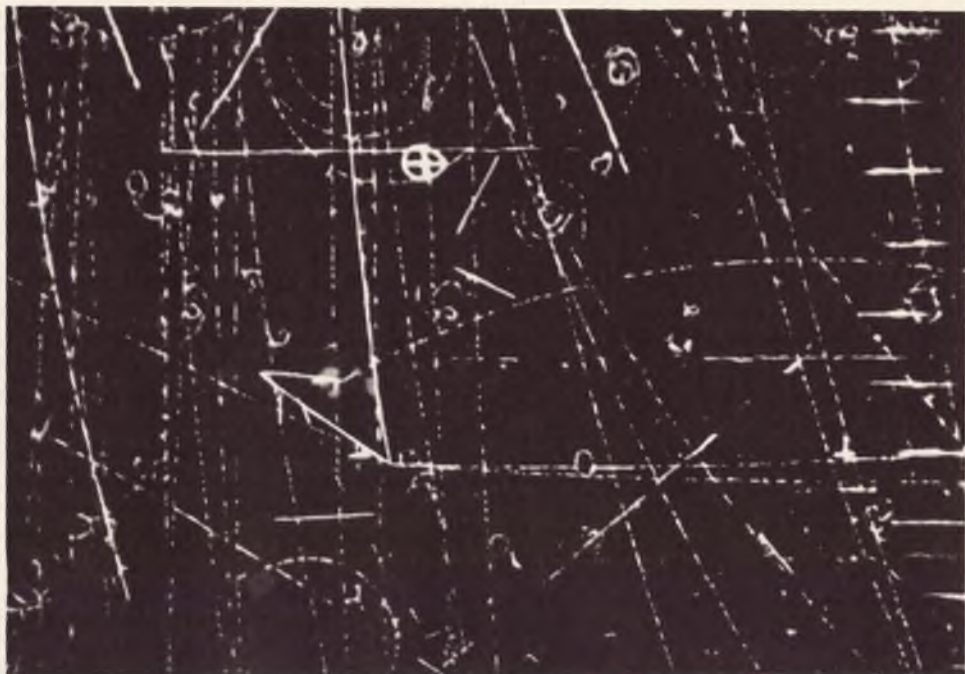
Ответ 3. Да, поскольку в этом случае оно не могло бы испытывать бета-превращения в $N^{14} + e^-$, которые были бы тяжелее его на $0,1$ Мэв.

ускоритель, изображенный на фиг. 328, сообщает протонам кинетическую энергию 6,2 Гэв, которой только-только хватает для образования пары протон и антипротон.

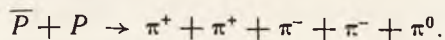
Антипротон был открыт в 1955 г., на втором году работы Беватрона. Год спустя был открыт антинейтрон \bar{N} . Поскольку нейтрон — это частица, лишенная заряда, то антинейтрон также должен быть нейтральным. Однако антинейтрон быстро аннигилирует либо с нейтроном, либо с протоном. Продуктами аннигиляции антинуклонов обычно являются пионы (см. § 6). На фиг. 329 изображена следующая цепочка событий: антипротон попадает в пузырьковую камеру с жидким водородом, замедляется до полной остановки и аннигилирует с одним из ядер водорода.

Фиг. 328. Беватрон Калифорнийского университета (Беркли, США).





На фиг. 329 массы покоя протона и антипротона превращаются в пять пионов:



Возникает вопрос, почему все атомы водорода построены из положительных протонов и отрицательных электронов, а не из отрицательных протонов (антипротонов) и положительных электронов (позитронов)? Подобный «обращенный» атом водорода носит название антиводорода, а вещество, построенное из антинуклонов и орбитальных позитронов, называют антивеществом. Из общих соображений, основанных на свойствах симметрии, следует ожидать, что половина всех атомов во Вселенной будет представлять собой антивещество. Трудно понять, почему положительный заряд должен преобладать над отрицательным. С другой стороны, если бы на Земле или даже в нашей Галактике имелось антивещество, то оно не смогло бы долго просуществовать. Довольно скоро оно проаннигилировало бы с выделением энергии, более чем в 1000 раз эффективным, нежели при взрыве водородной бомбы. В настоящее время существуют гипотезы о том, что некоторые галактики, возможно, состоят из антивещества, однако убедительных доказательств их справедливости пока нет.

Как уже упоминалось, античастицей нейтрино является антинейтрино $\bar{\nu}$. Согласно теории, фотон должен совпадать со своей античастицей. Таким образом, наш список элементарных частиц с учетом античастиц увеличился до девяти наименований (γ , ν , $\bar{\nu}$, e^- , e^+ , P , \bar{P} , N , \bar{N}).

◀
Фиг. 329. Случай остановки антипротона в пузырьковой камере с жидким водородом.

Антипротон аннигилирует с протоном. Продуктами аннигиляции являются пять пионов: два положительных, два отрицательных и один нейтральный. Один из положительных пионов также останавливается и затем распадается на μ^+ -мезон, который в свою очередь останавливается и распадается на позитрон.

§ 4. Симметрия античастиц

ОКАЖЕТСЯ ЛИ АНТИМИР ИНЫМ?

Допустим, что в процессе какого-либо физического опыта все частицы внезапно превратились в соответствующие античас-

тицы. Приведет ли опыт в этом случае к прежним результатам?

Вплоть до 1957 г. физики считали, что античастицы должны подчиняться в точности тем же законам, что и их двойники. В принципе не должно существовать способов, позволяющих установить, из чего построена определенная физическая система — из обычного вещества или антивещества. Этот фундаментальный принцип симметрии мы будем называть *симметрией античастиц*. Теоретики обычно называют его *инвариантностью относительно зарядового сопряжения*.

Зарядовое сопряжение представляет собой математическую операцию, превращающую все частицы в их античастицы и оставляющую все остальное неизменным. Сопряженным по заряду для атома водорода является антиводород. Из симметрии античастиц следует, что спектр, испускаемый газообразным антиводородом, должен в точности совпадать со спектром обычного водорода. Поскольку создание античастиц представляет собой нелегкую задачу (еще не удалось создать антиводород), то некоторые следствия симметрии античастиц трудно проверить на опыте.

В 1957 г. физики были потрясены, узнав, что слабые взаимодействия нарушают симметрию античастиц. Характер этого нарушения будет обсуждаться в § 6.

§ 5. Закон сохранения лептонов

СЛАБЫЕ ЧАСТИЦЫ

Слабые взаимодействия приводят к распаду тяжелых частиц не только на электрон и нейтрино, но в некоторых случаях вместо этого на мюон и нейтрино. Мюон представляет собой элементарную частицу, тождественную электрону во всем, исключая массу покоя. Масса мюона оказалась в 207 раз больше массы электрона. Мюон можно считать тяжелым электроном, однако в природе нет

других тяжелых электронов. Никто не знает, почему должно быть два сорта «электронов». Одна из текущих задач теоретической физики и заключается в том, чтобы объяснить, почему природа снабдила нас двумя и только двумя типами электронов. Загадочно и то, почему мюон такой тяжелый.

Мюоны не так уже необычны. Они были открыты в составе космического излучения в 1936 г. Космические лучи на уровне моря состоят главным образом из мюонов и электронов, причем мюонов в 4 раза больше, чем электронов. Подобно тому как e^+ есть античастица e^- , μ^+ есть античастица μ^- .

Причина, по которой обычно вещество не содержит мюонов, подобно электронам, заключается в том, что мюоны распадаются благодаря слабым взаимодействиям на электроны с периодом полураспада $1,5 \cdot 10^{-6}$ сек:

$$\mu^- = \nu_\mu + e^- + \bar{\nu}_e.$$

Заметьте, что мы приписали нейтрино индексы e и μ . Это обусловлено наличием двух различных видов нейтрино и было обнаружено в 1963 г. на Брукхэйвском ускорителе: ν_μ связано с мюоном, и ν_e связано с электроном. Можно рассматривать ν_μ как нейтральный мюон, а ν_e — как нейтральный электрон. Мы могли бы обозначать их соответственно μ^0 и e^0 . Мюоны, электроны и соответствующие им нейтрино образуют семейство частиц — лептонов. Лептоны — участники слабых взаимодействий. Было установлено, что лептоны рождаются парами. Этот факт привел к формулировке нового закона сохранения, называемого *законом сохранения лептонов*. На самом деле существуют два независимых закона сохранения лептонов, один для электронов и один для мюонов. Электрону e^- и его нейтрино ν_e приписывается электронный лептонный заряд $+1$, а их античастицам e^+ и $\bar{\nu}_e$ — электронный лептонный заряд -1 . В замкнутой системе полный электронный лептонный заряд должен сохраняться. Например, при распаде

Вопрос 4. С учетом всех возможных зарядов, сколько всего сейчас известно лептонов?

$$\begin{aligned} \text{нейтрона} & N \rightarrow P + e^- + \bar{\nu}_e \\ \text{Электронный лептонный заряд:} & 0 \rightarrow 0 + 1 + (-1), \end{aligned}$$

т. е. полный лептонный заряд до распада равен нулю. Следовательно, полный лептонный заряд в правой части уравнения также должен быть равен нулю. Мы видим, что он равен $1 + (-1) = 0$. Аналогично, при бета-распаде с испусканием позитрона нейтрино должно иметь противоположный лептонный заряд. Поскольку лептонный заряд позитрона равен -1 , испускаемое нейтрино должно иметь лептонный заряд $+1$; следовательно, это должно быть ν_e , а не $\bar{\nu}_e$.

