

ТЕХНИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ КОНСУЛЬТАТИВНЫЙ КОМИТЕТ ПО АЭРОНАВТИКЕ

Номер. 492

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НЕСУЩЕЙ СИСТЕМЫ ГИРОПЛАНА

Автор	Март 1934 г.	John B. Wheatley
Перевод	Июль 2002 г.	Сергей А. Кабаков sergk@novouralsk.ru
Помощь в переводе		Mr. Twistair jjhelicopters@mtu-net.ru

Вашингтон, март 1934 г.

РЕЗЮМЕ

Здесь представлен аэродинамический анализ несущей системы гироплана. Эта система состоит из свободно вращающегося ротора, в котором противоположные лопасти жестко связаны между собой и могут вращаться или колебаться относительно своих осей. Были получены уравнения для подъемной силы, отношения C_x/C_y , угла атаки, углов взмаха лопастей, а также моментов по тангажу и крену ротора гироплана в зависимости от исходных основных параметров. Кривые зависимости отношения C_x/C_y от коэффициента тяги ротора были рассчитаны для общего случая, показывающего зависимость от величин шага лопасти, коэффициента заполнения и коэффициента сопротивления для осредненного элемента профиля лопасти. Предложенный анализ удовлетворительно показывает качественные соотношения между характеристиками и параметрами ротора. Проведенное исследование показало, что аэродинамические принципы гироплана вполне жизнеспособны и дальнейшие исследования в этой области являются оправданными.

ВВЕДЕНИЕ

Из соображений безопасности полета желательно, чтобы летательный аппарат был способен сохранять хорошую управляемость при маленькой скорости без тенденции к сваливанию и должен быть способен к снижению по крутой траектории и посадке на ограниченную площадку в случае отказа двигателя. В ходе исследований NASA по безопасности полетов интенсивно изучались винтокрылые несущие системы, и было обнаружено, что они обладают характеристиками, которые очень близки имеющимся требованиям по безопасности.

Предварительный анализ системы ротора - вращающегося крыла автожира показал, что все дальнейшие исследования будут оправданы. Было решено разрабатывать подробный аэродинамический анализ ротора автожира как руководство для дальнейших исследований. Анализ основан на теории ротора автожира данной в ссылках 1 и 2 и экспериментально проверенных данных предложенных в ссылке 3.

ОПИСАНИЕ

Ротор автожира состоит из четырех лопастей, противоположно расположенных. Будучи жестко связанные, они могут свободно колебаться под влиянием воздушных сил вдоль вертикальной оси. Каждая пара лопастей удерживается подшипниками в узле, которые разрешают лопасти свободно колебаться относительно оси подшипника, или маховой оси. Обычно лопасть смещена, развернута назад по углу или то и другое вместе, это необходимо, чтобы установить центр давления лопасти за маховой осью и таким образом, стабилизировать маховые движения. На рис.1 изображен ротор, рассматриваемый в данном материале; лопасти - прямоугольные, смещенные от осей шарниров по координате и по углу.

АНАЛИЗ

В данном руководстве используется теория автожира Глауэрта (Glauert) и Локка (Lock) (библиография 1 и 2). Чтобы удостовериться в правильности расчетов по этим теориям предлагаются экспериментальные данные проверки данного анализа автожира (ссылка 3). В общем случае, ротор автожира находится под действием набегающего потока со скоростью V , а угол между плоскостью ротора и осью вращения (в направлении невозмущенного потока) обозначим как α . Аэродинамический анализ ротора состоит из двух частей. Первая: будут выведены

уравнения для коэффициента подъемной силы, в области между нулевым значением и максимальным. Вторая: будет рассмотрен метод оценки сил, действующих на ротор, в условиях вертикального спуска.

В каждой точке площади, ометаемой ротором, за счет воздушных сил, действующих в роторе, создаются индуктивная скорость. Равнодействующая сила, будет немного отклонена от оси ротора, и можно сказать, что индуктивная скорость вызвана за счет действия компоненты этой силы вдоль оси вращения. При условии, что угол атаки небольшой, эта скорость будет постоянной по величине. Из теории аэродинамического профиля:

где v - индуктивная скорость

$$v = \frac{T}{2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \rho \cdot V'} \quad (1)$$

T - тяга ротора

R - радиус ротора

ρ - плотность воздуха

V' - равнодействующая скорость воздуха после прохождения плоскости ротора

Осевая компонента U_z равнодействующей скорости

$$U_z = V \cdot \sin(\alpha) - v \quad (2)$$

$$U_x = V \cdot \cos(\alpha) \quad (3)$$

$$\text{Примем } U_z = \lambda \cdot \Omega \cdot R \quad (4)$$

и компонента U_x равнодействующей скорости в плоскости диска есть

где Ω - угловая скорость ротора и

$$U_x = \mu \cdot \Omega \cdot R \quad (5)$$

Затем

$$V' = (U_z^2 + U_x^2)^{\frac{1}{2}} = \Omega \cdot R \cdot (\lambda^2 + \mu^2)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

Коэффициент тяги C_T будет определен из уравнения

$$C_T = \frac{T}{\pi \cdot R^2 \cdot \rho \cdot \Omega^2 \cdot R^2} \quad (7)$$

Уравнение (2) может быть записано:

или если разделить на $\mu \cdot \Omega \cdot R$,

$$\lambda \cdot \Omega \cdot R = V \cdot \sin(\alpha) - \frac{1}{2} \cdot C_T \cdot \Omega \cdot R$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\frac{1}{2} \cdot C_T}{\mu \cdot (\lambda^2 + \mu^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (9)$$

Колебание пары лопастей есть периодическая функция углового положения лопасти. Угол взмаха может быть выражен через ряд Фурье по ψ - азимут лопасти, считая

$$\theta = a_0 - a_1 \cdot \cos(\psi) - b_1 \cdot \sin(\psi) - a_3 \cdot \cos(3 \cdot \psi) - b_3 \sin(3 \cdot \psi) \quad (10)$$

нулем крайнее заднее положение лопасти. Позиция лопасти будет определена как угловая позиция конца лопасти спроецированная на плоскость перпендикулярную оси ротора, и измеренная в точке конца четверти хорды. Поскольку противоположные лопасти имеют равные, но противоположные по значению маховые углы, коэффициенты с четными множителями при ψ ряда Фурье будут нулевыми. Тогда, если θ - угол шага лопасти в данный момент времени,

где a_0 - установленный шаг лопасти.

Из рисунка 1 видно, что расстояние от осей шарниров до элемента лопасти dr , расположенного на радиусе r , равна $\epsilon \cdot R + \xi \cdot r$, при этом лопасть смещена (назад) на расстояние $\epsilon \cdot R$ от оси (горизонтального) шарнира и отстает (по углу) на расстояние $\xi \cdot R$ на конце лопасти. Если U_T компонента скорости лопасти параллельная диску ротора и перпендикулярная проекции на плоскость ротора, радиуса, проведенного в конец лопасти,

$$U_T = \Omega \cdot r + \mu \cdot \Omega \cdot R \cdot \sin(\psi) \quad (11)$$

Компонента скорости лопасти U_P есть компонента перпендикулярная диску ротора; тогда

$$U_P = \lambda \cdot \Omega \cdot R + (\xi \cdot r + \epsilon \cdot R) \frac{d\theta}{dt} \quad (12)$$

Если U результирующая скорость лопасти в плоскости перпендикулярной проекции радиуса лопасти на диске ротора, и φ угол между U и диском ротора,

$$\text{и} \quad U_T = U \cdot \cos(\varphi) \quad (13)$$

$$U_P = U \cdot \sin(\varphi) \quad (14),$$

Произведение $\lambda \cdot \Omega \cdot R$ является главной частью U_p и оказывается, что любые возможные комбинации характеристик ротора изменяют скорость конца лопасти менее чем на 3 процента. Из этого следует, что в любой части диска, в которой равнодействующая скорость большая, U_p небольшая по сравнению с U_T . Исходя из выше сказанного можно сделать следующие преобразования $\sin(\varphi) = \varphi$ and $\cos(\varphi) = 1$. Тогда

$$\left. \begin{aligned} U_T &= U \\ U_p &= \varphi \cdot U \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

При вычислении элементарных воздушных сил действующих на лопасть, примем, что равнодействующая сила на элемент лопасти лежит в плоскости перпендикулярной проекции радиуса лопасти на диск ротора, и зависит только от равнодействующей скорости в этой плоскости.

Тяга элемента лопасти dr на радиусе r есть

$$dT_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot c \cdot dr \cdot C_L \quad (16)$$

где

dT - элемент тяги на одной лопасти

c - хорда лопасти(принимается постоянной).

C_L - коэффициент силы тяги элемента лопасти

Общую тягу в роторе можно получить интегрированием тяги вдоль радиуса и беря среднюю величину по диску. Считается желательным, чтобы учесть потери на конце лопасти, допустить, что внешний конец лопасти не вырабатывает никакой тяги; этот наружный участок принимается равным по размаху половине концевой хорды, и радиус этого участка определен как BR . Дальнейшая коррекция требуется для уравнения тяги, так как известно, что скорость U_T негативна в области с радиусом $r = -\mu \cdot R \cdot \sin(\psi)$ и в этой области выражение для угла атаки элементов лопасти потребуется другое, отличающееся от того, которое использовалось для остальной части лопасти. Дополнительные члены в интеграле тяги, вводится, чтобы скорректировать выражение для угла атаки. Такая поправка принята, вероятно, с небольшой ошибкой, так как когда скорость направлена с задней кромки аэродинамического профиля в направлении к передней, кривая подъемной силы имеет тот же уклон как для нормального потока и коэффициент подъемной силы может быть выражен эквивалентным способом. Общая тяга T в роторе может быть выражена где

b - число лопастей

$$\begin{aligned} T &= \frac{b}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^\pi d\psi \int_0^{BR} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot U^2 \cdot C_L \cdot dr + \\ &+ \frac{b}{2 \cdot \pi} \cdot \int_\pi^{2\pi} d\psi \int_{-\mu R \sin(\psi)}^{BR} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot U^2 \cdot C_L \cdot dr + \\ &+ \frac{b}{2 \cdot \pi} \cdot \int_\pi^{2\pi} d\psi \int_0^{-\mu R \sin(\psi)} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot U^2 \cdot C_L' \cdot dr \end{aligned} \quad (17)$$

C_L' - коэффициент подъемной силы в области негативной скорости

На каждом прямом участке кривой подъемной силы

$$C_L = a \cdot \alpha_r$$

$$\text{и } C_L' = a \cdot \alpha_r' \quad (18)$$

где

a - наклон кривой подъемной силы в радианах

α_r - угол атаки элемента лопасти для нормального потока, измеренного при нулевой подъемной силе

α_r' - угол атаки элемента лопасти для негативного потока, измеренного при нулевой подъемной силе

также

$$\alpha_r = \theta + \varphi$$

$$\alpha_r' = -\theta - \varphi \quad (19)$$

Признаки α_r и α_r' определены соглашением: положительный угол атаки дает элемент лопасти с положительной тягой, и α_r или α_r' образуют острые углы между хордой лопасти и порожденным воздушным потоком.

Подставим (18) и (19) в (17),

$$\begin{aligned} T = & \frac{b}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{\pi} d\psi \int_0^{BR} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot U^2 \cdot a \cdot (\theta + \varphi) \cdot dr + \\ & + \frac{b}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\pi}^{2\pi} d\psi \int_{-\mu R \sin(\psi)}^{BR} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot U^2 \cdot a \cdot (\theta + \varphi) \cdot dr + \\ & + \frac{b}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\pi}^{2\pi} d\psi \int_0^{-\mu R \sin(\psi)} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot U^2 \cdot a \cdot (-\theta - \varphi) \cdot dr \end{aligned} \quad (20)$$

Преобразуем, и подставим для U и φ из (15)

$$\begin{aligned} T = & \frac{b}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{\pi} d\psi \int_0^{BR} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot a \cdot (\theta \cdot U_T^2 + U_T \cdot U_P) \cdot dr - \\ & - \frac{b}{\pi} \cdot \int_{\pi}^{2\pi} d\psi \int_0^{-\mu R \sin(\psi)} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot a \cdot (\theta \cdot U_T^2 + U_T \cdot U_P) \cdot dr \end{aligned} \quad (21)$$

Подставим для U_T и U_P из (11) и (12), и для $\frac{d\theta}{dt}$ из (10). Напомним что

$\frac{d\psi}{dt} = \Omega$. При интегрировании принимаем, что члены выше четвертого порядка

для μ очень малы, и, как будет показано позже проверкой a_n и b_n порядка

μ^n . Таким образом после интегрирования и упрощения (21) можно записать:

$$T = \frac{1}{2} \cdot \rho c a b \cdot \Omega^2 R^3 \left\{ \frac{1}{2} \lambda \left(B^2 + \frac{1}{2} \mu^2 \right) + a_0 \left(\frac{1}{3} B^3 + \frac{1}{2} \mu^2 B - \frac{4}{9\pi} \mu^3 \right) + \frac{1}{2} \mu a_1 \left(\epsilon B - \frac{4}{3\pi} \mu \epsilon + \frac{1}{2} \xi B^2 - \frac{1}{8} \mu^2 \xi \right) - \frac{1}{2} \mu b_1 \left(B^2 + \frac{1}{4} \mu^2 \right) \right\} \quad (22)$$

и

Где $\sigma = \frac{b \cdot c}{\pi \cdot R}$ и представляет собой, для прямоугольных лопастей, отношение между площадью лопасти и площадью, ометаемой этой лопастью (коэффициент заполнения).

Аэродинамический вращающий момент для элемента dr может быть

$$C_T \quad dQ_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot c \cdot r \cdot dr \cdot C_L \cdot \varphi - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot c \cdot r \cdot dr \cdot \delta \quad (24)$$

$$+ \frac{1}{2} \mu a_1 \left(\epsilon B - \frac{4}{3\pi} \mu \epsilon + \frac{1}{2} \xi B^2 - \frac{1}{8} \mu^2 \xi \right) - \frac{1}{2} \mu b_1 \left(B^2 + \frac{1}{4} \mu^2 \right) \right\} \quad (23)$$

записан

Где δ - коэффициент сопротивления элемента лопасти для среднего профиля лопасти.

При выполнении расчетов, за δ нужно брать такую величину, которая бы усредняла высокие коэффициенты сопротивления при больших углах атаки и наименьшие коэффициенты при низких углах. Величина больше 50 процентов, чем предлагаемый минимум, так как большие углы атаки образуются только при низких скоростях.

При вычислении уравнения (24) концевые потери будут учтены, как в уравнении тяги, интегрированием до радиуса BR вместо R . Однако член силы сопротивления будет проинтегрирован до конца лопасти, так как сила сопротивления скорее увеличится, чем уменьшится в том месте, где тяга исчезает.

Просуммировав моменты и взяв среднюю величину уравнение (24) будет

$$\begin{aligned}
Q &= \frac{b}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{\pi} d\psi \int_0^{BR} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot a \cdot \left\{ \theta \cdot U_T \cdot U_P + U_P^2 \right\} \cdot r \cdot dr + \\
&+ \frac{b}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\pi}^{2\pi} d\psi \int_{-\mu R \sin(\psi)}^{BR} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot a \cdot \left\{ \theta \cdot U_T \cdot U_P + U_P^2 \right\} \cdot r \cdot dr - \\
&- \frac{b}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\pi}^{2\pi} d\psi \int_0^{-\mu R \sin(\psi)} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot a \cdot \left\{ -\theta \cdot U_T \cdot U_P + U_P^2 \right\} \cdot r \cdot dr - \\
&- \frac{b}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{\pi} d\psi \int_0^R \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \delta U_T^2 r dr - \frac{b}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\pi}^{2\pi} d\psi \int_{-\mu R \sin(\psi)}^R \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \delta U_T^2 r dr + \\
&+ \frac{b}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\pi}^{2\pi} d\psi \int_0^{-\mu R \sin(\psi)} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \delta \cdot U_T^2 \cdot r \cdot dr
\end{aligned} \tag{25}$$

В устойчивом состоянии вращения, вращающий момент должен быть нулевым.