Заключительным примером закона сохранения лептонов служит распад мюона:

$$\begin{aligned} \mu^- & \rightarrow \nu_\mu + e^- + \bar{\nu}_e \\ \text{Мюонный лептонный заряд:} & 1 \rightarrow 1 + 0 + 0 \\ \text{Электронный лептонный заряд:} & 0 \rightarrow 0 + 1 + (-1) \end{aligned}$$

Начальный мюонный лептонный заряд равен $+1$. Эта величина сохраняется, если мюон распадается на нейтральный мюон ν_μ . Электрический заряд сохраняется благодаря испусканию электрона, но для сохранения электронного лептонного заряда при этом должно испускаться и антинейтрино $\bar{\nu}_e$.

Итак, имеется 8 лептонов: μ , ν_μ , e^- , ν_e и их античастицы μ^+ , $\bar{\nu}_\mu$, e^+ , $\bar{\nu}_e$, и эти частицы парами участвуют в слабых взаимодействиях.

§ 6. Адроны

СИЛЬНЫЕ ЧАСТИЦЫ

Подобно тому как лептоны представляют собой частицы, участвующие в слабых взаимодействиях, адроны — это частицы, участвующие в сильных, или ядерных, взаимодействиях. Электромагнитные взаимодействия ломают эти барьеры и присущи любым электрически заряженным частицам, а также фотонам. Они одинаковы как для заря-

женных лептонов, так и для заряженных адронов.

Наиболее известные адроны — это наши старые знакомые протоны и нейтроны. Однако начиная с 1947 г. было открыто еще много других нестабильных адронов. Из них 21 адрон (см. фиг. 333, стр. 532) имеет достаточно большие периоды полураспада, так что их следы можно наблюдать в ядерных эмульсиях или пузырьковых камерах. Большинство из этих 21 адрона имеют периоды полураспада порядка 10^{-10} сек.

За время 10^{-10} сек частица, движущаяся со скоростью $v=c$, успевает пройти 3 см пути. Хотя было установлено, что эти частицы обладают рядом общих свойств и образуют подклассы, их количество может показаться несметным и заставить нас усомниться, не существует ли что-либо более элементарное и простое, нежели элементарные частицы. Это, безусловно, центральный вопрос, на который натолкнулась сегодня физика. Мы достигли в нашем изложении переднего фронта человеческих знаний о физическом устройстве мира. В оставшейся части книги мы попытаемся дать читателю некоторое представление о современных «пионерских» исследованиях окружающего нас мира.

Существует два типа адронов: мезоны и барионы. Мезоны имеют спин 0, 1, 2, или равный целому числу. Барионы имеют полуцелый спин, а именно $1/2$, $3/2$, $5/2$ и т. п. Барионы подчиняются закону сохранения барионного заряда и в качестве конечных продуктов распада имеют протон или антипротон.

Все барионы, такие, как протон и нейтрон, имеют барионный заряд +1, а все антибарионы, такие, как \bar{P} и \bar{N} , имеют барионный заряд -1. В замкнутой системе полное число барионов должно оставаться постоянным. Барионный заряд мезонов равен нулю.

Вопрос 5. Мюон часто называют μ -мезоном. Является ли мюон мезоном согласно данному нами определению мезонов?

Мезоны

Существует два типа долгоживущих мезонов: пионы и каоны (K -мезоны). Масса

пиона равна приблизительно $1/7$ массы протона, а масса каона — примерно половине массы протона.

Спин пионов равен нулю, и встречаются отрицательные, положительные и нейтральные разновидности этих мезонов (π^- , π^+ , π^0). Античастицей по отношению к π^+ является π^- -мезон. Подобно фотону, π^0 -мезон тождествен со своей античастицей. Теоретически легче обосновать «причину» существования пионов, нежели мюонов. Действительно, пион предсказал Юкава в 1936 г., за одиннадцать лет до его обнаружения. Юкава пытался объяснить ядерные силы по аналогии с квантовоэлектродинамическим объяснением электромагнитного взаимодействия. Квантовая электродинамика объясняет появление электрической силы как следствие непрерывного испускания и поглощения электрическим зарядом виртуальных квантов (фотонов). Для объяснения больших, короткодействующих ядерных сил Юкава ввел виртуальные кванты нового типа. Квантовая теория позволяет связать массу частицы нового типа (кванта) с радиусом действия ядерных сил. Это можно грубо сделать, используя принцип неопределенности. Если радиус действия этих виртуальных квантов равен R , то принцип неопределенности утверждает, что

$$\Delta p R \approx h,$$

где Δp — неопределенность импульса, которая будет порядка $m_\pi v$. Следовательно,

$$m_\pi v) R \approx h,$$

или

$$m_\pi \approx \frac{h}{Rv}.$$

Эта неопределенность минимальна при $v = c$. Таким образом,

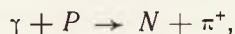
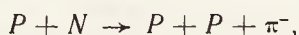
$$m_\pi \approx \frac{h}{Rc}.$$

Более точные вычисления Юкавы, основанные на квантовой теории поля, дали

$$m_\pi = \frac{h}{2\pi Rc},$$

Ответ 5. Нет. Мезоны принадлежат к адронам, т. е. сильно взаимодействующим частицам. Мюон же не участвует в сильных взаимодействиях.

и предсказанное таким путем значение массы хорошо согласуется с измеренной массой пиона. Помимо правильного значения массы, Юкава предсказал также, что пионы будут сильно взаимодействовать с нуклонами. К примеру, пионы легко получить путем соударения нуклонов. В этом случае происходит прямое превращение кинетической энергии нуклонов в массу покоя пиона. Ниже перечислены некоторые реакции образования пионов:

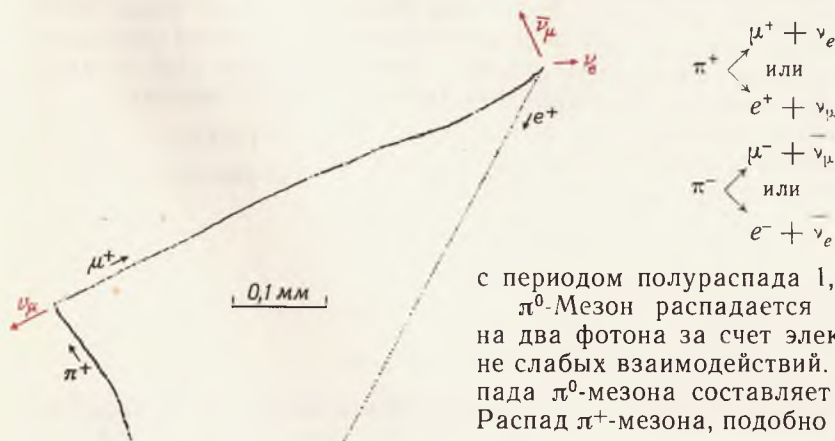


Для образования пионов необходимы протоны с энергией в несколько сотен *Мэв*. Пучки таких протонов можно получить с помощью синхроциклотронов (см. фиг. 188).

Впервые пион был обнаружен в 1947 г. в космических лучах по следу, оставляемому им в ядерной эмульсии (фиг. 330). Год спустя на синхроциклотроне в Беркли были зарегистрированы первые созданные человеком пионы. Благодаря слабым взаимодействиям заряженные пионы распадаются по следующим схемам:

Фиг. 330. След, оставленный в ядерной эмульсии остановившимся пионом.

Видны распад $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ и следующий за ним процесс $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$ (за исключением нейтрино). Соударения с заряженной частицей могут, подобно свету, сделать зерна фотографической эмульсии способными к проявлению.



с периодом полураспада $1,8 \cdot 10^{-8}$ сек.

π^0 -Мезон распадается гораздо быстрее на два фотона за счет электромагнитных, а не слабых взаимодействий. Период полураспада π^0 -мезона составляет около 10^{-16} сек. Распад π^+ -мезона, подобно распаду μ^+ -мезо-

на, можно наблюдать на снимке, выполненном в пузырьковой камере (см. фиг. 329, стр. 518). Один из двух π^+ -мезонов останавливается в жидком водороде, затем он распадается, давая видимый след μ^+ -мезона и невидимое нейтрино. После прохождения 1,1 см μ^+ -мезон также останавливается и распадается, создавая видимый след e^+ и два невидимых нейтрино.

В действительности мюон был открыт почти тогда же, когда Юкава предсказал существование пиона. Поскольку массы мюона и пиона близки, физики долгое время принимали мюон за частицу Юкавы. Незадолго до открытия пиона большинство физиков отказалось от мюона, так как он никогда не проявлял сильного взаимодействия, которое предсказывал Юкава. Пион послужил средством для объяснения сильных и короткодействующих ядерных сил. Что же касается мюона, то его единственное назначение состоит в том, чтобы дать Природе еще одну возможность ввести в заблуждение людей.

Каоны

Одним из новых мезонов является каон. Его спин равен нулю; известны положительные и нейтральные каоны (K^+ и K^0) с соответствующими античастицами K^- и \bar{K}^0 .

Благодаря большой массе каон имеет больше различных возможностей распада за счет слабых взаимодействий. Наблюдались следующие типы распада K^+ -мезона:

$$K^+ \rightarrow \begin{cases} \pi^+ + \pi^0 & (\theta\text{-распад}), \\ \pi^+ + \pi^+ + \pi^- & (\tau\text{-распад}), \\ \pi^+ + 2\pi^0, \\ \mu^+ + \nu_\mu, \\ \mu^+ + \nu_\mu + \pi^0, \\ e^+ + \nu_e + \pi^0. \end{cases}$$

Вопрос 6. Почему каон не распадается на 4 пиона?

Период полураспада заряженного каона равен $0,85 \cdot 10^{-8}$ сек. Аналогичные типы рас-

пада присущи нейтральному каону, период полураспада которого равен $7 \cdot 10^{-11}$ сек. Почему время жизни K^0 -мезона оказывается настолько меньше времени жизни K^+ -мезона и каково соотношение между распадом каона и универсальным взаимодействием Ферми? Все эти вопросы представляют собой современные проблемы теоретической физики. Образование каонов обсуждается в следующем параграфе.