Преобразуем и приравняем к нулю,

$$\begin{aligned}
Q &= \frac{b}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{BR} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot a \cdot \left\{ \theta \cdot U_T \cdot U_P + U_P^2 \right\} \cdot r \cdot dr - \\
&- \frac{b}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^R \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot \delta \cdot U_T^2 \cdot r \cdot dr - \\
&- \frac{b}{\pi} \cdot \int_{\pi}^{2\pi} d\psi \int_0^{-\mu R \sin(\psi)} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot a \cdot U_P^2 \cdot r \cdot dr + \\
&+ \frac{b}{\pi} \cdot \int_{\pi}^{2\pi} d\psi \int_0^{-\mu R \sin(\psi)} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot \delta \cdot U_T^2 \cdot r \cdot dr = 0
\end{aligned} \tag{26}$$

Проинтегрируем, преобразуем и отбросим члены, порядок которых выше чем μ^4 как в выражении для тяги;

$$\begin{aligned}
Q = & \frac{1}{2} \lambda^2 \left(B^2 - \frac{1}{2} \mu^2 \right) + \lambda \left(\frac{1}{3} a_0 B^3 - \frac{1}{4} \mu \cdot b_1 \cdot B^2 + \frac{4}{3} \epsilon \mu^2 a_1 + \frac{1}{4} \mu^3 a_1 \xi \right) + \\
& + \frac{1}{2} \mu \cdot a_0 \cdot a_1 \left(\frac{1}{3} \xi \cdot B^3 + \frac{1}{2} \epsilon \cdot B^2 \right) + \\
& + \left(\frac{1}{4} \cdot \xi^2 \cdot B^4 + \frac{2}{3} \cdot \epsilon \cdot \xi \cdot B^3 + \frac{1}{2} \epsilon^2 \cdot B^2 \right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot a_1^2 + \frac{1}{2} \cdot b_1^2 \right) - \\
& - \frac{1}{16} \cdot \mu^2 \cdot \epsilon^2 \left(3 \cdot a_1^2 + b_1^2 \right) - \frac{\delta}{4 \cdot a} \left(1 + \mu^2 - \frac{1}{8} \mu^4 \right)
\end{aligned} \tag{27}$$

Неизвестные в (27) будут μ , λ , и коэффициенты хода лопасти a_1 , b_1 , a_3 , и b_3 . Решение для λ как функция от μ может быть получено выразив коэффициенты хода лопасти как функции от μ , и λ . Следующее соображение по движению лопасти будет использовано чтобы выразить коэффициенты хода лопасти в желаемой форме.

Динамическое уравнение для колебаний пары лопастей относительно осей шарниров может быть записано

$$I_p \cdot \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \int_0^{BR} (\epsilon \cdot R + \xi \cdot r) \cdot \left(\frac{dT_1}{dr} \right)_{\psi} dr - \int_0^{BR} (\epsilon \cdot R + \xi \cdot r) \cdot \left(\frac{dT_1}{dr} \right)_{\psi+\pi} dr \tag{28}$$

Где

$$\begin{aligned}
\left(\frac{dT_1}{dr} \right)_{\psi} & \text{ - тяга элемента лопасти } dr \text{ при азимуте } \psi \\
\left(\frac{dT_1}{dr} \right)_{\psi+\pi} & \text{ - тяга элемента лопасти } dr \text{ при азимуте } \psi + \pi \\
I_p & \text{ - момент инерции пары лопастей относительно осей шарниров}
\end{aligned}$$

Из уравнений (10) и (21),

$$\begin{aligned}
\left(\frac{dT_1}{dr} \right)_{\psi} = & \frac{1}{2} \rho \cdot c \cdot a \{ (a_0 - a_1 \cdot \cos(\psi) - b_1 \cdot \sin(\psi) - a_3 \cdot \cos(3 \cdot \psi) - b_3 \cdot \sin(3 \cdot \psi)) \cdot \\
& \cdot (\Omega r + \mu \Omega R \cdot \sin(\psi))^2 + (\Omega r + \mu \Omega R \cdot \sin(\psi)) \cdot (\lambda \Omega R + [\epsilon \Omega R + \xi \Omega r] \cdot \\
& \cdot [a_1 \cdot \sin(\psi) - b_1 \cdot \cos(\psi) + 3a_3 \cdot \sin(3 \cdot \psi) - 3b_3 \cdot \cos(3 \cdot \psi)]) \}
\end{aligned} \tag{29}$$

и $\left(\frac{dT_1}{dr} \right)_{\psi+\pi}$ идентично $\left(\frac{dT_1}{dr} \right)_{\psi}$ с обратными знаками при тригонометрических функциях.

Изменением потока над частью отступающей лопасти можно пренебречь в уравнении для колебаний лопасти, так как обе силы и момент в этой части будут очень малыми.

Из уравнения (10)

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = \Omega^2 (a_1 \cos(\psi) + b_1 \sin(\psi) + 9a_3 \cos(3\psi) + 9b_3 \sin(3\psi)) \tag{30}$$

Подставим (29) и (30) в (28); проинтегрируем и преобразуем.

Тогда

$$\begin{aligned}
& \left\{ -2 \cdot a_1 \left(\frac{1}{3} \in B^3 + \frac{1}{4} \xi B^4 \right) - \frac{1}{2} \mu^2 \cdot a_1 \left(\in B + \frac{1}{2} \xi B^2 \right) - \right. \\
& \left. - 2 \cdot b_1 \left(\frac{1}{2} \in^2 B^2 + \frac{2}{3} \in \xi B^3 + \frac{1}{4} \xi^2 B^4 \right) + \frac{1}{2} \mu^2 a_3 \left(\in B + \frac{1}{2} \xi B^2 \right) \right\} \cdot \cos(\psi) + \\
& + \left\{ 4 \cdot \mu \cdot a_0 \left(\frac{1}{2} \in B^2 + \frac{1}{3} \xi B^3 \right) + 2 \cdot \mu \cdot \lambda \left(\in B + \frac{1}{2} \xi B^2 \right) + \right. \\
& + 2 \cdot a_1 \left(\frac{1}{2} \in^2 B^2 + \frac{2}{3} \in \xi B^3 + \frac{1}{4} \xi^2 B^4 \right) - 2 \cdot b_1 \left(\frac{1}{3} \in B^3 + \frac{1}{4} \xi B^4 \right) - \\
& \qquad \qquad \qquad \left. - \frac{3}{2} \mu^2 b_1 \left(\in B + \frac{1}{2} \xi B^2 \right) \right\} \cdot \sin(\psi) + \\
& + \left\{ \frac{1}{2} \mu^2 a_1 \left(\in B + \frac{1}{2} \xi B^2 \right) - 2 \cdot a_3 \left(\frac{1}{3} \in B^3 + \frac{1}{4} \xi B^4 \right) - \right. \\
& \left. - 6 \cdot b_3 \left(\frac{1}{2} \in^2 B^2 + \frac{2}{3} \in \xi B^3 + \frac{1}{4} \xi^2 B^4 \right) \right\} \cdot \cos(3\psi) + \\
& + \left\{ \frac{1}{2} \mu^2 b_1 \left(\in B + \frac{1}{2} \xi B^2 \right) + 6 \cdot a_3 \left(\frac{1}{2} \in^2 B^2 + \frac{2}{3} \in \xi B^3 + \frac{1}{4} \xi^2 B^4 \right) - \right. \\
& \qquad \qquad \qquad \left. - 2 \cdot b_3 \left(\frac{1}{3} \in B^3 + \frac{1}{4} \xi B^4 \right) \right\} \cdot \sin(3\psi) = \\
& = \frac{2 \cdot I_P}{\rho c a \cdot R^4} \cdot (a_1 \cos(\psi) + b_1 \sin(\psi) + 9a_3 \cos(3\psi) + 9b_3 \sin(3\psi)) \tag{31}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Примем } \frac{2 \cdot I_P}{\rho s a \cdot R^4} &= \gamma \\
\frac{1}{3} \in \cdot B^3 + \frac{1}{4} \xi \cdot B^4 &= K_1 \\
\frac{1}{2} \in \cdot B^2 + \frac{1}{3} \xi \cdot B^3 &= K_2 \\
\in \cdot B + \frac{1}{2} \xi \cdot B^2 &= K_3 \\
\frac{1}{2} \in^2 B^2 + \frac{2}{3} \in \xi B^3 + \frac{1}{4} \xi^2 B^4 &= K_4
\end{aligned}$$