Гипероны (странные барионы)

Некоторые из барионов по причинам, которые мы объясним позднее, называют *гиперонами* (табл. 8). Гипероны распадаются благодаря слабым взаимодействиям и, следовательно, живут достаточно долго, чтобы оставить следы в пузырьковых камерах.

Существуют 4 различных сорта элементарных частиц тяжелее протона. Они обозначаются заглавными греческими буквами Λ (лямбда), Σ (сигма), Ξ (кси) и Ω (омега). Все они распадаются благодаря слабым взаимодействиям на нуклоны и, таким образом, подчиняются закону сохранения тяжелых частиц.

До сих пор мы встречались с двумя примерами того, что называется сильным взаимодействием: 1) силы, действующие между двумя нуклонами, и 2) взаимодействие пиона с нуклоном (например, рождение пионов). Точно так же взаимодействия гиперонов и каонов с нуклонами и мезонами служат примерами сильных взаимодействий. Одним из многочисленных примеров таких взаимодействий являются процессы образования гиперонов и каонов. Наиболее изученная следующая реакция образования гиперонов:



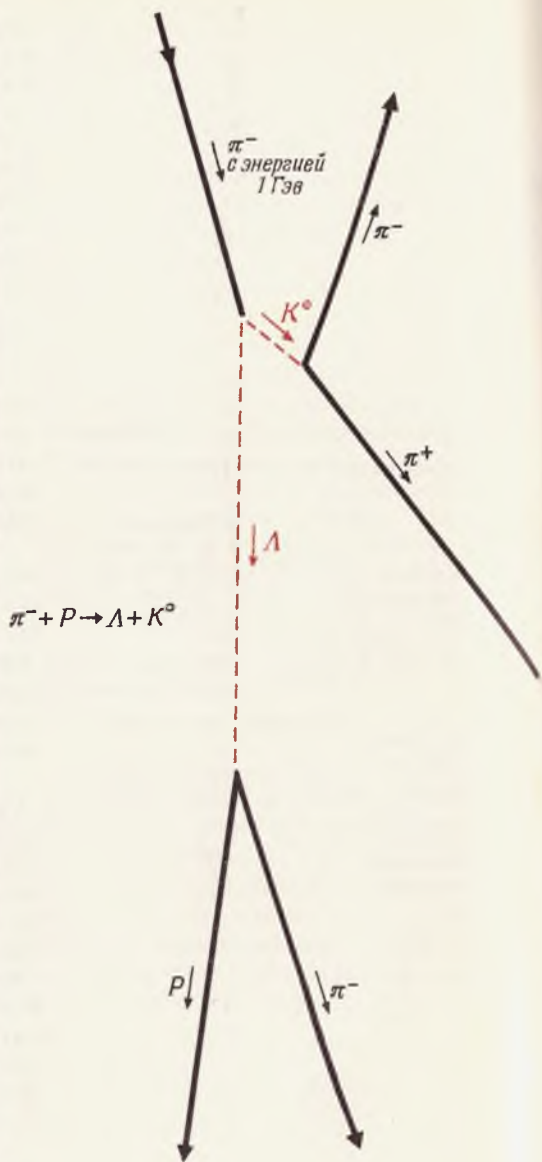
На фиг. 331 показана фотография этого процесса, полученная в пузырьковой камере с жидким водородом. Необходимые пучки пионов высокой энергии легко получить на ускорителях протонов на энергии в несколько Гэв.

Таблица 8

Классификация элементарных частиц

Адроны (сильные взаимодействия)	Барионы	Гипероны Λ , Σ , Ξ , Ω (странные)
		Нуклоны N , P (нестранные)
	Мезоны	{(Странные) K {(Нестранные) π
Лептоны (слабые взаимодействия)	Мюонное семейство μ , ν_μ	
	Электронное семейство e , ν_e	
Фотон (электромагнитные взаимодействия) γ		

Ответ 6. Потому что его масса меньше массы 4 пионов,



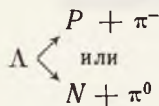
Фиг. 331. Ассоциативное рождение Λ -гиперона и K^0 -мезона в пузырьковой камере с жидким водородом.

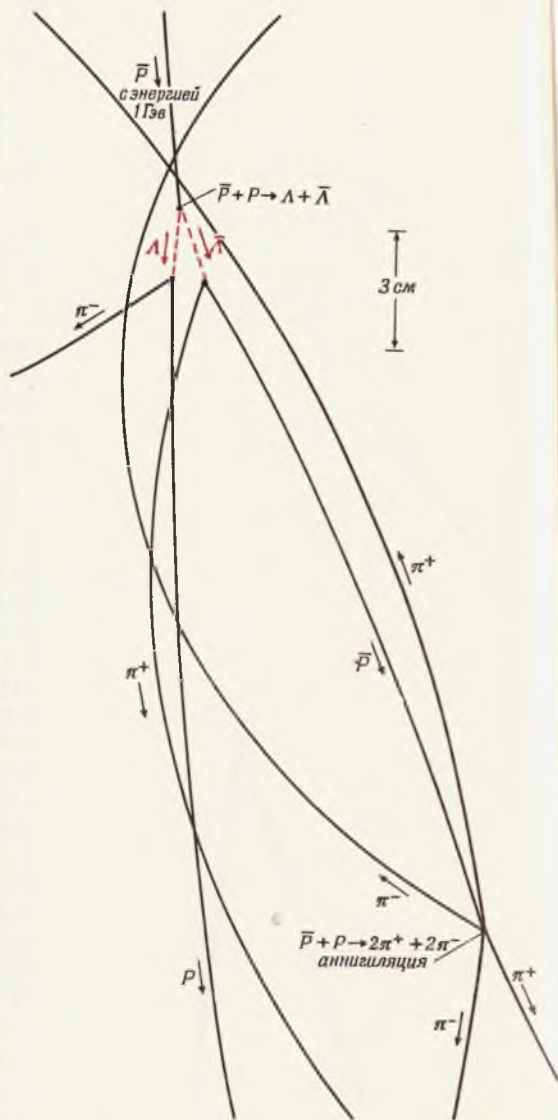
π^- -Мезон с энергией 1 Гэв от Беватрона попадает в камеру и образует при столкновении с протоном Λ и K^0

Отметим, что Λ -гиперон рождается совместно с каоном.

В действительности Λ , Σ , Ξ или Ω всегда рождаются совместно с каонами, если начальной частицей были пион или нуклон. Из-за этой специфической особенности совместного (ассоциативного) рождения указанные четыре бариона и каоны были названы странными частицами, так их называют и сейчас. Четыре странных бариона называют гиперонами. Странным у этих частиц является то, что они распадаются примерно в 10^{14} раз медленнее, чем ожидалось. Поскольку они легко рождаются при сильных взаимодействиях и могут распадаться на сильно взаимодействующие частицы, то ожидалось, что они будут распадаться столь же быстро, как и рождаются, т. е. примерно за 10^{-23} сек. Чтобы объяснить наблюдаемые факты, было необходимо изобрести еще один закон сохранения, который замедлял бы распад странных частиц примерно в 10^{14} раз. Этот новый закон назвали законом сохранения странности. K^+ - и K^0 -мезонам приписывается странность $+1$, а гиперонам — отрицательные значения странности, приведенные на фиг. 333 (стр. 532). Закон сохранения странности утверждает, что в замкнутой системе полное значение странности остается неизменным. Этому закону строго подчиняются сильные и электромагнитные взаимодействия. Однако слабые взаимодействия совершенно игнорируют его. Странная частица распадается благодаря слабым взаимодействиям на частицы с нулевой странностью. И поскольку слабые взаимодействия в 10^{14} раз слабее сильных, эти странные частицы живут в 10^{14} раз дольше обычного.

Λ -частица на 37 Мэв тяжелее протона и пиона, вместе взятых. Она нейтральна, а ее спин равен $1/2$. Основные способы распада Λ -частицы таковы:





Фиг. 332. Образование антиламбдагиперона в реакции $\bar{P} + P \rightarrow \Lambda + \bar{\Lambda}$.

$\bar{\Lambda}$ -Гиперон распадается на π^- -мезон и антипротон. Антипротон затем останавливается и аннигилирует с протоном в жидком водороде.

Σ -частица на 78 Мэв тяжелее Λ -частицы; ее спин равен $1/2$. Σ -частица может быть положительной, нейтральной или отрицательной. Ее основные способы распада таковы:

$$\Sigma^+ \rightarrow \begin{cases} P + \pi^0, \\ N + \pi^+, \end{cases}$$

$$\Sigma^- \rightarrow N + \pi^-,$$

$$\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma.$$

Распад Σ^0 -частиц происходит значительно быстрее распадов Σ^+ или Σ^- потому, что он обусловлен электромагнитными взаимодействиями, которые примерно в 10^{12} раз интенсивнее слабого взаимодействия.

Ξ -гиперон на 205 Мэв тяжелее Λ -частицы и имеет отрицательную и нейтральные разновидности. Наблюдались следующие типы распада:

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-,$$

$$\Xi^0 \rightarrow \Lambda + \pi^0.$$

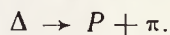
У каждого гиперона должна существовать античастица с противоположным знаком. На фиг. 332 показано рождение Λ -частицы в реакции $P + \bar{P} \rightarrow \Lambda + \bar{\Lambda}$.