Подставим полученное выше в (31) и приравняем коэффициенты при тригонометрических функциях к:

$$\begin{aligned}
a_1 \left(\gamma + 2K_1 + \frac{1}{2} \mu^2 K_3 \right) &= -2 \cdot b_1 K_4 + \frac{1}{2} \mu^2 a_3 K_3 \\
b_1 \left(\gamma + 2K_1 + \frac{3}{2} \mu^2 K_3 \right) &= 4 \cdot \mu \cdot a_0 K_2 + 2\mu \cdot \lambda \cdot K_3 + 2 \cdot a_1 K_4 + \frac{1}{2} \mu^2 b_3 K_3 \\
a_3 (9\gamma + 2K_1 + \mu^2 K_3) &= \frac{1}{2} \mu^2 \cdot a_1 K_3 - 6b_3 K_4 \\
b_3 (9\gamma + 2K_1 + \mu^2 K_3) &= \frac{1}{2} \mu^2 \cdot b_1 K_3 + 6a_3 K_4
\end{aligned} \tag{32}$$

Коэффициенты \in и ξ должны быть 0.1 или меньше. Член K_4 тогда второго порядка, как и K_1 , K_2 , и K_3 . В первом приближении решение (31) может быть получено пренебрегая K_4 . Тогда

$$b_1 = \frac{4 \cdot \mu \cdot a_0 K_2 + 2\mu \cdot \lambda \cdot K_3}{\gamma + 2K_1 + \frac{3}{2} \mu^2 K_3 - \frac{\mu^4 K_3^2}{4 \cdot (9\gamma + 2K_1 + \mu^2 K_3)}} \tag{33}$$

$$b_3 = \frac{\mu^2 \cdot b_1 K_3}{2 \cdot (9\gamma + 2K_1 + \mu^2 K_3)} \tag{34}$$

$$a_1 = \frac{-2 \cdot K_4 b_1}{\left(\gamma + 2K_1 + \frac{1}{2} \mu^2 K_3 \right) - \frac{\mu^4 K_3^2}{4 \cdot (9\gamma + 2K_1 + \mu^2 K_3)}} \tag{35}$$

$$a_3 = \frac{\mu^2 \cdot a_1 K_3}{2 \cdot (9\gamma + 2K_1 + \mu^2 K_3)} - \frac{3 \cdot \mu^2 \cdot K_3 \cdot K_4 \cdot b_1}{(9\gamma + 2K_1 + \mu^2 K_3)^2} \tag{36}$$

Уравнения с (33) по (36) включая, показывают, что a_1 , b_1 , a_3 , и b_3 есть

линейные функции по λ . Подставляя эти уравнения в уравнение аэродинамического момента λ будут в квадрате, и это единственная неизвестная, т.о. решение будет простым. Большое, или положительное значение λ получено в решении для положительного угла атаки; малое или отрицательное значение для отрицательного угла атаки.

Аэродинамический наклоняющий момент (pitching moment) легко определить из соображений изменения тяги с углом ψ . Если M наклоняющий момент относительно оси проходящей через ось ротора

$$M = \frac{-b}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{BR} \left(\frac{dT_1}{dr} \right) \cdot r \cdot \cos(\psi) dr \quad (37)$$

Перепишем с учетом (16), (18), и (19), проинтегрируем и преобразуем

$$M = \frac{1}{2} b c \rho a \Omega^2 R^4 \left\{ \frac{1}{8} a_1 \left(B^4 + \frac{1}{2} \mu^2 B^2 \right) + \frac{1}{8} b_1 \left(\frac{4}{3} \epsilon B^3 + \xi B^4 \right) \right\} \quad (38)$$

Обратный поток здесь опять игнорируется, как незначительный.

Аналогично, крутящий момент (rolling moment) L' может быть записан как

$$L' = \frac{-b}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{BR} \left(\frac{dT_1}{dr} \right) \cdot r \cdot \sin(\psi) dr \quad (39)$$

и

$$L' = -\frac{1}{2} b c \rho a \Omega^2 R^4 \left\{ \frac{1}{4} \mu \cdot \lambda \cdot B^2 + \frac{1}{3} \mu \cdot a_0 \cdot B^3 + \frac{1}{8} a_1 \left(\frac{4}{3} \epsilon B^3 + \xi B^4 \right) - \frac{1}{8} b_1 \left(B^4 + \frac{3}{2} \mu^2 B^2 \right) \right\} \quad (40)$$

Потери энергии в роторе возникают только от генерации тяги и силы сопротивления профиля лопастей. Тогда

$$VD = vT + \frac{b}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^R \frac{1}{2} \rho \cdot c \cdot \delta \cdot U^3 dr - \frac{b}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} d\psi \int_0^R \frac{1}{2} \rho \cdot c \cdot \delta \cdot U^3 dr \quad (41)$$

второй интеграл добавлен чтобы учесть обратные скорости. Но

$$L = T \cdot \cos(\alpha) \quad (42)$$

$$\frac{T_c}{\Pi_f} \frac{D}{L} = \frac{vT}{VT \cdot c} + \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot C_T} \cdot \frac{b}{8 \cdot \mu \cdot C_T} \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^R \frac{1}{2} \rho \cdot c \cdot \delta \cdot U^3 dr - \frac{1}{VT \cdot \cos(\alpha)} \frac{D}{L} = \frac{1}{\mu(\mu^2 + \lambda^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{\sigma \delta \left(1 + 3 \cdot \mu^2 + \frac{3}{8} \mu^4 \right)}{8 \cdot \mu \cdot C_T} \quad (44)$$

Коэффициент подъемной силы ротора C_{Lr} может быть выражен в переменных C_T из следующего уравнения:

$$L = C_{Lr} \cdot \frac{\rho}{2} V^2 \pi \cdot R^2 = T \cdot \cos(\alpha) = C_T \cdot \pi \cdot R^2 \rho \cdot \Omega^2 R^2 \cos(\alpha) \quad (45)$$

$$C_{Lr} = C_T \frac{2 \cdot \Omega^2 R^2}{V^2} \cos(\alpha) = \frac{2 \cdot C_T \cdot \cos^3(\alpha)}{\mu^2} \quad (46)$$

Подставим C_T в (44)

$$\frac{D}{L} = \frac{C_{Dr}}{C_{Lr}} = \frac{\sigma \delta \left(1 + 3 \cdot \mu^2 + \frac{3}{8} \mu^4 \right) \cdot \cos^3(\alpha)}{4 \cdot \mu^3 \cdot C_{Lr}} + \frac{C_{Lr} \mu}{4 \cdot \cos^3(\alpha) (\mu^2 + \lambda^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (47)$$

где C_{Dr} коэффициент сопротивления ротора. При малых углах шага лопасти, λ мало как и μ , и $\cos(\alpha)$ почти объединены (λ is negligible with respect to μ , and $\cos(\alpha)$ is nearly unity). Тогда

$$C_{Dr} = \frac{\sigma \delta \left(1 + 3 \cdot \mu^2 + \frac{3}{8} \mu^4 \right)}{4 \cdot \mu^3} + \frac{C_{Lr}^2}{4} \quad (48)$$

показывает что при малых углах атаки коэффициент сопротивления может быть выражен как сумма профильного и индуктивного коэффициентов сопротивления.

Предыдущие уравнения (такие как (9), (23), (27), (33), (34), (35), (36), (38), (40), и (.44)) полностью определяют работу ротора автожира при небольшом угле атаки, когда его физические величины и константы известны. Первый шаг в применении этих уравнений – это определение a_1 , b_1 , a_3 , b_3 как функций от λ для принятых наборов величин μ в диапазоне от 0.07 до 0.6. Следующий шаг решить уравнение момента для λ , после которого угол атаки, коэффициент подъемной силы и коэффициент сопротивления могут быть найдены из предложенных уравнений. Нагрузка на ротор определяется V для данного коэффициента подъемной силы, и скорость конца лопасти может быть найдена затем из μ , α , и V .

В диапазоне больших углов атаки, скажем от 50° до 90° , уравнения, полученные раньше, дают ошибочные результаты. При определении коэффициента сопротивления для угла атаки 90° предлагается воспользоваться следующим методом, основанном на эмпирическом отношении, полученном из эксперимента, проведенного в аэродинамической трубе (ссылка 4).

На рисунке 2 показана кривая полученная из ссылка 4 которая показывает отношение между коэффициентом тяги винта основанном на поступательной скорости и коэффициентом тяги основанном на скорости воздуха в районе винта. Выражения выглядят так

$$f = \frac{T}{2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \rho \cdot V^2} \quad (49)$$

и

где U_z - осевой поток в винте и f и F есть коэффициенты тяги.

Так как

$$U_z = \lambda \cdot \Omega \cdot R \quad (51)$$

$$F = \frac{\dot{U}}{2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \rho \cdot U^2} \quad (50)$$

$$F = \frac{C_T}{2 \cdot \lambda^2} \quad (52)$$

(из уравнения (12)), уравнение (50) примет вид

и если C_{Dr}' коэффициент сопротивления ротора при угле атаки 90° ,

Уравнение (52) вычисляется с использованием уравнений (23) и (27);

$$C_{Dr}' = \frac{T}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot \pi \cdot R^2} = 4 \cdot f \quad (53)$$

соответствующее значение $\frac{1}{f}$ затем берется из рисунка 2, по ветке помеченной

как "windmill-decelerating state" и C_{Dr}' легко найти.

Некоторое обозначение получено из изолированного теста (ссылка 5) что в диапазоне высоких углов атаки коэффициент равнодействующей силы C_R константа и равна C_{Dr}' ; C_{Lr} и C_{Dr} затем становится равным $C_R \cdot \cos(\alpha)$ и $C_R \cdot \sin(\alpha)$, соответственно, где α может быть получена из (9). Использование этого соотношения не рекомендовано без более общей проверки.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СИМВОЛОВ

Скорости:

V ,	скорость движения ротора в потоке воздуха
$\Omega \cdot R$,	скорость конца ротора
v ,	индуктивная осевая скорость в роторе
V' ,	равнодействующая скорость от ротора
U_x ,	компонента скорости V' в плоскости диска
U_z ,	осевая компонента V'
U ,	результатирующая скорость от элемента лопасти перпендикулярная оси вращения лопасти.
U_T ,	компонента скорости U параллельная диску
U_P ,	компонента скорости U перпендикулярная диску

Силы:

T ,	тяга ротора
L_r ,	подъемная сила ротора
D_r ,	сопротивление ротора
D_r' ,	сопротивление ротора при 90° угле атаки

Моменты:

Q ,	аэродинамический момент ротора относительно оси вращения
M ,	наклоняющий момент ротора (rotor pitching moment)
L' ,	крутящий момент ротора

Углы:

ψ ,	азимутальный угол лопасти
α ,	угол атаки ротора
α_r ,	угол атаки элемента лопасти
Φ ,	острый угол между U и плоскостью диска
θ ,	угол шага лопасти (шаг лопасти) в данный момент времени
a_0 ,	установленный шаг лопасти

Постоянные ротора:

a ,	наклон кривой подъемной силы профиля лопасти
I_P ,	момент инерции пары лопастей относительно оси шарнира
c ,	хорда лопасти
R ,	радиус ротора
γ ,	массовая константа пары лопастей $= \frac{c \cdot \rho \cdot a \cdot R^4}{I_P}$
$\epsilon \cdot R$,	смещение лопасти от маховой оси
$\xi \cdot R$,	вытеснение конца лопасти от маховой оси
σ ,	коэффициент заполнения

δ , коэффициент сопротивления для среднего профиля лопасти
 B , множитель на который нужно умножить радиус, чтобы при интегрировании вдоль радиуса учесть концевые потери

Коэффициенты:

C_T , коэффициент тяги $= \frac{T}{\pi \cdot R^2 \cdot \rho \cdot \Omega^2 \cdot R^2}$

C_{Lr} , коэффициент подъемной силы ротора $= \frac{L_r}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot \pi \cdot R^2}$

f , коэффициент тяги винта основанный на невозмущенной скорости $= \frac{T}{2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \rho \cdot V^2}$

F , коэффициент тяги винта основанный на локальной скорости в пропеллере $= \frac{T}{2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \rho \cdot U_z^2}$

$C_{Dr'}$, коэффициент силы сопротивления ротора при 90° угле атаки $= \frac{D_r'}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot \pi \cdot R^2}$

Дополнительно:

μ , отношение между компонентой поступательной скоростью в плоскости диска и скоростью конца лопасти

λ , отношение между осевой компонентой результирующей поступательной скорости и скорости конца лопасти.

ПРИМЕРЫ

В качестве иллюстрации влияния параметров ротора на любое исполнение ротора, кривые $\frac{L}{D}$ как функции C_{Lr} были вычислены для типичного ротора имеющего следующие характеристики:

$$\begin{aligned} \epsilon &= 0 \\ \xi &= 0.10 \\ \sigma &= 0.10 \\ a_0 &= 0.0698 \text{ рад.} = 4^\circ \\ \delta &= 0.0120 \\ a &= 5.00 \\ \gamma &= 0.004 \\ B &= 0.950 \end{aligned}$$

На рисунках с 3 по 5, включая, показан эффект изменения σ , и δ . Рассчитаны продольная и боковая позиции центра давления ротора с точки зрения процентов от радиуса, и показаны на рисунке 6 для типичного ротора.

ОБСУЖДЕНИЕ

Разработка аэродинамической теории автожира в математической форме обязательно включает упрощения и предположения. Основные источники ошибок в этой теории - предположения сделанные относительно однородности

набегающего потока и равенство $\tan(\varphi)$ с φ . Набегающий поток, вероятно, значительно изменяется в области ротора, учитывая форму и относительные позиции концевых вихрей лопасти. Воздействие однородного набегающего потока есть грубое усреднение воздействия неоднородного набегающего потока, однако это не должно внести никаких серьезных ошибок в выражения для сил. Угол φ большой только когда результирующая скорость небольшая, таким образом, снова ошибки в силах незначительные.

Ошибки меньшего значения допущены предположениями, что аэродинамическая сила на элементе лопасти не зависит от скоростей вдоль радиуса лопасти, и, что потери на конце можно рассчитать предложенным методом. Некоторая энергия будет рассеяна при трении поверхности между лопастью и радиальным воздушным потоком, но поскольку любое вычисление этого энергетического убытка должно быть аппроксимацией, то лучше пренебречь этими потерями. Это будет правильным, ожидая, что этот показатель будет небольшим. Предположение о концевых потерях принятых в расчет неточно, хотя точность предположения сделанного относительно эффективного радиуса (BR) не определена.

Обработка в данной работе рассматривает самую простую форму лопасти - одна с постоянной хордой и углом шага; аналогичная обработка, тем не менее, может быть применена к любой лопасти в которой хорда или угол шага является данной функцией

от радиуса. Только необходимо подставлять данную функцию для C и a_0 перед интегрированием от 0 до R вдоль радиуса, и полученный результат выразит желаемое отношение. Это необходимо запомнить, хотя, этот аэродинамический анализ и в упрощенной форме количественная точность оставляет желать лучшего, а качественная точность вполне удовлетворительна.

Иллюстрирующие примеры на рисунках с 3 по 5 показывают тип изменения в отношении lift-drag, которое изменяется с константами ротора. Интересно отметить, что небольшая прочность выгодна только при очень низких коэффициентах подъемной силы. Увеличение отношения lift-drag с углом шага отчасти вводит в заблуждение, поскольку с нормальными аэродинамическими профилями угол шага может быть увеличен до 4° (немного превысив) без неблагоприятных эффектов для авторотации. Рисунок 6 показывает изменение в центрах давления наклона и вращения (pitching and rolling centers of pressure) с коэффициентом подъемной силы; вращающий момент (rolling moment) возникает из-за того, что центр тяги - на большем расстоянии от втулки отступающей лопасти, так что для отстающих (по углу) лопастей скручивающий момент тяги в этих балансах лопасти скручивающий момент меньшей тяги на противоположной лопасти.