Список известных в настоящее время долгоживущих элементарных частиц выглядит следующим образом (в порядке возрастания массы): фотон γ ; лептоны ν_e , ν_μ , e и μ ; мезоны π и K ; нуклоны P и N ; гипероны Λ , Σ , Ξ и Ω . Если учесть частицы с различным зарядом и античастицы, то полное число частиц окажется равным 34. Все они включены в таблицу на фиг. 333. Частицы изображены слева, а соответствующие им античастицы «отражаются» на противоположной правой стороне фигуры.

Резонансы

В последние годы был открыт целый ряд новых мезонов и барионов, которые распадаются непосредственно благодаря сильным

взаимодействиям. Первый барион был обнаружен Ферми в начале 50-х годов. Его назвали Δ ; он на 160 *Мэв* тяжелее в сумме протона и пиона и распадается за время примерно 10^{-23} сек на протон и пион:



Сильные взаимодействия столь велики, что стоит одной сильно взаимодействующей частице вступить в соприкосновение с другой, как с большой вероятностью происходит превращение. Время, на протяжении которого частицы находятся в соприкосновении, равно поперечнику элементарной частицы, деленному на скорость:

$$t = \frac{D}{v} \approx 3 \cdot 10^{-13} \text{ см} / 3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек} = 10^{-23} \text{ сек}.$$

Следовательно, чтобы в игру включилось сильное взаимодействие, требуется около

Фиг. 333. Таблица элементарных частиц.

Частицы приведены в левой части рисунка. Отражение справа представляет собой набор соответствующих античастиц. Кружками обведены стабильные частицы. В таблице указана масса заряженных пионов; масса π^0 -мезонов составляет 264,2 (в единицах массы электрона).

		Тип	Масса	Спин		
Адроны	Тяжелые частицы (барионы)	Омега	3284	$\frac{3}{2}$	Ω^-	0
		Кси	2586	$\frac{1}{2}$	Ξ^-	0
		Сигма	2335	$\frac{1}{2}$	Σ^-	0
		Лямбда	2182	$\frac{1}{2}$	Λ	0
		Нуклон	1837	$\frac{1}{2}$	N	0
Мезоны	Каон	966	0	K^0	0	
	Пион	273	0	π^+	0	
Лептоны	Мюон	207	$\frac{1}{2}$	μ^-	0	
	Мюонное нейтрино	0	$\frac{1}{2}$	ν_μ	0	
	Электрон	1	$\frac{1}{2}$	e^-	0	
	Электронное нейтрино	0	$\frac{1}{2}$	ν_e	0	
	Фотон	0	1	γ	0	

		Тип	Масса	Спин		
Адроны	Тяжелые частицы (антибарионы)	Омега	3284	$\frac{3}{2}$	$\bar{\Omega}^+$	0
		Кси	2586	$\frac{1}{2}$	$\bar{\Xi}^+$	0
		Сигма	2335	$\frac{1}{2}$	$\bar{\Sigma}^+$	0
		Лямбда	2182	$\frac{1}{2}$	$\bar{\Lambda}$	0
		Нуклон	1837	$\frac{1}{2}$	\bar{N}	0
Мезоны	Каон	966	0	\bar{K}^0	0	
	Пион	273	0	π^-	0	
Лептоны	Мюон	207	$\frac{1}{2}$	μ^+	0	
	Мюонное нейтрино	0	$\frac{1}{2}$	$\bar{\nu}_\mu$	0	
	Электрон	1	$\frac{1}{2}$	e^+	0	
	Электронное нейтрино	0	$\frac{1}{2}$	$\bar{\nu}_e$	0	
	Фотон	0	1	γ	0	

Заряд

10^{-23} сек. Позже были обнаружены дюжины новых адронов с периодами полураспада от 10^{-22} до 10^{-23} сек. Все они распадаются благодаря сильным взаимодействиям и по причинам исторического характера были названы *резонансами*. Имеется несколько адронов с периодами полураспада от 10^{-21} до 10^{-16} сек, которые распадаются благодаря электромагнитным взаимодействиям. Большинство этих новых частиц в соответствии с их квантовыми числами группируются в восьмерки и десятки. Одна из восьмерок включает протон и нейтрон. Другая восьмерка содержит три пиона. Эту классификацию называют «Восьмеричным Путем».

Возможно, что протон или пион — не в большей степени элементарные частицы, нежели любой другой адрон. Каждый из адронов — это просто определенное состояние или энергетический уровень сильно взаимодействующей материи. До сих пор обнаружено свыше 200 элементарных частиц. Почти каждый месяц приносит открытие новой частицы. Одна из последних теоретических надежд основана на сведении всех адронов к трем или четырем кирпичам мироздания, называемым кварками. Однако пока кварки не были найдены. Чтобы обнаружить кварки, если они существуют, по-видимому, потребуются ускорители на более высокие энергии.

Поскольку слабые взаимодействия по своей величине уступают сильным примерно в 10^{14} раз, времена жизни частиц, распадающихся благодаря слабым взаимодействиям, составляют примерно $10^{14} \cdot 10^{-23}$ сек, или 10^{-9} сек. Все заряженные частицы, перечисленные на фиг. 333, либо распадаются за счет слабых взаимодействий, либо стабильны. Причина, по которой некоторые адроны распадаются благодаря слабым, а не сильным взаимодействиям, заключается в запрете распада за счет сильных взаимодействий законами сохранения типа закона сохранения странности.

§ 7. Несохранение четности

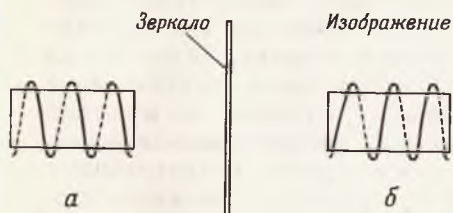
*Ну как, хочешь жить в зеркале, Китти? Интересно, дадут ли тебе там молоко? Впрочем, не знаю, можно ли пить зеркальное молоко?*¹

В этом параграфе мы узнаем, что Льюис Кэрролл был прав — зеркальное молоко если не отвратительно, то уж, во всяком случае, невкусно. Кроме того, мы увидим, что слабые взаимодействия приводят к нарушению не только закона сохранения четности, но и симметрии античастиц, которая обсуждалась в § 4. Сохранение четности представляет собой математическую формулировку свойства симметрии, называемого инвариантностью относительно отражений. Инвариантность относительно отражений означает, что зеркальное отображение любого физического явления само по себе является реальным физическим явлением. Принцип сохранения четности говорит, что если некто наблюдает в зеркале любой физический эксперимент и не знает, что он видит все это в зеркале, то нет способа, который позволил бы наблюдателю, исходя из результатов опыта, установить, действительно ли он смотрел в зеркало. Иначе говоря, все основные законы физики должны одинаково описываться математически в левовинтовой и в правовинтовой системах координат. Одно из следствий сохранения четности состоит в том, что опыты не помогут рассеянному ученому определить, какая из его рук является правой. Определение, основанное на том, с какой стороны расположено сердце, было бы сплошным надувательством. Оно эквивалентно надеванию перчатки с надписью «левая».

В действительности же молекулы его тела и в этом смысле все живое на Земле

¹ Из книги Льюиса Кэрролла «За зеркалом и что там увидела Алиса», София, 1967, перевод Н. Демуровой.— Прим. ред.

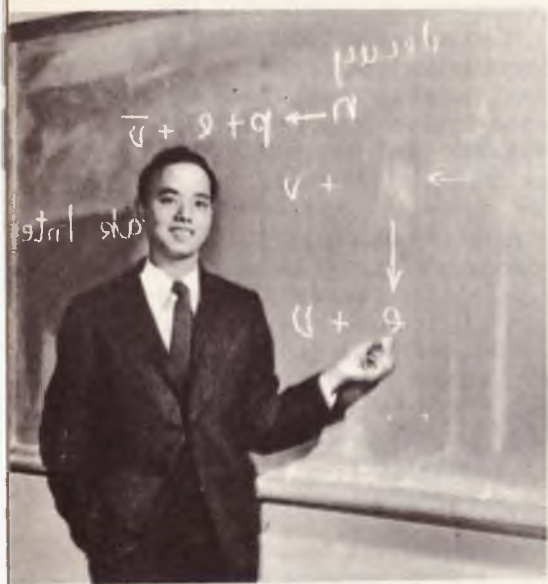
Фиг. 334. Винт с правой резьбой (а) и его зеркальное отражение (б) (винт с левой резьбой).



эквивалентно помеченным перчаткам (см. начало гл. 14). Создаваемые организмами белковые молекулы построены из аминокислот — все они целиком принадлежат к веществам с левовинтовым строением. (Исключение составляют антибиотики, такие, как пенициллин, которые содержат определенный процент правовинтовых аминокислот. Считают, что подобная структура делает их смертоносными для бактерий и обуславливает их использование как антибиотиков.) С другой стороны, химики могут синтезировать правовинтовые белки, и, как следует ожидать, исходя из сохранения четности, эти белки имеют в точности те же свойства, что и естественные разновидности. Единственное различие состоит в том, что одни являются зеркальным изображением других (фиг. 334).

Тот факт, что на Земле в биологической среде молекулы всегда воспроизводятся с одной и той же зеркальной симметрией, тогда как те же самые молекулы, синтезируемые химиками, всегда образуются в виде смеси левовинтовых и правовинтовых разновидностей в отношении 1 : 1, может показаться загадочным. Объяснение, возможно, заключается в том, что первоначальные формы жизни на Земле были как левовинтовыми, так и правовинтовыми. При этом животные и растения одного вида могли быть несовместимы и, возможно, губительны по отношению к животным и растениям другого вида. В конце концов в борьбе за существование одна форма одержала победу над другой.