Применение аэродинамических принципов представленных здесь - по существу структурная проблема. Пара лопастей подвергается напряжению при изгибе и напряженности, и должна быть присоединена ко втулке подшипниками, которые разрешают свободное вращение. Кручение на лопастях должно рассматриваться по отношению к возможным вибрациям. Никаких непреодолимых трудностей не ожидается, тем не менее, с тех пор как препятствия были преодолены, главным образом аналогично той успешной работе с автожиром.

ВЫВОДЫ

Автожир является аэродинамически надежным летательным средством, и дальнейшие исследования будут оправданны.

Аэродинамическая теория автожира, разработанная здесь, выражается удовлетворительно качественными отношениями между характеристиками и проектными параметрами ротора.

Langley Memorial Aeronautical Laboratory,
National Advisory Committee for Aeronautics, Langley Field, Va.,
January 6, 1934.

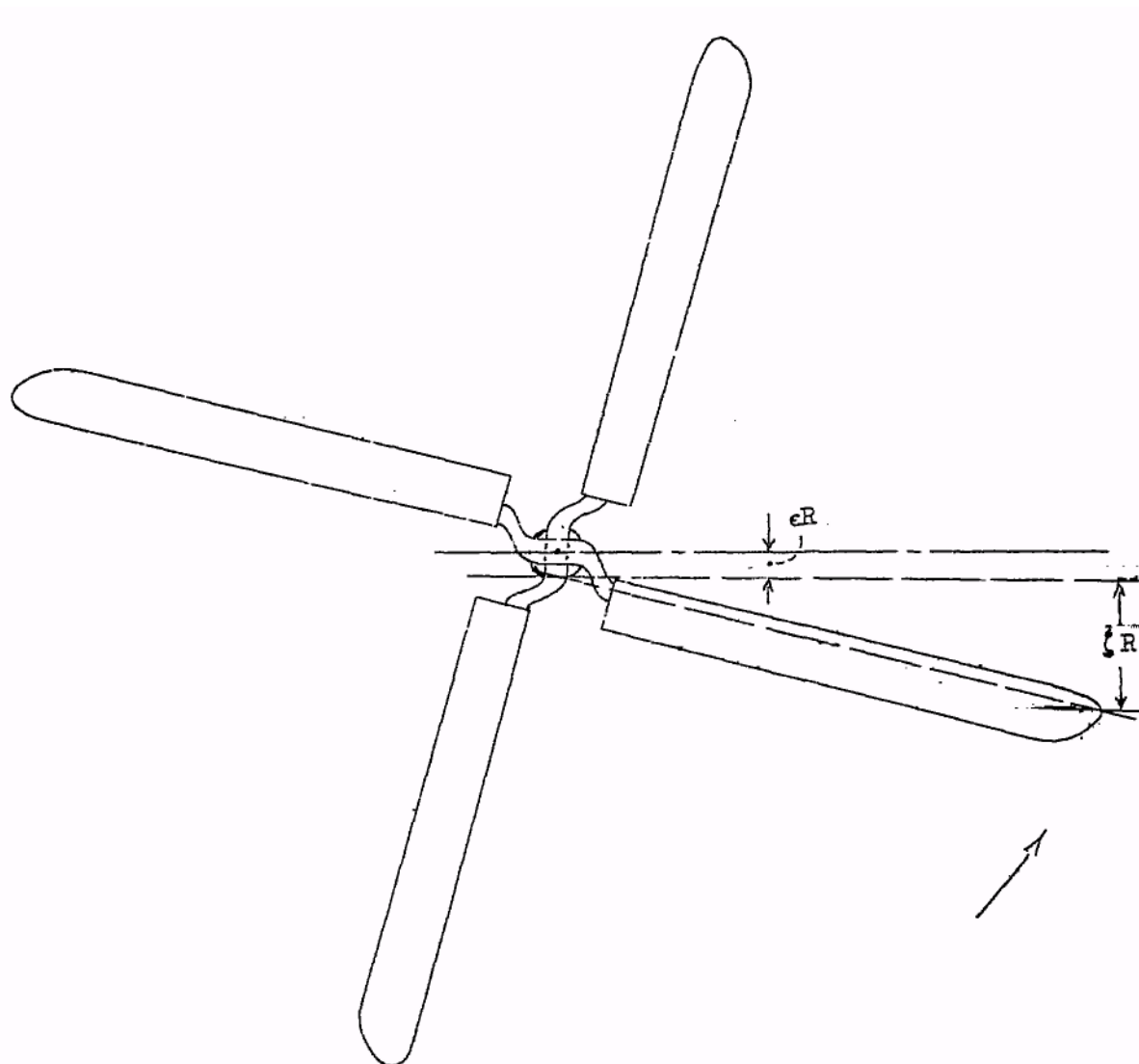


Figure 1.-Gyroplane rotor

$\epsilon \cdot R$, расстояние на которое лопасть смещена (назад) от оси
(горизонтального) шарнира

$\xi \cdot R$, расстояние на которое лопасть отстает (по углу) на конце
лопасти

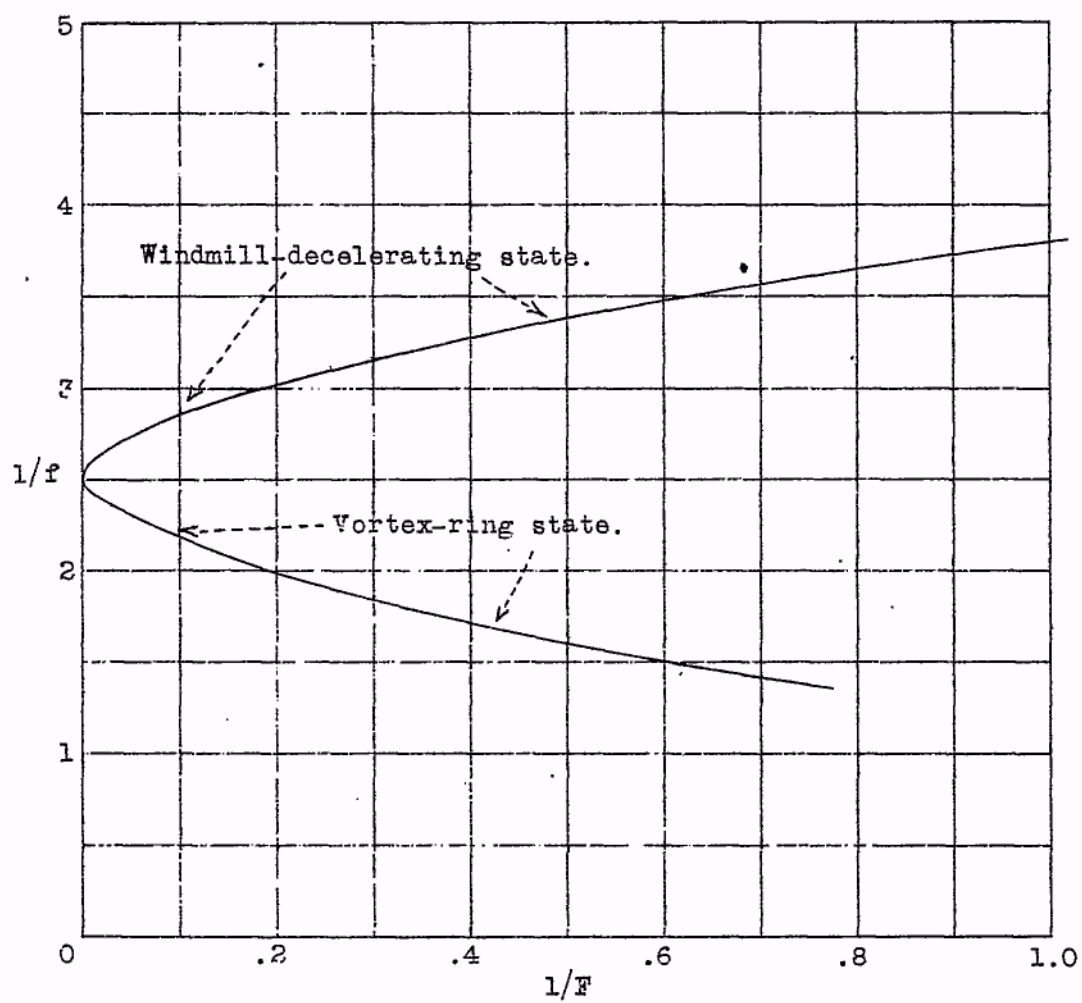


Рисунок 2.-Коэффициент тяги винта основанный на результирующей скорости и поступательной скорости.