Для проверки сообразительности читателя мы на фиг. 335 приводим фотографию профессора Ли из Принстонского института. Есть ли на ней какие-либо признаки, позволяющие уверенно сказать, как получена эта фотография — непосредственно или по отражению в зеркале? На первый взгляд может показаться, что это зеркальное отражение Ли. Обозначения на доске перевернуты, а Ли, по-видимому, пишет левой рукой. Сообразительный читатель может заподозрить

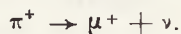


Фиг. 335. Фотография профессора Ли, чье исследование в сотрудничестве с Янгом привело к ниспровержению закона сохранения четности. Какое изображение вы видите на фотографии, истинное или зеркальное?

обман, а именно что Ли ради шутки нарочно писал обозначения наоборот.

Более внимательное рассмотрение обнаруживает, что пуговицы на его пиджаке находятся на правой стороне. Основываясь на твердо распространенном во всем мире обычае пришивать пуговицы на мужской одежде справа, а на женской одежде — слева, читатель может прийти к правильному выводу, что фотография дает истинное изображение. (Мы не пошли на такую крайность, чтобы заказывать у портного специальный пиджак с пуговицами на левой стороне и петлями на правой.)

По причинам, изложение которых выходит за рамки данной книги, сохранение четности запрещает распад каонов как на два, так и на три пиона. Каонам разрешается распадаться либо одним, либо другим способом, но не обоими. Однако на опыте наблюдались оба способа распада. Это заставило Ли и Янга в 1956 г. всерьез усомниться в «самоочевидной истине», что природа не должна отдавать предпочтение правому по сравнению с левым или наоборот. Ли и Янг выдвинули предположение, что слабые взаимодействия действительно нарушают «священный» принцип сохранения четности. Кроме того, они предложили поставить некоторые конкретные опыты для проверки своей гипотезы. Мы сейчас и займемся более подробным рассмотрением одного из этих экспериментов. Например, распад π^+ -мезона, возникающий как следствие слабых взаимодействий;

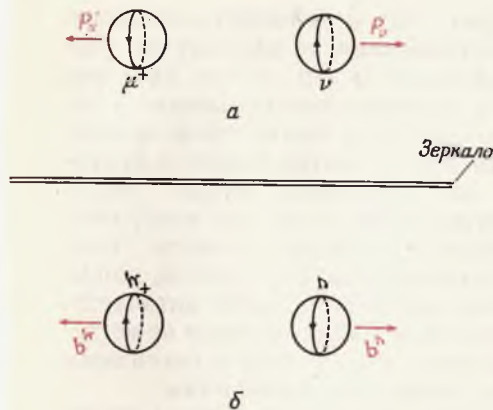


Ли и Янг считали, что спины возникающих при распаде мюона и нейтрино, возможно, будут ориентированы преимущественно вдоль направления их движения.

Мы покажем теперь, что если это так, то инвариантность относительно отражений будет нарушаться. Мы схематически сопоставили спину движение в экваториальной плоскости вращающейся частицы. Частицы

Вопрос 7. Если рассеянный ученый знает направление на север, сможет ли он определить, какая из его рук — правая?

Фиг. 336. Распад π^+ -мезона (а) и его зеркальное отражение (б).



будут изображаться в виде вращающихся сфер.

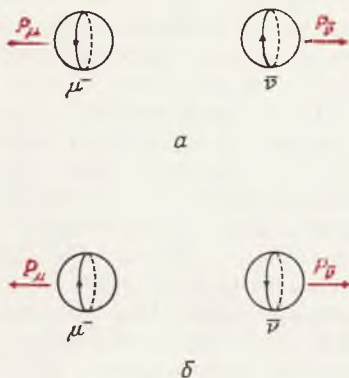
Согласно предположению этих ученых, распад π^+ -мезона должен выглядеть так, как это изображено на фиг. 336: μ^+ и ν должны вращаться в противоположных направлениях, с тем чтобы их спины при сложении давали спин пиона, равный нулю.

На фиг. 336, б изображено отражение в зеркале частиц, возникающих при распаде. Отметим, что в зеркале сферы будут казаться вращающимися в противоположных направлениях. Участок экватора μ^+ -мезона или ν на исходном графике (фиг. 336, а) описывал бы левовинтовую линию, а на изображении в зеркале (фиг. 336, б) — правовинтовую линию. Картина, изображенная на фиг. 336, а, впервые наблюдалась в 1957 г. группой, работающей на циклотроне Колумбийского университета. Зеркально отраженный вариант (фиг. 336, б) никогда не встречался в природе. Таким образом, четность не сохраняется. Нейтрино всегда обладают свойством левого винта. Несохранение четности впервые наблюдалось в опыте по β -распаду, который выполнила Ву в Колумбийском университете и группа физиков Национального бюро стандартов в Вашингтоне. Теперь мы знаем, что нейтрино всегда вращаются подобно левым винтам, а антинейтрино — подобно правым.

Все еще трудно поверить, что структура пространства делает левое предпочтительным по сравнению с правым. Однако доказательство настолько просто и ясно, что каждый почти немедленно убеждается в его справедливости. Таким образом, чтобы найти свою левую руку, рассеянному ученому достаточно просто обратиться к любому нейтрино или μ^+ -мезону, образующимся при распаде π^+ -мезона, когда мы сталкиваемся с отсутствием симметрии в законе природы. Причиной всех волнений явилось то, что это был первый случай, когда обнаружилось нарушение основного принципа симметрии.

Ответ 7. Сможет. Наблюдая за Солнцем или звездами, он может направить пальцы по вращению Земли. Если при этом большой палец смотрит на север, то это правая рука.

Фиг. 337. Распад, сопряженный по заряду распаду π^+ -мезона, т. е. с заменой частиц античастицами (а), и результат, наблюдаемый на опыте, — распад π^- -мезона (б).



Нарушение симметрии античастиц

Если к фиг. 336, а применить операцию зарядового сопряжения, то мы получим распад, изображенный на фиг. 337, а. Заметим, что при этом антинейтрино оказывается левовинтовым. Однако из опыта теперь известно, что антинейтрино всегда является правовинтовым, как показано на фиг. 337, б. На этой фигуре распад π^- -мезона изображен таким, каким он получается на опыте. Итак, мы здесь сталкиваемся со случаем, когда замена частиц соответствующими античастицами приводит к ситуации, которая не встречается в природе, что является очевидным нарушением симметрии античастиц.

Отметим, что если отразить распад π^+ -мезона в зеркале (см. фиг. 336, а) и заменить частицы соответствующими античастицами, то мы получим правильный результат для распада π^- -мезона (см. фиг. 337, б). Таким образом, общая симметрия сохраняется. В распоряжении рассеянного профессора, попавшего в удаленную галактику, по-прежнему не будет способа, который позволил бы ему определить, какая рука правая, так как мы не знаем, построена ли его галактика из вещества или из антивещества, и не можем предложить ему способ, позволяющий отличать μ^+ от μ^- -мезона. И наоборот, пока он не научится отличать правое от левого, он не сможет установить, построены ли его атомы из электронов или позитронов. Эту общую симметрию теоретики называют CP -инвариантностью. В период написания этой книги считалось, что слабые взаимодействия не нарушают CP -инвариантности. Возможность существования подобной общей симметрии удовлетворительна с методологической точки зрения и облегчает примирение с несохранением четности и нарушением симметрии античастиц.

Однако в 1964 г. брукхэйвенская группа физиков, проведя тщательное изучение способов распада K^0 -мезонов, обнаружила небольшое нарушение CP -инвариантности. До этих опытов считалось, что кривые распада

Вопрос 8. Какой получится опыт, если фиг. 336 отразить в зеркале и произвести зарядовое сопряжение? (Это обратный порядок операций, изображенных на фиг. 337.)

K^0 - и \bar{K}^0 -мезонов в точности одинаковы. Теперь эксперимент показал, что обе кривые несколько различаются и что в принципе можно отличить пучок K^0 -мезонов от пучка \bar{K}^0 -мезонов. Итак, мы, наконец, имеем эффект, помогающий отличить правое от левого. Попросим теперь ученого в удаленной от нас галактике построить ускоритель, получить на нем то, что мы считаем K^0 -мезонами, и измерить их кривую распада. В зависимости от того, какая получится кривая, мы сможем сказать ему, из чего построен его ускоритель, из вещества или антивещества. В настоящее время проводятся интенсивные поиски нарушения CP -инвариантности в других процессах и проверки нарушения CP -инвариантности в сильных и электромагнитных взаимодействиях.

§ 8. Сводка законов сохранения

ЗАПРЕТЫ

Основные законы сохранения в определенном смысле представляют собой более сильные утверждения, нежели прочие законы. Это обусловлено тем, что все, что может происходить, действительно происходит, если только нет запрета, налагаемого законами сохранения. Исходя из законов сохранения, нельзя сказать, как часто происходит то или иное событие, хотя хорошим указанием служит относительная величина четырех фундаментальных взаимодействий. Напомним, что электромагнитные взаимодействия примерно в 100 раз, а слабые в 10^{14} раз менее вероятны, чем сильные. Важно отметить, что любая мыслимая реакция или тип распада должны происходить в природе, если только нет запретов, налагаемых одним из законов сохранения.

Некоторые из приводимых ниже 13 законов сохранения формулируются в виде принципов симметрии. Однако в квантовой механике всегда можно найти математически эквивалентный каждому из принципов симметрии закон сохранения.

Ответ 8. Получится наблюдаемый на опыте распад π^- -мезона, как на фиг. 337, б.

Внезапная недавняя утрата закона сохранения четности и симметрии античастиц служит еще одним предостережением ученым и философам в отношении справедливости других «неприкосновенных» законов физики. К примеру, никогда не удавалось в общем виде доказать справедливость закона сохранения энергии. Однако если бы обнаружилось хоть одно-единственное нарушение этого закона, то это явилось бы абсолютным доказательством того, что закон сохранения энергии несправедлив. Сделав эти предостережения, мы приведем окончательную сводку законов сохранения. Для полноты приведены и те законы, которые не упоминались в нашем изложении.

1. *Сохранение полной энергии*, включая массу покоя.

2. *Сохранение полного импульса*.

3. *Сохранение полного момента количества движения*.

4. *Сохранение электрического заряда*.

5. *Сохранение тяжелых частиц (или барионов)*. Нуклонам и гиперонам соответствует барионный заряд, равный $+1$. Их античастицам соответствует барионный заряд, равный -1 . Этот закон утверждает, что полное число барионов должно оставаться постоянным.

6. *Сохранение лептонов*. Этот закон можно рассматривать как аналог предыдущего закона в случае легких частиц; ν_e и e^- имеют электронный лептонный заряд $+1$, а лептонный заряд их античастиц равен -1 . Согласно этому закону, полное число лептонов электронного семейства до и после взаимодействия должно быть одинаковым. Имеется аналогичный и независимый закон сохранения мюонного лептонного заряда.

7. *Зарядовая независимость* (часто называется *сохранением изотопического спина*). Этот закон справедлив лишь для сильных взаимодействий. Вследствие существования электромагнитных взаимодействий точность полученных на основе этого закона предсказаний лежит в пределах 1% . Зарядовая независимость предсказывает тождествен-

ность сил, действующих между двумя протонами, силам, действующим между нейтроном и протоном.

8. *Сохранение странности (ассоциативное рождение странных частиц)*. Этот закон справедлив для всех сильных и электромагнитных взаимодействий, но нарушается слабыми взаимодействиями. Именно благодаря этому закону гипероны и каоны распадаются достаточно медленно и оставляют заметные следы.

9. *Симметрия античастиц*. Этот закон также справедлив для всех сильных и электромагнитных взаимодействий, но нарушается слабыми взаимодействиями.

10. *Сохранение четности*. Этот закон также справедлив для всех сильных и электромагнитных взаимодействий, но нарушается слабыми взаимодействиями.

11. *CP-инвариантность*. Этот закон утверждает, что если любой эксперимент отразить в зеркале и заменить все частицы соответствующими античастицами, то этот новый эксперимент будет также «законорожденным». Данный закон, по-видимому, справедлив для сильных и электромагнитных взаимодействий, но небольшие нарушения его наблюдались при распаде нейтральных каонов.

12. *CPT-инвариантность*. Этот закон утверждает, что если любой эксперимент отразить в зеркале и заменить все частицы соответствующими античастицами, обратить направления всех скоростей и вращений, то этот новый эксперимент будет «законорожденным». Считается, что этот закон справедлив для всех взаимодействий.

13. *Инвариантность относительно обращения времени*. Этот закон утверждает, что если в любом эксперименте обратить направления всех скоростей и вращений, то этот новый эксперимент будет «законорожденным». Он, по-видимому, справедлив для сильных и электромагнитных взаимодействий, но должен несколько нарушаться в слабых взаимодействиях, поскольку слегка нарушается CP-инвариантность, а CPT-инвариантность незыблема.

Вопрос 9. Существуют ли законы сохранения, которые ограничивали бы слабые взаимодействия, но нарушались бы сильными взаимодействиями?

§ 9. Задачи на будущее

это только начало

Нелепо пользоваться терминами «элементарный», говоря о более чем 200 элементарных частицах. Более целесообразно иметь дело с различными типами частиц: фотоном, электронными лептонами, мюонными лептонами и адронами. Разумно надеяться, что в будущем число истинно элементарных частиц сократится. Возможность взаимных превращений (совместных с законами сохранения) всех элементарных частиц укрепляет надежду на существование единого поля, для которого эти частицы будут различными «квантовыми состояниями». Подобная единая теория должна была бы предсказать массы существующих «элементарных» частиц. Кроме того, эта окончательная теория должна обеспечить вычисление заряда электрона и всех прочих физических констант. В настоящее время все физические константы типа c , e , h , m_e , m_p и т. п. являются полностью независимыми. Вообще говоря, по мере нашего продвижения к окончательной истине у нас должна появиться возможность вычисления некоторых из этих констант на основе других констант. Например, сейчас мы можем выразить энергию связи атома водорода через e , h и m_e . Другой пример: современная теория универсального взаимодействия Ферми позволяет выразить время жизни мюона через время жизни нейтрона.

Окончательная теория должна будет не только предоставить нам способ вычисления заряда электрона (или силы электромагнитного взаимодействия), но и объяснить сильное, слабое и гравитационное взаимодействия. Последнее оказывается значительно меньше слабого взаимодействия. Делались безуспешные попытки объяснить тяготение с помощью нейтрино. Возможно, что однажды тяготение будет объяснено на основе иных, казалось бы, не связанных с ним явлений. Кроме того, в число нерешенных проблем входят происхождение, размеры и эволюция Вселенной. Создается ли вещество

Ответ 9. Нет.

из «ничего»? Не существуют ли галактики, построенные из антивещества и равночисленные обычным галактикам?

Наши представления о строении физического мира подвергались длительной эволюции со времен Аристотеля, когда все объяснялось комбинацией четырех основных элементов: огня, воды, воздуха и земли. Сейчас в нашем распоряжении имеется полное и удовлетворительное объяснение строения обычного вещества, основанное на квантовой электродинамике. Однако в своих попытках понять, что из многообразия элементарных частиц и их взаимодействий является действительно фундаментальным, мы выглядим пока довольно беспомощными.

Задачи

1. Ξ^- -гиперон распадается следующим образом:

$$\Xi^- \rightarrow \pi^- + \Lambda^0.$$

- Каковы продукты распада анти- Ξ^- -гиперона?
- Каков электрический заряд анти- Ξ^- -гиперона?

2. Что является античастицей антинейтрино?

3. Каков период полураспада антинейтрино и каковы продукты его распада?

4. Не будет ли полное количество массы при распаде пиона $\pi \rightarrow \mu + \nu_\mu$ после распада меньше, чем до распада? (Напомним, что масса движущейся частицы больше, чем масса покоящейся.)

5. В каждом из приведенных ниже запрещенных типов распада укажите, с нарушением какого закона сохранения он связан?

$$\Lambda \rightarrow \pi^+ + \pi^-,$$

$$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0,$$

$$\bar{N} \rightarrow e^- + P + \bar{\nu},$$

$$P \rightarrow N + e^+ + \nu,$$

$$N \rightarrow e^- + e^+ + \nu.$$

6. Каков заряд анти- $\bar{\Sigma}^+$ -гиперона?

7. Какие из приведенных реакций запрещены и какие при этом нарушаются законы сохранения:

$$a) \Lambda^0 \rightarrow P + \pi^0,$$

$$\text{б) } \bar{P} + P \rightarrow \mu^+ + e^-$$

$$\text{в) } N \rightarrow P + e^- + \nu_e$$

$$\text{г) } P \rightarrow N + e^+ + \bar{\nu}_e$$

$$\text{д) } \Sigma^+ \rightarrow \Lambda^0 + \pi^+$$

8. За α -распадом U^{238} происходят два последовательных β^- -распада. Чему равны величины Z и A конечного продукта?

9. Ядро Pu^{239} ($Z=94$) испытывает α -распад. Дочернее ядро испытывает два последовательных β^- -распада. Затем образовавшееся ядро бомбардируется нейтронами и поглощает 4 нейтрона. Чему равны величины Z и A конечного продукта?

10. Какие из четырех типов нейтронов (ν_e , $\bar{\nu}_e$, ν_μ , $\bar{\nu}_\mu$) могут вызывать следующие реакции:

$$\text{а) } ? + P \rightarrow N + e^+$$

$$\text{б) } ? + N \rightarrow P + \mu^-$$

$$\text{в) } ? + N \rightarrow P + e^-?$$

11. Допустим, что все продукты аннигиляции, изображенные на фиг. 329, не испытывают в дальнейшем взаимодействия, а распадаются. Допустим также, что заряженные пионы превращаются в мюоны, которые затем распадаются. Единственными конечными продуктами будут e^- , e^+ , ν , $\bar{\nu}$ и фотоны. Сколько образуется частиц каждого сорта?

12. Изображение правого винта, спроектированное на матовый стеклянный экран, имеет вид правого же винта. Каким будет казаться винт — правым или левым, если посмотреть на экран с другой стороны?

13. Антипротон останавливается и аннигилирует с протоном. В результате образуются три пиона равной энергии. Какова кинетическая энергия каждого пиона (в $Mэв$)?

14. «Атом», представляющий собой электрон, связанный с позитроном, может просуществовать некоторый промежуток времени $\sim 10^{-6}$ сек, по истечении которого он аннигилирует. Подобная система называется позитронием. Какая система будет сопряженной по заряду с позитронием?

15. Правый винт ввинчивается в отверстие с резьбой. Каким будет казаться винт, если смотреть со стороны отверстия, — правым или левым?

16. Допустим, что зеркало на фиг. 336, а расположено не горизонтально внизу, а вертикально справа. Нарисуйте изображение в этом зеркале. Каким будет изображение μ^+ -мезона — праввинтовым или левовинтовым?

17. При захвате μ^- -мезона протоном эти частицы благодаря универсальному взаимодействию Ферми могут

Фиг. 338. К задаче 19.



превратиться в нейтрон и другую частицу. Что это за частица? (Она должна удовлетворять закону сохранения лептонов.)

18. Изобразите на рисунке, как выглядела бы в пузырьковой камере реакция $K^- + P \rightarrow \Sigma^- + \pi^+$, предполагая при этом, что K^- -мезон останавливается, а Σ^- -гиперон распадается на лету.