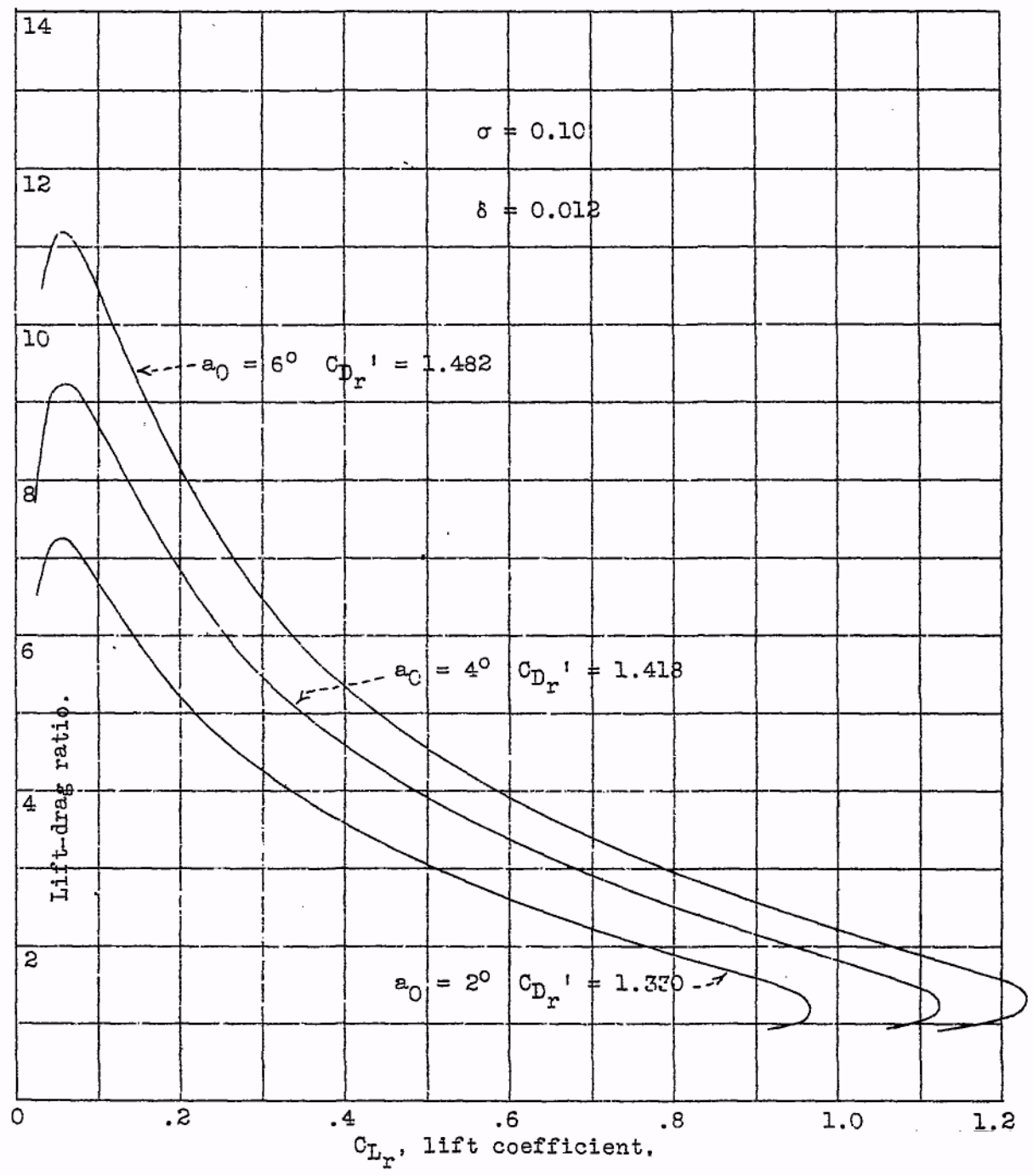


Рисунок 3.- Изменение отношения lift-drag с изменением шага лопасти.

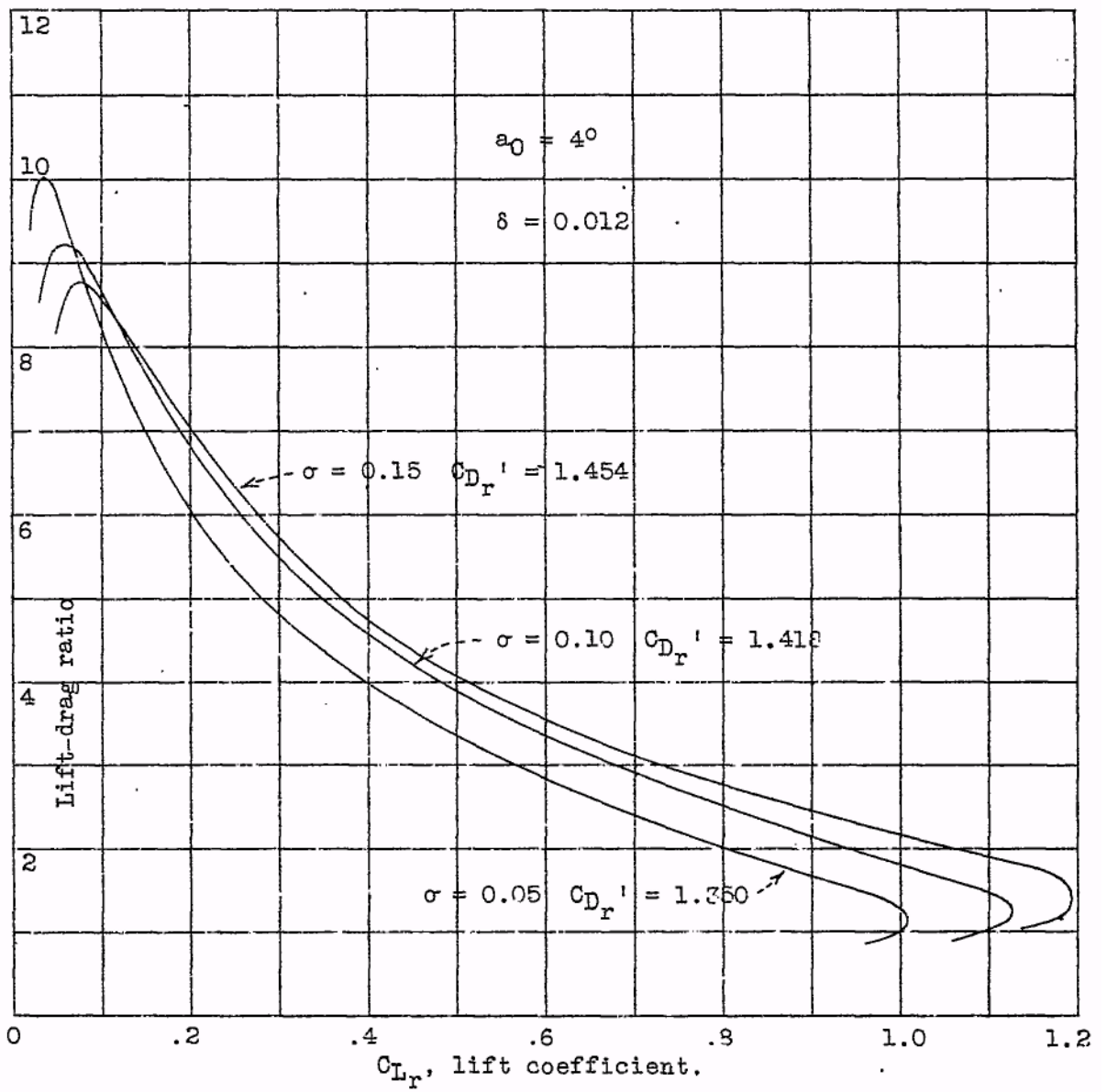


Рисунок 4.- Изменение отношения lift-drag с изменением коэффициента заполнения.

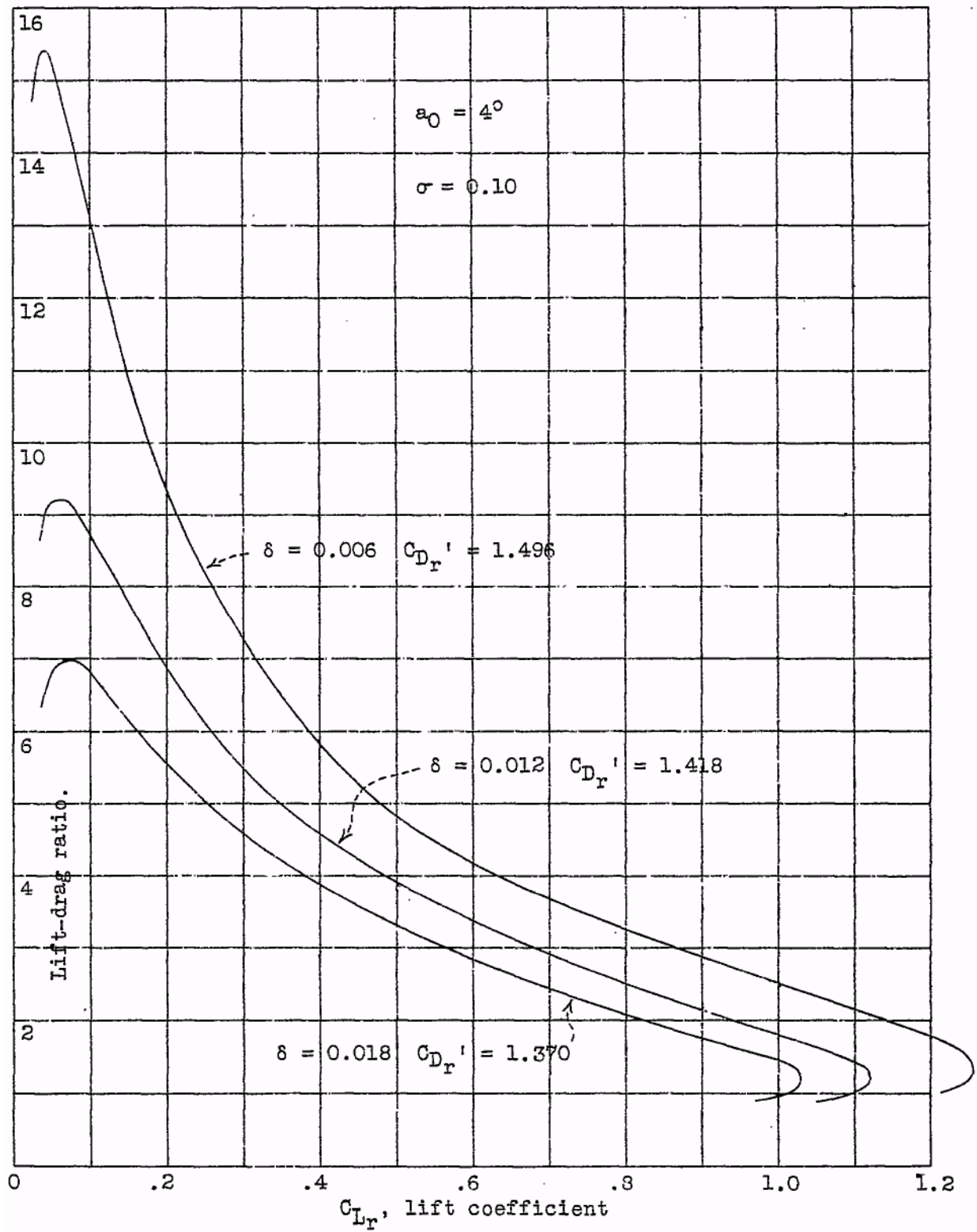


Рисунок 5.- Изменение отношения lift-drag с изменением коэффициента сопротивления для среднего профиля лопасти.

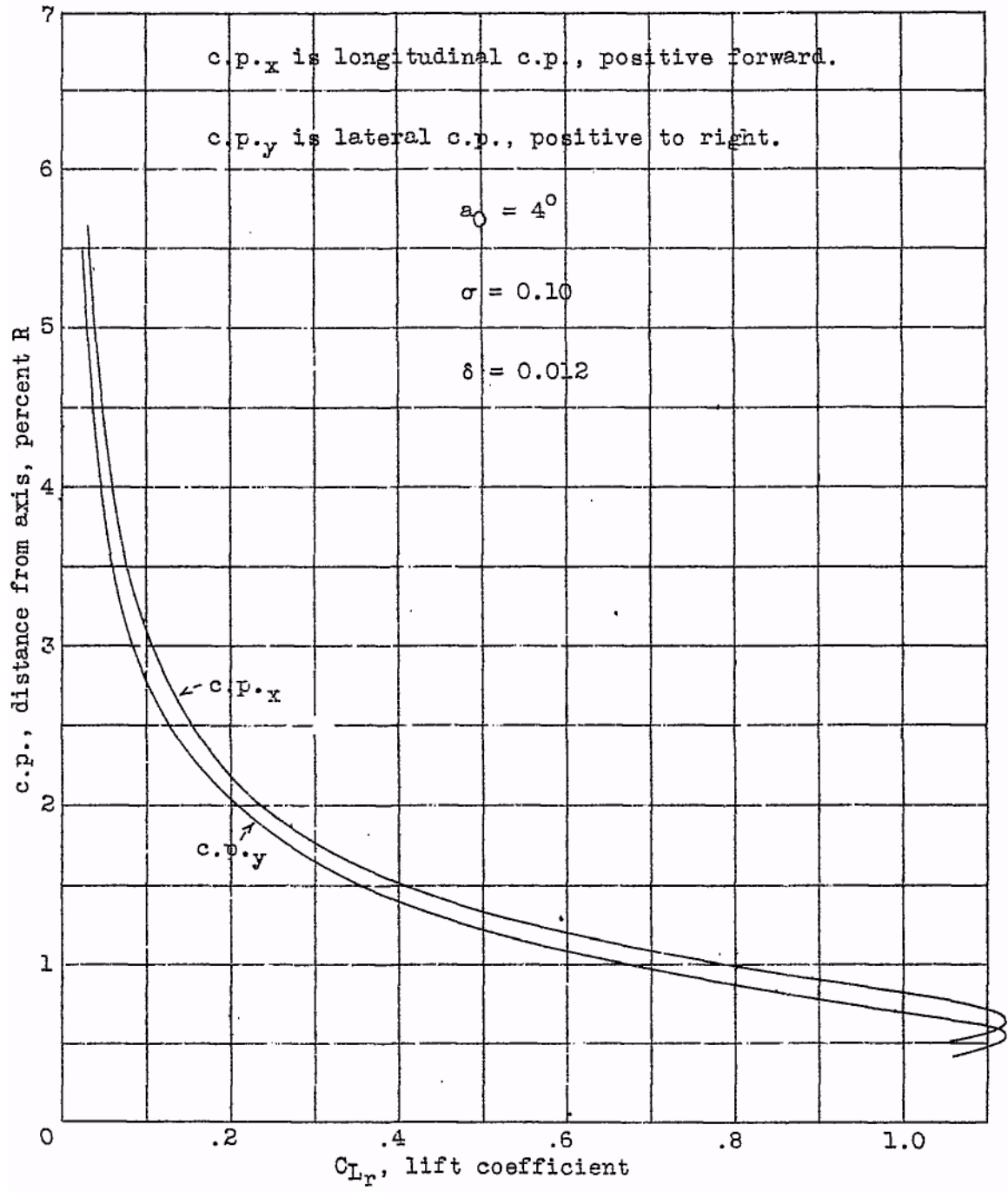


Рисунок 6.-Перемещение центра давления в роторе автожира как функция от коэффициента подъемной силы ротора.