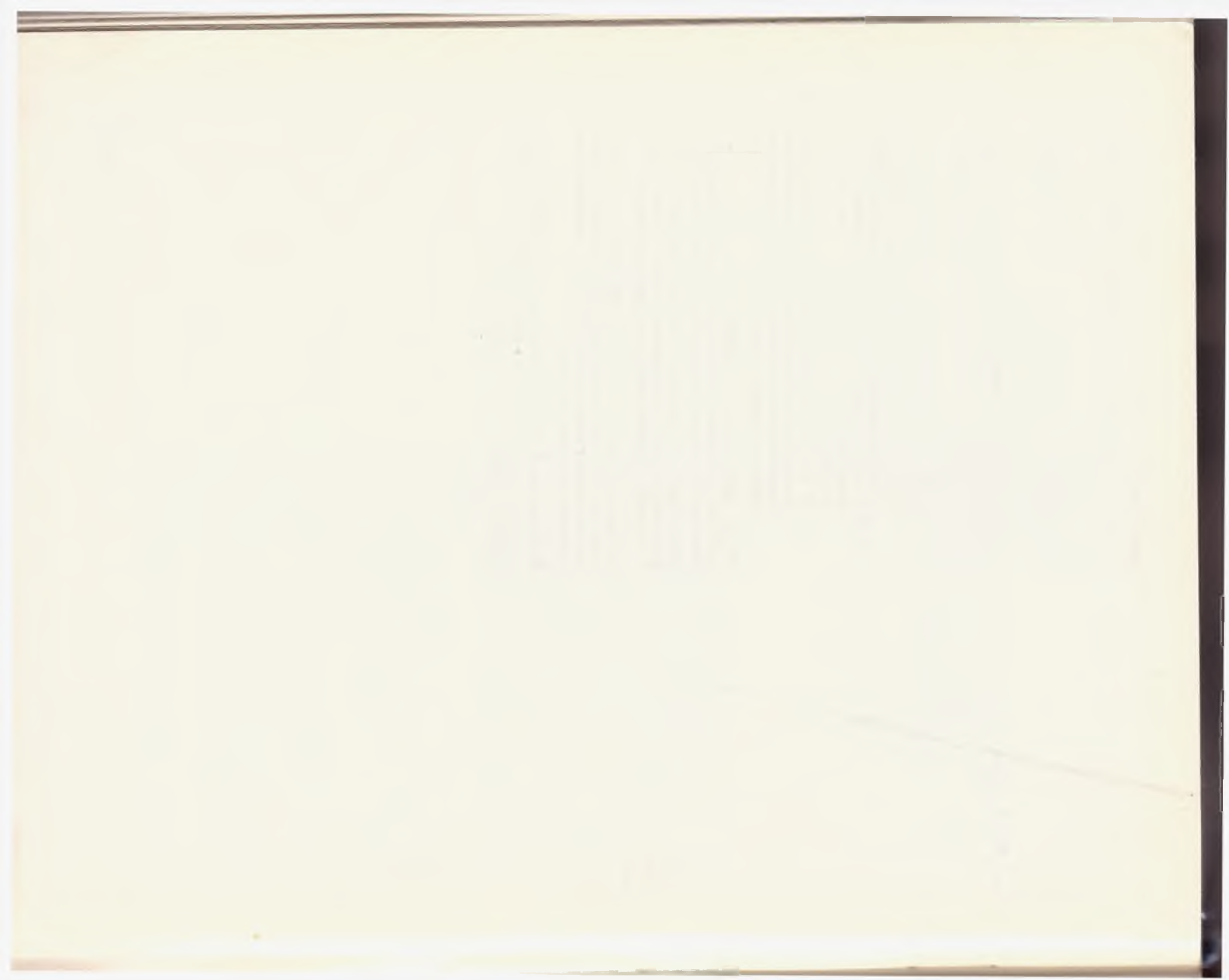
19. Если ядра Co^{60} ориентированы так, что их спины «смотрят» вверх, то β -частицы будут испускаться преимущественно вниз. Нарисуйте зеркальное отражение этого распада.

- а) Как будет направлен спин отраженного в зеркале ядра Co^{60} , если зеркало расположено горизонтально (воспользуйтесь тем же обозначением направления спина, как и на фиг. 338)?
- б) Как будет направлен спин отраженного в зеркале ядра Co^{60} , если зеркало расположено вертикально?
- в) В каждом из полученных в результате зеркального отражения состояний выясните направление вылета электрона (параллельно или антипараллельно спину).

20. На практике при остановке левовинтовых μ^+ -мезонов их позитроны распада испускаются преимущественно в обратном направлении. Рассмотрим случай, когда позитрон вылетает в точности назад, а ν_e и $\bar{\nu}_\mu$ вылетают точно в направлении вперед. Каким будет позитрон — левовинтовым или правовинтовым?

21. При распаде $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ энергия нейтрино с импульсом P и кинетическая энергия μ -мезона ($P^2/2M\mu$) черпаются из разности масс. Найти P и кинетическую энергию μ -мезона (в $Mэв$).

22. Определите максимальную энергию электрона при распаде $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$, считая электрон настолько релятивистским, что его импульс $P = W/c$.



ПРИЛОЖЕНИЕ

ТАБЛИЦЫ

I. Полезные переводные множители

1 дюйм	2,54 см
1 миля	1,61 км, или 5280 фут
1 м	39,37 дюйм
1 миля/час	44,7 см/сек
60 миль/час	88 фут/сек
1 кг	2,204 фунт
1 ньютон	10^5 дин
1 дж	10^7 эрг
1 кал	4,18 дж
1 кулон	$3 \cdot 10^9$ CGSE (Q)
1 CGSE (V)	300 в
1 эв	$1,6 \cdot 10^{-12}$ эрг
1 Мэв	$1,6 \cdot 10^{-6}$ эрг
1 А	10^{-8} см

II. Некоторые физические константы

Скорость света c	$3 \cdot 10^{10}$ см/сек
Заряд электрона e	$4,8 \cdot 10^{-10}$ CGSE (Q)
Ускорение силы тяжести на поверхности земли g	980 см/сек ²
Гравитационная постоянная G	$6,67 \cdot 10^{-8}$ см ³ /г·сек ²
Постоянная Планка h	$6,62 \cdot 10^{-27}$ эрг·сек
Постоянная Больцмана k	$1,38 \cdot 10^{-16}$ эрг/град.
Масса электрона m_e	$9,11 \cdot 10^{-28}$ г
Масса протона M_p	$1,67 \cdot 10^{-24}$ г
$M_p/m_e = 1837$	
Энергия покоя электрона $m_e c^2$	0,51 Мэв
Энергия покоя протона $M_p c^2$	938 Мэв
Число Авогадро N_0	$6,02 \cdot 10^{23}$
Атмосферное давление P_0	$1,01 \cdot 10^6$ дин/см ²
Абсолютный нуль $T = 0^\circ\text{K}$	-273°C
Радиус Земли	6378 км
Расстояние от Земли до Луны	384 400 км
Расстояние от Земли до Солнца	149 500 000 км

Элемент	Символ	Атомный номер	Средний атомный вес	Элемент	Символ	Атомный номер	Средний атомный вес
Азот	N	7	14,0067	Литий	Li	3	6,639
Актиний	Ac	89	227	Лютеций	Lu	71	174,97
Алюминий	Al	13	26,9815				
Америций	Am	95	(243)	Магний	Mg	12	24,312
Аргон	Ar	18	39,948	Марганец	Mn	25	54,9380
Астат	At	85		Медь	Cu	29	63,54
Барий	Ba	56	137,34	Менделевий	Mv	101	(256)
Бериллий	Be	4	9,0122	Молибден	Mo	42	95,94
Берклий	Bk	97	(249)	Мышьяк	As	33	74,9216
Бор	B	5	10,811				
Бром	Br	35	79,909	Натрий	Na	11	22,9898
Ванадий	V	23	50,942	Неодим	Nd	60	144,24
Висмут	Bi	83	209,980	Неон	Ne	10	20,183
Водород	H	1	1,00797	Нептуний	Np	93	(237)
Вольфрам	W	74	183,85	Никель	Ni	28	58,71
				Ниобий	Nb	41	92,906
						102	(253)
Гадолиний	Gd	64	157,25				
Галлий	Ga	31	69,72	Олово	Sn	50	118,69
Гафний	Hf	72	178,49	Осьмий	Os	76	190,2
Гелий	He	2	4,0026				
Германий	Ge	32	72,59	Палладий	Pd	46	106,4
Гольмий	Ho	67	164,930	Платина	Pt	78	195,09
Диспрозий	Dy	66	162,50	Плутоний	Pu	94	(242)
				Полоний	Po	84	210
Европий	Eu	63	151,96	Празеодим	Pr	59	140,907
Железо	Fe	26	55,847	Прометий	Pm	61	(145)
Золото	Au	79	196,967	Протактиний	Pa	91	231
				Радий	Ra	88	226
Индий	In	49	114,82	Радон	Rn	86	222
Иод	I	53	126,9044	Рений	Re	75	186,2
Иридий	Ir	77	192,2	Родий	Rh	45	102,905
Иттербий	Yb	70	173,04	Ртуть	Hg	80	200,59
Иттрий	Y	39	88,905	Рубидий	Rb	37	85,47
				Рутений	Ru	44	101,07
Кадмий	Cd	48	112,40	Самарий	Sm	62	150,35
Калий	K	19	39,102	Свинец	Pb	82	207,19
Калифорний	Cf	98	(249)	Селен	Se	34	78,96
Кальций	Ca	20	40,08	Сера	S	16	32,064
Кислород	O	8	15,9994	Серебро	Ag	47	107,870
Кобальт	Co	27	58,9332	Скандий	Sc	21	44,956
Кремний	Si	14	28,086	Стронций	Sr	38	87,62
Криптон	Kr	36	83,80	Сурьма	Sb	51	121,75
Ксенон	Xe	54	131,30				
Курчатовий	Ku	104		Таллий	Tl	81	204,37
Кюрий	Cm	96	(245)	Тантал	Ta	73	180,948
				Теллур	Te	52	127,60
Лантан	La	57	138,91	Тербий	Tb	65	158,924
Лоуренсий	Lw	103					

Элемент	Символ	Атомный номер	Средний атомный вес	Элемент	Символ	Атомный номер	Средний атомный вес
Технеций	Tc	43	(99)	Хлор	Cl	17	35,453
Титан	Ti	22	47,90	Хром	Cr	24	51,996
Торий	Th	90	232,038	Цезий	Cs	55	132,905
Тулий	Tm	69	168,934	Церий	Ce	58	140,12
Углерод	C	6	12,01115	Цинк	Zn	30	65,37
Уран	U	92	238,03	Цирконий	Zr	40	91,22
Фермий	Fm	100	(255)	Эрбий	Er	68	167,26
Фосфор	P	15	30,9738	Эйнштейний	Es	99	(255)
Франций	Fr	87	223				
Фтор	F	9	18,9984				

IV.

Периодическая таблица элементов

Период	Число элементов в периоде	Элементы
7	(113) 7p (118)	87 88 Fr Ra Ac Th Pa U Np Pu Am Cm Bk Cf E Fm Mv No Lw (112)
6	7s 6p 6d и 5f	81 82 83 84 85 86 Tl Pb Bi Po At Rn Lu Hf Ta W Re Os Ir Pt Au Hg 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 La Ce Pr Nd Pm Sm Eu Gd Tb Dy Ho Er Tm Yb
5	5s 5p 4d 4f	49 50 51 52 53 54 In Sn Sb Te I Xe 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 Y Zr Nb Mo Tc Ru Rh Pd Ag Cd 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 La Ce Pr Nd Pm Sm Eu Gd Tb Dy Ho Er Tm Yb
4	4s 4p 3d	31 32 33 34 35 36 Ga Ge As Se Br Kr 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 Sc Ti V Cr Mn Fe Co Ni Cu Zn 13 14 15 16 17 18 Al Si P S Cl Ar
3	3s 3p	5 6 7 8 9 10 B C N O F Ne 11 12 Na Mg Al Si P S Cl Ar
2	2s 2p	3 4 Li Be B C N O F Ne
1	1s	1 2 H He

NAME	RESIDENCE	DATE	PAGE
[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]
[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]
[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]
[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]
[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]
[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]
[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]
[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]
[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]	[Illegible]

ОГЛАВЛЕНИЕ

	От редакции	5
	Предисловие автора ко второму американскому изданию	7
	Предисловие автора к первому русскому изданию	10
	Предисловие к первому изданию	12
	Обращение автора к учащимся	18
Глава 1	§ 1. Что такое физика?	19
Введение	§ 2. Единицы измерения	22
	§ 3. Математический аппарат физики	26
	§ 4. Графическое изображение	34
	§ 5. Наука и общество	35
Глава 2	§ 1. Скорость	42
Кинематика	§ 2. Ускорение	46
	§ 3. Сложное движение	53
	§ 4. Векторы	55
	§ 5. Полет снаряда	58
	§ 6. Центростремительное ускорение	62
	§ 7. Искусственные спутники Земли	64
	§ 8. Проверка размерности	66
Глава 3	§ 1. Законы движения Ньютона	74
Динамика	§ 2. Закон сохранения импульса	77
	§ 3. Сила	84
	§ 4. Наклонная плоскость	88
	§ 5. Машина Атвуда	89
	§ 6. Простой гармонический маятник	90
Глава 4	§ 1. Закон всемирного тяготения Ньютона	100
Тяготение	§ 2. Законы Кеплера	103
	§ 3. Вывод законов Кеплера	106
	§ 4. Вес и невесомость	112
	§ 5. Гравитационная масса	117
Глава 5	§ 1. Закон сохранения момента количества движения	124
Момент количества движения и энергия	§ 2. Центр масс	127
	§ 3. Статика	129
	§ 4. Энергия	131
	§ 5. Потенциальная энергия	133

	§ 6. Закон сохранения энергии	135
	§ 7. Кривые потенциальной энергии	138
	§ 8. Потенциальная энергия силы тяжести	140
	§ 9. Вторая космическая скорость	142
	§ 10. Трение и тепло	144
	§ 11. Эквивалентность массы и энергии	148
	§ 12. Закон сохранения тяжелых частиц	149
Глава 6	§ 1. Плотность	156
Кинетическая теория	§ 2. Давление	156
	§ 3. Гидростатика	158
	§ 4. Атомы и молекулы	160
	§ 5. Уравнение состояния идеального газа	163
	§ 6. Температура	166
	§ 7. Закон Авогадро	171
	§ 8. Кинетическая теория тепла	173
	§ 9. Изменение состояния	176
	§ 10. Пузырьковая камера	178
	§ 11. Статистическая механика	180
Глава 7	§ 1. Электронное строение вещества	190
Электростатика	§ 2. Понятие заряда	192
	§ 3. Закон Кулона	196
	§ 4. Электростатическая индукция	199
	§ 5. Электрическое поле	201
	§ 6. Силовые линии	202
	§ 7. Распределение зарядов	207
	§ 8. Потенциальная энергия электрического поля	213
	§ 9. Электрический потенциал	219
Глава 8	§ 1. Электрический ток	230
Электромагнетизм	§ 2. Силы, действующие между токами	233
	§ 3. Магнитное поле	238
	§ 4. Сила, действующая на проводник, по которому течет ток	242
	§ 5. Закон Ампера	247
	§ 6. Теория магнетизма	251
	§ 7. Закон индукции Фарадея	256
	§ 8. Уравнения Максвелла	259
	§ 9. Электромагнитное излучение	262

	Глава 9	§ 1. Практическая система единиц	272
Приложения теории электричества		§ 2. Закон Ома	272
		§ 3. Теория электрических цепей	275
		§ 4. Радио и телевидение	279
		§ 5. Электрон-вольт	281
		§ 6. Циклотрон	283
		§ 7. Ускорители частиц высоких энергий	287
		Глава 10	§ 1. Электромагнитные волны
Волны и свет		§ 2. Электромагнитный спектр	298
		§ 3. Интерференция	299
		§ 4. Интерференционная картина от двух щелей	308
		§ 5. Дифракционная решетка	312
		§ 6. Геометрическая оптика	314
		Глава 11	§ 1. Принцип относительности
Теория относительности		§ 2. Проблема эфира	326
		§ 3. Лоренцево сокращение	333
		§ 4. Замедление течения времени	334
		§ 5. Парадокс близнецов	337
		§ 6. Релятивистское сложение скоростей	340
		§ 7. Одновременность	342
		§ 8. Релятивистская механика	343
		§ 9. Общая теория относительности	349
		§ 10. Принцип Маха	352
		§ 11. Космология	355
		Глава 12	§ 1. Основные результаты классической физики
Квантовая теория		§ 2. Фотоэлектрический эффект	371
		§ 3. Корпускулярно-волновой дуализм	375
		§ 4. Дифракция электронов	382
		§ 5. Принцип неопределенности	384
		Глава 13	§ 1. Электронные волны в ящике
Теория атома		§ 2. Атом водорода	395
		§ 3. Спектр водорода	404
		§ 4. Модель Бора	407
		§ 5. Строение атомов	414
		§ 6. Периодическая система элементов	417
		§ 7. Рентгеновское излучение	425

Глава 14	§ 1. Теория строения молекул	434
Строение вещества	§ 2. Кристаллические тела	438
	§ 3. Электронный ферми-газ	441
	§ 4. Электропроводность	444
	§ 5. Полупроводники	446
	§ 6. Сверхтекучесть	451
	§ 7. Лазеры	452
	§ 8. Проникновение сквозь барьер	454
	Глава 15	§ 1. Свойства ядер
Ядерная физика	§ 2. Радиоактивный распад	471
	§ 3. Радиоизотопы	475
	§ 4. Биологическое воздействие излучения	479
	§ 5. Дифракционное рассеяние	482
	§ 6. Силы, действующие между двумя нуклонами	484
	§ 7. Строение ядра	486
	§ 8. Деление ядер	491
	§ 9. Синтез ядер	494
	§ 10. Космические лучи	497
	§ 11. Ответственность ученых перед обществом	501
	Глава 16	§ 1. Введение
Элементарные частицы	§ 2. Бета-распад и слабые взаимодействия	510
	§ 3. Антивещество	515
	§ 4. Симметрия античастиц	519
	§ 5. Закон сохранения лептонов	520
	§ 6. Адроны	522
	§ 7. Несохранение четности	534
	§ 8. Сводка законов сохранения	539
	§ 9. Задачи на будущее	542
	Приложение	Таблицы

Дж. Орир

ПОПУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Художественный редактор *П. Ф. Некунда*
Технический редактор *М. П. Грибова*
Корректор *Н. В. Спичкина*

Сдано в производство 13/XII 1968 г.
Подписано к печати 16/X 1969 г.
Бумага офсетная 70×90^{1/16}—17,5 бум. л.
40,95 усл. печ. л.
Уч.-изд. л. 29,70. Изд. № 2/5029
Цена 1 р. 67 к. Зак. 176

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»
Москва, 1-й Рижский пер., 2

Ярославский полиграфкомбинат Главполи-
графпрома Комитета по печати при Совете
Министров СССР. Ярославль, ул. Свободы, 97.